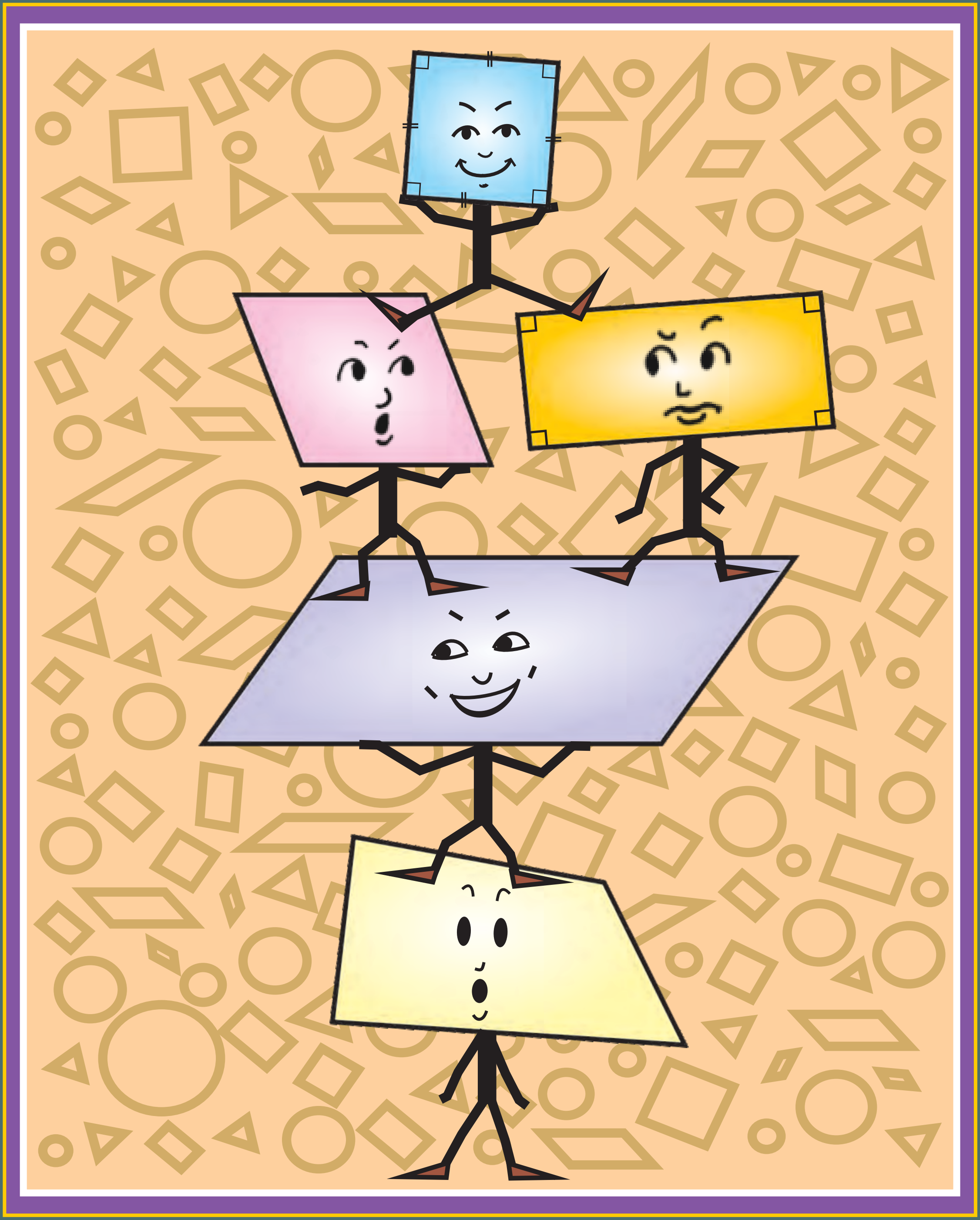
حساب

درجو اَٺون



ڀارتيہ سنوڌان

باب - چوٿون الف

بنيادي فرض

قلم 51A

بُنيادي فرض : ڀارت جي هرهڪ ناگرڪ جو فرض آهي تہ :

(الف) هوُ ڀارت جي سنوڌان کي مڃيندو، اُن جي قومي جهنڊي، قومي تراني، آدرشن ۽ سنستائن جي عزت ڪندو.

(ب) آدرش ويچارن، جن آزاديءَ جي لڙائيءَ لاءِ همٿايو ۽ اُتساهہ ڏنو، اُنهن جي سنڀال ۽ پوئواري ڪندو.

(ڀ) ڀارت جي ايڪتا، اکنڊتا ۽ سمپورنتا جي رکشا ڪندو.

(پ) ديش جي حفاظت ڪندو ۽ وقت پوڻ تي ديش سيوا ۾ ٽپي پوندو.

(ٻ) سڀني ماڻهن ۾ هڪ ايڪتا جي ڀاونا پئدا ڪندو، جيڪا ڌرم، ڀاشا، ڪيتروادجي ڀيدڀاءَ کان پري هوندي. اَهڙيون رسمون جيڪي عورت ذات خلاف هونديون، اُنهن جو بهشڪار ڪندو.

(ت) ڀارت جي جامع سنسڪرتي ۽ شاندار ورثي جي حفاظت ڪندو ۽ مُلهہ سمجهندو.

(ٿ) قدرتي ماحول جهڙوڪ جهنگل، ڍنڍون، نديون، جهنگلي-زندگي اِنهن جو بچاءُ ڪندو ۽ سڀني پراڻين لاءِ دردمندي رکندو.

(ٽ) وگيانڪ درشٽي، اِنساني مُلهہ، جاچ جوُچ ۽ سڌاري جي ڀاونا کي اَهميت ڏيندو.

(ث) عام ملڪيت کي سلامت رکندو ۽ هنسا کان پري رهندو.

(ٺ) شخصي ۽ گڏيل مشغولين جي سڀني کيترن ۾ اَڳتي وڌڻ جي لڳاتار ڪوشش ڪندو جيئن ملڪ اَڳتي وڌندو رهي ۽ ڪاميابيءَ جي اوچاين کي ڇُهي.

(ڪ) ماءُ يا پيءُ يا پالڪ آهي تہ اُهو ضرور ڏسي تہ پنهنجي ٻار کي تعليم حاصل ڪرڻ جو موقعو ڏيندو. جنهن جي عمر ڇهن ۽ چوڏهن سالن وچ ۾ هجي.

سرڪاري فيصلو نمبر : اَڀياس ٢١١٦ (پر. ڪر ١٦ / ٤٣) ايس.ڊي ٤ تاريخ ٢٠١٦ -٤- ٢٥ موجب
اِسٽاپت ڪيل ڪو آر ڊينيٽنگ ڪاميٽيءَ جي تاريخ ٢٩.١٢.١٧ جي ميٽنگ ۾ هن درسي ڪتاب کي
مختصر طور منظوري ڏني ويئي آهي.

حساب

درجو اٺون

مهاراشٽر راجيه پاٺيه پُستڪ نرمتي وَ اَڀياسڪرم سنشوڌن منڊل، پُڻي

پنهنجي سمارٽ فون ۾ DIKSHA APP ذريعي درسي ڪتاب جي پهرين صفحي واري Q.R. Code ذريعي Digital درسي ڪتاب ۽ هرهڪ سبق ۾ آيل Q.R. Code ذريعي ان سبق بابت پڙهڻ / پڙهائڻ لاءِ ڪارائتيون لنڪس ملنديون.

ڇاپو پهريون : 2018 © مهاراشٽر راجيہ پاٺيہ پُستڪ نرمتي وَ اڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل، پُڻي - ۴۱۱۰۰۴.

سڌاريل ڇاپو : 2022

مهاراشٽر راجيہ پاٺيہ پُستڪ نرمتي وَ اڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل، هن ڪتاب جا سڀ حق واسطا محفوظ ٿو رکي. منڊل جي ڊائريڪٽر جي لکيل اجازت کانسواءِ هن ڪتاب جو ڪوبہ ٽڪر ڇپائي نٿو سگهجي.

حساب وشيہ ماهر ڪاميٽي

ڊاڪٽر منگلا نارزيڪر (اَڌيڪش)
ڊاڪٽر جئشري اَتري (ميمبر)
شري رماڪانت سرودي (ميمبر)
شري ونائڪ گوڙ بولي (ميمبر)
شريمتي پراجڪتا گوکلي (ميمبر)
شري سنديپ پنچ ڀائي (ميمبر)
شريمتي پوجا جاڌو (ميمبر)
شريمتي اُجولا گوڙبولي (ميمبر-سيڪريٽري)

حساب وشيہ ڪاريہ گٽ ميمبر

شريمتي جئشري پُرندري
شري راجيندر چوڌري
شري سنديش سوناوڻي
شري گياڻيشور مشارڪر
شريمتي سورڻا ديشپانڊي
شري شريپاد ديشپانڊي
شري سريش داتي
شري اُميش ريڙي
شري بنسي هاوري
شريمتي روهڻي شرڪي
شري پرڪاش جهينڊي
شري لڪشمڻ رتنپارکي
شري سنيل شريواستو
شري انساري عبدل حميد
شري انسار شيخ
شريمتي تروبين پوپٽ
شري پرمود ٺونبري
ڊا. ڀارتي سهستربُڌي
شريمتي سواتي ڌرم اڌڪاري
شري پرتاپ ڪاشيد
شري ملند ڀاڪري
شري اڻاپا پريٽ
شري گڻيش ڪولتي
شري راما وهنيارڪر
شري سُڌير پاٽل
شري پرڪاش ڪاپي
شري رويندر کنداري
شري وسنت شيواري
شري اروند ڪمار تواري
شري مليشام بيٽي
شريمتي آريا ڀِڙي

پاهريون صفحو ۽ ڪمپيوٽر آريکن :
شري سنديپ ڪوڙي چترڪار، ممبئي
ٽائيپسيٽنگ :
شويا لالچنداڻي

مُکيہ سنيوجڪ :
اُجولا شريڪانت گوڙبولي
انچارج آفيسر حساب،
پاٺيہ پُستڪ منڊل پُڻي
سنيوجڪ :
شريمتي ڪيتڪي جاني
انچارج آفيسر سنڌي
شريمتي گيتا گڻيش ناڪر
ڪاپي رائيٽر سنڌي

نرمتي
شري سچيتانند آڦڙي
مکيہ نرمتي اڌڪاري
شري سنجيہ ڪانبلي
نرمتي اڌڪاري
شري پرشانت هرڻي
نرمتي سهايڪ اڌڪاري

ڪاغذ : 70 جي. ايس. ايم ڪريم وو.
ڇاپيندڙ : N/PB/2018-19/1,000
پرنٽنگ آرڊر : UCHITHA GRAPHICS PRINTERS PVT. LTD., NAVI MUMBAI
ترجمو ڪندڙ : شري اشوڪ مڪتا
چڪاس ڪندڙ : شري وجيہ منگلاڻي

پرڪاشڪ
وويڪ اُتم گوساوي، ڪنٽرولر
پاٺيہ پُستڪ نرمتي منڊل،
پرڀاديوي، ممبئي - ۲۵.

ڀارت جو سنوڌان

ديباچو

اسين ڀارت جا لوڪ، ڀارت کي هڪُ مڪمل طور خودمُختيار سماجوادي سَرو ڌرم ۽ سم-ڀاوَ وارو لوڪشاهي گڻراجيه بڻائڻ لاءِ گنڀيرتا سان فيصلو ڪري ۽ انهيءَ جي سڀني ناگرڪن کي :

سماجڪ، آرٿڪ ۽ راڄنيتڪ نياءُ، ويچار، اظهار، وشواس، شرڌا ۽ اُپاسنا جي آزادي؛ درجي ۽ موقعي جي سمانتا؛ خاطريءَ سان حاصل ڪرائڻ ۽ اُنهن سڀني ۾ شخصي سؤمان ۽ راشٽر جي ايڪتا توڙي اکنڊتا جي خاطري ڏيندڙ ڀائيچارو وڌائڻ لاءِ.

اسان جي هن سنوڌان سڀا ۾ اڄ تاريخ ڇويهين نومبر، ١٩٤٩ جي ڏينهن، هن ذريعي هيءُ سنوڌان سويڪار ڪري، اُن کي قانون جي روپ ۾ پاڻ کي ارپڻ ڪريون ٿا.

راشٽر گيت

جَنَ گَڻَ مَنَ اَڌينايَڪَ جَيَہ هي،
ڀارَتَ ڀاڳيہ وڌاتا
پَنجابَ، سِنڌ، گُجراتَ، مَراٺا،
دراوڙَ، اُتڪلَ، بَنگَ،
وِنڌيہ، هِماچَلَ، يَمُنا، گَنگا،
اُڇَلَ، جل ڌِ تَرَنگَ،
تَوَ شُڀَ نامي جاڳي،
تَوَ شُڀَ آشيس ماڳي،
گاهي تَوَ جَيَہ - گاٿا،
جَنَ گَڻَ - مَنگَلَ دايَڪَ جَيَہ هي
ڀارت ڀاڳيہ وڌاتا،
جَيَہ هي، جَيَہ هي، جَيَہ هي،
جَيَہ جَيَہ جَيَہ جَيَہ هي،

پرتِگيا

’ڀارت منهنجو ديش آهي. سڀ ڀارتواسي منهنجا ڀائر ۽ ڀينر آهن.

مونکي پنهنجي ديش لاءِ پيار آهي ۽ مونکي ان جي شاندار ۽ طرح طرح جي ورثي تي گؤرو آهي. مان سدائين ان جي لائق ٿيڻ جو جتن ڪندو رهندس.

مان پنهنجن متن مائٽن، اُستادن ۽ سيني بزرگن جو سنمان ڪندس ۽ هر ڪنهن سان فضيلت ڀريو ورتاءُ ڪندس .

مان پرتگيا ٿو ڪريان تہ مان پنهنجي ديش ۽ ديشواسين سان سچو ٿي رهندس. انهن جي ڪلياڻ ۽ آسودگيءَ ۾ ئي منهنجو سک سمايل آهي.‘

پرستاونا

شاگرد دوستو،

توهان سيني جو درجي اٺين ۾ سواگت آهي. پهرين درجي کان ستين درجي تائين توهان حساب اڀياس ڪيا آهن درجي اٺين حساب وشيه جو درسي ڪتاب توهان جي هٿن ۾ ڏيندي اسان کي بيحد خوشي ٿي رهي آهي.

اسان کي لڳي ٿو ته حساب وشيه هڪ وندرائيندڙ وشيه هجي، توهان چڱيءَ طرح سمجهي سگهو، توهان کي نئون گيان ملي ۽ نوان نوان سوال حل ڪرڻ ۾ توهان کي مزو اچي، اِن لحاظ کان درسي ڪتاب ۾ ڪجهه مشغوليون ۽ بناوتون ڏنل آهن. اُنهن کي توهان ضرور ڏسو. اُنهن ۾ ڪهڙو لُطف آهي، ڪهڙيون نيون خاصيتون آهن، اُهي ڏسو پاڻ ۾ هڪ ٻئي سان چرچا ڪري نوان وشيه سمجهي سگهجن ٿا. جُدا جُدا شڪليون وين شڪليون ۽ اِنٽرنيٽ اِنهن جي مدد سان حساب سولائين ٿا. جيڪڏهن وشيه کي برابر سمجهبو ته حساب بلڪل ڏُکيا نه آهن. هرهڪ باب ۾ ڪيو.آر. ڪوڊ ڏنل آهي، اُن جو پڻ اُپيوگ ڪريو.

اِها اُميد آهي ته ڪتاب ۾ ڏنل هرهڪ باب توهان چڱيءَ طرح ڌيان ڏيئي پڙهندا. جيڪڏهن ڪٿي سمجهڻ ۾ ڏُکيائي ٿئي ته توهان اڌياپڪ، مائٽ يا ٻين شاگردن جي مدد وٺي سمجهو. حساب ڪهڙي طريقي حل ڪجن، ساڳئي نموني اُن جي ڪهڙي فارمولا آهي، اِهو توهان اُهي طريقا واپرائي مثان حل ڪرڻ جو اڀياس ڪريو، اِهو اهم آهي اڀياس ۾ ڏنل مثال سمجهي پاڻ ۾ ٻيا مثال تيار ڪريو. هن درسي ڪتاب ۾ وڌيڪ سطح وارا مثال تاري- نشان وسيلي ڏيکاريل آهن. چوڪنڊن ۾ ڏنل مسودو، اڳتي اڀياس لاءِ ڏاڍو ڪمائتو آهي.

پهرين کان وٺي سکيل حساب، توهان کي اڳتي لڳاتار اِستعمال ڪرڻا آهن مثال جوڙ، ڪٽ، ضرب، ونڊ، اهي توهان کي ڪڏهن به وسارڻا نه آهن - برابر نه.

انهن جو اڀياس ڪريو. اهي سڀ ڪريائون مثال حل ڪرڻ وقت ڪيترائي دفعا ڪرڻيون پونديون آهن.

اَٺين درجي جي حسابن جي ڪتاب ۾ ڪيترين ئي بنيادي ويچار - ڌارائون ڏنل آهن. اُنهن کي چڱي طرح سمجهڻ سان اڳتي درجن ۾ حساب سمجهڻ ڏاڍا سولا ٿيندا. هلو - چڱو هاڻي - هي ڪتاب، حساب سمجهائڻ ۾ توهان دوست ٿئي ٿو يا نه. اُهو ڏسو.

(ڊاڪٽر سُنيل مگر)

سنچالڪ

مهاراشٽر راجيه پاٺيه پُستڪ

نرمتي و اَڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل، پُڻي

پڻي :

تاريخ : ١٨ اپريل، ٢٠١٨، اڪڻ ٽيج

ڀارتيه سوريه تاريخ : ٢٨ چيٽ ١٩٤٠

درجو اَٺون - حساب علمي حاصلات

سکڻ سيکارڻ ۾ ٻڌايل تعليمي ترتيب	علمي حاصلات
سکڻ- سيکارڻ جي ڪريا ۾ شخصي/ جوڙو/ گروپ ۾ مشغولي ڪرائڻ. • منتق عددن تي سڀ ڪريائون ڪرائڻ، مثال ڳولهڻ ۽ اُنهن ۾ اَڏاوتون ڳولهڻ. • ٻي سگهه، ٽيو مول، ٽين سگهه، ٽيون مول اِنهن ۾ آڏاوتون ڳولهي قائدا ٺاهڻ. • سادي مساوت تيار ڪرڻ لاءِ خاص حالتون پئدا ڪرڻ ۽ ساڌا طريقا اِستعمال ڪري اُهي حل ڪرڻ لاءِ همٿائڻ. • عددن کي ورهائڻ، پيدا ۽ گهٽپدا، اِنهن وچ ۾ ضرب ڪرڻ ۽ جدا جدا مثال ڪٽي عمل ڪرائڻ. • ٻن عددن جا جزا ڪيڏڻ، اِن حاصل ڪيل جاڻ تي ڪالڪن جا جزا لهڻ. • سيڪڙو جو اِستعمال ضروري آهي. نفعو، نقصان، لاٽ، سادو وياج، گڏيل وياج وغيره سمجهائڻ. • وري وري سادو وياج ڪيڏي، گڏيل وياج جي فارمولا سمجهائڻ. • هڪ اَنداز ٻئي اَنداز تي آڌار رکندڙ آهي ٻئي انداز ساڳئي نموني بدلجن ٿا هڪ وڌي ته ٻيو ٻه وڌي يا هڪ اَنداز گهٽجي ته ٻيو اَنداز وڌي، اَهڙا مثال ڳولهڻ لاءِ همٿائڻ مثال طور: جيڪڏهن ڪنهن واهڻ جي رفتار وڌائبي ته ڪنهن خاص مفاصلي لاءِ گهٽ وقت لڳندو. • جدا جدا چوڪندن جا پاسا ۽ ڪندون ڳٽڻ ۽ اُنهن وچ ۾ لاڳاپو سمجهائڻ. اُنهن ۾ هڪ جهڙائي ۽ فرق مثالن وسيلي جاچڻ. • پوروچوت پاسو چوڪندو- خاصيتون سمجهڻ، جوڙجڪ ڪيڏڻ، اُريب ڪيڏڻ، پاسا ۽ ڪندون ڳٽڻ ۽ سبب ٻڌائڻ. • جاميتري ساڌن ڪم آڻي جدا جدا چوڪندا ظاهري ڪيڏڻ. • گراف پني جي ٽرئيپيزيم ۽ گهٽڪندا ڪيڏڻ ۽ ايڪا چورس ڳٽي، شاگرد ايراضي لهي سگهن.	شاگردن لاءِ 08.71.01 اَڏاوت سمجهي منتق عددن ۾ جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ خاصيتون سمجهي اُنهن ۾ هڪ جهڙائي آڻڻ. 08.71.02 ٻن منتق عددن وچ ۾ وڌ ۾ وڌ ٻيا منتق عدد وچ ۾ وڌ ۾ وڌ ٻيا منتق عدد لهڻ. 08.71.03 جَدا جدا طريقا ڪم آڻي ٻي سگهه، ٽيو مول، ٽين سگهه ۽ ٽيون مول لهڻ. 08.71.04 قوت نمائن جا مثال حل ڪرڻ 08.71.05 قير واپرائي پروليون ۽ روزمره جا مثال حل ڪرڻ. 08.71.06 آلجبرا ۾ ٻيڊي کي ٻيڊي سان ضرب $(2x+5)\ (3x^2+7)$ وستاري ڪرڻ. 08.71.07 روزمره زندگيءَ جا مثال حل ڪرڻ لاءِ فارمولا ڪم آڻڻ. 08.71.08 لاٽ ۽ گڏيل وياج مثالن ۾ نفعو- نقصان ڪيڏڻ لاءِ سيڪڙو واپرائڻ. 08.71.09 ڇپيل قيمت ۽ لاٽ ڏنل ۽ سيڪڙو ڪيڏڻ يا وڪرو قيمت ۽ نفعو ۽ اِنهن ۾ نفعو سيڪڙو لهڻ. 08.71.10 سُبتي نسبت ۽ اُبتي نسبت وارا مثال ڇڏائڻ. 08.71.11 چوڪندن جي ڪندن جي ماپن تي جوڙ جون خاصيتون ڪم آڻي مثال ڇڏائڻ. 08.71.12 پوروچوت پاسو چوڪندن جون خاصيتون جاچڻ ۽ لاڳاپو سمجهائڻ. 08.71.13 ڪمپاس ۽ ڦٽيءَ جي مدد سان چوڪندا ڪيڏڻ. 08.71.14 اَڏاوتن جي مدد سان يوُلر فارمولا جاچ ڪرڻ. 08.71.15 چَوڪندي شڪل يا گراف پنو واپرائي گهٽڪندا ۽ ٽرئيپيزيم جي ايراضي لهڻ ۽ فارمولا اِستعمال ڪرڻ.

سکڻ سيکارڻ ۾ پڌايل تعليمي ترتيب

- ٽڪنڊو، چورس، مستطيل اِنهن جي ايراضي لهي، ٽرئيپيزيم جي ايراضي لهڻ.
- ڪعب، مستطيل بلاڪ ۽ سلينڊر اِنهن ٺاهي جسمن جا مٿاچڙا سڃاڻڻ.
- مٿي ڏنل جسمن جي ايراضي مستطيل ۽ چورس جي ايراضي لهي، ڪيڻ
- ڪعب ايڪا ڪم آڻي ڪعب ۽ مستطيل بلاڪ جو مقدار لهڻ.
- چاڙ ڳڏ ڪرڻ، اُن جي ورهاست ڪرڻ ۽ ڪالم گراف ڪيڻ.
- ڏنل چاڙ جو ڪيفيپٽو ڏيڪارڻ. مطلب اُن جو مڌيہ لهڻ.
- ٺهڪڻ سمجهائڻ ۽ جسم هڪ ٻئي مٿان رکي ٺهڪڻ سمجهائڻ.

علمي حاصلات

08.71.16	گهٽڪندن جي ايراضي لهڻ
08.71.17	مستطيل بلاڪ ۽ سلينڊر جسمن جي ايراضي ۽ مقدار لهڻ.
08.71.18	گراف (ڪالم) پڙهڻ ۽ مطلب سمجهڻ.
08.71.19	ٻن پوروچوت ليڪن ۽ ڇيدڙي وسيلي ٺهيل ڪندن جون خاصيتون جاچڻ.
08.71.20	ٻَاسو- پاسو - پاسو، ڪند- پاسو - ڪند ڪند - پاسو- ڪند، هئپاٺينيوز - پاسو اِهي آزمائشون واپرائي ٽڪندن جي ٺهڪڻ سمجهڻ
08.71.21	گَراف پنو ڪم آڻي بند ٽيل شڪل جي ايراضي لهڻ.
08.71.22	روزاني وهنوار ۾ عددي چاڙ مان مڌيہ ڪيڻ.
08.71.23	ڏنل ليڪ جي پوروچوت ليڪ ڪيڻ.

اَڏياپڪن لاءِ مُدا

درجي اٺين ۾ درسي ڪتاب وشيہ حساب جو سٺي نموني اِستعمال لازمي آهي اهو ڪلاس ۾ سوال- جواب، عملي ڪم، بحث - مباحث، شاگردن جو گفتگو اِنهن علحدن ماڌيمن وسيلي ڪتاب ڪمائتو ٻڻائي سگهجي ٿو. اِنڪري درسي ڪتاب کي چڱيءَ طرح پڙهيو وڃي.

درسي ڪتاب ۾ اسانجي پسگردائي، جاگرافيڪل، وگيان، ارٿ - شاستر اِنهن سڀني وشين جو حسابن سان ميل - ميلاپ ڏيڪاريو ويو آهي. اهڙن انيڪ وشين ۾ حسابن جون ويچارڌارئون ڪارگر هونديون آهن، اهو اڏياپڪ ٻارن کي ڏيکارين. ان مان حسابن جو وهنوار ۾ ڪيترو واهپو آهي، اهو ظاهر ٿيندو. ساڳئي وقت حسابن جي اهميت شاگرد سمجهندا. حسابن جون ويچار ڌارائون اپياس ۾ ڏنل مثالن تي اڏياپڪ نوان مثال تيار ڪن ۽ شاگردن کي حل ڪرڻ لاءِ ڏين ساڳئي وقت شاگرد بہ پاڻ نوان مثال تيار ڪن. اڏياپڪ شاگردن کي همٿائيندا.

شاگردن بہ خاص سطح جا حساب تاري- نشان وسيلي ڏيکاريل آهن. ’وڌيڪ چاڻ لاءِ‘ اِن سري زير ٿوري چاڻ ڏنل آهي. جيڪا شاگردن کي اڳتي درجي ۾ حساب سکڻ ۾ مددگار ٿيندي.

اها اُميد ٿي ڪجي تہ اَٺين درجي جو هي حسابن جو ڪتاب توهان کي ضرور وڻندو.

فهرست

ڀاڱو 1

.1 منتق عدد ۽ غير منتق عدد .... 01 کان 06

.2 پوروچوت ليکون ۽ چيدڙي .... 07 کان 13

.3 قوت نمائون ۽ ٽيون مول .... 14 کان 18

.4 ٽڪنڊي جا مڌيان ۽ عمود .... 19 کان 22

.5 وستار-فارمولائون .... 23 کان 28

.6 آلجبرائي ڪالڪن جا جزا .... 29 کان 34

.7 ڦير .... 35 کان 40

.8 چوڪنڊي جا جوڙجڪ ۽ قسم .... 41 کان 50

.9 لاٽ ۽ ڪميشن .... 51 کان 58

گڏيل اَڀياس -1 .... 59 کان 60

ڀاڱو 2

.10 گهٽپدن ڀرونڊ .... 61 کان 66

.11 عدد شاستر .... 67 کان 74

.12 هڪ ڦيرائتي واريون مساوتون .... 75 کان 80

.13 ٽڪنڊن جو ٺهڪ .... 81 کان 87

.14 گڏيل وياج .... 88 کان 93

.15 ايراضي .... 94 کان 105

.16 متاچڙو ايراضي ۽ مقدار .... 106 کان 113

.17 گول - زهه ۽ ڪمانون .... 114 کان 118

گڏيل اَڀياس 2 .... 119 کان 120

1 منتق عدد ۽ غير منتق عدد

ذرا ياد ڪريو

اسان قدرتي عدد، گروهه، سچا عدد گروهه ۽ سچا اَنگي عدد گروهه اِنهن جو اَڀياس ڪيو آهي.

قدرتي عدد گروهه	سچا عدد گروهه	سچا اَنگي عدد گروهه
1,2,3,4,...	0,1,2,3,4, ...	...,−4,−3,−2,−1, 0, 1, 2, 3,...

منتق عدد گروهه

$\frac{-25}{3}$, $\frac{10}{-7}$, −4, 0, 3, 8, $\frac{32}{3}$, $\frac{67}{5}$ وغيره

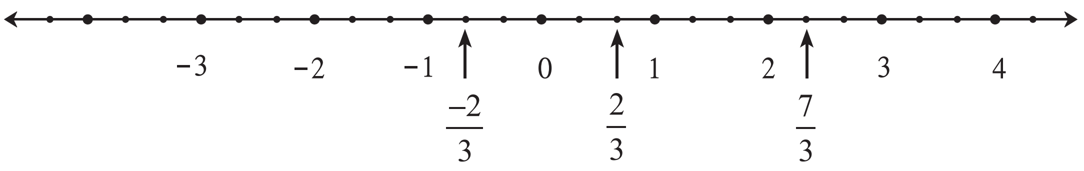
منتق عدد گروهه : منتق عدد $\frac{m}{n}$ روپ ۾ پيش ڪجي ٿو هتي m ۽ n اِهي سچا اَنگي عدد اُنهن پر n اِهو غير ٻڙي آهي.

اَسان کي ڄاڻ آهي تہ ٻن منتق عددن وچ ۾ بيشمار منتق عدد آهن.

ڄاڻي وٺون

عدد - ليڪ مٿان منتق عدد ڏيکارڻ (To show rational numbers on a number line)

$\frac{-2}{3}$, 2, $\frac{7}{3}$ اهو عدد، عدد - ليڪ تي ڪيئن ڏيکاربا، اِهو ڏسنداسين.



- 2 اهو منتق عدد سچو عدد پڻ آهي. عدد - ليڪ تي اَسان ڏيکاري سگهون ٿا.

$\frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3}$ انڪري ٻڙي ۽ ٻڙي ڪان ساڄي طرف هرهڪ ايڪي جا ٽي ساڱيا حصا ڪنداسين. ٻڙي ڪان ستون ٽپڪو $\frac{7}{3}$ عدد ڏيکاريندو.

- $\frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$ اهو منتق عدد سچو آهي. 2 کان اَڳتي $\frac{1}{3}$ ايڪي وارو ڏيکاريندڙ ٽپڪو $\frac{7}{3}$ ڏيکاريندو.

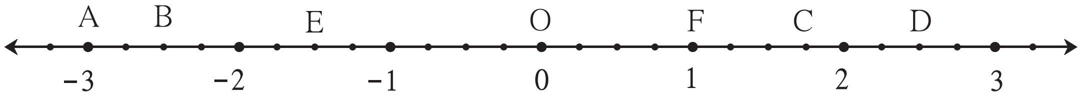
- عدد- ليڪ تي $\frac{-2}{3}$ عدد ڏيکارڻ لاءِ، پهرين $\frac{2}{3}$ عدد ڏيکاري 0 جي کاٻي پاسي اوتري مفاصلي تي $\frac{-2}{3}$ عدد ٻڙيءَ جي کاٻي پاسي ڏيکاري سگهجي ٿو.

اَڀياس 1.1

1. هيٺيان عدد عدد - ليڪ تي ڏيکاريو هرهڪ مثال لاءِ اَلڳ ليڪ ڪيو.

(1) $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$ (2) $\frac{7}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-4}{5}$ (3) $\frac{-5}{8}, \frac{11}{8}$ (4) $\frac{13}{10}, \frac{-17}{10}$

2. هيٺ هڪ عدد ليڪ تي عدد ڏنل آهن. اُن تي آڌار رکندڙ سوالن جا جواب ڏيو.



(1) ٽٻڪو B ڪهڙو منتق عدد ڏيکاري ٿو؟ (2) $1\frac{3}{4}$ عدد ڏيکاريندڙ ڪهڙو ٽٻڪو آهي؟

(3) D اِهو $\frac{5}{2}$ عدد ڏيکاريندڙ آهي. اهو بيان غلط يا صحيح آهن اُهو لکو

چاڪي وٺون

منتق عددن ۾ سلسلو (ننڍ وڏائي) (Comparison of rational numbers)

عدد -ليڪ تي هرهڪ ڏنل جوڙي ۾ کاٻي پاسي واري عدد ساڄي پاسي واري عدد کان ننڍو هوندو آهي، اِها اَسان کي ڄاڻ آهي. ساڳئي نموني منتق آهي، اِها اَسانکي ڄاڻ آهي. ساڳئي نموني منتق عدد ۾ اَنس ۽ ڇيد کي ڪنهن غير - ٻڙي عدد سان ضرب ڪرڻ سان اُن جو ملهه ساڳيو رهي ٿو مثال. مثال : $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}, \ (k \neq 0)$

مثال (1) $\frac{5}{4}$ ۽ $\frac{2}{3}$ ۾ ننڍ - وڏائي ٻڌايو $>$، $=$، $<$ نشاني اِستعمال ڪريو.

حل : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ $\qquad$ $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$

$\frac{15}{12} > \frac{8}{12} \qquad \therefore \frac{5}{4} > \frac{2}{3}$

مثال (2) $\frac{4}{5}, \frac{-7}{9}$ منتق عددن جي ڀيٽ ڪريو .

حل : ڪاٽو عدد هميشهہ واڌ عدد کان گهٽ هوندو آهي. مطلب $-\frac{7}{9} < \frac{4}{5}$

ٻن ڪاٽو عددن جي ڀيٽ ڪرڻ لاءِ

a, b اِهي واڌ عدد آهن ۽ $a<b$ تہ $-a<-b$ ٿيندو.

$$\left\{\begin{array}{l} 2 < 3 \text{ پر } -2 > -3 \\ \frac{5}{4} < \frac{7}{4} \text{ پر } \frac{-5}{4} > \frac{-7}{4} \end{array}\right.$$

اهي عدد - ليڪ تي ڪڍي جاچ ڪريو.

مثال (3) $\frac{-5}{2}, \frac{-7}{3}$ اِنهن جي ڀيٽ ڪريو.

حل : پهرياٽين $\frac{5}{2}$ ۽ $\frac{7}{3}$ جي ڀيٽ ڪريون

$$\frac{7}{3} = \frac{7\times2}{3\times2} = \frac{14}{6}\ , \qquad \frac{5}{2} = \frac{5\times3}{2\times3} = \frac{15}{6} \quad \text{۽} \quad \frac{14}{6} < \frac{15}{6}$$

$$\therefore \frac{7}{3} < \frac{5}{2} \qquad \therefore \frac{-7}{3} > \frac{-5}{2}$$

مثال (4) $\frac{6}{10}$ ۽ $\frac{3}{5}$ اِهي منتق عدد آهن. اِنهن جي ڀيٽ ڪريو.

حل : $\frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \therefore \quad \frac{6}{10} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{3}{5}$

منتق عددن جي ڀيٽ ڪرڻ وقت هيٺ ڏنل قاعدا ڪمائتا آهن.

$\frac{a}{b}$ ۽ $\frac{c}{d}$ منتق عددن ۾ جيڪڏهن b ۽ d واڌو آهن تہ

(1) جيڪڏهن $a\times d < b\times c$ تہ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

(2) جيڪڏهن $a\times d = b\times c$ تہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(3) جيڪڏهن $a\times d > b\times c$ تہ $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

آيياس 1.2

1. هيٺ ڏنل منتق عددن وچ ۾ نند - وڏائي مقرر ڪريو.

(1) $-7, -2$ (2) $0, \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7}, 0$ (4) $\frac{-5}{4}, \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29}, \frac{141}{29}$

(6) $-\frac{17}{20}, \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$

ڄاڻي وٺون

منتق عددن جو ڏهائي روپ (Decimal representation of rational numbers)

منتق عدد ۾ اُنهن کي ڇيد سان ونڊ ڪرڻ وقت اُن عدد جو ڏهائي روپ ملي ٿو مثال $1.75 = \frac{7}{4}$ هتي 7 کي 4 سان ونڊ ڪرڻ پاڇي ٻڙي ملي ٿي ونڊ پوري ٿي.

منتق عدد جي آهڙي روپ ڪان اَڻ ورائتو ڏهائي روپ چئجي ٿو. اَسان کي ڄاڻ آهي تہ هرهڪ منتق A عدد کي وارائتو ڏهائي اَڱپور ۾ لکي سگهجي ٿو.

مثال ، (2) $\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\dot{3}$ (1) $\frac{7}{6} = 1.1666... = 1.1\dot{6}$

(3) $\frac{-5}{3} = -1.666... = -1.\dot{6}$

(4) $\frac{22}{7} = 3.142857142857... = 3.\overline{142857}$ (5) $\frac{23}{99} = 0.2323... = 0.\overline{23}$

تيئن $\frac{7}{4} = 1.75 = 1.75000... = 1.75\dot{0}$ وانگر ٻڙي جو اُپيوگ ڪري اَڻ ورائتي ڏهائي روپ کي ورائتي ڏهائي اڱپور ۾ لکي سگهجي ٿو.

اَڀياس 1.3

1. هيٺيان منتق عدد ڏهائي اَڱپور ۾ لکو.

(1) $\frac{9}{37}$ (2) $\frac{18}{42}$ (3) $\frac{9}{14}$ (4) $\frac{-103}{5}$ (5) $-\frac{11}{13}$

ڄاڻي وٺون

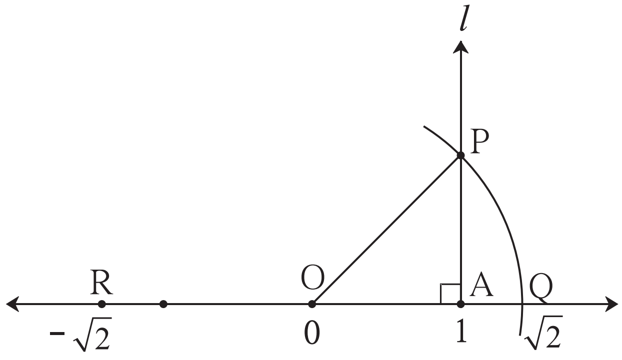
غير منتق عدد (Irrational numbers)

عدد ليڪ تي منتق عددن کان سواءِ ٻيا عدد بہ هوندا آهن اُنهن کي غير - مناتق عدد چئبو آهي $\sqrt{2}$ اِهو غير منتق عدد آهي اَسان $\sqrt{2}$ اِهو عدد عدد - ليڪ تي ڏيکاريندا سين.

- عدد - ليڪ تي ٽيڪو A اِهو عدد 1 آهي اِن ٽيڪي A تي ليڪ مٿان عمود ڪيو. اِن عمودي ليڪ جو نالو l ڏيو ليڪ l تي ٽيڪو P آهڙي نموني ڪٽو جيئن OA=AP= 1
- ٽڪرOP ڪيو هاڻي $\triangle OAP$ هڪ ڳوني ڪنڊ ٽڪندو تيار ٿيو.

پائٿاگورس سڌانت موجب

$$OP^2 = OA^2 + AP^2$$
$$= 1^2 + 1^2 = 1+1 = 2$$
$$OP^2 = 2$$



- هاڻي مرڪز O ۽ نيم قطر OP کڻي هڪ ڪمان (ٻنهي پاسن جو ٻيو مول) ڪڍو. اِها ڪمان - عدد - ليڪ تي جنهن ٽٻڪي وٽ ڪپي اُن ٽٻڪي کي Q نالو ڏيو. OQ مفاصلو $\sqrt{2}$ آهي.

مطلب $\sqrt{2}$ اِهو عدد عدد-ليڪ تي Q وٽ ڏيکاريل آهي.

OQ اِهو مفاصلو کڻي هاڻي O ٽٻڪي جي کاٻي طرف ڪمپاس جي مدد سان ٽٻڪو R حاصل ڪريو. اِهو ٽٻڪو R هاڻي $\sqrt{2}$ عدد ڏيکاري ٿو.

$\sqrt{2}$ اِهو غيرمنتق عدد آهي. اِهو اَسان ايندڙ درجي ۾ ثابت ڪنداسين.

ڌيان ڏيو :

گذريل درجي ۾ اَسان سکيو آهي تہ π اِها منتق عدد نہ آهي. مطلب اِها غير منتق عدد آهي پر وهنوار ۾ اِن جو ملهہ $\frac{22}{7}$ يا 3.14 ڪڻنداا آهيون پر $\frac{22}{7}$ يا 3.14 اِهي عدد منتق آهن.

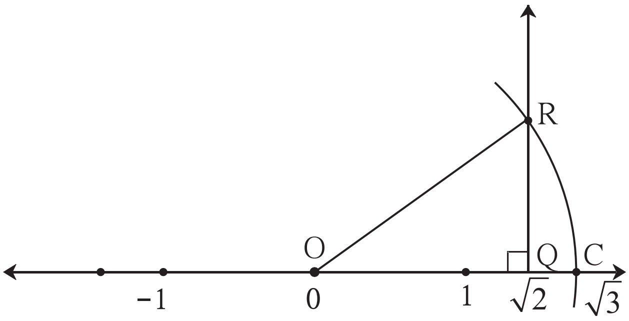
سڀ منتق عدد عدد - ليڪ تي ڏيکاري سگهجن ٿا. جيڪي عدد عدد - ليڪ تي ٽٻڪن وسيلي ڏيکاري سگهجن ٿا. اُنهن کي حقيقي عدد چئبو آهي. اَسان کي ڄاڻ آهي تہ سڀ منتق عدد حقيقي عدد آهن. ساڳئي نموني سڀ غير منتق عدد بہ حقيقي عدد آهن.

$\sqrt{2}$ اهو عدد غير منتق آهي. $3\sqrt{2}$, $7 + \sqrt{2}$, $3 - \sqrt{2}$ اِهي سڀ غير منتق عدد آهن چو تہ $3\sqrt{2}$ کي اَسين منتق چونداسين تہ $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ کي پڻ منتق عدد چوڻو پوندو پر اِهو صحيح نہ آهي منتق عدد عددي ليڪ تي ڪيئن ڏيکارجن اهو اسين ڏٺو. $\sqrt{2}$ وانگر ئي اَسان غير منتق عدد $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ . . . وغيرهہ عدد ليڪ تي ڏيکاري سگهون ٿا.

اَڀياس 1.4

1. $\sqrt{2}$ اِهو عدد ليڪ تي ڏيکاريل آهي اُن جي آڌار تي $\sqrt{3}$ ڪڍڻ جو نمونو هيٺ ڏاڪن ۾ ڏنل آهي. اُنهن ۾ خالي ڇڏيل جڳهيون ڀري مشغولي پوري ڪريو.

مشغولي :



- عدد .... ليڪ تي ٽپڪو Q ڪنيل آهي.
- Q تي هڪ عمودي ليڪ ڪڍيل آهي.

اُن ليڪ تي ايڪو ڏيکاريندڙ ٽپڪو R آهي.

- OR جوڙڻ سان ٺهندڙ ڪنڊ

ٽڪنڊو $\triangle ORQ$ هلي ٿو.

- $l(OQ) = \sqrt{2}$, $l(QR) = 1$

∴ پائٿاگورس سڌانت موجب

$$[l(OR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

$$= \square^2 + \square^2 = \square + \square$$

$$= \square \qquad \therefore\ l(OR) = \square$$

OR اهو مفاصلو ڪٽي عدد ليڪ تي ڪمان ڏاڻهن ٽپڪي وٽ ڪپي ٿي، اُن کي نالو C ڏيو. هاڻي ٽپڪو $\sqrt{3}$ ڏيکاريندڙ ٽپڪو آهي.

2. عدد ليڪ تي $\sqrt{5}$ ڏيکاريو .

3.★ عدد - ليڪ تي $\sqrt{7}$ ڏيکاريو

جواب

اڀياس 1.1

2. (1) $\frac{-10}{4}$ (2) C (3) صحيح

اڀياس 1.2

1. (1) $-7 < -2$ (2) $0 > \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7} > 0$ (4) $\frac{-5}{4} < \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29} < \frac{141}{29}$

(6) $\frac{-17}{20} < \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12} > \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8} < \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15} > \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11} > \frac{-3}{4}$

اڀياس 1.3

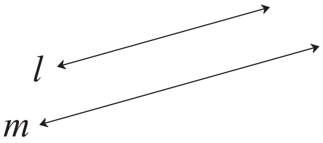
(1) $0.\overline{243}$ (2) $0.\overline{428571}$ (3) $0.6\overline{428571}$ (4) -20.6

(5) $-0.\overline{846153}$

E1ESC3

2 پوروچوٽ ليڪون ۽ چيدڙي

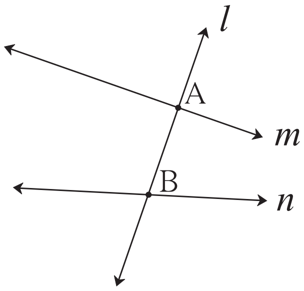
ذرا ياد ڪريو



هڪ سطح ۾ به ليڪون جيڪي هڪ ٻئي کي نه ٽيون ڪپين، اُنهن کي پوروچوٽ ليڪون چئبو آهي. ليڪ l ۽ ليڪ m اِهي پوروچوٽ ليڪون آهن اِهو ليڪ m || ليڪ l ائين لکبو آهي.

ڄاڻي وٺون

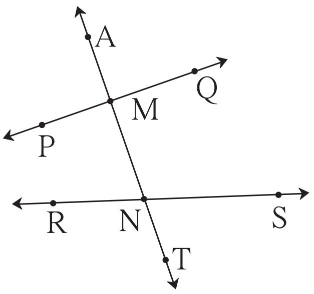
چيدڙي (Transversal)



پر واري شڪل ۾ ليڪ m ۽ ليڪ n اِنهن کي ليڪ l سلسليوار ٽپڪن A ۽ B وٽ ڪپي ٿي. ليڪ l کي ليڪ m ۽ ليڪ n جي چيدڙي چئبو آهي.

جيڪڏهن هڪ ليڪ ڏنل ٻن ليڪن کي اَلڳه ٽپڪن وٽ ڪپي ٿي ته اُن ليڪ کي اُنهن ٻن ليڪن جي چيدڙي چئبو آهي.

چيدڙي وسيلي ٺهيل ڪندون (Angles made by transversal)



پر واري شڪل ۾ چيدڙي وسيلي ٽپڪي M وٽ چار ڪندون ۽ ٽپڪي N وٽ چار ڪندون اَهڙي نموني اَٺ ڪندون تيار ٿين ٿيون. اَنن ڪندن مان هرهڪ ڪنڊ جو هڪ پاسو چيدڙي مٿان آهي ۽ ٻيون پاسو ٻنهي ليڪن مان، هڪ ليڪ مٿان آهي. اِنهن پاسن جو اِستعمال ڪري ڪندن جا جوڙا مقرر ڪنداسين.

• نسبتي ڪندون (Corresponding angles)

جنهن جوڙي ۾ ڪندن جو چيدڙي ۽ وارو پاسو هڪ ئي طرف هجي ۽ چيدڙي تي نه هوندڙ پاسو چيدڙي ۽ جي هڪ پاسي هجي اُنهن کي نسبتي ڪندون چئبو آهي.

• اندريون ڪندون (Interior angles)

جنهن جوڙي ۾ ڪنڊ ڏنل ٻنهي ليڪن اَندر پاسا آهن ۽ چيدڙي ۽ جي هڪ پاسي پاسا آهن اُنهن کي اَندريون ڪندون چئبو آهي.

متي ڏنل شڪل ۾ نسبتي ڪنڊن جا جوڙا

(i) ∠AMP ۽ ∠MNR

(ii) ∠PMN ۽ ∠RNT

(iii) ∠AMQ ۽ ∠MNS

(iv) ∠QMN ۽ ∠SNT

متي ڏنل شڪل ۾ اندرين ڪندن جا جوڙا

(i) ∠PMN ۽ ∠MNR

(ii) ∠QMN ۽ ∠MNS

• متبدل ڪنڊون (Alternate angles)

جنهن جوڙي ۾ ڪنڊ جا پاسا چيدڪيءَ جي اُبتڙ طرف هجن ۽ چيدڪيءَ تي هونديءَ پاسا اُبتڙ طرف ۾ هجن، اُنهن کي متبدل ڪنڊون چئبو آهي. ڏنل شڪل ۾ اَندرين متبدل ڪندن ۽ ٻاهرين متبدل ڪندن جا جوڙا ڏيکاريل آهن.

اَندريون متبدل ڪنڊون
(ليڪن جي اَندرئين پاسي ڪنڊون)

(i) ∠PMN ۽ ∠MNS

(ii) ∠QMN ۽ ∠RNM

ٻاهريون متبدل ڪنڊون
(ليڪن جي ٻاهرئين پاسي ڪنڊون)

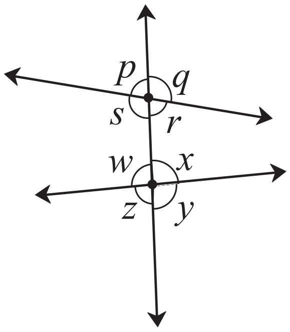
(i) ∠AMP ۽ ∠TNS

(ii) ∠AMQ ۽ ∠RNT

اَڀياس 2.1

1. پرواري شڪل ڏسو ۽ اُن آڌار تي خالي چوڪندا پريو .

نسبتي ڪنڊن جا جوڙا .



(1) ∠p ۽ ☐ (2) ∠q ۽ ☐

(3) ∠r ۽ ☐ (4) ∠s ۽ ☐

اَندرين متبدل ڪندن جا جوڙا

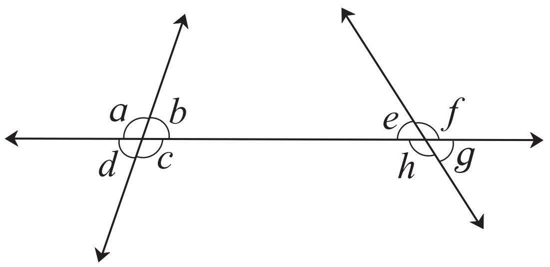
(5) ∠s ۽ ☐ (6) ∠w ۽ ☐

2. پر واري شڪل ڏسو. هيٺ ڏنل ڪندن جا جوڙا لکو

(1) اندريون متبدل ڪنڊون

(2) نسبتي ڪنڊون

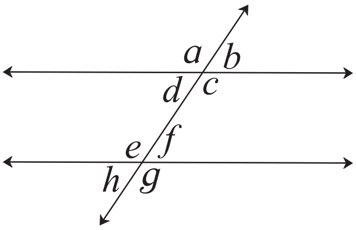
(3) اندريون ڪنڊون



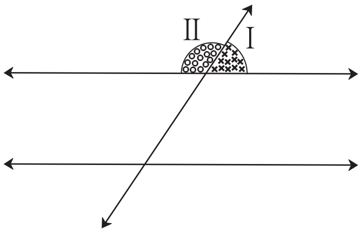
چاڪي وٺون

پوروچوٽ ليڪن ۽ چيدڙي وسيلي ٺهيل ڪندن جون خاصيتون
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

مشغولي (I) : شڪل Aموجب ڪاپيءَ تي ٻہ پوروچوٽ ليڪون ۽ اُنهن جي هڪ چيدڙي ڪيڏو ٽريس پني جي مدد سان هڪ نمونو هڪ ڪوري پني تي ڪيڏو. شڪل B اَنوسار پاڱو I ۽ پاڱو II اِنهن کي جدا جدا رنگ ڏيو. اهي ٻئي پاڱا ڪئنچي سان ڪٽيو.



(A)



(B)

پاڱو I ۽ پاڱو II اِهي ليڪي جوڙي جون ڪندون آهن هاڻي پاڱو I ۽ پاڱو II اهي شڪل A ۾ اَٺن ڪندن مان هرهڪ ڪند تي رکو.

ڪهڙيون ڪندون پاڱي I سان ٺهڪي اَچن ٿيون؟

ڪهڙيون ڪندون پاڱي II سان ٺهڪي اَچن ٿيون؟

ڏسبو تہ $\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$, چو تہ اهي ڪندون پاڱي I سان ٺهڪي اَچن ٿيون.

$\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$, چو تہ اهي ڪندون پاڱي II سان ٺهڪي اَچن ٿيون.

(1) $\angle a \cong \angle e,\ \angle b \cong \angle f,\ \angle c \cong \angle g,\ \angle d \cong \angle h$

(اهي نسبتي ڪندن جا جوڙا آهن)

(2) $\angle d \cong \angle f$ ۽ $\angle e \cong \angle c$ (اهي اندرين متبدل ڪندن جا جوڙا آهن)

(3) $\angle a \cong \angle g$ ۽ $\angle b \cong \angle h$ (اهي اندرين ڪندن جا جوڙا آهن)

(4) $m\angle c + m\angle f = 180^\circ$ ۽ $m\angle d + m\angle e = 180^\circ$

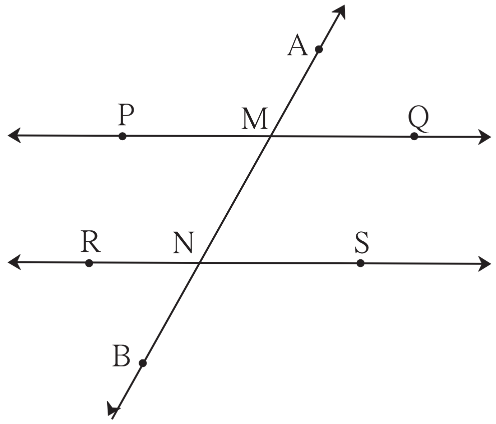
(اهي ٻاهرين ڪندن جا جوڙا آهن)

اچو تہ چرچا ڪريون

ٻن پوروچوٽ ليڪن ۽ اُنهن جي هڪ چيدڙي وسيلي اَٺ ڪندون تيار ٿينديون آهن. اِنهن اَٺن ڪندن مان ڪنهن بہ هڪ ڪند جي ماپ ڏنل هوندي تہ ڇا باقي ستن ڪندن جون ماپون لهي سگهبيون؟

چاڪي وٺون

(1) نسبتي ڪنڊن جون خاصيتون (Property of corresponding angles)



پوروچوٽ ليڪن ۾ چيدڪيءَ وسيلي ٺاهيل نسبتي ڪنڊن ۾ هرهڪ جوڙي جون نسبتي ڪنڊون ٺهڪندڙ هونديون آهن. پر واري شڪل ۾ RS II PQ آهي AB اِها چيدڪي آهي تہ

نسبتي ڪنڊون

$\angle PMN \cong \angle RNB$ $\angle AMP \cong \angle MNR$

$\angle QMN \cong \angle SNB$ $\angle AMQ \cong \angle MNS$

(2) متبدل ڪنڊن جون خاصيتون (Property of alternate angles)

پوروچوٽ ليڪن ۾ چيدڪي وسيلي ٺهيل متبدل ڪنڊن ۾ هرهڪ جوڙي جون متبدل ڪنڊون ٺهڪندڙ هونديون آهن.

ٻاهريون ڪنڊون	اندريون ڪنڊون
$\angle AMP \cong \angle SNB$	$\angle PMN \cong \angle MNS$
$\angle AMQ \cong \angle RNB$	$\angle QMN \cong \angle MNR$

(3) اندرين ڪنڊن جون خاصيتون (Property of interior angles)

پوروچوٽ ليڪن ۾ چيدڪي وسيلي ٺهيل اندرين متبدل ڪنڊن ۾ هرهڪ جوڙي جي ڪنڊن جي ماپ جو جوڙ 180° هوندو آهي.

اندريون ڪنڊون

$m\angle PMN + m\angle MNR = 180^\circ$

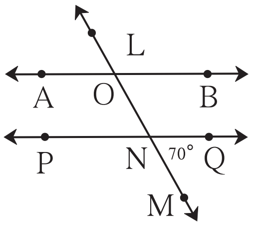
$m\angle QMN + m\angle MNS = 180^\circ$

حل ڪيل مثال

مثال (1) پر واري شڪل ۾ ليڪ AB II PQ

ليڪ LM چيدڪي آهي تہ $m\angle MNQ = 70^\circ$

آهي تہ $\angle AON$ لهو.



طريقو I

$m\angle MNQ = m\angle ONP = 70^\circ$ ..... (مخالفت ڪنڊون)

$m\angle AON + m\angle ONP = 180^\circ$ ....(اندريون ڪنڊون)

$\therefore\ m\angle AON = 180^\circ - m\angle ONP$

$= 180^\circ - 70^\circ$

$= 110^\circ$

طريقو II

$m\angle MNQ = 70^\circ$

$\therefore\ m\angle NOB = 70^\circ$...(نسبتي ڪنڊون)

$m\angle AON + m\angle NOB = 180^\circ$

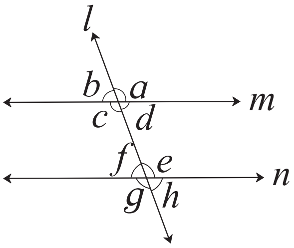
$\therefore\ m\angle AON + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ m\angle AON = 110^\circ$

(اِجا بہ ٻئي طريقي سان جواب لهي سگهجي ٿو.)

مثال (2) پر واري شڪل ۾ ليڪ n || ليڪ m ليڪ l چيدڪي آهي.

جيڪڏهن $m\angle b = (x + 15)^\circ$ ۽ $m\angle e = (2x + 15)^\circ$ آهي x جو ملهه لهو.



حل : $\angle b \cong \angle f$ .... (نسبتي ڪندون) $\therefore m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$

$m\angle f + m\angle e = 180^\circ$ .... (ليڪي جوڙو)

$\therefore 3x + 30 = 180^\circ$ $\qquad x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ$

$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ$ .... (ٻنهي پاسن کان 30 ڪٽ ڪري)

$x = \dfrac{150}{3}^\circ$ .... (ٻنهي پاسي 3 کان ونڊ ڪري)

$\therefore x = 50^\circ$

اِهو مان سمجهو

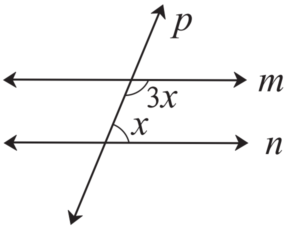
ٻن پورووچوٽ ليڪن کي چيدڪي ڪري لهو ڪندن مان

- نسبتي ڪندون ٺهڪندڙ هونديون آهن.
- متبدل ڪندون لهندڙ هونديون آهن.
- اَندرين ڪندن ۾ هرهڪ جوڙو مطلب اُهي تتمه ڪندون هوندو آهي.

اَڀياس 2.2

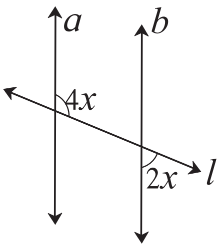
1. مناسب جواب چونڊيو

(1) پر واري شڪل ۾ ليڪ n || ليڪ m ۽ ليڪ p چيدڪي آهي
تہ x جو ملهه ڪيترو؟



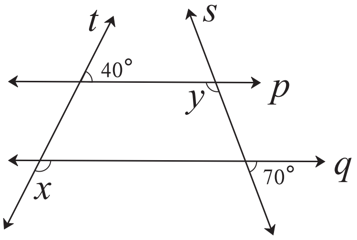
(A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°

(2) پرواري شڪل ۾ ليڪ b || ليڪ a ۽ ليڪ l سندن چيدڪي آهي.
تہ x جو ملهه ؟

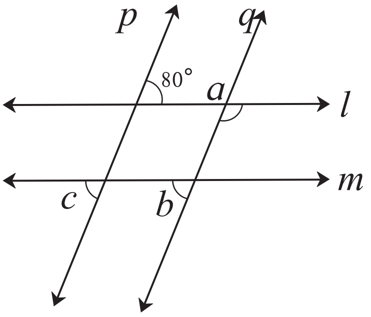


(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

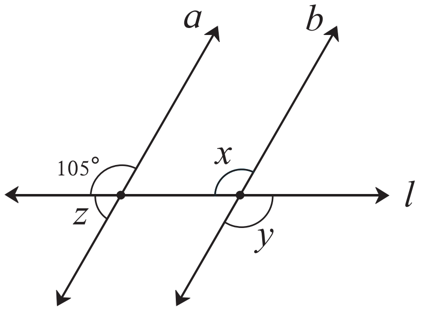
2. پرواري شڪل ۾ ليڪ q || ليڪ p ۽ ليڪ t چيدڪي آهي ڏنل ماپن جي آڌار تي $\angle x$ ۽ $\angle y$ لهو.



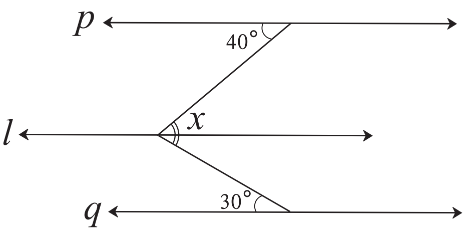
3. پرواري شڪل ۾ ليڪ q || ليڪ p ۽ ليڪ l || ليڪ m آهي ڏنل ماپن تي $\angle a, \angle b, \angle c$ ماپون لهو.



4★. پرواري شڪل ۾ ليڪ b || ليڪ a ۽ ليڪ f چيدڪي آهي. ڏنل ماپن آڌار تي $\angle x, \angle y, \angle z$ جون ماپون لهو.



5★. پرواري شڪل ۾ ليڪ l || ليڪ q || ليڪ p ڏنل ماپن مان $\angle x$ جي ماپ لهو.



وڌيڪ ڄاڻ لاءِ :

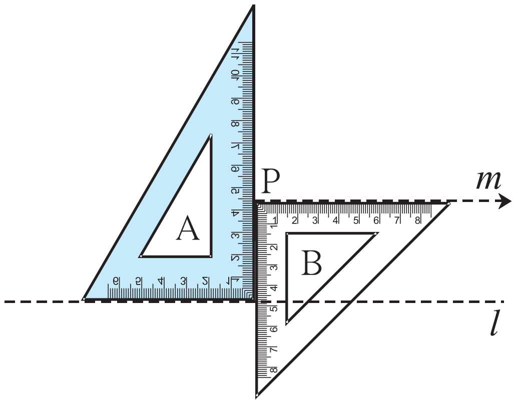
ڄڏهن ڪا چيدڪي ٻن ليڪن کي ڪپي ٿي تڏهن ٺهندڙ ڪندن مان

- نسبتي ڪندون ٺهڪندڙ آهن ته اُهي ٻئي ليڪون پورروچوٽ هونديون آهن.
- متبدل ڪندون ٺهڪندڙ آهن ته اُهي ليڪون پورروچوٽ هونديون.
- اَندريون ڪندون تتمه آهن ته اُهي ليڪون پورروچوٽ هونديون.

ڏنل ليڪ جي پورروچوٽ ليڪ ڪڍڻ (To draw a line parallel to the given line)

جوڙجڪ (I) ڏنل ليڪ ٻاهران ٽٻڪي مان گونيا وسيلي ڏنل ليڪ جي پورروچوٽ ليڪ ڪڍڻ

طريقو I : جوڙجڪ جا ڏاڪا



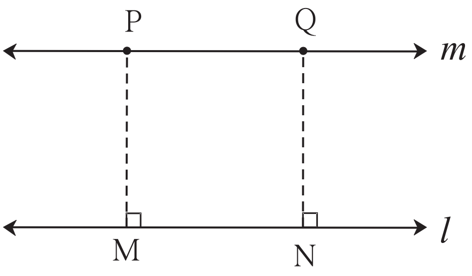
(1) ليڪ 1 ڪڍو (2) ليڪ l ٻاهر ٽٻڪو P ڪڍو

(3) شڪل ۾ ڏيکاريل موجب ٻه گونيا A ۽ B هڪ ٻئي سان لڳولڳ رکو. گونيا B جي ڪنار ٽٻڪي P مٿان آهي. اُن مٿان ليڪ ڪڍو.

(4) اُن ليڪ کي m نالو ڏيو.

(5) ليڪ m اِها ليڪ l جي پورروچوٽ آهي.

طريقو II : جوڙجڪ جا ڏاڪا



(1) ليڪ l ڪڍو اُن کان ٻاهر ٽٻڪو p ڪڻو.

(2) ٽٻڪي p وٽان ليڪ l تي عمود PM ڪڍو.

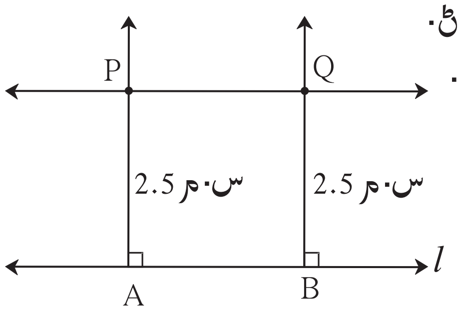
(3) ليڪ l مٿان هڪ ٻيو ٽٻڪو N ڪڻو.

(4) ليڪ N مان ٽڪر NQ ڪڍو جيڪو ليڪ l تي عمود هجي جيئن NQ=MP هجي.

(5) P ۽ Q مان لنگهندڙ ليڪ ، اها ليڪ l جي پورروچوٽ آهي.

جوڙجڪ (II) : ليڪ کان ڏنل مفاصلي موجب پورروچوٽ ليڪ ڪڍڻ.

طريقو : ليڪ l کان 3.5 س.م. مفاصلي تي پورروچوٽ ليڪ ڪڍو.



جوڙجڪ جا ڏاڪا :

(1) ليڪ l ڪڍو. (2) ليڪ l مٿان ٽٻڪا B ۽ A ڪڻو.

(3) ليڪ l تي ٽٻڪن A ۽ B وٽ عمود ڪڍو.

(4) اِنهن ٻنهي عمودن تي ليڪ l کان 3.5 س.م. مفاصلو ڪٽي، اُنهن تي ٽٻڪا P ۽ Q ڪڻو.

(5) ليڪ PQ ملايو. (6) ليڪ l اها 3.5 س.م مفاصلي تي ليڪ l جي پورروچوٽ آهي.

آپياس 2.3

(1) ليڪ l ڪڍو اُن جي ٻاهر ٽٻڪو A ڪٽي، A مان لنگهندڙ ليڪ ڪڍو جا ليڪ l جي پورروچوٽ هجي.

(2) ليڪ l ڪڍو اُن جي ٻاهر ٽٻڪو T ڪڻو ٽٻڪي T مان لنگهندڙ ليڪ l جي پورروچوٽ هڪ ليڪ ڪڍو.

(3) ليڪ m کان 4س.م. مفاصلي تي ليڪ l جي پورروچوٽ ليڪ ڪڍو.

جواب

آپياس 2.1 1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$

2. (1) $\angle c$ ۽ $\angle e$, $\angle b$ ۽ $\angle h$ (2) $\angle a$ ۽ $\angle e$, $\angle b$ ۽ $\angle f$, $\angle c$ ۽ $\angle g$, $\angle d$ ۽ $\angle h$

(3) $\angle c$ ۽ $\angle h$, $\angle b$ ۽ $\angle e$.

آپياس 2.2 1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140°$, $\angle y = 110°$

3. $\angle a = 100°$, $\angle b = 80°$, $\angle c = 80°$

4. $\angle x = 105°$, $\angle y = 105°$, $\angle z = 75°$

5. $\angle x = 70°$

3 قوت نمائون ۽ ٽيون مول

ذرا ياد ڪريو

گذريل درجي ۾ اَسان قوت نمائون ۽ اُنهن جي قاعدن جو اَڀياس ڪيو آهي.

- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ اها ضرب واري عدد اسان ٿوري ۾ 2^5 ۾ لکندا آهيون هتي 2 پايو ۽ 5 قوت نما آهي.
- قوت نمائن جا قاعدا : m ۽ روپ ۾ جتي m ۽ n سچا اَنگي عدد آهن.

$$\text{(i) } a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{(ii) } a^m \div a^n = a^{m-n} \quad \text{(iii) } (a \times b)^m = a^m \times b^m \quad \text{(iv) } a^0 = 1$$

$$\text{(v) } a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \text{(vi) } (a^m)^n = a^{mn} \quad \text{(vii) } \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \text{(viii) } \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

- قوت نمائن جا قاعدا واپرائي خال ڀريو.

$$\text{(i) } 3^5 \times 3^2 = 3^{\square} \quad \text{(ii) } 3^7 \div 3^9 = 3^{\square} \quad \text{(iii) } (3^4)^5 = 3^{\square}$$

$$\text{(iv) } 5^{-3} = \frac{1}{5^{\square}} \quad \text{(v) } 5^0 = \square \quad \text{(vi) } 5^1 = \square$$

$$\text{(vii) } (5 \times 7)^2 = 5^{\square} \times 7^{\square} \quad \text{(viii) } \left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{\square^3}{\square^3} \quad \text{(ix) } \left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$$

چاڪي وٺون

قوت نما منتق عدد جو مطلب (The number with rational index)

(I) قوت نما $\frac{1}{n}$ ان منتق عدد جو مطلب عددن جون قون نمائون $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}$ روپ ۾ منتق عدد هجڻ تہ اِنهن جو مطلب سمجهنداسين. ڪنهن عدد جي ٻي سگهہ لکڻ وقت

قون نما 2 لکبو آهي ۽ اُن عدد جو ٻيو مول لکڻ وقت اُن جي قوت نما $\frac{1}{2}$ لکبي آهي

مثال 25 جو ٻيو مول لاءِ اَسان $\sqrt{\ }$ نشاني ڪم آڻي $\sqrt{25}$ ائين لکندا آهيون. قوت نما جي روپ ۾ اُها $25^{\frac{1}{2}}$ ائين لکبي مطلب $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$

اسان a عدد جي ٻي سگهہ a^2 ڪري لکندا آهيون تہ a جو ٻيو مول $\sqrt[2]{a}$ يا $\sqrt{a}$ يا $a^{\frac{1}{2}}$ ائين لکجي تو. ساڳئي نموني عدد a جي ٽين سگهہ a^3 لکبي آهي تہ a جو ٽيون مول $\sqrt[3]{a}$ يا $a^{\frac{1}{3}}$ ائين لکبو.

جيئن، $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

∴ 64 جو ٽيون مول $\sqrt[3]{64}$ يا $(64)^{\frac{1}{3}}$ لکبو، مطلب $64^{\frac{1}{3}} = 4$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$. مطلب 3 جي 5 سگهه 243 آهي.

اُن جي اُبتڙ 243 جو پنجون مول $(243)^{\frac{1}{5}}$ آهي. اهو ائين $\sqrt[5]{243}$ لکبو $(243)^{\frac{1}{5}} = 3$ ∴

مثال، (i) $128^{\frac{1}{7}} = 128$ جو ستون مول، (ii) $900^{\frac{1}{12}} = 900$ جو ٻارهون مول وغيره.

ڌيان رکو $10^{\frac{1}{5}} = x$ مطلب $x^5 = 10$.

اَڀياس 3.1

.1 قوت نما روپ ۾ لکو.

(1) 13 جو پنجون مول (2) 9 جو ڇهون مول 256 جو ٻيون مول

(4) 17 جو ٽيون مول (5) 100 جو اَٺون مول (6) 30 جو ستون مول.

.2 هيٺ ڏنل قوت نما روپ عددن ۾ ڪهڙو عدد ڪنهن جو مول آهي

(1) $(81)^{\frac{1}{4}}$ (2) $49^{\frac{1}{2}}$ (3) $(15)^{\frac{1}{5}}$ (4) $(512)^{\frac{1}{9}}$ (5) $100^{\frac{1}{19}}$ (6) $(6)^{\frac{1}{7}}$

(II) عدد جي قوت نما $\frac{m}{n}$ روپ ۾ هجي ته اُن جو مطلب آسان ڪي جاچ آهي

اسانکي جاچ آهي ته $8^2 = 64,$ ملندو.

64 جو ٽيون مول ڪڍبو ته $(64)^{\frac{1}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 4$ ملندو.

مطلب ته 8 جي ٻي سگهه جو ٽيون مول =4- (I)

ساڳئي نموني 8 جو ٽيون مول 2 آهي.

8 جي ٽئين مول جي ٻي سگهه $\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$ (II)

هاڻي $\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$ اِن مان $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8^{\frac{2}{3}}$ ملي سگهندو.

جيڪي به قاعدا قوت نمائن جا آهي، اُهي ساڳيا قاعدا قوت نمائي منتق عددن سان لاڳو ٿيندا.

∴ $((a^m)^n = a^{mn})$ اِن قاعدي مان $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8^{\frac{2}{3}}$ ملندو.

اِن مان $8^{\frac{2}{3}}$ جا ٻه مطلب نڪرندا.

(i) $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 8$ جي ٻي سگهه جو ٽيون مول (ii) $8 = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8$ ٽئين مول جي ٻي سگهه.

اِن نموني $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{4}\right)^{\frac{1}{5}}$ جو مطلب ٿيندو 27 جي چوٿين سگهه جو پنجون مول ۽

يعني $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{\frac{1}{5}}\right)^{4}$ 27 جي پنجين مول جي چوٿين سگهه

رواجي نموني $a^{\frac{m}{n}}$ اِن عدد کي ٻن روپن ۾ پيش ڪري سگهجي ٿو.

$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{m}\right)^{\frac{1}{n}}$ مطلب a جي m سگهه جو n مول

$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{m}$ مطلب a جي n مول جي m سگهه

اَڀياس 3.2

1. هيٺين تختو پورو ڪريو.

نمبر	عدد	ڪهڙي مول جي سگهه ڪهڙي	ڪهڙي سگهه ڪهڙو مول
(1)	$(225)^{\frac{3}{2}}$	225 جي ٻئين مول جي ٽين سگهه	225 جي ٽين سگهه جو ٻيون مول
(2)	$(45)^{\frac{4}{5}}$		
(3)	$(81)^{\frac{6}{7}}$		
(4)	$(100)^{\frac{4}{10}}$		
(5)	$(21)^{\frac{3}{7}}$		

2. هيٺ ڏنل منتق عدد قوت نما روپ ۾ لکو

(1) 121 جي پنجين سنگهه جو ٻيو مول (2) 324جي چوٿين مول جي ٽين سگهه

(3) 214 جي ٻي سگهه جو پنجون مول (4) جي ٽئين مول جي ٽين سگهه

ذرا ياد ڪريو

- $16 = 4 \times 4$ مطلب $16 = 4^2$، ساڳئي نموني $(-4) \times (-4)$ مطلب $16 = (-4)^2$ مطلب 16 جو ٻيون مول هڪ واڌو آهي ۽ هڪ ڪاٽو يعني 16 جو واڌ ٻيو مول $\sqrt{16}$ ۽ 16 جو ڪاٽو ٻيو مول $\sqrt{16}-$ اِئين ڏيکاربو
- هر هڪ واڌو عدد جا ٻہ ٻيا مول ٿيندا آهن.
- ٻڙيءَ جو ٻيو مول ٻڙي ئي ٿيندو آهي.

چاڪي وٺون

ٽين سگهه (ڪعب) ۽ ٽيون مول (ڪعب مول) (Cube and Cube Root)

ڪنهن به عدد کي ٽي دفعا ڪٽي ضرب ڪري ملندڙ عدد اُن ڪنيل عدد جي ٽين سگهه ڪعب آهي.

مثال، $216 = 6^3 = 6 \times 6 \times 6$. مطلب 216 اِهو عدد 6 جي ٽين سگهه آهي

منتق عددن جي ٽين سگهه لهڻ.

مثال (1) 17 جي ٽين سگهه لهو

$17^3 = 17 \times 17 \times 17$

$= 4913$

مثال (2) (-6) جي ٽين سگهه لهو

$(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$

$= -216$

مثال (3) $\left(-\frac{2}{5}\right)$ جي ٽين سگهه لهو

$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$

$= -\frac{8}{125}$

مثال (4) (1.2) جي ٽين سگهه لهو

$(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2$

$= 1.728$

مثال (5) (0.02) جي ٽين سگهه لهو

$(0.02)^3 = 0.02 \times 0.02 \times 0.02$

$= 0.000008$

ذرا دماغ هلايو

مثال (1) ۾ 17 واڌو عدد آهي ۽ اُن جي ٽين سگهه 4913 اِها واڌو آهي.

مثال (2) ۾ -6 جي ٽين سگهه -216 آهي. ٻيا عدد واڌو ۽ ڪاٽو ڪٽي اُنهن جي ٽين سگهه لهو. اُنهن عددن جي نشاني ۽ اُنهن جي ٽين سگهن جي نشاني ۾ ڪهڙو لاڳاپو آهي. اُهو ڳولهيو.

مثال(4) ۽ (5) ۾ ڏنل طدد ڏهاڱي اڱپور وارا آهن اَهڙي ڏهائي اڱپورن جا مثال ڪٽو ۽ اُنهن عددن ۽ اُنهن جي ٽين سگهن ۾ ڪهڙو لاڳاپو آهي.

ٽيون مول لهڻ

اَسان ٻيو مول لهڻ لاءِ جزا طريقو ڪم آڻڻ سکيو آهي. ساڳيو طريقو اَسان ٽيون مول لهڻ لاءِ ڪم آڻيندا اسين.

مثال (1) 216 جو ٽيون مول لهو.

پهريائين 216 جا مفرد جزا لهو. $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

3،2 اِهي جزا ٽي دفعا آيل آهن اُهي فقط هڪ دفعو ڪٽي گروپ ٺاهيو.

$\therefore\ 216 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \qquad = (3 \times 2)^3 = 6^3$

$\therefore\ \sqrt[3]{216} = 6 \qquad (216)^{\frac{1}{3}} = 6$

مثال (2) -1331 جو ٽيون مول لهو.

حل : پهريائين جا جزا لهبا. -1331

1331

$1331 = 11 \times 11 \times 11 = 11^3$

$$-1331 = (-11) \times (-11) \times (-11)$$
$$= (-11)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-1331} = -11$$

مثال (4) $\sqrt[3]{0.125}$ لهو

حل : $\sqrt[3]{0.125} = \sqrt[3]{\frac{125}{1000}}$

$$= \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{1000}} \quad \cdots \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{10^3}} \quad \cdots \left(a^m\right)^{\frac{1}{m}} = a$$

$$= \frac{5}{10} \quad = 0.5$$

مثال (3) 1728 جو ٽيون مول لهو.

حل : $1728 = 8 \times 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6$

$$\therefore 1728 = 2^3 \times 6^3 = (2 \times 6)^3 \ \ldots\ldots\ a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 6 = 12$ (ڌيان ڀرڪو 1728- جو ٽيون مول 12- ٿيندو.)

اڀياس 3.3

.1 هيٺين عددن جو ٽيون مول لهو

(1) 8000 (2) 729 (3) 343 (4) -512 (5) -2744 (6) 32768

.2 ٽيون مول لهو (1) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$ (2) $\sqrt[3]{\frac{16}{54}}$

.3 جيڪڏهن $\sqrt[3]{729} = 9$ ته $\sqrt[3]{0.000729} =$ ڪيترو؟

جواب

اڀياس 3.1 (1) $13^{\frac{1}{5}}$ (2) $9^{\frac{1}{6}}$ (3) $256^{\frac{1}{2}}$ (4) $17^{\frac{1}{3}}$ (5) $100^{\frac{1}{8}}$ (6) $30^{\frac{1}{7}}$

.2 (1) 81 جو چوٿون مول (2) 49 جو ٻيون مول (3) 15 جو پنجون مول

(4) 512 جو نائون مول (5) 200 جو اُڻويهون مول (6) 6 جو ستون مول

اڀياس 3.2 .1 (2) 45 جي پنجين مول جي چوٿين سگهه، 45 جي چوٿين سگهه جو پنجون مول

(3) 21 جي ستين مول جي ڇهين سگهه، 81 جي ڇهين سگهه جو ستون مول.

(4) 100 جي ڏهين مول جي چوٿين سگهه، 100 جي چوٿين سگهه جو ڏهون مول

(5) 21 جو ستين مول جي ٽين سگهه، 21 جي ٽين سگهه جو ستون مول.

.2 (1) $(121)^{\frac{5}{2}}$ (2) $(324)^{\frac{3}{4}}$ (3) $(264)^{\frac{2}{5}}$ (4) $3^{\frac{3}{3}}$

3.3 .1 (1) 20 (2) 9 (3) 7 (4) -8 (5) -14 (6) 32

.2 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ .3 0.09

4 ٽڪنڊي جا مڏيان ۽ عمود

ذرا ياد ڪريوُن

گذريل درجي ۾ اَسان ٽڪنڊي جي ڪنڊ - اَڏڪ ۽ اُن جي پاسن جي عمودي اَڏڪ اَپياس ڪيا آهن ته اُهي هم ڏاري هوندا آهن. اُنهن هم ڇيدي ٽٻڪن نمبروار کي اِرد مرڪز ۽ گرد مرڪز چئبو آهي.

مشغولي :

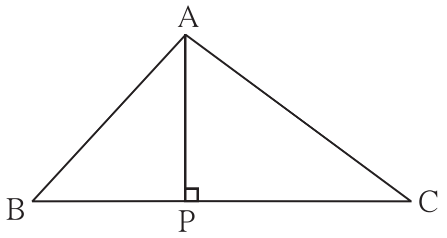
هڪ ليڪ ڪيو. ليڪ کان ٻاهر هڪ ٽٻڪو ڪڍي، اُن ٽٻڪي وٽان ليڪ تي عمود ڪيو.

چاڻي وٺون

عمود (اوچائي) (Altitude)

ٽڪنڊي جي نوڪي ٽٻڪي وٽان اُن جي سامهون واري پاسي نڪتل عمودي ٽڪر کي ٽڪنڊي جو عمود يا اوچائي چئجي ٿو.

$\triangle ABC$ ۾ پايو AP مٿان نڪتل ٽڪر BC عمود آهي.



ٽڪنڊي جو عمود ڪڍڻ :

1. Δ XYZ ڪڍو.

2. پايو YZ جي سامهون نوڪي ٽٻڪي X وٽ گونيا جي مدد سان عمود ڪڍيو اِهو پايو YZ تي جنهن ٽٻڪي وٽ ڪپي، اُن کي R نالو ڏيو. اِهو ٽڪر XR پايو YZ تي عمود آهي.

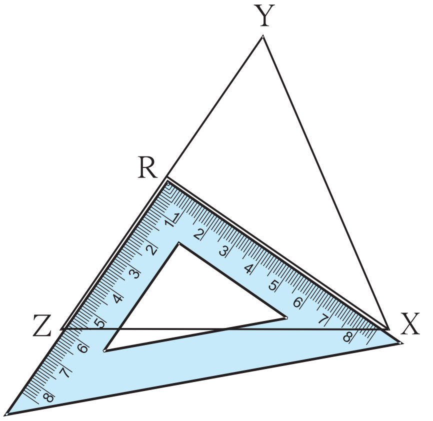
   پايو XZ ڪڍي، اُن جي سامهون نوڪي ٽٻڪو Y مان عمود ڪڍيو اُن عمودي ٽڪر کي نالو ڏيو XZ ٽڪر YQ ٽڪر

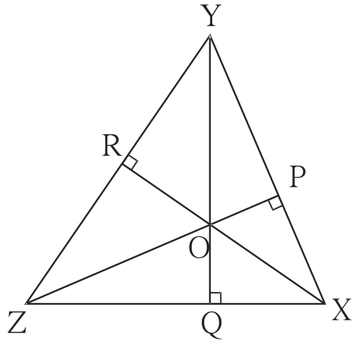
3. ٽڪر XY پايو XY ڪڍي ساڳئي نموني ٽڪر ZP اِهو ٽڪر XY مٿان عمود ڪيو.

4. ٽڪر XR، ٽڪر YQ ۽ ٽڪر ZP اِهي ٽڪنڊي جا عمود آهن اِهي هڪ ئي ٽٻڪي وٽ ڪپين ٿا. اِها جاچ ڪريو.

   اِن ٽٻڪي کي آرٿوسينٽر (عمودڪ) چئبو آهي.

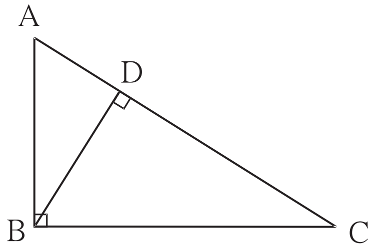
   اهو O ٽٻڪي وسيلي ڏيکاربو آهي.





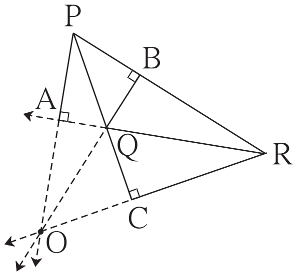
ٽڪنڊي ۾ آرٿو سينٽر جي ڄاڻ :

مشغولي I :



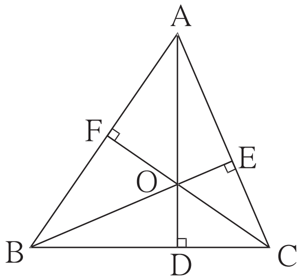
ڪوبہ هڪ ڪوني ڪنڊ ٽڪنڊو ڪٽيو. سڀني پاسن تي عمود ڪڍو اِهي سڀ عمود ڪهڙي ٽپڪي تي ملن ٿا؟

مشغولي II :



هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ڪڍو اِن جا ٽيئي عمود ڪڍو؟ ڇا اِهي هڪ هنڌ ملن ٿا؟ اِنهن عمودن کي سمائيندڙ ليڪ ڪڍو. اُها هڪ ٽپڪي مان لنگهندي ڇا؟ اِهو جاچيو.

مشغولي III :



$\triangle ABC$ سوڙهي ڪندو ٽڪنڊو آهي اِن جا سڀ عمود ڪڍو اِهي سڀ هڪ ٽپڪي مان لنگهن ٿا. اِهو آزمودو ڪريو.

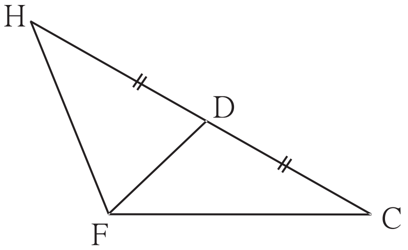
اِهو مان سمجهو

ٽڪنڊي جا سڀ عمود هم ڌاري (Concurrent) هوندا آهن. اِن عام ڇيدي ٽپڪي کي عمودي عمودو (آرٿو سينٽر)(Orthocentre) چئبو آهي. اِهي 'O' اَکر وسيلي ڏيکارجي ٿو.

- ڪوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ آرٿوسينٽر ڪوني ڪنڊ جي نيڪي ٽپڪي تي هوندو آهي.
- ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ آرٿوسينٽر ٽڪنڊي کان ٻاهر هوندو آهي.
- سوڙهي ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ آرٿو سينٽر ٽڪنڊي اَندر هوندو آهي.

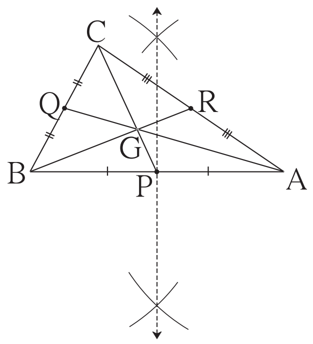
چاڻي وٺون

مڌيان (Median)



ٽڪنڊي ۾ نوڪي ٽپڪي ۽ اُن جي سامهون واري پاسي جي مڌيہ - ٽپڪي کي جوڙيندڙ ٽڪر کي مڌيان چئبو آهي. $\triangle HCF$ ۾ ٽڪر FD اها پايو HC جي مڌيان آهي.

ٽڪنڊي جا مڌيان ڪڍڻ :



1. △ABC ڪڍو.
2. پاسو AB جو مڌيان ٽپڪو ڪڍو. اُن کي P نالو ڏيو. ٽڪر CP ڪڍو.
3. پاسو BC جو مڌيہ - ٽپڪو ڪڍي اُن کي نالو Q ڏيو. ٽڪر AQ ڪڍو.
4. پاسو AC جو مڌيہ ٽڪر ڪڍي، اُن کي R نالو ڏيو. ٽڪر BR ڪڍو.

△ ABC ٽڪر PC، ٽڪر QA، ٽڪر BR مڌيان ڪڍو.

ڇا اِهي مڌيان هم ڏاري آهن؟ جاچ ڪريو. اُن هم ڏاري ٽپڪي کي مرڪزڪ ٽپڪو چئبو آهي.

مشغولي IV : ڪي بہ ٽي ٽڪنڊا ڪڍو. اُنهن جا مڌيان ڪڍو. اِهي مڌيان هم ڏاري آهن. اِهو آزمودو وٺو.

ٽڪنڊي جي مڌيان مرڪزڪ جون خاصيتون :

- △ABC هڪ وڏو ٽڪنڊو ڪڍو.
- △ABC جا سڀ مڌيان ڪڍو. ٽڪر AR ٽڪر BQ ۽ ٽڪر CP اِنهن جو عام ڇيدي ٽپڪي کي G نالو ڏيو.

شڪل ۾ ٽڪرن جي ڊيگهہ ماپي هيٺ تختي ۾ خال ڀريو

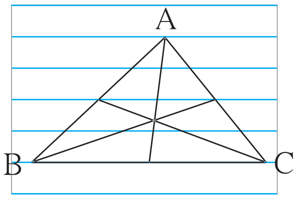
l(AG) = ☐	l(GR) = ☐	l(AG) : (GR) = ☐ : ☐
l(BG) = ☐	l(GQ) = ☐	l(BG) : (GQ) = ☐ : ☐
l(CG) = ☐	l(GP) = ☐	l(CG) : (GP) = ☐ : ☐

هي سڀ ريشا لڳ ڀڳ 2:1 ۾ آهن اِهو آزمودو وٺو.

اِهو مان سمجهو

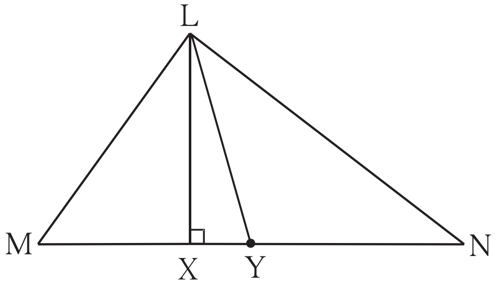
ٽڪنڊي جا مڌيان هم ڏاري هوندا آهن. اُنهن جي عام ڇيدي ٽپڪي کي مرڪزڪ (Centroid) چئبو آهي. اِهو 'G' اَکر سان ڏيکاربو آهي. اِن جو هنڌ هميشهہ ٽڪنڊي جي اَندر ٿئي ٿو. عام ڇيدي ٽپڪي ڪري هرهڪ مڌيان 2:1 هن ريشو ۾ ورهائي ٿو.

اچو تہ چرچا ڪريون



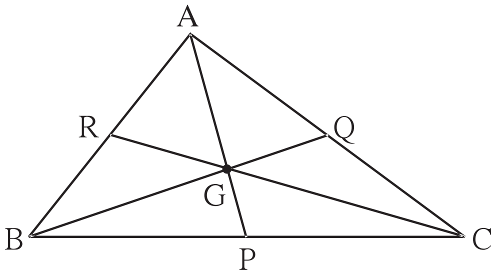
هڪ شاگرد ڪاپيءَ جي پني تي پنج پوروچوٽ ليڪون ڌيان ۾ رکي △ABC ڪڍيو ۽ پرواري شڪل موجب مرڪزڪ G ڳولهيو هو. اِهو 'G' جو اِستان ڪيئن مقرر ڪيو؟

.1



1. شڪل ΔLMN ۾ .... عمود آهي ۽
.... مديان آهي. (MY=YN)
(خالي جاين ۾ مناسب ذڪر لکو)

2. ΔPQR هڪ سوڙهي ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو اُن جا ٽيئي عمود ڪيو. عمودي مرڪز کي 'O' نالو ڏيو.
3. ΔSTV هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو. اُن جا مديان ڪيي، مرڪزڪ ڏيکاريو.
4. ΔLMN هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو اُن جا سڀ عمود ڪيو. اُن عمودي مرڪز کي 'G' نالو ڏيو.
5. ΔXYZ هڪ سوڙهي ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو اُن جا سڀ مديان ڪيو ۽ مرڪزڪ کي 'G' نالو ڏيو.
6. ڪوبہ هڪ ٻپور پاسو ٽڪنڊو ڪيو اُن جا سڀ عمود ۽ سڀ مديان ڪيو. اُنهن ۾ عام چيدي ٽٻڪي بابت نتيجا درج ڪريو.
7. خالي جايون ڀريو



ΔABC ۾ ٽٻڪو G اِهو مرڪزڪ آهي.
(1) جيڪڏهن $l(RG) = 2.5$ تہ $l(GC) = ...$
(2) جيڪڏهن $l(BG) = 6$ تہ $l(BQ) = ...$
(3) جيڪڏهن $l(AP) = 6$ تہ $l(AG) = ...$ ۽ $l(GP) = ...$

اهو ڪري ڏسو

(I) ڪوبہ هڪ ٽپور پاسو ٽڪنڊو ڪيو اُن جا گرد مرڪز (C)، اِرد مرڪز (I)، مرڪزڪ (G) ۽ عمودي مرڪز O ڪيي لهي، جاچ ڪريو.

(II) ٻپور پاسو ٽڪنڊو ڪيي اُن ۾ گرد مرڪز، اِرد مرڪز، عمودي مرڪز ۽ مرڪزڪ ڪيو اِهي هم ليڪي ٽٻڪا آهن. اِها جاچ ڪريو.

جواب

اَڀياس 4.1

1. تکر LX ۽ تکر LY   7. (1) 5, (2) 9, (3) 4, 2

5 وستار - فارمولائون

ذرا ياد ڪريو

گذريل درجي ۾ آسان هيٺ ڏنل وستار فارمولائون (سوتر) اَڀياس ڪيا آهن.

(i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, (ii) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,

(iii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

اهي سوتر ڪم آڻي هيٺ ڏنل چوڪنڊن ۾ مناسب پد لکو.

(i) $(x + 2y)^2 = x^2 + \square + 4y^2$

(ii) $(2x - 5y)^2 = \square - 20xy + \square$

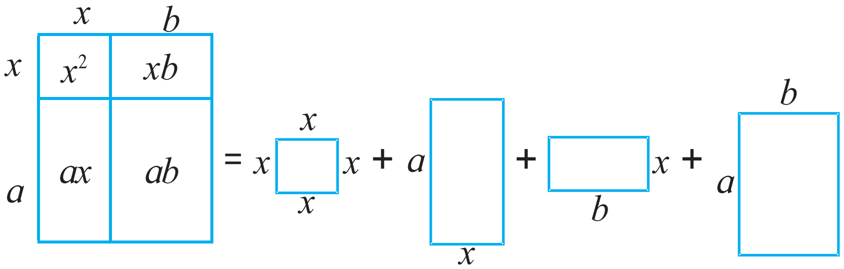
(iii) $(101)^2 = (100 + 1)^2 = \square + \square + 1^2 = \square$

(iv) $(98)^2 = (100 - 2)^2 = 10000 - \square + \square = \square$

(v) $(5m + 3n)(5m - 3n) = \square - \square = \square - \square$

ڄاڻي وٺون

مشغولي: مستطيل ۽ چورس اِنهن جي ايراضين جي مدد سان $(x + a)(x + b)$ جو وستار ڪريو.



$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(I) $(x + a)(x + b)$ جو وستار (Expansion of $(x + a)(x + b)$)

$(x + b)$ $(x + a)$ ٻيڻا آهن جن ۾ هڪ پد ساڳيو آهي انهن جي ضرب ڪريون

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore \quad \boxed{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$$

وستار ڪريو.

مثال (1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + (2 \times 3) = x^2 + 5x + 6$

مثال (2) $(y + 4)(y - 3) = y^2 + (4 - 3)y + (4) \times (-3) = y^2 + y - 12$

مثال (3) $(2a + 3b)(2a - 3b) = (2a)^2 + [(3b) + (- 3b)]2a + [3b \times (-3b)]$

$= 4a^2 + 0 \times 2a - 9b^2 = 4a^2 - 9b^2$

مثال (4) $\left(m+\frac{3}{2}\right)\left(m+\frac{1}{2}\right) = m^2 + \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)m + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = m^2 + 2m + \frac{3}{4}$

مثال (5) $(x - 3)(x - 7) = x^2 + (-3 - 7)x + (-3)(-7) = x^2 - 10x + 21$

اَڀياس 5.1

1. وستار ڪريو.

(1) $(a+2)(a-1)$ (2) $(m-4)(m+6)$ (3) $(p+8)(p-3)$

(4) $(13+x)(13-x)$ (5) $(3x+4y)(3x+5y)$ (6) $(9x-5t)(9x+3t)$

(7) $\left(m+\frac{2}{3}\right)\left(m-\frac{7}{3}\right)$ (8) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (9) $\left(\frac{1}{y}+4\right)\left(\frac{1}{y}-9\right)$

چاڪي وٺون

(II) $(a+b)^3$ وستار ڪريو. (Expansion of $(a+b)^3$)

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)(a+b)^2$$
$$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2)$$
$$= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2)$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$\therefore \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ان وستار سوتر جو اِستعمال ڪري ڪجهه مثال حل ڪري اَڀياس ڪنداسين،

مثال (1) $(x + 3)^3$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ هتي $b = 3$ ۽ $a = x$ آهي

$$\therefore\ (x+3)^3 = (x)^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times (3)^2 + (3)^3$$
$$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

مثال (2)

$$(3x+4y)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(4y) + 3(3x)(4y)^2 + (4y)^3$$
$$= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 4y + 3 \times 3x \times 16y^2 + 64y^3$$
$$= 27x^3 + 108x^2y + 144xy^2 + 64y^3$$

مثال (3)

$$\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{2m}\right)^3 = \left(\frac{2m}{n}\right)^3 + 3\left(\frac{2m}{n}\right)^2\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n}{2m}\right)^2 + \left(\frac{n}{2m}\right)^3$$
$$= \frac{8m^3}{n^3} + 3\left(\frac{4m^2}{n^2}\right)\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n^2}{4m^2}\right) + \frac{n^3}{8m^3}$$
$$= \frac{8m^3}{n^3} + \frac{6m}{n} + \frac{3n}{2m} + \frac{n^3}{8m^3}$$

مثال (4)

$$(41)^3 = (40+1)^3 = (40)^3 + 3 \times (40)^2 \times 1 + 3 \times 40 \times (1)^2 + (1)^3$$
$$= 64000 + 4800 + 120 + 1 \quad = 68921$$

اَڀياس 5.2

.1 وستار ڪريو

(1) $(k+4)^3$　　(2) $(7x+8y)^3$　　(3) $(7+m)^3$　　(4) $(52)^3$

(5) $(101)^3$　　(6) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$　　(7) $\left(2m+\frac{1}{5}\right)^3$　　(8) $\left(\frac{5x}{y}+\frac{y}{5x}\right)^3$

مشغولي : a ۽ b پاسا ڪٽي هڪهڪ ڪعب تيار ڪريو. ڊيگهه ۽ ويڪر a ۽ اوچائي b اَهڙا ئي 3 مستطيل بلاڪ ساڳئي نموني ڊيگهه ۽ ويڪر b ۽ اوچائي a ڪٽي 3 مستطيل بلاڪ تيار ڪريو. اِهي ڪعب شڪليون مناسب نموني جوڙي $(a+b)$ پاسي وارو ڪعب تيار ڪريو.

چاڪي ونون

(III) $(a-b)^3$ جو وستار (Expansion of $(a-b)^3$)

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)(a-b)^2$$
$$= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$$
$$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\therefore \quad \boxed{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

مثال (1) $(x - 2)^3$ جو وستار ڪريو

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ اَسان کي ڄاڻ آهي ، $b = 2$ $a = x$ هتي ڪٽي

$$(x - 2)^3 = (x)^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

مثال (2) $(4p - 5q)^3$ جو وستار ڪريو

$$(4p - 5q)^3 = (4p)^3 - 3(4p)^2(5q) + 3(4p)(5q)^2 - (5q)^3$$

$$(4p - 5q)^3 = 64p^3 - 240p^2q + 300pq^2 - 125q^3$$

مثال (3) 99 جو ڪعب آڻي لهو.

وستار سوتر ڪم آڻيو $(99)^3 = (100 - 1)^3$

$$(99)^3 = (100)^3 - 3 \times (100)^2 \times 1 + 3 \times 100 \times (1)^2 - 1^3$$

$$= 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 9,70,299$$

مثال (4) سادي روپ ۾ بدلايو.

(i) $(p + q)^3 + (p - q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$

$$= 2p^3 + 6pq^2$$

(ii) $(2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

$$= [(2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3]$$

$$- [(2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3]$$

$$= (8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3) - (8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3)$$

$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - 8x^3 + 36x^2y - 54xy^2 + 27y^3$$

$$= 72x^2y + 54y^3$$

اهو مان سمجهو

(i) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

(ii) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

اَڀياس 5.3

.1 وستار ڪريو.

(1) $(2m-5)^3$ (2) $(4-p)^3$ (3) $(7x-9y)^3$ (4) $(58)^3$

(5) $(198)^3$ (6) $\left(2p-\frac{1}{2p}\right)^3$ (7) $\left(1-\frac{1}{a}\right)^3$ (8) $\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{x}\right)^3$

.2 سادي روپ ۾ بدلايو

(1) $(2a+b)^3-(2a-b)^3$ (2) $(3r-2k)^3+(3r+2k)^3$

(3) $(4a-3)^3-(4a+3)^3$ (4) $(5x-7y)^3+(5x+7y)^3$

جاڳي وٺون

(IV) $(a+b+c)^2$ جو وستار [Expansion of $(a+b+c)^2$]

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)\times(a+b+c)$$
$$= a(a+b+c)+b(a+b+c)+c(a+b+c)$$
$$= a^2+ab+ac+ab+b^2+bc+ac+bc+c^2$$
$$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$
$$\therefore \boxed{(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac}$$

مثال (1) $(p+q+3)^2$ جو وستار ڪريو.

$$= p^2+q^2+(3)^2+2\times p\times q+2\times q\times 3+2\times p\times 3$$
$$= p^2+q^2+9+2pq+6q+6p \qquad = p^2+q^2+2pq+6q+6p+9$$

مثال (2) وستار جا ڏاڪا سمجهي خال ڀريو

$$(2p+3m+4n)^2$$
$$= (2p)^2+(3m)^2+\square+2\times 2p\times 3m+2\times\square\times 4n+2\times 2p\times\square$$
$$= \square+9m^2+\square+12pm+\square+\square$$

مثال (3) سادو روپ لکو: $(l+2m+n)^2+(l-2m+n)^2$

$$= l^2+4m^2+n^2+4lm+4mn+2ln+l^2+4m^2+n^2-4lm-4mn+2ln$$
$$= 2l^2+8m^2+2n^2+4ln$$

آپیاس 5.4

.1 وستار کریو.

(1) $(2p + q + 5)^2$ (2) $(m + 2n + 3r)^2$

(3) $(3x + 4y - 5p)^2$ (4) $(7m - 3n - 4k)^2$

.2 سادو روپ لکو

(1) $(x - 2y + 3)^2 + (x + 2y - 3)^2$

(2) $(3k - 4r - 2m)^2 - (3k + 4r - 2m)^2$ (3) $(7a - 6b + 5c)^2 + (7a + 6b - 5c)^2$

جواب

آپیاس 5.1

(1) $a^2 + a - 2$ (2) $m^2 + 2m - 24$ (3) $p^2 + 5p - 24$

(4) $169 - x^2$ (5) $9x^2 + 27xy + 20y^2$ (6) $81x^2 - 18xt - 15t^2$

(7) $m^2 - \frac{5}{3}m - \frac{14}{9}$ (6) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (9) $\frac{1}{y^2} - \frac{5}{y} - 36$

آپیاس 5.2

(1) $k^3 + 12k^2 + 48k + 64$ (2) $343x^3 + 1176x^2y + 1344xy^2 + 512y^3$

(2) $343 + 147m + 21m^2 + m^3$ (4) 140608 (5) 1030301

(6) $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ (7) $8m^3 + \frac{12m^2}{5} + \frac{6m}{25} + \frac{1}{125}$

(8) $\frac{125x^3}{y^3} + \frac{15x}{y} + \frac{3y}{5x} + \frac{y^3}{125x^3}$

آپیاس 5.3

.1 (1) $8m^3 - 60m^2 + 150m - 125$ (2) $64 - 48p + 12p^2 - p^3$

(3) $343x^3 - 1323x^2y + 170xy^2 + 729y^3$ (4) 1,95,112

(5) 77,62,392 (6) $8p3 - 6p + \frac{3}{2p} - \frac{1}{8p^3}$

(7) $1 - \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^3}$ (8) $\frac{x^3}{27} - x + \frac{9}{x} - \frac{27}{x^3}$

.2 (1) $24a^2b + 2b^3$ (2) $54r^3 + 72rk^2$

(3) $-288a^2 - 54$ (4)$250x^3 + 1470xy^2$

آپیاس 5.4

.1 (1) $4p^2 + q^2 + 25 + 4pq + 10q + 20p$

(2) $m^2 + 4n^2 + 9r^2 + 4mn + 12nr + 6mr$

(3) $9x^2 + 16y^2 + 25p^2 + 24xy - 40py - 30px$

(4) $49m^2 + 9n^2 + 16k^2 - 42mn + 24nk - 56km$

.2 (1) $2x^2 + 8y^2 + 18 - 24y$ (2) $32rm - 48kr$

(3) $98a^2 + 72b^2 + 50c^2 - 120bc$

EA7786

6 آلجبرائي ڪالڪن جا جزا

ذرا ياد ڪريو

گذريل درجي ۾ $ax + ay$ ۽ $a^2 - b^2$ اِنهن پدن جا جزا ڪيئن لهبا آهن، اَسان سمجهو.

مثال: $4xy + 8xy^2 = 4xy(1 + 2y)$ (1)

$p^2 - 9q^2 = (p)^2 - (3q)^2 = (p + 3q)(p - 3q)$ (2)

چاڪي وٺون

پسگهي ٽپدي جا جزا (Factors of a quadratic trinomial)

$ax^2 + bx + c$ اهڙي طرح جي آلجبرائي ڪالڪن کي ٽپدو پسگهي چئجي ٿو.

اَسان کي خبر آهي $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore$ $(x + b)$ ۽ $(x + a)$ $x^2 + (a + b)x + ab$ جا جزا آهن.

$x^2 + 5x + 6$ اِن ٽپدي جا جزا لهڻ لاءِ اُنجي پيٽ $x^2 + (a + b)x + ab$

ٽپدي سان ڪبي تہ، $a + b = 5$ ۽ $ab = 6$. مطلب 6 جا جزا اهڙا نموني لهبا جن

جو جوڙ 5 هجي ۽ اُهي $x^2 + (a + b)x + ab$ روپ ۾ لکي اُنجا جزا لهون.

$x^2 + 5x + 6 = x^2 + (3 + 2)x + 3 \times 2$ .... $x^2 + (a + b)x + ab$

$= \underline{x^2 + 3x} + \underline{2x + 2 \times 3}$ .... $(3 + 2)$

چئن پدن جا ٻہ گروهہ تيار ڪرڻ. $= x(x + 3) + 2(x + 3) = (x + 3)(x + 2)$

ذيل پسگهہ ٽپدي جا جزا لهڻ لاءِ هيٺين مثالن جو دؤر ڪريو.

مثال (1) $2x^2 - 9x + 9$ جا جزا لهو.

حل :

18 جا ٻہ جزا اَهڙي نموني لهون جن جو جوڙ

9- ۽ ضرب اُپت 18 هجي

$18 = (-6) \times (-3)$; $(-6) + (-3) = -9$

$-9x = -6x - 3x$ جو عام جزو $(x - 3)$ آهي.

$2x^2 - 9x + 9$

$= \underline{2x^2 - 6x} - \underline{3x + 9}$

$= 2x\,\underline{(x - 3)} - 3\underline{(x - 3)}$

$= (x - 3)(2x - 3)$

$\therefore\ 2x^2 - 9x + 9 = (x - 3)(2x - 3)$

مثال (2) جزا لهو $2x^2 + 5x - 18$

حل : $2x^2 + 5x - 18$ (−36 → +9, −4)

$= \underline{2x^2 + 9x} \; \underline{-4x - 18}$

$= x(2x + 9) - 2(2x + 9)$

$= (2x + 9)(x - 2)$

مثال (3) جزا لهو $x^2 - 10x + 21$

حل : $x^2 - 10x + 21$ (+21 → −7, −3)

$= \underline{x^2 - 7x} - \underline{3x + 21}$

$= x(x - 7) - 3(x - 7)$

$= (x - 7)(x - 3)$

مثال (4) $2y^2 - 4y - 30$ جا جزا لهو

حل : $2y^2 - 4y - 30$ سڀني پدن مان 2 ساڳيا جزا ڪڍي

$= 2(y^2 - 2y - 15)$ ....

$= 2(\underline{y^2 - 5y} + \underline{3y - 15})$ .... (−15 → −5, +3)

$= 2[y(y - 5) + 3(y - 5)]$

$= 2(y - 5)(y + 3)$

اَڀياس 6.1

.1 جزا لهو.

(1) $x^2 + 9x + 18$ (2) $x^2 - 10x + 9$ (3) $y^2 + 24y + 144$

(4) $5y^2 + 5y - 10$ (5) $p^2 - 2p - 35$ (6) $p^2 - 7p - 44$

(7) $m^2 - 23m + 120$ (8) $m^2 - 25m + 100$ (9) $3x^2 + 14x + 15$

(10) $2x^2 + x - 45$ (11) $20x^2 - 26x + 8$ (12) $44x^2 - x - 3$

جاڪي وٺون

$a^3 + b^3$ جا جزا (Factors of ($[a^3 + b^3]$))

اسان کي ڄاڻ آهي ، $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

اِن سوتر ۾ساڄي پاسي $3ab$ عام جزو ڪڍڻ سان پاسا بدلائڻ

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$ .... پاسا بدلائڻ

$\therefore \; a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = [(a + b)(a + b)^2] - 3ab(a + b)$

$= (a + b)[(a + b)^2 - 3ab] = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab)$

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$\therefore \; \boldsymbol{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$

پن ڪعبن جي جوڙ جا جزا متئين فارمولا ڪم آڻي لهو

مثال (1) $x^3 + 27y^3 = x^3 + (3y)^3$

$= (x + 3y)\,[x^2 - x(3y) + (3y)^2]$

$= (x + 3y)\,[x^2 - 3xy + 9y^2]$

مثال (2) $8p^3 + 125q^3 = (2p)^3 + (5q)^3 = (2p + 5q)\,[(2p)^2 - 2p \times 5q + (5q)^2]$

$= (2p + 5q)\,(4p^2 - 10pq + 25q^2)$

مثال (3) $m^3 + \frac{1}{64m^3} = m^3 + \left(\frac{1}{4m}\right)^3 = \left(m + \frac{1}{4m}\right)\left[m^2 - m \times \frac{1}{4m} + \left(\frac{1}{4m}\right)^2\right]$

$= \left(m + \frac{1}{4m}\right)\left(m^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16m^2}\right)$

مثال (4) $250p^3 + 432q^3 = 2(125p^3 + 216q^3)$

$= 2\,[(5p)^3 + (6q)^3] = 2(5p + 6q)\,(25p^2 - 30pq + 36q^2)$

اَڀياس 6.2

1. جزا لهو

(1) $x^3 + 64y^3$ (2) $125p^3 + q^3$ (3) $125k^3 + 27m^3$ (4) $2l^3 + 432m^3$

(5) $24a^3 + 81b^3$ (6) $y^3 + \frac{1}{8y^3}$ (7) $a^3 + \frac{8}{a^3}$ (8) $1 + \frac{q^3}{125}$

چاڪي وٺون

$a^3 - b^3$ جزا لهو (Factors of $a^3 - b^3$)

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

$a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b) = (a - b)^3$

$\therefore \quad a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab\,(a - b)$

$= [(a - b)(a - b)^2 + 3ab\,(a - b)]$

$= (a - b)\,[(a - b)^2 + 3ab]$

$= (a - b)\,(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab)$

$= (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$

$\therefore \quad \boxed{\mathbf{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}}$

پن ڪعبن جي فرق جا جزا مثيون سوتر ڪم آڻي لهڻ

مثال (1) $x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$

$\therefore\ x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$

$= (x - 2y)\ (x^2 + 2xy + 4y^2)$

مثال (2) $27p^3 - 125q^3 = (3p)^3 - (5q)^3 \quad = (3p - 5q)\ (9p^2 + 15pq + 25q^2)$

مثال (3) $54p^3 - 250q^3 = 2[27p^3 - 125q^3] = 2[(3p)^3 - (5q)^3]$

$= 2(3p - 5q)(9p^2 + 15pq + 25q^2)$

مثال (4) $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)\left(a^2 + 1 + \frac{1}{a^2}\right)$

مثال (5) سادي روپ ۾ لکو : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3)$

حل : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - a^3 + b^3 = -3a^2b + 3ab^2$

مثال (6) سادي روپ ۾ لکو : $(2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

حل : $a^3 - b^3 = (a - b)\ (a^2 + ab + b^2)$ سمجھو

$\therefore (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

$= [(2x+3y)-(2x-3y)][(2x+3y)^2+(2x+3y)(2x-3y)+(2x-3y)^2]$

$= [2x + 3y - 2x + 3y]\ [4x^2+12xy+ 9y^2 + 4x^2-9y^2+ 4x^2-12xy+ 9y^2]$

$= 6y\ (12x^2 + 9y^2) = 72x^2y + 54y^3$

اِهو مان سمجھو

(i) $a^3 + b^3 = (a + b)\ (a^2 - ab + b^2)$ (ii) $a^3 - b^3 = (a - b)\ (a^2 + ab + b^2)$

اَڀياس 6.3

1. جزا لهو (1) $y^3 - 27$ (2) $x^3 - 64y^3$ (3) $27m^3 - 216n^3$ (4) $125y^3 - 1$

(5) $8p^3 - \frac{27}{3}$ (6) $343a^3 - 512b^3$ (7) $64x^3 - 729y^3$ (8) $16a^3 - \frac{128}{b^3}$

2. سادي روپ ۾ لکو (1) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ (2) $(3a + 5b)^3 - (3a - 5b)^3$

(3) $(a + b)^3 - a^3 - b^3$ (4) $p^3 - (p + 1)^3$

(5) $(3xy - 2ab)^3 - (3xy + 2ab)^3$

ڄاڻي وٺون

ريشي ۽ آلجبرا گهٽپدا (Rational algebraic expressions)

A ۽ B اِهي ٻئي آلجبرا جا گهٽپدا آهن ته $\frac{A}{B}$ کي ريشي وارو آلجبرا گهٽپدو چئبو. اِنهن کي سادو روپ ڏيڻ لاءِ منطق عددن مثان، جئن، جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ جون ڪاروايون ڪبيون آهن، ساڳئي نموني اِهي ڪاروايون ڪجن ٿيون. ونڊ وقت ۾ ڇيد ڦيرائتو ٻڙي هئڻ گهرجي.

مثال (1) سادي صورت ۾ آڻيو $\frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12}\times\frac{a-4}{a^2-4}$

حل :

$$\frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12}\times\frac{a-4}{a^2-4}$$

$$=\frac{(a+3)(a+2)}{(a-4)(a+3)}\times\frac{(a-4)}{(a+2)(a-2)}$$

$$=\frac{1}{a-2}$$

مثال (2) $\frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16}\times\frac{14x-8}{x+2}$

حل :

$$\frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16}\times\frac{14x-8}{x+2}$$

$$=\frac{(7x+4)(x+2)}{(7x+4)(7x-4)}\times\frac{2(7x-4)}{(x+2)}$$

$$=2$$

مثال (3) اِهو مان سمجهو $\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3}$

حل :

$$\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3}=\frac{(x+3y)(x-3y)}{(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)}=\frac{x+3y}{x^2+3xy+9y^2}$$

اڀياس 6.4

.1 جزا لهو

(1) $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}\times\frac{m^2+mn+n^2}{m^3-n^3}$

(2) $\frac{a^2+10a+21}{a^2+6a-7}\times\frac{a^2-1}{a+3}$

(3) $\frac{8x^3-27y^3}{4x^2-9y^2}$

(4) $\frac{x^2-5x-24}{(x+3)(x+8)}\times\frac{x^2-64}{(x-8)^2}$

(5) $\frac{3x^2-x-2}{x^2-7x+12}\div\frac{3x^2-7x-6}{x^2-4}$

(6) $\frac{4x^2-11x+6}{16x^2-9}$

(7) $\frac{a^3-27}{5a^2-16a+3}\div\frac{a^2+3a+9}{25a^2-1}$

(8) $\frac{1-2x+x^2}{1-x^3}\times\frac{1+x+x^2}{1+x}$

جواب

اِپیاس 6.1

1. (1) $(x + 6)(x + 3)$ (2) $(x - 9)(x - 1)$ (3) $(y + 12)(y + 12)$
(4) $5(y + 2)(y - 1)$ (5) $(p - 7)(p + 5)$ (6) $(p + 4)(p - 11)$
(7) $(m - 15)(m - 8)$ (8) $(m - 20)(m - 5)$ (9) $(x + 3)(3x + 5)$
(10) $(x + 5)(2x - 9)$ (11) $2(5x - 4)(2x - 1)$ (12) $(11x - 3)(4x + 1)$

اِپیاس 6.2

1. (1) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$ (2) $(5p + q)(25p^2 - 5pq + q^2)$
(3) $(5k + 3m)(25k^2 - 15km + 9m^2)$ (4) $2(l + 6m)(l^2 - 6lm + 36m^2)$
(5) $3(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ (6) $\left(y+\frac{1}{2y}\right)\left(y^2-\frac{1}{2}+\frac{1}{4y^2}\right)$
(7) $\left(a+\frac{2}{a}\right)\left(a^2-2+\frac{4}{a^2}\right)$ (8) $\left(1+\frac{q}{5}\right)\left(1-\frac{q}{5}+\frac{q^2}{25}\right)$

اِپیاس 6.3

1. (1) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$ (2) $(x - 4y)(x^2 + 4xy + 16y^2)$
(3) $(3m - 6n)(9m^2 + 18mn + 36n^2)$ (4) $(5y - 1)(25y^2 + 5y + 1)$
(5) $\left(2p-\frac{3}{p}\right)\left(4p^2+6-\frac{9}{p^2}\right)$ (6) $(7a - 8b)(49a^2 + 56ab + 64b^2)$
(7) $(4x - 9y)(16x^2 + 36xy + 81y^2)$ (8) $16\left(a-\frac{2}{b}\right)\left(a^2+\frac{2a}{b}+\frac{4}{b^2}\right)$

2. (1) $6x^2y + 2y^3$ (2) $270a^2b + 250b^3$ (3) $3a^2b + 3ab^2$
(4) $-3p^2 - 3p - 1$ (5) $-108x^2y^2ab - 16a^3b^3$

اِپیاس 6.4

1. (1) $\frac{1}{m+n}$ (2) $a + 1$ (3) $\frac{4x^2+6xy+9y^2}{2x+3y}$
(4) 1 (5) $\frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x-3)^2(x-4)}$
(6) $\frac{x-2}{4x+3}$ (7) $5a + 1$ (8) $\frac{1-x}{1+x}$

EAG3CT

7 ڦير

ذرا ياد ڪريو

هڪ درجن ڪاپين جي قيمت 240 رپيا ته 3 ڪاپين جي قيمت ڪيتري؟ 9 ڪاپين جي قيمت ڪيتري؟ 24 ڪاپين جي قيمت ڪيتري؟
50 ڪاپين جي قيمت ڪيتري؟ اِهي لهڻ لاءِ هيٺ ڏنل تختو پورو ڪريو.

ڪاپين جو عدد (x)	12	3	9	24	50	1
اگهه (رپيا) (y)	240	☐	☐	☐	☐	20

مٿي ڏنل تختي مان ظاهر آهي ته هرهڪ جوڙو ڪاپين جو عدد (x) ۽ اُنهن جي قيمت (y) جو ريشو $\frac{1}{20}$ آهي اِهو مقرر آهي. ڪاپين جو عدد ۽ اُنهن جي قيمت ساڳئي تناسب (پروپورشن) ۾ آهي.

چاڪي وٺون

سڌي ڦير (Direct variation)

x ۽ y اِهي ساڳئي پروپورشن ۾ آهن اِهو بيان x ۽ y ۾ سڌي ڦير آهي يا x ۽ y وچم سڌي ڦير آهي، ائين لکبو آهي اِهو بيان گڻت ٻوليءَ ۾ $x \; \alpha \; y$ ائين لکبو آهي.

[α الفا اِهو ڦير ۾ ڪم ايندڙ گريڪ اَکر آهي.]

$x \; \alpha \; y$ اِن جي مساوت $x = ky$ روپ ۾ لکبي آهي ؛ k هڪ مقرر پد آهي.

$x = ky$ يا $\frac{x}{y} = k$ اِها ڦير جي مساوت آهي. k اِن ڦير جو مقرر انگ آهي

هيٺ ڏنل بيان ڦير جي نشاني ڪم آڻي ڏنل آهن.

(i) گول جي ايراضي ۽ نيم قطر جي ٻي سگهه ۾ سڌي ڦير آهي.

گول جي ايراضي=A ۽ نيم قطر =r ته $A \; \alpha \; r^2$ ائين لکجي ٿو.

(ii) جسم جي داٻ (p) ۽ اُن جسم جي اونهائي (d) وچم سڌي ڦير آهي اِها $p \; \alpha \; d$ لکجي آهي.

مثال (1) x ۽ y وچم سڌي ڦير آهي $x = 5$، $y = 30$ ، ته مقرر اَنگ لهو ۽ ڦير جي مساوت لکو.

حل : x ۽ y سڌي ڦير ۾ آهن مطلب $x \alpha y$

مقرر اَنگ k .... $\therefore\ x = ky$

ڏنل .... $x = 5 \quad y = 30$

$\therefore\ 5 = k \times 30 \quad \therefore\ k = \frac{1}{6}$

ڦير جي مساوات $x = ky$

$\therefore x = \frac{y}{6}$ يا $y = 6x$

مثال (2) بوهيمڻ جي قيمت ۽ اُنجي وزن ۾سڌي ڦير آهي. 5 ڪ.گ بوهيمڻ جي قيمت 450 ₹ آهي ته 1 ڪئنٽال بوهيمڻ جي قيمت لهو. (1 ڪئنٽال =100 ڪ.گ.)

حل : سمجهو ته بوهيمڻ جي قيمت x ۽ اُن جو وزن y آهي

x ۽ y سڌي ڦير ۾ آهن اِنڪري $x \alpha y$ يا $x = ky$

هاڻي x=450 ۽ y=5 ڏنل آهي

$x = ky \qquad \therefore\ 450 = 5k \qquad \therefore\ k = 90$ ڦير جو مقرر اَنگ

هاڻي $y = 100$ آهي $\quad x = 90 \times 100 = 9000$

$\therefore$ 1 ڪئنٽال جي قيمت = 9000 رپيا

اَڀياس 7.1

1. ڦير جي نشاني ڪم آڻي لکو

(1) گول جو گهيرو (c) ۽ اُن جي نيم قطر (r) ۾سڌي ڦير آهي.

(2) موٽر ڪار ۾ پريل پيٽرول (l) ۽ طي ۽ ڪيل مفاصلو (b) وچ ۾سڌي ڦير آهي.

2. صوفن جي قيمت ۽ اُنهن جي انداز ۾سڌي ڦير آهي تختو پورو ڪريو.

صوفن جي عدد (x)	1	4	. . .	12	. . .
صوفن جي قيمت (y)	8	32	56	. . .	160

3. جيڪڏهن $m \alpha n$ ، $m = 154$ ، $n = 7$ جيڪڏهن $n = 14$ ته m جو ملهه لهو.

4. m ۽ n اِهي سڌي ڦير ۾ آهن هيٺ ڏنل تختو پورو ڪريو.

m	3	5	6.5	. . .	1.25
n	12	20	. . .	28	. . .

5. y ۽ x جي بي سڱهه سڌي ڦير ۾ آهن $x = 16$ ، $y = 24$ اِن ۾مقرر اَنگ ۽ مساوات لهو.

6. سويابين جي فصل ڪيڏڻ لاءِ 4 مزورن لاءِ 4000 ₹ رپيا مزوري لڳي ٿي. جيڪڏهن مزوري ۽ مزورن جو اَنداز سڌي ڦير ۾ آهن تہ 17 مزورن جي مزوري ڪيتري لڳندي.

ذرا ياد ڪريو

قواعد لاءِ ٻارن کي قطارن ۾ ويهاريو ويو هرهڪ قطار ۾ ٻارن جو عدد ۽ قطارن جو عدد هيٺ ڏنل آهي.

قطار ۾ ٻارن جو انداز	8	12	24	10	40
قطارن جو انداز	30	20	10	24	6

مٿي ڏنل تختي ۾ نظر اَچي ٿو تہ قطارن جو اَنداز ۽ قطار ۾ ٻارن جو انداز اِنهن جي ضرب اُپت 240 آهي مطلب اها ضرب اُپت مقرر آهي يا ٻارن جو اَنداز ۽ قطارن جو انداز اهي.

اُبتي پروپورشن ۾ آهن اَهڙي مثال ۾ قطارن جو انداز وڌي ٿو اِن جي اُبتڙ قطارن جو انداز وڌڻ سان ٻارن جو انداز گهٽجي ٿو.

چاڪي وٺون

اَڻ سڌي ڦير (Inverse variation)

x ۽ y اِهي اُبتي پروپورشن ۾ آهن يا x ۽ y اِهي اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن. x ۽ y جيڪڏهن اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن اِهو $x \times y$ اهو مقرر پد آهي. اِن مقرر پد کي k مڃي مثال حل ڪرڻ سولو اهي. x ۽ y اِهي اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن. اِهو $x \propto \frac{1}{y}$ ائين ڏيکارجي ٿو.

$x \propto \frac{1}{y} = x = \frac{k}{y}$ $x \times y = k$ اها مساوات آهي.

حل ڪيل مثال

مثال (1) جيڪڏهن a ۽ b اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن تہ هيٺ تختو پورو ڪريو.

a	6	12	15	. . .
b	20	. . .	. . .	4
$a \times b$	120	120	. . .	. . .

حل : (i) $a \propto \frac{1}{b}$ مطلب $a \times b = k$

$a = 6$ تہ $b = 20$ $\therefore$ k = 6 × 20 = 120 (مقرر اَنگ)

(ii) $a = 12$ تہ $b = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore 12 \times b = 120$

$\therefore \quad b = 10$

(iii) $a = 15$ تہ $b = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore 15 \times b = 120$

$\therefore \quad b = 8$

(iv) $b = 4$ تہ $a = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore \ a \times 4 = 120$

$\therefore \quad a = 30$

مثال (2) $d = 5$ ، $f \ \alpha \ \frac{1}{d^2}$ تہ $f = 18$

جيڪڏهن (i) $d = 10$ تہ f جي قيمت لهو (ii) $f = 50$ تہ d لهو

حل : $f \ \alpha \ \frac{1}{d^2}$ ، $\therefore f \times d^2 = k$ ، $d = 5$ تہ $f = 18$ اِنهن مان k لهنداسين

$18 \times 5^2 = k$ $\quad \therefore \ k = 18 \times 25 = 450$ (قير جو مقرر انگ)

(i) $d = 10$ تہ $f = ?$

$f \times d^2 = 450$

$\therefore \ f \times 10^2 = 450$

$\therefore \ f \times 100 = 450$

$\therefore \quad f = 4.5$

(ii) $f = 50, \ d = ?$

$f \times d^2 = 450$

$\therefore \ 50 \times d^2 = 450$

$\therefore \quad d^2 = 9$

$\therefore \quad d = 3$ يا $d = -3$

اَڀياس 7.2

1. ڪم ڪم پورو ڪرڻ لاءِ مزورن جو عدد ۽ ڪم پوري ڪرڻ ۾ لڳندڙ ڏينهن جو عدد تختي ۾ ڏنل آهي اِهو تختو پورو ڪريو.

مزورن جو عدد	30	20		10	
ڏينهن	6	9	12		36

2. هيٺ هرهڪ مثال ۾ مقرر اَنگ لهو ۽ قير جي مساوات لکو.

(1) $p \ \alpha \ \frac{1}{q}$; $p = 15$ تہ $q = 4$ $\quad$ (2) $z \ \alpha \ \frac{1}{w}$ جڏهن $z = 2.5$ تہ $w = 24$

(3) $s \ \alpha \ \frac{1}{t^2}$ جڏهن $s = 4$ $\quad t = 5$ $\quad$ (4) $x \ \alpha \ \frac{1}{\sqrt{y}}$ جڏهن ؛ $x = 15$ تہ $y = 9$

3. سڀ صوف صوفن جي پيٽين ۾ پرڻا آهن. هرهڪ پيٽيءَ ۾ 24 صوف پرڻ سان 27 پيٽيون لڳن ٿيون تہ هرهڪ پيٽيءَ ۾ 36 صوفن پربا تہ ڪيترين پيٽيون لڳنديون؟

.4 هيٺ ڏنل بيانن ۾ ڦير جي نشاني ڪم آڻي لکو

(1) آواز جي لهري ديگهه (l) ۽ جهجهائپ (f) ۾ اَڻ سڌي ڦير آهي.

(2) بلب جي روشني تيزي (I) ۽ بلب ۽ پردي وچ ۾ مفاصلي جي ٻي سگهه (d) اِنهن ۾ اڻ سڌي ڦير آهي.

.5 $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$ ۽ $x = 40$ آهي. جيڪڏهن $y = 16$، ته $x = 10$ ته y جو ملهه لهو.

.6 x ۽ y اِهي اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن. x=15 ته y=10. x=20 ۽ y = ؟

چاڙهي وٺون

وقت، ڪم، رفتار Time,Work, Speed

ڦير ۾ ڪا اَڏاوت پوري ڪرڻ لاءِ لڳندڙ مزورن جو انداز ۽ ڪم ۾ لڳندڙ وقت بابت مثال هوندا آهن ساڳئي نموني واهڻن جي رفتار ۽ طي ڪيل مفاصلي ۾ لڳندڙ وقت بابت به مثال هوندا آهن. اَهڙن مثالن کي وقت - ڪم - رفتار وارا مثال چئبو آهي.

اَهڙا مثال ڪيئن حل ڪجن، اِهو ڏسنداسين.

مثال (1) هڪ کيتيءَ ۾ ٻوهيمڻ ڪڍڻ لاءِ 15 عورتون 8 ڏينهن ۾ ڪم پورو ڪن ٿيون ساڳيو ڪم 6 ڏينهن ۾ پورو ڪرڻ لاءِ گهٽيون عورتون ڪم تي رکبيون؟

حل : ڪم پورو ڪرڻ ۾ لڳندڙ ڏينهن ۽ عورتن جو اَنداز اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن. سمجهو ڏينهن جو انداز d ۽ عورتن جو انداز n آهي.

$$d \propto \frac{1}{n} \qquad \therefore d \times n = \mathrm{k} \quad (\text{k مقرر اَنگ})$$

جيڪڏهن $n = 15$ ته $d = 8$ $\qquad \therefore \mathrm{k} = d \times n = 15 \times 8 = 120$ (مقرر اَنگ)

هاڻي d=6 ته n لهو.

$$d \times n = 120$$

$$\therefore d \times n = 120 \qquad \therefore 6 \times n = 120, \qquad \therefore n = 20$$

∴ ڪم 6 ڏينهن پورو ڪرڻ لاءِ 20 عورتون رکبيون

مثال (2) هڪ واهڻ جي سراسري رفتار 48 ڪ م في ڪلاڪ آهي. ڪو مفاصلو طي ڪرڻ ۾ اُن کي 6 ڪلاڪ لڳن ٿا ساڳيو مفاصلو طي ڪرڻ ۾ 72 ڪ م في ڪلاڪ رفتار سان ڪيترو وقت لڳندو؟

حل : سمجهو تہ رفتار s آهي ۽ وقت t آهي رفتار ۽ وقت ۾ اَڻ سڌي ڦير آهي.

$s \alpha \frac{1}{t}$ ∴ $s \times t = k$ (k مقرر انگ)

∴ $k = s \times t = 48 \times 6 = 288$ هاڻي $s = 72$

$s \times t = 288$ ∴ $72 \times t = 288$ ∴ $t = \frac{288}{72} = 4$

∴ 72 ڪ م في ڪلاڪ رفتار سان 4 ڪلاڪ لڳندا.

اَڀياس 7.3

1. هيٺ ڏنل بيانن ۾ ڪهڙو بيان اَڻ سڌي ڦير وارو آهي؟

(1) مزورن جو اَنداز ۽ اُنهن جو ڪم ڪرڻ لڳندڙ وقت

(2) حوڊيرڙ ۾ ساڳين نڙڻ جو انداز ۽ حود ڀرڻ ۾ لڳندڙ وقت.

(3) واهڻ ۾ ڀريل پيٽرول ۽ اُن جي قيمت.

(4) گول جي ايراضي ۽ اُن گول جو نيم قطر.

2. جيڪڏهن 15 مزور هڪ ڀت ٺاهڻ ۾ 48 ڪلاڪ لڳائين ٿا تہ 30 ڪلاڪن ۾ اِهو ڪم پورو ڪرڻ لاءِ گهڻا مزور لڳندا؟

3. ٿيلهين ۾ ڪير ڀرڻ واري مشين وسيلي 3 منٽن ۾ اَڌ ليٽر واريون 120 ٿيلهيون ڀرجي وڃن ٿيون. تہ 1800 ٿيلهين ڀرڻ لاءِ ڪيترو وقت لڳندو؟

4. هڪ ڪار جي سراسري رفتار 60 ڪ م / ڪلاڪ آهي تہ ڪار ڪو مفاصلو 8 ڪلاڪن ۾ پورو ڪيو. ساڳيو مفاصلو ساڍي 7 ڪلاڪن ۾ پورو ڪرڻ لاءِ ڪار کي ڪيتري رفتار وڌائڻي پوندي؟

جواب

اَڀياس 7.1   1. (1) $c \alpha r$ (2) $l \alpha d$ 2. 20 ۽ 7 ,x نمبروار ,$y = 96$ 3. 308

4. $m = 7$, n سلسلي وار 26 ۽ 5   5. $k = 6$, $y = 6\sqrt{x}$ 6. ₹ 4250

اَڀياس 7.2   1. مزورن جو تعداد 15 ۽ 5,ڏينهن= 18   2. (1) $k = 60$, $pq = 60$

(2) $k = 60$, $zw = 60$ (3) $k = 100$, $st^2 = 100$ (4) $k = 45$, $x\sqrt{y} = 45$

3. 18 پيٽيون   4. (1) $l \alpha \frac{1}{f}$ (2) $I \alpha \frac{1}{d^2}$ 5. $y = 256$ 6. $y = 7.5$

اَڀياس 7.3   1. اڻ سڌي ڦير (1), (2)   2. 24 مزور   3. 45 منٽ

4. 4 ڪ م / ڪلاڪ

8 چوڪنڊي جا جوڙجڪ ۽ قسم

ذرا ياد ڪريو

- هيٺ ڏنل ماپن اَنوسار ٽڪنڊن جا جوڙجڪ ڪيو

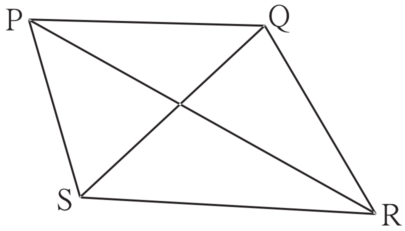
(1) $\Delta ABC : l(AB) = 5$ س م, $l(BC) = 5.5$ س م , $l(AC) = 6$ س م

(2) $\Delta DEF : m\angle D = 35^\circ,\ m\angle F = 100^\circ,\ l(DF) = 4.8$ س م

(3) $\Delta MNP : l(MP) = 6.2$ س م, $l(NP) = 4.5$ س م, $m\angle P = 75^\circ$

(4) $\Delta XYZ : m\angle Y = 90^\circ,\ l(XY) = 4.2$ س م, $l(XZ) = 7$ س م

- ڪنهن به چوڪنڊي ۾ چار ڪنڊون، چار پاسا ۽ به اُريب اَهڙي نموني کل ڏهه تتوَ هوندا آهن.



چاڪي وٺون

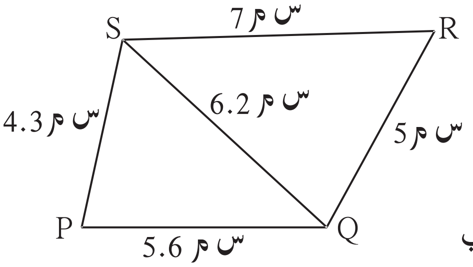
چوڪنڊو - جوڙجڪ (Construction of a quadrilateral)

چوڪنڊو ڪيڏڻ لاءِ اُنجي ڏهن تتوَن مان جيڪڏهن پنجن تتوَن جون ماپون مليل هونديون تہ اُهو چوڪنڊو ڪيئي سگهبو ان جوڙجڪ جو بنياد ٽڪنڊو هيٺ مثالن وسيلي سمجهنداسين.

(I) چوڪنڊي جا چار پاسا ۽ هڪ اُريب ڏنل هجن تہ جوڙجڪ ڪرڻ

مثال PQRS □ ڪيو جنهن ۾ $l(PQ) = 5.6$ س م ، $l(QR) = 5$ س م ، $l(PS) = 4.3$ س م ، $l(RS) = 7$ س م ، $l(QS) = 6.2$ س م

حل :



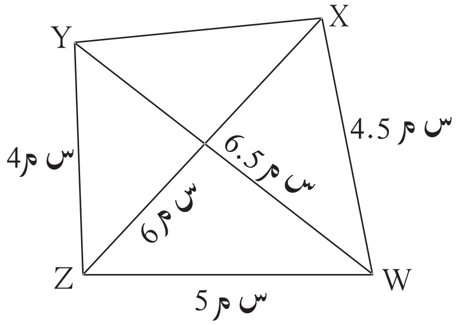
پهريائين ڪچي شڪل ڪيئي، اُن ۾ ڏنل ماپون ڏيکاريندا سين. اِن مان نظر اَچي ٿو تہ △PQS ۽ △SRQ اِنهن جي سيني پاسن جي ڏيگهہ مليل آهي

اِنهن ماپن جي آڌار تي △PQS ۽ △SRQ ڪيڏڻ سان □PQRS ملندو اِهو چوڪنڊو توهان پاڻ ڪيو.

(II) چوڪنڊي جا ٽي پاسا ۽ ٻه اُريب مليل هجن ته جوڙجڪ ڪرڻ

مثال: WXYZ □ ڪيو جنهن ۾، l (YZ) = 4 س م ، l (ZX) = 6 س م ، l (WX) = 4.5 س م،
l (ZW) = 5 س م ، l (YW) = 6.5 س م.

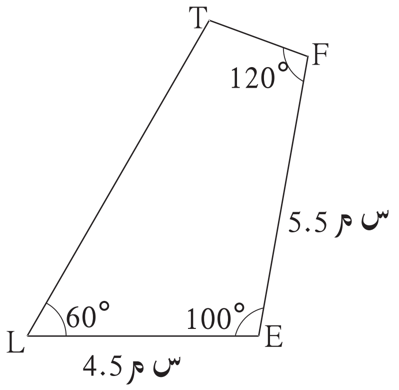
حل: ڪچي شڪل ڪيڏاسين شڪل ۾ نظر اَچي تو ته △WXZ ۽ △WZY جي سيني پاسن جي ڊيگهه مليل آهي △WXZ ۽ △WZY ڪيڏي ٽڪر XY پاڻ ۾ ملائيندسين ته WXYZ□ ملندو. اِن چوڪنڊي جو جوڙجڪ توهان ڪريو.



(III) ٽڪنڊي جا ٻه لاڳيتا پاسا ۽ ڪي ٻه ٽي ڪنڊون مليل چوڪنڊي جي جوڙجڪ ڪرڻ.

مثال: LEFT □ ڪيو جنهن ۾، l (EL) = 4.5 س م، l (EF) = 5.5 س م، $m\angle L = 60°$،
$m\angle E = 100°$, $m\angle F = 120°$

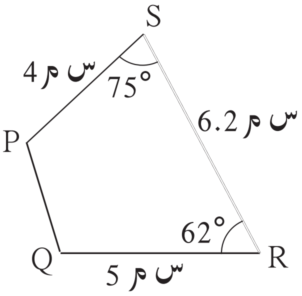
حل: ڪچي شڪل ڪيڏاسين اُن آڌار تي ٽڪر LE 4.5 س م ماپ وارو ڪيڏي، 100° واري ڪنڊ ٽبڪي E وٽ E ڪيڏاسين. EF اِهو 5.5 س م ڪٽنداسين. ٽبڪي L وٽ 60° ڪنڊ ۽ ٽبڪي F وٽ 120 جي ڪنڊ تي ڪرڻا ڪيڏاسين اِنهن ڪرڻن جو ڇيدي ٽبڪو T ملندو آهڙي نموني توهان چوڪنڊو ڪيو.



(IV) چوڪنڊي جا ٽي پاسا ۽ اُنهن ڪي سمائيندڙ ٻه ڪنڊون مليل چوڪنڊي جي جوڙجڪ ڪرڻ.

مثال: PQRS □ ڪيو جئي ، l (QR) = 5 س م ، l (RS) = 6.2 س م، l (SP) = 4 س م،
$m\angle R = 62°$ ،$m\angle S = 75°$

حل: چوڪنڊي جي ڪچي شڪل ڪيڏي، ڏنل ماپون لکنداسين اِن مان نظر اَچي تو ته ٽڪر QR ڪيڏي، ٽبڪي R وٽ 62° ڪنڊ وارو ٽڪر RS ڪيڏبو ته ٽي ٽبڪا S,R,Q ملندا.



ٽڪر RS تي ٽٻڪي S وٽ 75° ڪنڊ وارو ٽڪر SP ڪيڏنداسين ته ٽٻڪو P 4 س م مفاصلي تي ملندو. ته □PQRS اِن چوڪنڊي جي رچنا توهان ڪريو.

اَڀياس 8.1

1. هيٺ ڏنل ماپن اَنوسار چوڪنڊا ڪيو.

(1) □ MORE ۾ $l(MO) = 5.8$ س م، $l(OR) = 4.4$ س م، $m\angle M = 58°$، $m\angle O = 105°$، $m\angle R = 90°$.

(2) اَهڙي نموني ڪيو جئن □ DEFG، $l(DE) = 4.5$ س م، $l(EF) = 6.5$ س م، $l(DG) = 5.5$ س م، $l(DF) = 7.2$ س م، $l(EG) = 7.8$ س م

(3) □ ABCD ۾ $l(AB) = 6.4$ س م، $l(BC) = 4.8$ س م، $m\angle A = 70°$، $m\angle B = 50°$، $m\angle C = 140°$.

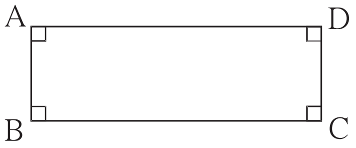
(4) □ LMNO ڪيو $l(LM) = l(LO) = 6$ س م، $l(ON) = l(NM) = 4.5$ س م، $l(OM) = 7.5$ س م

ذرا ياد ڪريون

چوڪنڊن جي ڪنڊن ۽ پاسن بابت جدا جدا شرطن تي چوڪنڊي جا جدا جدا قسم ملن ٿا چورس ۽ مستطيل اِنهن چوڪنڊن جي توهان کي ڄاڻ آهي. اَسان اِهي ۽ ٻيا قسم اَڀياس ڪنداسين.

ڳوني ڪنڊ چوڪنڊو يا مستطيل (Rectangle)

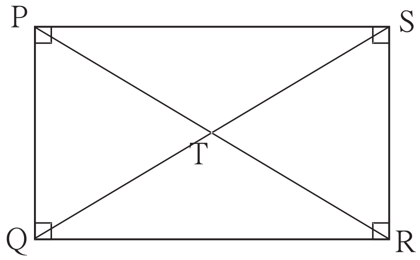
جنهن چوڪنڊي ۾ چارئي ڪنڊون ڳوني ڪنڊون هونديون آهن اُنهن کي ڳوني ڪنڊ چوڪنڊو يا مستطيل چئبو آهي.



چوڪنڊو ڪيڏڻ لاءِ ڏنل پنجن تتون ۾ لاڳيتا ٻه پاسا هئڻ ضروري آهن لاڳيتن ٻن پاسن ۽ تي ڪنڊون مليل آهن ته اَسان چوڪنڊو ڪيڏي سگهون ٿا.

وصف موجب مستطيل ۾ چارئي ڪنڊون ڳوني ڪنڊ هونديون آهن مطلب مستطيل جا ٻه پاسا ملڻ سان اِهو ڪيڏي سگهجي ٿو.

مشغولي I : سهوليت اَنوسار توهان هڪ مستطيل PQRS ڪڍو اِن جي اُريبن جي ڇيدي ٽِبڪي ڪي T نالو ڏيو. ڪمپاس ۽ فٽيءَ جي مدد سان هيٺ ڏنل پاسا ماپيو.



(1) مخالف پاسا QR ۽ PS ماپيو .

(2) مخالف پاسا PQ ۽ SR ماپيو.

(3) اُريب PR ۽ SQ ماپيو.

(4) اُريب PR جا ٽڪر PT ۽ QT ماپيو.

(5) اُريب QS جا ٽڪر TS ۽ QT ماپيو مليل ماپن کي جاچيو.

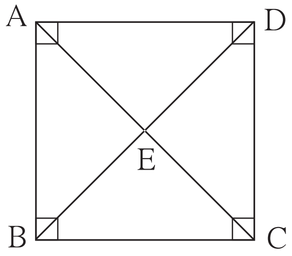
ڪلاس ۾ ٻين شاگردن وٽان مليل ماپن بابت چرچا ڪريو اِن چرچا مان توهان کي مستطيل جون خاصيتون ڌيان ۾ ايندي.

- مستطيل جا مخالف پاسا ٺهڪندڙ هوندا آهن.
- مستطيل جا اُريب ٺهڪندڙ هوندا آهن.
- مستطيل جا اُريب هڪ ٻئي کي پورن ٻن حصن ۾ ورهائين ٿا.

چورس(Square)

جنهن چوڪندي جا چارئي پاسا ٺهڪندڙ هجن ۽ چارئي ڪنڊون گوني ڪنڊون هجن اُن کي چورس چئبو آهي.

مشغولي II : سهوليت اَنوسار ABCD ڪڍو. اِن جا اُريب E وٽ ڪپين ٿا شڪل ڪڍو. ساڌن اِستعمال ڪري :



(1) اُريب AC ۽ BD ماپيو.

(2) ٽِبڪي E وٽ ٺيندڙ سيني ٽڪرن کي ماپيو.

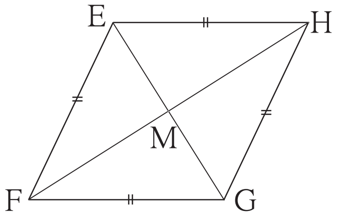
(3) ٽِبڪي E وٽ ٺهڪندڙ ڪندون ماپيو.

(4) اُريبن طرفان ٺهيل ڪندون ماپيو (مثال $\angle ADB$ ۽ $\angle CDB$) ڪلاس ۾ سيني ماپن جي چرچا ڪرڻ بعد هيٺيون خاصيتون ملن ٿيون.

- اُريب ٺهڪندڙ آهن.
- اُريب هڪ ٻئي کي پورن ٻن حصن ۾ ورهائين ٿا.
- اُريب هڪ ٻئي کي گوني ڪند تي ڪپين ٿا.
- اُريب مخالف ڪندن کي ٺهڪندڙ ٻن ڪندن ۾ ورهائين ٿا.

پور پاسو چوڪنڊو (Rhombus)

جنهن چوڪنڊي جا سڀ پاسا ساڳي ديگهه وارا (ٺهڪندڙ) هوندا آهن. اُنهن کي پورپاسو چوڪنڊو چئجي ٿو.



مشغولي III : سهوليت اَنوسار پاسن جي ديگهه کڻي ۽ ساڳين ڪنڊن جون هڪ پور پاسو چوڪنڊو □EFGH ڪيو اُريبن جي چيدي ٽٻڪي کي M نالو ڏيو.

1. مخالف ڪنڊون ۽ M وٽ ٺهيل ڪنڊون ماپيون.

2. اُريبن طرفان ٺهيل ڪنڊون ماپيو.

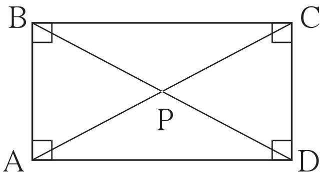
3. اُريبن جي ديگهه ماپيو M وٽ ٺهيل ٽڪرن جي ديگهه ماپيو. ماپڻ ملڻ بعد هيٺيان نتيجا نڪرندا.

- مخالف ڪنڊون ٺهڪندڙ آهن
- اُريب مخالف ڪنڊن کي ٻن برابر اَڌن ۾ ورهائين ٿا.
- اُريب هڪ ٻئي جا عمودي اَڌ آهي.

ڪلاس ۾ ٻين سيني اهي خاصيتون سمجهيون آهن، اِهو ڏسڻ ايندو.

حل ڪيل مثال

مثال (1) ABCD مستطيل ۾ اُريبن جو چيد ٽٻڪو P آهي. (i) $l(AB) = 8$ س م $l(DC) = ?$، (ii) $l(BP) = 8.5$ س م $l(BD)$ ۽ $l(BC)$ ڪيو ـ



حل : هڪ ڪچي شڪل مستطيل جي ڪيو.

(i) مستطيل جا مخالف پاسا ٺهڪندڙ هوندا آهن.

$\therefore\ l(DC) = l(AB) = 8$ س م

(ii) مستطيل جا اُريب هڪ ٻئي کي پورن ٻن اَڌن ۾ ورهائين ٿا.

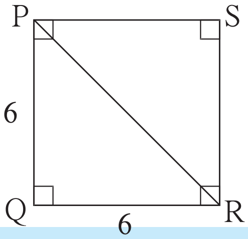
$\therefore\ l(BD) = 2 \times l(BP) = 2 \times 8.5 = 17$ س م

Δ BCD هڪ ڪوني ڪنڊ ٽڪنڊو آهي پائٿاگورس سڌيان موجب

$$l(BC)^2 = l(BD)^2 - l(CD)^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$

$\therefore\ l(BC) = \sqrt{225} = 15$ س م

مثال (2) پاسو 6 س م واري چورس جي اُريب جي ديگهه لهو.



حل : □PQRS سمجهو چورس آهي ٽڪر PR اُريب آهي.

Δ PQR ۾، پائٿاگورس سڌيان موجب، $l(PR)^2 = l(PQ)^2 + l(QR)^2$

$= (6)^2+(6)^2 = 36 + 36 = 72$

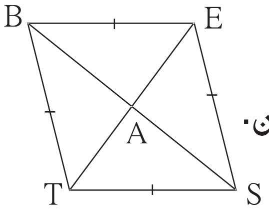
$\therefore$ $l(PR) = \sqrt{72}$ ، $\therefore$ اريب جي ڊيگهه $\sqrt{72}$ س م آهي

مثال (3) □BEST هڪ پورپاسي چوڪنڊي ۾ اُريب ٽپڪي A وٽ ملن ٿا.

(i) جيڪڏهن $m\angle BTS = 110°$، $m\angle TBS$ لهو.

(ii) جيڪڏهن $l(TE) = 24$، $l(BS) = 70$، جيڪڏهن $l(TS) =$ لهو؟

حل :



□BEST ڪچي شڪل ۾ A ٽپڪو ڏيکاريو.

(i) پورپاسي چوڪنڊي ۾ مخالف ڪنڊون ٺهڪندڙ هونديون آهن.

انڪري $\therefore m\angle BES = m\angle BTS = 110°$

هاڻي، $m\angle BTS + m\angle BES + m\angle TBE + m\angle TSE = 360°$

$\therefore 110° + 110° + m\angle TBE + m\angle TSE = 360°$

$\therefore m\angle TBE + m\angle TSE = 360° - 220° = 140°$

$\therefore 2\, m\angle TBE = 140°$ ...... (مخالف ڪنڊون ٺهڪندڙ)

$\therefore m\angle TBE = 70°$

$\therefore m\angle TBS = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ ... (اُريب مخالف ڪنڊن جا اَڌ)

(ii) پورپاسي چوڪنڊي جا اُريب هڪ ٻئي کي گوني ڪنڊن تي ٻن اڌن ۾ ڪپين ٿا.

$\therefore \Delta TAS$ ۾ , $m\angle TAS = 90°$

$l(TA) = \frac{1}{2}\, l(TE) = \frac{1}{2} \times 24 = 12,\ l(AS) = \frac{1}{2}\, l(BS) = \frac{1}{2} \times 70 = 35$

پائٿاگورس سڌيان موجب :

$l(TS)^2 = l(TA)^2 + l(AS)^2 = (12)^2 + (35)^2 = 144 + 1225 = 1369$

$\therefore l(TS) = \sqrt{1369} = 37$

اَڀياس 8.2

1. $l(AB) = 6.0$ س.م ۽ اَهڙو مستطيل ڪڍو

2. چورس WXYZ ڪڍو هرهڪ پاسو 5.2 س.م. آهي.

3. پاسو 4 س م ۽ $m\angle K = 75°$ وارو پاسو چوڪنڊو ڪڍو

4. هڪ مستطيل جو هڪ اُريب 26 س م ۽ هڪ پاسو 24 س م آهي ته ٻيو پاسو لهو.

5. پور پاسي چوڪنڊي ABCD اُريبن ڊيگهه 16 س م ۽ 12 س م آهي تہ اِن چوڪنڊي جو پاسو ۽ گود ماپ لهو.

6. 8 س م پاسي چورس جي اُريبن جي ڊيگهہ لهو.

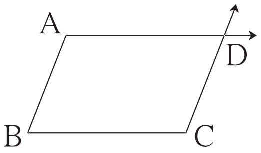
7. هڪ پور پاسي چوڪنڊي ۾ هڪ ڪنڊ جي ماپ 50 ڊگري آهي تہ اُن جي باقي ٽن ڪنڊن جي ماپ لهو.

پوروچوٽ پاسو چوڪنڊو (Parallelogram)

چوڪنڊي جي نالي مان ئي توهان اِنجي وصف سمجهي سگهندا

جنهن چوڪنڊي ۾ مخالف پاسا هڪ ٻئي جي پوروچوٽ هجن، اُن کي پوروچوٽ پاسو چوڪنڊو چئبو آهي.

پوروچوٽ پاسو ڪيئن ڪڍبو؟



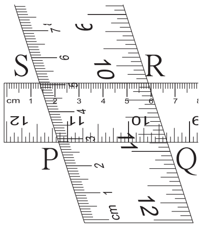
پرواري شڪل موجب ٽڪر AB ۽ ٽڪر BC اِنهن وچ۾ ڪنهن بہ ڪنڊ ناهيندڙ ٽڪر ڪڍو.

’ليڪ پاهرئين ٽٻڪي مان پوروچوٽ ليڪ ڪڍڻ اها جوڙجڪ توهان سکيا آهيو. اِن وسيلي ٽٻڪي C مان ٽڪر AB جي پوروچوٽ ليڪ ڪڍو.

ٽٻڪيA وٽان مان BC جي پوروچوٽ ليڪ ڪڍو. اِنهن ليڪن جي ڇيدي ٽٻڪي کي D نالو ڏيو □ABCD پوروچوٽ پاسو چوڪنڊو آهي اِهو ڌيان ۾ رکو پوروچوٽ ليڪن ۾ ڇيدڪٽي وسيلي ٺهيل اَندرين ڪنڊن جو جوڙ 180 ڊگري هوندو آهي. اِنڪري $m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ ۽ $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ مطلب هڪ ٻي بہ خاصيت آهي تہ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي ۾ لاڳيتي ڪنڊن جو جوڙ $m\angle D + m\angle A = 180^\circ$ $m\angle C + m\angle D = 180^\circ$ ڊگري هوندو آهي.

ان موجب پوروچوٽ پاسي چؤڪنڊي جون پرواريون ڪنڊون تتمهہ هونديون آهن.

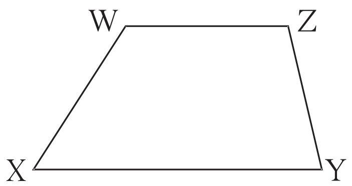
سهوليت انوسار □PQRS پوروچوٽ پاسو چوڪنڊو ڪڍي، اُريبن جي ڇيدي ٽٻڪي کي T نالو ڏيو ، هيٺيون ماپون لهو. ان لاءِ هڪ ماپ پٽي کٽي ان جي پاسن توان بہ ليڪوُن ڪڍو. وري ٻي وڌيڪ ويڪري پٽي کٽي پاسن وٽان بہ ليڪوُن ڪڍو توهانکي هڪ پوروچوٽ پاسو چؤڪنڊو ملندو.
(1) مخالف ڪنڊن جون ماپون (2) مخالف پاسن ڊيگهہ (3) اُريبن جي ڊيگهہ (4) ٽٻڪي T وسيلي ٺهيل ٽڪرن جي ڊيگهہ اِنهن ماپن مان هيٺ ڏنل نتيجا ملندا.



- مخالف ڪنڊون ٺهڪندڙ آهن
- مخالف پاسا ٺهڪندڙ آهن.
- اُريب هڪ ٻئي جا اَڌ ڪ آهن جدا جدا پوروچوٽ پاسو چوڪنڊا ڪڍي اِهي خاصيتون چڪاس ڪريو.

پور عمودي چوڪنڊو (Trapezium)

جڏهن چوڪنڊي ۾ فقط هڪ مخالف پاسي جو جوڙو پورو چوٽ هجي، اُن کي پور عمودي چوڪنڊو چئبو آهي.

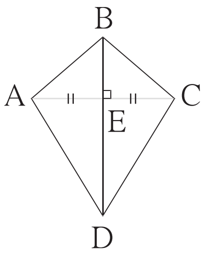


شڪل ۾ 15 ٽڪر □WXYZ ۾ ٽڪر XY ۽ ٽڪر YZ اهو مخالف جوڙو پورو چوٽ آهي. پورو چوٽ ليڪن ۾ چيدڪي وسيلي ٺهيل اَندرين ڪنڊن جي خاصيت موجب

$m\angle W + m\angle X = 180^\circ$ ۽ $m\angle Y + m\angle Z = 180^\circ$

پور عمودي چوڪنڊي ۾ لاڳيتن ٻن ڪنڊن جا جوڙا تتمهه هوندا آهن.

لغڙ (Kite)



□ABCD ڏسو اِن چوڪنڊي ۾ اُريب BD اِهو اُريب AC جو عمودي اَڌ ڪ آهي.

جنهن چوڪنڊي ۾ هڪ اُريب ٻئي اُريب جو عمودي اَڌ ڪ هجي اُنکي لغڙ چئبو آهي.

اِن شڪل ۾ ٽڪر AB ≅ ٽڪر CD ۽ ٽڪر AD ≅ ٽڪر CD اها جاچ ڪريو. ساڳئي نموني ∠BAD ۽ ∠BCD ماپيو ڇا اِهي ٺهڪندڙ آهن، اِها جاچ ڪريو.

مطلب لغڙ جون ٻه خاصيتون هونديون آهن.

- لاڳيتن پاسن جا ٻئي جوڙا ٺهڪندڙ هوندا آهن.
- مخالف ڪنڊن جو هڪ جوڙو ٺهڪندڙ هوندو آهي.

حل ڪيل مثال

مثال (1) پورو چوٽ پاسي چوڪنڊي ۾ لاڳيتن ڪنڊن جون ماپون $(5x - 7)^\circ$ ۽ $(4x + 25)^\circ$ آهن. اِنهن ڪنڊن جون ماپون لهو.

حل : پورو چوٽ پاسي چوڪنڊي ۾ لاڳيتي ڪنڊون تتمهه آهن.

$\therefore (5x - 7) + (4x + 25) = 180$

$\therefore 9x + 18 = 180$

$\therefore 9x = 180 - 18 = 162$

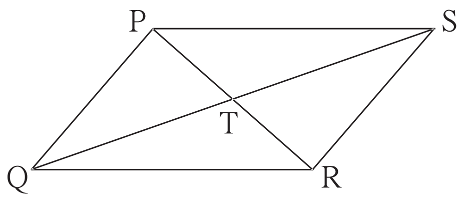
$\therefore x = 18$

$\therefore$ هڪ ڪنڊ جي ماپ $= (5x - 7)^\circ = 5 \times 18 - 7 = 90 - 7 = 83^\circ$

ٻي ڪنڊ جي ماپ $= (4x + 25)^\circ = 4 \times 18 + 25 = 72 + 25 = 97^\circ$

مثال(2) پرواري شڪل ۾ PQRS □ هڪ پوروچوٽ پاسو چوڪندو آهي.

شڪل جي آڌار تي سوالن جا جواب لکو



(i) جيڪڏهن $l(PS) = 5.4$ س م، تہ $l(QR) =$ لهو ؟

(ii) جيڪڏهن $l(TS) = 3.5$ س م، تہ $l(QS) =$ ڪيترو؟

(iii) $m\angle QRS = 118^\circ$، تہ $m\angle QPS =$ ڪيتري؟

(iv) $m\angle SRP = 72^\circ$ تہ $m\angle RPQ =$ ڪيتري؟

حل : پوروچوٽ پاسي چؤڪندي PQRS ۾

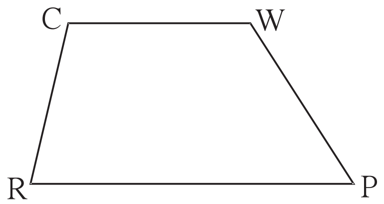
(i) $l(QR) = l(PS) = 5.4$ س م .... مخالف پاسا

(ii) $l(QS) = 2 \times l(TS) = 2 \times 3.5 = 7$ س م .... اُريب اڌ

(iii) $m\angle QPS = m\angle QRS = 118^\circ$ .... مخالف ڪندون

(iv) $m\angle RPQ = m\angle SRP = 72^\circ$ ....متبدل ڪندون

مثال (3) □CWPR ۾ سلسلي ۾ ڪندن جي ماپن جو ريشو 7:9:3:5 آهي تہ ڪندن جون ماپون لهو ۽ پڌايو تہ اِهو چوڪندو ڪهڙي قسم جو آهي؟



حل : $m\angle C : m\angle W : m\angle P : m\angle R = 7:9:3:5$

$\therefore \angle C,\ \angle W,\ \angle P$ ۽ $\angle R$ سلسليوار ماپ

$7x, 9x, 3x, 5x$ سمجهيو

$\therefore\ 7x + 9x + 3x + 5x = 360^\circ$

$\therefore\ 24x = 360^\circ \quad \therefore\ x = 15$

$\therefore\ m\angle C = 7 \times 15 = 105^\circ, m\angle W = 9x = 9 \times 15 = 135^\circ$

$m\angle P = 3 \times 15 = 45^\circ \qquad m\angle R = 5 \times 15 = 75^\circ$

$\therefore\ m\angle C + m\angle R = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ $\therefore$ پاسو CW || پاسو RP

$m\angle C + m\angle W = 105^\circ + 135^\circ = 240 \neq 180^\circ$

پاسو CR پوروچوٽ نہ آهي پاسي WP جي

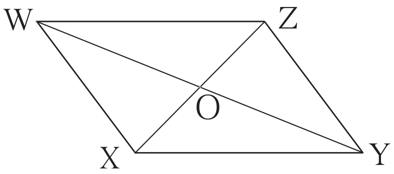
$\therefore$ CWPR □ ۾ فقط مخالف هڪ جوڙو پوروچوٽ آهي.

$\therefore$ CWPR □ پور عمودي چوڪندو آهي.

اَڀياس 8.3

1. هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪندي ۾ مخالف ڪندن جون ماپون $(3x-2)^\circ$ ۽ $(50 - x)^\circ$ آهن تہ چوڪندي جي هرهڪ ڪند لهو.

2. پرواري شڪل ۾ پوروچوٽ پاسو چوڪندو ڏنل آهي. شڪل جي آڌار تي سوالن جا جواب لکو



(1) جيڪڏهن $l(WZ) = 4.5$ س م ته $l(XY) = ?$

(2) جيڪڏهن $l(YZ) = 8.2$ س م ته $l(XW) = ?$

(3) جيڪڏهن $l(OX) = 2.5$ س م ته $l(OZ) = ?$

(4) جيڪڏهن $l(WO) = 3.3$ س م ته $l(WY) = ?$

(5) جيڪڏهن $m\angle WZY = 120^\circ$ ته $m\angle WXY = ?$ ۽ $m\angle XWZ = ?$

3. ABCD □ هڪ پوروچوٽ پاسو چوڪندو ڪڍو جنهن ۾ $l(BC) = 7$ س م، $\angle ABC = 40^\circ$،
$l(AB) = 3$ س م.

4. هڪ چوڪندي ۾ سلسليوار ڪنڊن جون ماپون 1:2:3:4 آهن اِهو چوڪندو ڪهڙي قسم جو آهي؟ هرهڪ ڪنڊ جي ماپ ڪڍو ۽ ڪارڻ لکو.

5. BARC □ اَهڙي نموني ڪڍو جيئن $l(BA) = l(BC) = 4.2$ س م، $l(AC) = 6.0$ س م، $l(AR) = l(CR) = 5.6$ س م

6*. PQRS □ اَهڙي نموني ڪڍو جو $l(PQ) = 3.5$ س م، $l(QR) = 5.6$ س م، $l(RS) = 3.5$ س م،
$m\angle Q = 110^\circ, m\angle R = 70^\circ$

PQRS□ پوروچوٽ پاسو آهي اِها ڄاڻ ڏني مٿين مان ڪهڙي ڄاڻ ڏيڻ ضروري نه آهي اُهو لکو.

جواب

اڀياس 8.2

4. 10 س م 5. پاسو 10 س م ۽ گرد ماپ 40 س م 6. $\sqrt{128}$ س م 7. $130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$

اڀياس 8.3

1. $37^\circ, 143^\circ, 37^\circ, 143^\circ$

2. (1) 4.5 س م (2) 8.2 س م (3) 2.5 س م (4) 6.6 س م (5) $120^\circ, 60^\circ$

4. 36°، 72°، 108°، 144°، پورعمود چوڪندو

EAYUG4

9 لاٿ ۽ ڪميشن

ذرا ياد ڪريو

هيٺ چوڪنڊن ۾ مناسب عدد لکو

1. $\frac{12}{100}$ = سيڪڙو ☐ = ☐ %

2. 47 سيڪڙو = $\frac{☐}{☐}$

3. 86% = $\frac{☐}{☐}$

4. 300 جو 4 سيڪڙو = 300 × $\frac{☐}{☐}$ = ☐

5. 1700 جو 15% = 1700 × $\frac{☐}{☐}$ = ☐

اَچو تہ ويچار ڪريون

اهڙي قسم جو اِشتهار توهان ڏٺو هوندو. سيل ۾ گهٽيل ئي شين جي قيمت ۾ چوٽ يا لاٿ يا ربيٽ ڏني وڃي ٿي اَسان وٽ عام طرح جولاءِ مهنِي ۾ خاص ڪري ڪپڙن جو سيل شروع ٿيندو آهي. اِن جا ڪارڻ ڳولهيو ۽ چرچا ڪريو.

ڄاڻي وٺون

لاٿ (چوٽ) (Discount)

شري سريش جو جون ۽ جولاءِ ۾ ساڙيون جو وڪرو ۽ نفعو هيٺ تختي ۾ ڏنل آهي

ڪل نفعو (ر)	ڪل ساڙهي جو انداز	هڪ ساڙهي تي نفعو (ر)	ساڙهي جو وڪرو قيمت (ر)	ساڙهي جي اصلوڪي قيمت (ر)	مهنو
50 × 40 = 2000	40	50	250	200	جون
30 × 100 = 3000	100	30	230	200	جولاءِ

تختي مان توهان کي ڏيان ۾ اَچي ٿو تہ جولاءِ مهني ۾ ساڙهين مٿان سيل پڌرائي ڪرڻ سان هرهڪ ساڙهيءَ تي لاٿ ڏنل آهي. جنهن ڪري جولاءِ مهني ۾ ساڙهين جو وڪرو وڌيڪ ٿيو ۽ ڪل نعفي ۾ واڌ آئي.

وڪري لاءِ شيءِ مٿان قيمت لکيل هوندي آهي اُنکي ڇپيل قيمت (Market Price) چئبو آهي دڪاندار ڇپيل قيمت مٿان لاٽ ڏيندو آهي.

شيءِ وڪڻڻ وقت دڪاندار ڇپيل قيمت کان جيڪا رقم گهٽ وٺندو آهي اُن کي 'لاٽ' چئبو آهي

مطلب وڪرو - ڇپيل قيمت = لاٽ

لاٽ گهڻو ڪري سيڪڙي ۾ ڏني وڃي ٿي 20 سيڪڙو لاٽ مطلب شيءِ جي ڇپيل قيمت جو 20سيڪڙو گهٽ وٺڻ اُها شيءِ وڪڻڻ شيءِ جي قيمت 100 آهي تہ اُن تي 20 رپيا لاٽ ملندي.

اُن جي وڪرو قيمت ٿيندي 80 ر = 100-20

$$\text{اَهڙي وهنوار ۾ لاٽ \% } x \text{ آهي تہ } = \frac{x}{100} = \frac{\text{شيءِ جي قيمت}}{\text{ڇپيل قيمت}} = \text{تي لاٽ.}$$

$$\therefore \text{لاٽ} = \frac{\text{ڇپيل قيمت} \times x \text{ لاٽ سيڪڙو}}{100}$$

> وڌيڪ ڄاڻ لاءِ
>
> دڪان تي وڃي ڪتاب، ڪپڙا، موبائيل وغيره خريد ڪرڻ جي بدران اَڄ ڪلهہ آن لائين خريدي ڪئي وڃي ٿي. جيڪا ڪمپني آن لائين شيون وڪڻي ٿي اُن ڪمپنيءَ لاءِ دڪان يا ڪنهن بندوبست لاءِ ڪوبہ خرچ نہ لڳندو آهي. فقط گودام ۾ ٽرانسپورٽ خرچ لڳندو آهي. آن لائين خريدي تي لاٽ ٿي ۽ گهر ويٺي شيءِ پهچي ٿي.

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ ڪتاب جي ڇپيل قيمت 360 ر آهي دڪاندار اِهو 306 ر وڪيو. ٻڌايو تہ هن ڪيترو سيڪڙو لاٽ ڏني؟

حل : ڇپيل قيمت = 360ر، وڪرو = 306 ر تہ ڇوٽ = 360-306 = 54ر

شيءِ جي ڇاپيل قيمت 360 ر تہ لاٽ 54ر

$$\therefore \text{سمجهو تہ ڇپيل قيمت 100 ر تي لاٽ آهي } x \text{ .} \quad \frac{\text{لاٽ}}{\text{ڇپيل قيمت}} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore \frac{54}{360} = \frac{x}{100} \qquad \therefore x = \frac{54 \times 100}{360} = 15$$

∴ڪتاب جي ڇاپيل قيمت تي 15 سيڪڙو لاٽ ڏني.

مثال (2) ڪرسيءَ جي ڇپيل قيمت 1200 ر آهي اُن تي 10سيڪڙو لاٽ تي ڪل لاٽ ڪيتري؟ وڪرو قيمت لهو.

حل : طريقو I

ڇپيل قيمت تي 100 سيڪڙو لاٽ مطلب

ڇپيل قيمت 100 ر وڪرو 90 ر

سمجهو تہ 1200ر ڇپيل قيمت تي وڪرو قيمت xر آهي

$$\therefore \frac{x}{1200} = \frac{10}{100}$$

$$x = \frac{10}{100} \times 1200$$

$$x = 120$$

روپيا 120 = وڪرو قيمت

ڪل لاٽ = 120 ر

لاٽ - ڇپيل قيمت = وڪرو قيمت

1200-120 = 1080

وڪرو قيمت 1080 روپيا

طريقو II

ڇپيل قيمت =1200 ر

لاٽ = 10%

$\frac{\text{لاٽ}}{\text{ڇپيل قيمت}}$ جو ريشو لهنداسين

سمجهو تہ ڪرسيءَ جي قيمت تي لاٽ آهي x ر

$$\therefore \frac{x}{1200} = \frac{90}{100}$$

$$\therefore \quad x = \frac{90}{100} \times \frac{1200}{1}$$

$$\therefore x = 1080$$

ڪرسيءَ جي وڪرو قيمت 1080ر

=1200-120

=1080

مثال (3) ڇپيل قيمت مٿان 20%لاٽ ڏيڻ سان هڪ ساڙهي 1120 ر وڪامي تہ اُن ساڙهيءَ جي ڇپيل قيمت ڪيتري؟

حل : سمجهو تہ ساڙهيءَ جي ڇپيل قيمت 100 ر اُن تي لاٽ 20% سيڪڙو مطلب 20-100=80 ر

اِها وڪرو قيمت : اِن مان جيڪڏهن وڪرو قيمت 80ر تہ ڇپيل قيمت 100 ر ۽ جيڪڏهن وڪرو قيمت 1120 ر تہ ڇپيل قيمت 'x' ڪٿي ڇپيل قيمت لهنداسين.

$$\therefore \frac{80}{100} = \frac{1120}{x}$$

$$\therefore \quad x = \frac{1120 \times 100}{80}$$

$$= 1400$$

∴ ساڙهيءَ جي ڇپيل قيمت 1400 ر

مثال (4) دڪاندار هڪ شيءِ جي وڪرو قيمت هن ۾ مقرر ڪري، اُن شيءِ جي قيمت تي 30 سيڪڙو واڌ آڻي ڇپيل قيمت مقرر ڪري ٿو. شيءِ وڪڻڻ وقت هو 20 سيڪڙو لاٿ ڏيئي ٿو ته دڪاندار جي سوچيل قيمت کان ڪيس وڌيڪ قيمت ملي ٿي يا گهٽ؟

حل : اِن مثال ۾ شروعات 100 ر سان ڪبي ته حل ڪرڻ سولو ٿيندو

سمجهو ته دڪاندار مقرر ٿيل قيمت 100ر

اِن تي 30% واڌ مطلب ڇپيل قيمت 130 ر

$$\text{لاٿ} = 130 \text{ جو } 20\% = 130 \times \frac{20}{100} = 26 \text{ ر}$$

$$\therefore \text{وڪرو قيمت} = 130 - 26 = 104 \text{ ر}$$

مقرر ڪيل رقم 100 ته وڪرو 104 رپيا

مطلب دڪاندار کي 4 سيڪڙو وڌيڪ قيمت ملي.

مثال (5) هڪ شيءِ تي دڪاندار 8% لاٿ ڏئي ٿو اِن ۾ ڪيس 15% نفعو ٿئي ٿو جيڪڏهن اُن شيءِ جي ڇپيل قيمت 1750 ر آهي ته اُن شيءِ جي خريدي لهو.

حل : شيءِ جي ڇپيل قيمت = 1750 ر، لاٿ = 8%

$$\therefore \text{ڪل لاٿ} = 1750 \times \frac{8}{100} = 140 \text{ ر}$$

$$\text{وڪرو قيمت} = 1750 - 140 = 1610$$

هاڻي نفعو 15% مطلب خريدي 100 ر ته وڪرو 115ر

يعني وڪرو قيمت 115ر ته خريدي قيمت 100 ر

ساڳئي نموني وڪرو 1610ر ته خريدي آهي 'x' ر

$$\therefore \frac{x}{100} = \frac{1610}{115} \qquad \therefore x = \frac{1610 \times 100}{115} = 1400$$

$$\text{خريدي قيمت} = 1400 \text{ ر}$$

اِهو مان سمجهو

- وڪرو - ڇپيل قيمت = لاٿ
- لاٿ سيڪڙو x هجي ته $\frac{\text{ڪل لاٿ}}{\text{ڇپيل قيمت}} = \frac{x}{100}$

1. چپيل قيمت =1700ر، وڪرو=-1540ر تہ لاٽ لهو.

2. چپيل قيمت = 990ر، لاٽ سيڪڙو10 تہ وڪرو لهو.

3. وڪرو قيمت =900 ر لاٽ سيڪڙو = 20 تہ چپيل قيمت لهو.

4. هڪ پنکي جي چپيل قيمت 3000 ر آهي دڪاندار دسهيڙي جي موقعي تي 12 سيڪڙو لاٽ ڏني تہ پنکي تي ڏنل لاٽ ۽ پنکي جي وڪرو قيمت لهو.

5. 2300 ر چپيل قيمت وارو مڪسر گرائينڊر 1955 ر ملي ٿو تہ گراهڪ کي ڪيترو سيڪڙو لاٽ ملي؟

6. دڪاندار هڪ ٽيليويزن سيٽ تي 11سيڪڙو لاٽ ڏئي ٿو اُن جي وڪرو قيمت 22,250 آهي تہ ٽي وي جي چپيل قيمت لهو.

7. چپيل قيمت تي 10 سيڪڙو لاٽ ڏيڻ سان گراهڪ کي ڪل لاٽ 17 ر ملي تہ گراهڪ اُهي شيءِ گهٽي رپئي ورتي اِن لاءِ هيٺ چوڪنڊن ۾ مناسب عدد ڀريو.

سمجهو تہ شيءِ جي چپيل قيمت 100 ر آهي

گراهڪ کي اُها ملي= □ - □ 90 ر

جيڪڏهن □ چوٽ آهي تہ وڪرو قيمت x ر

$$\therefore x = \frac{\square \times \square}{\square} = \square \qquad \therefore \frac{x}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

∴ گراهڪ کي اِها شيءِ 153ر ملي.

8. دڪاندار هڪ شيءِ جي وڪرو قيمت مقرر ڪري، اُن جي قيمت مٿان 25 سيڪڙو واڌ آئي چپيل قيمت مشهور ڪري ٿو ۽ گراهڪ کي 20% لاٽ ڏي ٿو ٻڌايو دڪاندار کي ڪيترو سيڪڙو نفعو يا نقصان ٿيو؟

جاچي ونو

دلالي - ڪميشن (Commission)

شين جون اُتپادن ڪندڙ ڪمپنيون پاڻ مال نہ وڪڻنديون آهن.

ان لاءِ ڪمپنيون پنهنجو مال وڪڻڻ لاءِ خاص ماڻهن مٿان جوابداري رکنديون آهن.

اِنهن سيوائن لاءِ اُنهن ماڻهن کي ڪجهه معاوضو ڏنو ويندو آهي. اُن معاوضي کي ڪميشن -دلالي چئبو آهي. ۽ اهڙي ڪم ڪندڙن کي ڪميشن ايجنٽ چئبو آهي. ڪميشن سيڪڙو روپ ۾ ڏجي ٿي.

زمين، پلاٽ، گهر وغيره وڪڻڻ لاءِ مالڪن کي سولو گراهڪ نہ ملندا آهن. اِنڪري وڪڻڻ ۽ خريد ڪرڻ ۾ مالڪ ئي گراهڪ کي گڏ ڪرڻ ۾ جيڪو ماڻهو ڪم ڪندو آهي اُن کي دلال يا اِسٽيٽ ايجنٽ چوندا آهن.

اَناج، ڀاڄيون، ميوا وغيره ذريعي وڪرو لاءِ وچ وارو ماڻهو مزوري آهي اُن ماڻهوءَ کي بہ دلال يا وچ وارو چئبو تہ اُن ماڻهوءَ کي بہ دلال يا وچ وارو چئجي ٿو ۽ ڪم عيوض مليل رقم کي دلالي چئجي ٿو. دلالي بندي خريدي ڪندڙ ۽ وڪڻندڙ ڪان ملي سگهي ٿي.

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ دلال معرفت شري پٽيءَ 2,50,000 ر قيمت جو پلاٽ سداشو کي وڪيو. دلال هرهڪ کان 2% دلالي ورتي دلال کي ڪل ڪيتري دلالي ملي؟

حل : پلاٽ جي قيمت = 2,50,000

∴ تہ دلالي = $250000 \times \frac{2}{100} = 5000$

ٻنهي کان دلالي = $10000 = 5000 + 5000$

مثال (2) سڪديو 10ڪئنٽال ڪڻڪ، في ڪئنٽال 4050ر اگهہ سان وڪيو هن وچواري کي 1%دلالي ڏني تہ سڪديو کي ڪڻڪ وڪڻڻ تي ڪيتري رقم ملي؟

حل : ڪڻڪ جي ڪل قيمت = $10 \times 4050 = 40500$ دلاليءَ جو اَگهہ سيڪڙو 1

∴ تہ دلالي = $40500 \times \frac{1}{100} = 405$

∴ ڪڻڪ جي ڪل وڪرو قيمت = $40,095 = 40500 - 405$

سڪديو کي مليل رقم = 40,095 ر

ربيٽ (Rebate)

ڪاڏي گرام اُديوگ ڀنڊار، هٿنڊلوم، دڪان، هٽ - ڪلا وڪرو مرڪز، مهلا بچت گٽ اِهي سنستائون ڪن خاص موقعن تي گراهڪن کي ڇوٽ ڏيندا آهن مثال گانڌي جينتي موقعي تي ڪادي - ڪپڙن مٿان ڇوٽ ڏني وڃي ٿي.

اَهڙي وقت دڪاندار کي ڇپيل قيمت کان جيڪا رقم گهٽ ملي ٿي، اُن جي ڀرپائي سرڪار ڪندي آهي. دڪاندار کي سرڪار پاران ڀرپائي واري ملندڙ رقم کي ريبيٽ چئبو آهي.

جيڪڏهن مقرر ٿيل رقم کان وڌيڪ ڪمائي هوندي آهي ته مرڪزي سرڪار اُنتي اِنڪم ٽئڪس وٺندي آهي. اِنڪم ٽئڪس ڀريندڙ ڪجهه شخصن کي مالي منتري ٽئڪس ۾ ڇوٽ جي پڌرائي ڪندو آهي، اُن کي به ربيٽ چئبو آهي. ريبيٽ هڪ قسم جي لاٽ آهي اِها خاص منظور ڪيل سنستائن يا سرڪار پاران ڏني وڃي ٿي.

حل ڪيل مثال

1. هٿنڊلوم هائوس جي هڪ دڪان تان سڌير هيٺيون شيون خريد ڪيون

(i) 2 چادرون هرهڪ 375 ر (ii) غاليچا هرهڪ 225ر اِن خريدي تي 15سيڪڙو ريبيٽ ملي ته ريبيٽ جي ڪل رقم ڪيتري؟ سڌير دڪاندار کي ڪيتري رقم ڏني؟

حل : 2 چادرن جي قيمت = $2 \times 375 = ₹\ 750$. 2 غاليچن جي قيمت = $2 \times 525 = ₹\ 1050$.

خريد ڪيل شين جي ڪل قيمت = $750 + 1050 = 1800$ ر

$= 1800 \times \frac{15}{100} = 270$ ر.

∴ سڌير دڪاندار کي ڏنا = $1800 - 270 = 1530$ر.

اَڀياس 9.2

1. جان هڪ پرڪاشڪ جا 4500 ر جا ڪتاب وڪيا. کيس 15 سيڪڙو ڪميشن ملي ته ڪل ڪميشن لهو. اِهو حل ڪرڻ لاءِ هيٺين ۾ مناسب عدد لکو.

ڪميشن جو اگهه = ☐ ڪتابن جو وڪرو قيمت = ☐

∴ ڪميشن = ☐ ر ملِيل ڪميشن = $\frac{☐}{☐} \times$ ☐

2. ر قيمت 15000 رپين جا گل 4% دلالي ڏيئي دلال معرفت وڪيا تہ دلالي ڪيتري؟ ر قيمت ڪي ڪل ڪيتري رقم ملي؟

3. هڪ ڪڙمي 9200 ر جو مال وچ واري معرفت وڪيو ۽ ڪيس 2% آڙت ڏيئي پيئي پڌايو تہ آڙت جي ڪيتري رقم ؟

4. ڪادي پنداڙ مان اُما ٻائي هيٺيون شيون خريد ڪيون.

(i) 3 ساڙهيون، هرهڪ 560 ر

(ii) 6 ماڪيءَ جون بوتلون هرهڪ 90 ر

اِن خريديءَ تي ڪيس 12 سيڪڙو ريبيٽ ملي تہ اُما ٻائي ڪل ڪيترا روپيا ڀريا؟

5. ڏنل چاڪ جي آڌار تي هيٺ جملن ۾ خال ڀريو

هڪ دلال معرفت شريمتي ديپانجليءَ 7,50,000 ر قيمت وارو گهر شريمتي ليلا بين کان خريد ڪيو دلال ٻنهي کان 2% دلالي ورتي.

(1) شريمتي ديپانجليءَ کي گهر خريد ڪرڻ لاءِ [ ] × $\frac{[\ ]}{[\ ]}$ = [ ] رپيا دلالي ڏني.

(2) ليلا بين گهر وڪڻڻ لاءِ ڪل [ ] رپيا دلالي ڏني.

(3) دلال کي ڪل [ ] رپيا دلالي ملي.

(4) شريمتي ديپانجلي کي اِهو گهر [ ] ر مليو.

(5) شريمتي ليلابين اِهو گهر [ ] ر وڪيو.

جواب

ايپياس 9.1

1. ₹ 160 2. ₹ 891 3. ₹ 1125 4. ₹ 2640 5. 15% 6. ₹ 25,000

8. 0 %.

ايپياس 9.2

دلالي 600 ر ۽ رقم 14400

3. ₹ 184 4. ₹ 1953.60

EB8QHR

گڏيل اَڀياس 1

1. هيٺ سوالن لاءِ متبدل جوابن مان مناسب جواب ڳولهيو.

(1) PQRS □ ۾ $m\angle R = 108^\circ = m\angle P$ ۽ $m\angle S = 72^\circ = m\angle Q$

(A) پاسو PQ پاسو ۽ QR (B) پاسو PQ پاسو ۽ SR

(C) پاسو SR پاسو ۽ SP (D) پاسو PS پاسو ۽ PQ

(2) هيٺ ڏنل بيان پڙهو ۽ جوابن مان مناسب جواب ڳولهيو.

(i) مستطيل جا اُريب هڪ ٻئي جا عمودي اَڌڪ هوندا آهن.

(ii) پورپاسي چوڪنڊي جا اُريب هڪ ٻئي جا عمودي اَڌڪ هوندا آهن.

(iii) پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جا اُريب هڪ ٻئي جا عمودي اَڌڪ هوندا آهن.

(vi) لغڙ ۾ اُريب هڪ ٻئي جا اَڌڪ هوندا آهن.

(A) بيان (ii) ۽ (iii) صحيح آهي (B) فقط بيان (ii) صحيح آهي

(C) بيان (ii) ۽ (iv) صحيح آهي (D) بيان (i), (iii), (iv) صحيح آهي

(3) $6859 = 19^3$ ته $\sqrt[3]{0.006859}$ = ڪيترو؟

(A) 1.9 (B) 19 (C) 0.019 (D) 0.19

2. هيٺين عددن جو ٽيون مول لهو.

(1) 5832 (2) 4096

3. $m \alpha n$, جيڪڏهن $m = 25$ اِن مان ته $n = 15$ ڪيتري؟

(1) $n = 87$ ته m ڪيتري ? (2) $m = 155$ ته n = ?

4. x ۽ y اِهي اَڻ سڌي ڦير ۾ آهن. x=12 ته y=30 اِن مان

(1) جيڪڏهن $x = 15$ ته y = ڪيتري ? (2) $y = 18$ ته x = ?

5. هڪ ليڪ l ڪڍيو اِن ليڪ کان 3.5 س م مفاصلي تي هڪ پوروچوٽ ليڪ ڪڍيو.

6. $(256)^{\frac{5}{7}}$ اِهو عدد ڪهڙي عدد جو ڪيترو مول ۽ ڪيتري سگهه آهي؟

7. سوتر ڪم آڻي وستار ڪريو

(1) $(5x-7)(5x-9)$ (2) $(2x-3y)^3$ (3) $(a+\frac{1}{2})^3$

8. هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ڪڍو اِن ٽڪنڊي جا سڀ مڌيان ڪڍو. اُنهن مڌيانن جو عام ڇيدي ٽپڪو ڏيکاريو.

.9 Δ ABC ڪڍو جنهن ۾ l (BC) = 5.5 س م $m\angle ABC = 90°$، l (AB) = 4
اِن ٽڪري ۾ عمودي چيد ٽبڪو ڏيکاريو.

.10 هڪ بس جي رفتار 48 ڪ م / ڪلاڪ آهي اُها هڪ ڳوٺ کان ٻئي ڳوٺ وڃڻ لاءِ 5 ڪلاڪ وٺي ٿي جيڪڏهن بس جي رفتار 8 ڪ م / ڪلاڪ گهٽ ڪبي، تہ ساڳئي سفر لاءِ ڪيترا ڪلاڪ لڳندا؟
ڦير جو قسم سڃاڻي مثال حل ڪريو.

.11 Δ ABC ۾ ٽڪر AD ۽ ٽڪر BE مڏيان آهي G مرڪزڪ آهي. جيڪڏهن 5 س م l(AG) = 5 س م
l(GD) = ڪيترو ۽ جيڪڏهن l(GE) = 2 تہ l(BE) = لهو ؟

.12 هيٺ ڏنل عدد ڏهائي اَڳپورن ۾ لکو

(1) $\frac{8}{13}$ (2) $\frac{11}{7}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) $\frac{7}{9}$

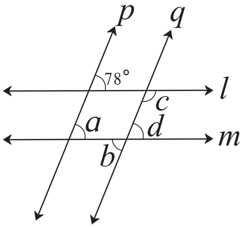
.13 جزا لهو :

(1) $2x^2-11y+5$ (2) $x^2-2x-80$ (3) $3x^2-4x+1$

.14 هڪ ٽيلويزن سيٽ جي قيمت 50000ر آهي اِهو سيٽ دڪاندار 15% لاٽ ڏيئي وڪيو گراهڪ اُهو سيٽ ڪيتري خريد ڪيو؟

.15 راجا ڀائو پنهنجو فلئٽ دلال معرفت 88,000,00 ر وسنت کي وڪيو دلال ٻنهي کان 2% دلالي ورتي تہ دلال کي ڪل ڪيتري دلالي ملي؟

.16 □ABCD هڪ پوروچوٽ پاسو چوڪندو ڪڍو l(DC) = 5.5 س م، $m\angle D = 45°$، l(AD) = 4 س م.



.17 پرواري شڪل ۾ ليڪ l || ليڪ m ۽ ليڪ q || ليڪ p
تہ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ ماپون لهو.

جواب

1. (i) B (ii) B (iii) D 2. (1)18 (2) 16 3. (1) 145 (2) 93

4. (1) 24 (2) 20 6. 256 جو ستين مول جي ٥ سگهہ جو

7. (1) $25x^2-80x+63$ (2) $-27y^3$ (3) $a^3+\frac{3a^2}{2}+\frac{3a}{4}+\frac{1}{8}$

10. 6 ڪلاڪ 11. l(GD) = 2.5 س م, l(BE)= 6 س م

12. (1) $0.\overline{615384}$ (2) $1.\overline{571428}$ (3) 0.3125 (4) $0.\dot{7}$

13. (1) $(y-5)(2y-1)$ (2) $(x-10)(x+8)$ (3) $(x-1)(3x-1)$

14. ₹42500 15. ₹ 352000 17. 78°, 78°, 102°, 78°

10 ڳھٽپدن جي ونڊ

ذرا ياد ڪريو

گذريل درجي ۾ جوڙ، ڪٽ، ضرب بابت توهان آلجبرا اندازن ۾ سکيو آهي.

هيٺ مثالن ۾ خال پريو

(1) $2a + 3a =$ ☐ (2) $7b - 4b =$ ☐

(3) $3p \times p^2 =$ ☐ (4) $5m^2 \times 3m^2 =$ ☐

(5) $(2x + 5y) \times \frac{3}{x} =$ ☐ (6) $(3x^2 + 4y) \times (2x + 3y) =$ ☐

چاڪي ونئون

ڳھٽپدن جي واقفيت (Introduction to polynomial)

هڪ ڦيرائتي وارن آلجبرا اَندازن ۾ هرهڪ پدي جي قوت نما اِها سچو عدد هوندي ته اهڙي اَنداز کي ڳھٽپدو چئجي ٿو.

مثال، $x^2 + 2x + 3$; $3y^3 + 2y^2 + y + 5$ اِهي هڪ ڦيرائتي وارا ڳھٽپدا آهن

ڳھٽپدي واري انداز ۾ جوڙ، ڪٽ ۽ ضرب جون ڪارروايون ڪيئون وجن ٿيون.

مثال،

(1) $(3x^2 - 2x) \times (4x^3 - 3x^2)$

$= 3x^2(4x^3 - 3x^2) - 2x(4x^3 - 3x^2)$

$= 12x^5 - 9x^4 - 8x^4 + 6x^3$

$= 12x^5 - 17x^4 + 6x^3$

(2) $(4x - 5) - (3x^2 - 7x + 8)$

$= 4x - 5 - 3x^2 + 7x - 8$

$= -3x^2 + 11x - 13$

ڳھٽپدي جي ڊگري (Degree of a polynomial)

هيٺ ڏنل هرهڪ مثال ۾ ڳھٽپدي جي ڦيرائتي جي وڏي ۾ وڏي قوت نما لکو.

(1) $3x^2 + 4x$ 2

(2) $7x^3 + 5x + 4x^5 + 2x^2$ ☐

ڏنل ڳھٽپدي جي ڦيرائتي جي وڏي ۾ وڏي قوت نما کي اُن ڳھٽپدي جي ڊگري چئبو آهي.

اِهو مان سمجهو

- هڪ ڦيرائتي واري گهٽپدي ۾ ڦيرائتي جي قوت نما سچو انگ هوندو ته اُهو گهٽپدو هوندو آهي.
- گهٽپدي ۾ ڦيرائتي جي وڏي ۾ وڏي قوت نما اُن گهٽپدي جي ڊگري هوندي آهي.

چاڪي وٺون

هڪ پدي کي هڪ پدي سان ونڊ ڪرڻ (To divide a monomial by a monomial)

مثال (1) $15p^3 \div 3p$ اِها ونڊ ڪرڻ لاءِ

حل : اِها ونڊ ڪرڻ لاءِ $15p^3 \div 3p$

3P کنهن سان ضرب ڪبي جو $15p^3$ ملندو. اِهو ويچار ڪرڻو پوندو.

$$3p \times 5p^2 = 15p^3 \quad \therefore \quad 15p^3 \div 3p = 5p^2$$

$$\begin{array}{r|l} & 5p^2 \\ 3p & 15p^3 \\ & -15p^3 \\ \hline & 0 \end{array}$$

هن مثال کي پر واري ڊيڪاريل نموني ڪري سگهجي ٿو.

مثال (2) ونڊ ڪريو چوڪندن ۾ مناسب پد لکو

(i) $(-36x^4) \div (-9x)$

$$\begin{array}{r|l} & \square \\ -9x & -36x^4 \\ & \square \\ \hline & \square \end{array}$$

(ii) $(5m^2) \div (-m)$

$$\begin{array}{r|l} & \square \\ -m & 5m^2 \\ & \square \\ \hline & \square \end{array}$$

(iii) $(-20y^5) \div (2y^3)$

$$\begin{array}{r|l} & \square \\ 2y^3 & -20y^5 \\ & \square \\ \hline & \square \end{array}$$

گهٽپدي کي هڪ پد سان ونڊ ڪرڻ (To divide a polynomial by a monomial)

هيٺ ڏنل مثال سمجهو ۽ ونڊ ڪرڻ طريقو سکو

مثال (1)

$(6x^3 + 8x^2) \div 2x$

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2 + 4x \\ 2x & 6x^3 + 8x^2 \\ & -6x^3 \\ \hline & 0 + 8x^2 \\ & -8x^2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

(i) $2x \times \boxed{3x^2} = 6x^3$

(ii) $2x \times \boxed{4x} = 8x^2$

$\therefore$ ونڊ اُپٽ $= 3x^2 + 4x$ پاڇي $= 0$

مثال (2) $(15y^4 + 10y^3 - 3y^2) \div 5y^2$

حل :

$$
\begin{array}{r}
3y^2 + 2y - \frac{3}{5} \\
5y^2 \overline{)\, 15y^4 + 10y^3 - 3y^2} \\
\underline{-15y^4 \qquad\qquad\qquad} \\
0 + 10y^3 - 3y^2 \\
\underline{-10y^3 \qquad} \\
0 - 3y^2 \\
\underline{-3y^2} \\
0
\end{array}
$$

سمجهاڻي

(i) $5y^2 \times \boxed{3y^2} = 15y^4$

(ii) $5y^2 \times \boxed{2y} = 10y^3$

(iii) $5y^2 \times \boxed{\frac{-3}{5}} = -3y^2$

$\therefore$ ونڊ اُپت = $3y^2 + 2y - \frac{3}{5}$ پاچي = 0

مثال (3) $(12p^3 - 6p^2 + 4p) \div 3p^2$

حل :

$$
\begin{array}{r}
4p - 2 \\
3p^2 \overline{)\, 12p^3 - 6p^2 + 4p} \\
\underline{-12p^3 \qquad\qquad\quad} \\
0 - 6p^2 + 4p \\
\underline{\mp 6p^2 \qquad} \\
0 + 4p
\end{array}
$$

سمجهاڻي

(i) $3p^2 \times \boxed{4p} = 12p^3$

(ii) $3p^2 \times \boxed{-2} = -6p^2$

$\therefore$ ونڊ اُپت = $4p - 2$ پاچي = $4p$

مثال (4) $(5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6) \div x^2$

حل :

$$
\begin{array}{r}
5x^2 - 3x + 4 \\
x^2 \overline{)\, 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6} \\
\underline{5x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \\
0 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6 \\
\underline{\mp 3x^3 \qquad\qquad\qquad\qquad} \\
0 + 4x^2 + 2x - 6 \\
\underline{-4x^2 \qquad\qquad} \\
0 + 2x - 6
\end{array}
$$

سمجهاڻي

(i) $x^2 \times \boxed{5x^2} = 5x^4$

(ii) $x^2 \times \boxed{-3x} = -3x^3$

(iii) $x^2 \times \boxed{4} = 4x^2$

$\therefore$ ونڊ اُپت = $5x^2 - 3x + 4$ پاچي = $2x - 6$

گھٽپدن جي ونڊ ڪرڻ ۾ جيڪڏهن پاڇي پڙي اَچي يا بچيل ونڊڻي جي ڊگري ونڊيندڙ جي ڊگريءَ ڪان ننڍو هوندو. اُن وقت اِها ڪاروائي پوري ٿيندي.

متين مثال (3) ۾ $4p$ اِها پاڇي جي ڊگري $3p^2$ ونڊيندڙ جي ڊگريءَ ڪان ننڍي آهي .

مثال (4) ۾ $2x - 6$ اها پاڇي جي ڊگري x^2 ونڊيندڙ ڪان ننڍي آهي.

اَڀياس 10.1

1. ونڊ ڪريو . ونڊ اُپٽ ۽ پاڇي لکو.

(1) $21m^2 \div 7m$

(2) $40a^3 \div (-10a)$

(3) $(-48p^4) \div (-9p^2)$

(4) $40m^5 \div 30m^3$

(5) $(5x^3 - 3x^2) \div x^2$

(6) $(8p^3 - 4p^2) \div 2p^2$

(7) $(2y^3 + 4y^2 + 3) \div 2y^2$

(8) $(21x^4 - 14x^2 + 7x) \div 7x^3$

(9) $(6x^5 - 4x^4 + 8x^3 + 2x^2) \div 2x^2$

(10) $(25m^4 - 15m^3 + 10m + 8) \div 5m^3$

چاڪي وٺون

گھٽپدي کي ٻہ پدي سان ونڊ ڪرڻ (To divide a polynomial by a binomial)

گھٽپدي کي ٻپدي سان ونڊ ڪرڻ جو طريقو گھٽپدي کي هڪ پدي سان ونڊ ڪرڻ جھڙو ئي آهي

مثال (1) $(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$

$$\begin{array}{r|l} & x + 2 \\ \hline x + 2 & x^2 + 4x + 4 \\ & \underline{-}x^2 \underline{+} 2x \\ \hline & 0 + 2x + 4 \\ & \underline{+} 2x \underline{+} 4 \\ \hline & 0 \end{array}$$

سمجھاڻي

(i) ڀھرياڻين ونڊڻي ۽ ونڊيندڙ ۾ ڦيرائتا گھٽجندڙ سلسلي ۾ رکڻ گھرجن.
ونڊيندڙ جو پھريون پد کي x سان ضرب ڪرڻ سان ونڊڻيءَ جو پھريون پد ملي ٿو.

(ii) $2x + 4 = \boxed{2} \times (x + 2)$

∴ ونڊ اُپٽ = $x + 2$ ۽ پاڇي = 0

مثال (2) $(y^4 + 24y - 10y^2) \div (y + 4)$

ونڊيءَ جي ڊگري آهي. گهٽپدي ۾ گهٽجندڙ سلسلي ۾ پد نه ڏنل آهي.

3 سگهه وارو پد نه آهي.

اهو $0y^3$ مڃي. پد گهٽجندڙ سلسلي ۾ لکنداسين ۽ ونڊ كنداسين.

$$
\begin{array}{r|l}
 & y^3 - 4y^2 + 6y \\
y + 4 & y^4 + 0y^3 - 10y^2 + 24y \\
 & \underline{-y^4 \pm 4y^3} \\
 & 0 - 4y^3 - 10y^2 + 24y \\
 & \underline{\mp 4y^3 \mp 16y^2} \\
 & 0 + 6y^2 + 24y \\
 & \underline{-6y^2 \pm 24y} \\
 & 0 \quad 0
\end{array}
$$

سمجهاڻي

(i) $(y + 4) \times y^3 = y^4 + 4y^3$

(ii) $(y + 4) \times -4y^2 = -4y^3 - 16y^2$

(iii) $(y + 4) \times 6y = 6y^2 + 24y$

∴ ونڊ اُپت = $4y^3 - 4y^2 + 6y$ پاڇي = 0

مثال (3) $(6x^4 + 3x^2 - 9 + 5x + 5x^3) \div (x^2 - 1)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 6x^2 + 5x + 9 \\
x^2 - 1 & 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 5x - 9 \\
 & \underline{-6x^4 \qquad \mp 6x^2} \\
 & 0 + 5x^3 + 9x^2 + 5x - 9 \\
 & \underline{\pm 5x^3 \qquad \mp 5x} \\
 & 0 + 9x^2 + 10x - 9 \\
 & \underline{-9x^2 \qquad \mp 9} \\
 & 0 + 10x + 0
\end{array}
$$

سمجهاڻي

(i) $(x^2 - 1) \times 6x^2 = 6x^4 - 6x^2$

(ii) $(x^2 - 1) \times 5x = 5x^3 - 5x$

(iii) $(x^2 - 1) \times 9 = 9x^2 - 9$

∴ ونڊ اُپت = $6x^2 + 5x + 9$ پاڇي = $10x$

اِهو مان سمجهو

- گھٽپدن ۾ ونڊ ڪرڻ وقت جڏهن پاڇي ۾ٻڙي اَچي يا پاڇيءَ جي ڊگري اِها ونڊيندڙ جي ڊگريءَ کان ننڍي هجي، تہ ونڊ جي ڪاروائي پوري ٿيندي.
- ونڊڻي گھٽپدن ۾ جيڪڏهن سلسلو برابر نہ هجي تہ پهريائين ڦيرائڻ جو قوت نمائون گھٽجندڙ سلسلي ۾ رکجن جيڪڏهن ڪا قوت نما ڪٽل هجي تہ O ڳڻڪ ڏيئي سلسلو ٺاهجي.

اَڀياس 10.2

1. ونڊ ڪريو . ونڊ اُپت ۽ پاڇي لکو.

(1) $(y^2 + 10y + 24) \div (y + 4)$ (2) $(p^2 + 7p - 5) \div (p + 3)$

(3) $(3x + 2x^2 + 4x^3) \div (x - 4)$ (4) $(2m^3 + m^2 + m + 9) \div (2m - 1)$

(5) $(3x - 3x^2 - 12 + x^4 + x^3) \div (2 + x^2)$

(6★) $(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1) \div (a^3 - 2)$

(7★) $(4x^4 - 5x^3 - 7x + 1) \div (4x - 1)$

جواب

اَڀياس 10.1

1. $3m, 0$ 2. $-4a^2, 0$ 3. $\frac{-16}{3}p^2, 0$ 4. $\frac{4}{3}m^2$

5. $5x - 3, 0$ 6. $4p - 2, 0$ 7. $y + 2, 3$ 8. $3x, -14x^2 + 7x$

9. $3x^3 - 2x^2 + 4x + 1, 0$ 10. $5m - 3, 10m + 8$

اَڀياس 10.2

1. $y + 6, 0$ 2. $p + 4, -17$ 3. $4x^2 + 18x + 75, 300$

4. $m^2 + m + 1, 10$ 5. $x^2 + x - 5, x - 2$

6. $a - 1, a^2 + a - 1$ 7. $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} - \frac{29}{16}, \frac{-13}{16}$

EBHLJE

11 عدد شاستر

جاڳي ونون

مثال سويتا هڪ ڪتاب هرروز 60, 50, 54, 46, 50 صفحا پڙهيا تہ روز صفحا پڙهڻ جي سراسري لهو.

حل : سراسري = $\dfrac{\text{ڪل ڪٽڻن جو جوڙ}}{\text{ڪل ڪٽڻون}}$

$$= \frac{60 + \square + \square + \square + 50}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

هرروز پڙهيل صفحن جي سراسري □ آهي.

هن کي سراسري مڌيہ چوندا آهن.

جاڳي ونون

مٿي ڏنل مثال ۾ روز پڙهن صفحن جو انداز هڪ عدد جاڻ آهي. اِن مان نتيجو نڪتو تہ سويتا جي روز پڙهندڙ صفحن جي سراسري 52 آهي.

ڏاهڙي نموني ڪنهن گهٽنا يا ڪنهن مسئلي بابت عددي جاڻ ڪٺو ڪرڻ، اُن جاڻ جو ابياس ڪري نتيجا ڪڍڻ اِن کي عدد شاستر چئبو آهي.

مڌيہ (سراسري)(Mean)

اسان ڏٺو 46,45,50,60 ۽ 50 جي سراسري 52 آهي اِن سراسريءَ کي عدد شاستر ٻوليءَ ۾ مڌيہ چئبو آهي. عددي جاڻ جي مڌيہ لهڻ لاءِ ڏنل عددن جو جوڙ ڪبو آهي ۽ اُن جوڙ کي ڏنل عددن جي انداز سان ونڊ ڪبي آهي مڌيہ ڪڍڻ لاءِ اَڃان اسان وڌيڪ ابياس ڪنداسين.

مثال : هڪ اسڪول ۾ درجي اٺين جي 37 شاگردن جون حساب جي 10 مارڪن جي آزمائش ۾ مليل مارڪون هيٺ ڏنل آهن اِنهن مارڪن جو مڌيہ لهو.

2, 4, 4, 8, 6, 7, 3, 8, 9, 10, 10, 8, 9, 7, 6, 5, 4, 6, 7, 8, 4, 8, 9, 7, 6,
5, 10, 9, 7, 9, 10, 9, 6, 9, 9, 4, 7.

حل : اِن مثال جي حاصل ڪيل ڄاڻ ۾ عددن جو جوڙ ڪرڻ وڌيڪ وقت وٺندو آسان ڪي ڄاڻ آهي.

$35 = 5 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7$ اهو ڌيان ۾ رکو 7 اِهو آنگ 5 دفعا

جوڙ ڪرڻ بدران 7 کي 5 سان ضرب ڪرڻ سان جلد جواب ملندو. انڪري مليل ڄاڻ کي گروپن ۾ ورهائي جوڙ ڪرڻا سولو ٿيندو.

x_i , مارڪون مليل مارڪون	ليڪا نشان	شاگردن جو انداز جهجهائي f_i	$f_i \times x_i$
2	|	1	$1 \times 2 = 2$
3	|	1	$1 \times 3 = 3$
4	~~||||~~	5	$5 \times 4 = 20$
5	||	2	$2 \times 5 = 10$
6	~~||||~~	5	$5 \times 6 = 30$
7	~~||||~~ |	6	$6 \times 7 = 42$
8	~~||||~~	5	$5 \times 8 = 40$
9	~~||||~~ |||	8	$8 \times 9 = 72$
10	||||	4	$4 \times 10 = 40$
		$N = 37$	$\Sigma f_i x_i = 259.$

مڌيم $= \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{N}$

$= \dfrac{259}{37}$

$= 7$

مٿي ڏنل شجرو تيار ڪرڻ مهل هيٺ ڏنل ڏاڪا ڌيان ۾ رکو.

- پهرين ڪالم ۾ $x_1 < x_2 < x_3 \ldots$ ائين وڌندڙ سلسلي ۾ ڪٽتون لکو اِن ڪالم کي x_i چئبو.
- ٻئي ڪالم ۾ ليڪا نشان لکو
- ٽئين ڪالم ۾ ليڪا نشان ڳڻي اُهو عدد لکو اِها جهجهائي f_i ۾ ڏيکاربي آهي. اِن ڪالم هيٺ سڀني جهجهائي جو جوڙ لکو اهو N ڏيکاريل آهي.
- آخري ڪالم ۾ $f_i \times x_i$ لکو ۽ هيٺ سڀني ضربن جو جوڙ لکو اهو $f_i \times x_i$ روپ ۾ ڏيکاربو آهي. $\Sigma\ f_i \times x_i$ اها سگما جي نشاني آهي مڌيم Σ (x بار) ۾ ڏيکاربي آهي.

$\therefore$ مڌيم $\overline{x} = \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{N}$

مثال : راجاپور ڳوٺ ۾ 30 ڪڙمين جي سويابين پيدائيش ڪئنٽل ۾ هيٺ ڏنل آهي اِن ملبل چاڙ مان سويابين پيدايش جو مڌيہ لهو.

9, 7.5, 8, 6, 5.5, 7.5, 5, 8, 5, 6.5, 5, 5.5, 4, 4, 8,

6, 8, 7.5, 6, 9, 5.5, 7.5, 8, 5, 6.5, 5, 9, 5.5, 4, 8.

حل :

پيدايش ڪئنٽل (ڪٽل) x_i	ليڪا نشان	ڪڙمين جو انداز (جهجهائي) f_i	$f_i \times x_i$
4	III	3	12
5	~~IIII~~	5	25
5.5	IIII	4	22
6	III	3	18
6.5	II	2	13
7.5	IIII	4	30
8	~~IIII~~ I	6	48
9	III	3	27
		N = 30	$\Sigma f_i x_i = 195.$

$$\text{مڌيہ } \bar{x} = \frac{\Sigma f_i \times x_i}{N} = \frac{195}{30} = 6.5$$

سويابين پيداش جو مڌيہ 6.5 ڪئنٽال آهي.

اَڀياس 11.1

1. 8 درجي اَٺين ۾ 30 شاگردن 2017-18 ان سال ۾ هيٺ ڏنل جهجهائي شجري موجب بوٽا لڳايا اِن جو مڌيہ ڪڍڻ لاءِ هيٺ ڏنل چوڪندا پورا ڪريو.

بوٽن جو انداز (ڪٽل) x_i	شاگردن جو انداز (جهجهائي) f_i	$f_i \times x_i$
1	4	4
2	6	□
3	12	□
4	8	□
	N = □	$\Sigma f_i x_i$ = □

$$\text{مڌيہ } \bar{x} = \frac{\square}{N}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

$$= \square$$

∴ هرهڪ شاگرد جي لڳايل بوٽن جو مڌيہ □ آهي.

.2 ايڪلارا ڳوٺ ۾ 25ڪٽنبن جي بجلي کپت يونٽن ۾ هيٺ ڇهڇهائي شجري ۾ ڏنل آهي. شيجرو پورو ڪري سوالن جا جواب ڏيو.

بجلي کپت يونٽ (ڪٽٽ) x_i	ڪٽنبن جو انداز (ڇهڇهائي) f_i	$f_i \times x_i$
30	7	....
45	2	....
60	8	....
75	5	....
90	3	....
	N = ...	$\Sigma f_i x_i$ =.......

(1) 45 يونٽ بجلي واپرائڻ وارا گهٽا ڪٽنب؟

(2) ڇهڇهائي 5 ڏيکارينڊڙ ڪٽٽ ڪهڙي آهي؟

(3) N= ڪيترو؟ = $\Sigma f_i x_i$ ڪيترو؟

(4) اِنهن مان مڌيه لهو.

.3 ڀلار ۾ 40 ڪٽنبن جي ڀاتين جو انداز هيٺ ڏنل آهي. اِن مان اِنهن 40ڪٽنبن جي ڀاتين جي مڌيه لهو.
1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 2, 3, 2, 1, 4, 5,
6, 7, 3, 4, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 5, 5, 4, 6, 2, 3, 5, 6, 4, 2.

.4 ناگپور منڊل هاءِ اِسڪول ۾ راڄيه سطح تي وگيان نماءُ ۾ گذريل 20سالن ۾ پيش ڪيل وگيان ۽ حسابن جي پروجيڪٽن جو انداز هيٺ ڏجي ٿو. اِن مان مڌيه لهو.

2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 2, 3, 2.

چاڪي وٺون

گذريل درجي ۾ آسان سادو ڪالم گراف ۽ گڏيل ڪالم گراف بابت اڀياس ڪيو آهي. هاڻي آسان ڪالم گراف جو نئون قسم سڪنداسين هڪ مثال ڏسون.

اپ ورهايل ڪالم گراف (Subdivided bar diagram)

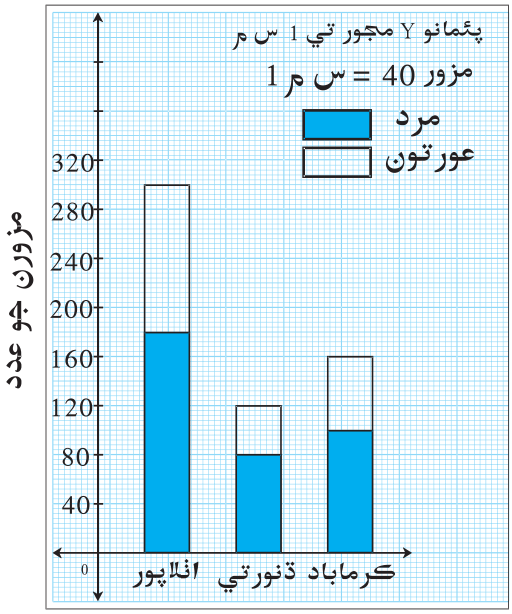
مليل ڄاڻ جي جاچ ۽ گڏيل ڪالم گراف وانگر اپ ورهايل ڪالم گراف وسيلي پڻ ڪري سگهجي ٿي.

اُن ۾ هڪ ڪان جزن جي ڄاڻ جا ڪالم ڏيکاري سگهجن ٿا. اچو تہ اُن جا ڏاڪا ڏسون.

ڳوٺ	اِنلاپور	ڏنوڊي	ڪرماباد
مرد (مزور)	180	80	100
عورتون (مزور)	120	40	60
ڪل مزور	300	☐	☐

- ڀرپائين مليل ڄاڻ جو شجرو تيار ڪريو.

- گراف پني تي X-محور ۽ Y- محور ڪيو.
- هم مفاصلي ڪٽي X-محور تي ڳوٺن جا نالا لکو.
- Y- محور تي مزورن جو انداز لکو. 1 س م = 40 مزور اِهو پئمانو ڪٽو.
- اِنلاپور ڳوٺ ۾ ڪل مرور 300 آهن اها هڪ ڪالم ڏيکاريو.



ڳوٺن جا نالا

- ان ڪالم ۾ مرد مزور هڪ حصو آهي، اُهو خاص نشاني سان ڏيکاريو.
- ڪالم جو باقي حصو عورت مزدورن جو تيندو اِهو جدا نشانيءَ سان ڏيکاربيو.
- اهڙي نموني ڏنوڙي ۽ ڪرماباد ڳوٺن جو ورهايل ڪالم گراف ڪيو

متين ڏاڪن انوسار پر ۾ اپ ورهايل ڪالم گراف ڏيکاريو ويو آهي. اُن جي جاچ ڪريو.

آپياس 11.2

1. هينين شڪل جي جاچ ڪري سوالن جا جواب لکو.

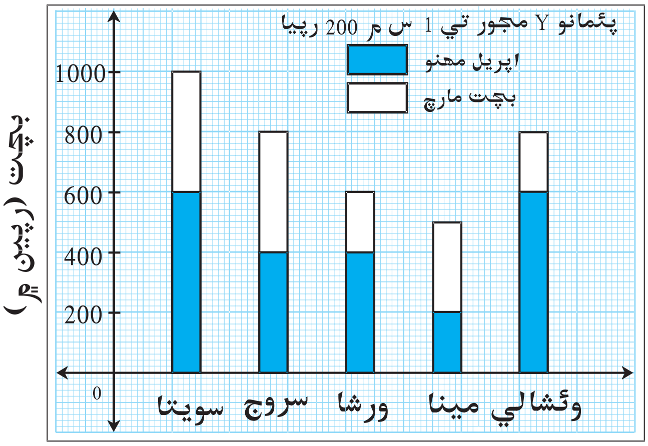
(1) هيءَ شڪل ڪهڙي قسم جو ڪالم گراف ڏيکاري ٿي؟

(2) سروج جي مارچ ۽ اپريل مهني جي ڪل بچت ڪيتري؟

(3) وئشالي جي اپريل مهني ۾ بچت ڪيتري؟

(4) سويتا جي ڪل بچت مينا جي ڪل بچت کان ڪيتري وڌيڪ آهي؟

(5) ڪنهن جي بچت آپريل مهني ۾ سڀني کان گهٽ آهي؟



عورتن جو تعداد

2. هڪ ضلع پريشد اِسڪول ۾درجي پنجين کان درجي اٺين تائين ڇوڪرن ۽ ڇوڪرين جو انداز هيٺ تختي ۾ڏنل آهي. اِن تي اُپ ورهايل ڪالم گراف ڪيو (پئمانو : Y- محور تي 1س م ۾ 10 شاگرد ڪٽو)

درجو	5	6	7	8
ڇوڪرا	34	26	21	25
ڇوڪريون	17	14	14	20

3. هيٺ تختي ۾سال 2016 ۽ سال 2017 ۾ لڳايل وڻن جو انداز ڏنل آهي. اِن جو اُپ ورهايل ڪالم گراف ڪيو.

ڳوٺ / سال	ڪرجت	وڏگانو	شيواپر	ڪنڊالا
2016	150	250	200	100
2017	200	300	250	150

4. هيٺ شجري ۾درجي اَٺين ۾پڙهندڙن جو ٽن شهرن ۾اِسڪول ويندي پيدل ۽ واهڻن ۾ويندڙن جو انداز ڏنل آهي. اِن جو اُپ - ورهايل ڪالم گراف ڪيو (پئمانو Y محور تي 1 س م ۾ 500 شاگرد ڪٽو.)

شهر / وسيلو	پينڊ	ييوالا	شهاپور
سائيڪل	3250	1500	1250
بس آٽو	750	500	500
پيدل	1000	1000	500

چاڪي وٺون

سيڪڙو ڪالم گراف (Percentage bar diagram)

آروي ڳوٺ ۾ 60 وڻن مان 42 وڻ وڏيا ۽ مورشي ڳوٺ ۾ لڳايل 75 وڻن مان45 وڻ وڏيا ۽ بارشي ڳوٺ ۾ 90 وڻن مان 45 جهنگلي وڻ وڏيا آهن. ڪهڙي ڳوٺ ۾وڻ لڳائڻ وڌيڪ جس وارو هو اِن لاءِ اَسان کي سيڪڙو ڪڍڻو پوندو.

آروي ڳوٺ ۾ = $\frac{42}{60} \times 100 = 70$.

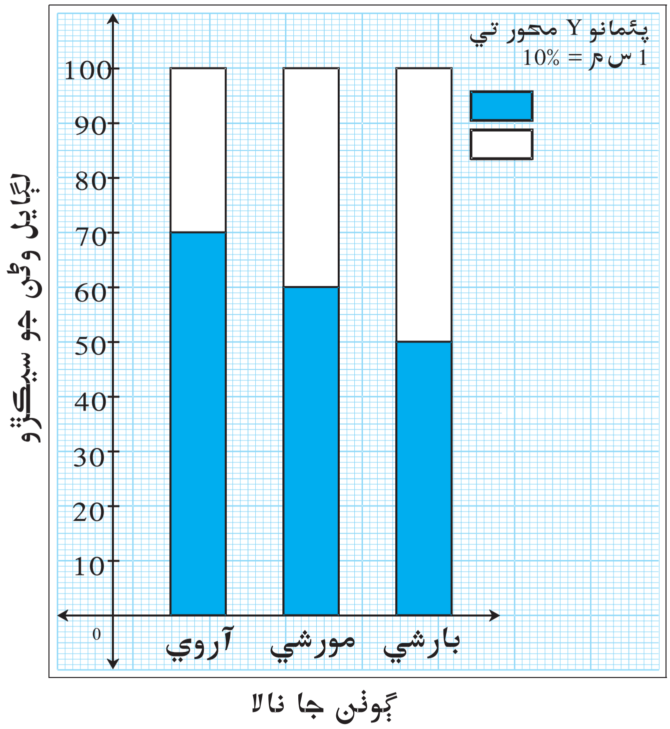
مورشي ڳوٺن ۾ = $\frac{45}{75} \times 100 = 60$.

اِنهن سيڪڙن مان ظاهر آهي آروي ڳوٺ ۾ وڌيل وڻن جو سيڪڙو وڌيڪ آهي. مطلب تہ سيڪڙي مان ڪجهہ الڳہ ئي ڄاڻ ملي ٿي.

جيڪا چارٽ اُپ ورهايل ڪالم گراف ۾ ڪم آڻجي ٿي، اُن کي سيڪڙو روپ ۾ بدلائي پيش ڪرڻ کي سيڪڙو ڪالم گراف چئبو آهي. اِهو سيڪڙو ڪالم گراف هيٺ ڏنل ڏاڪن موجب ڪيدنداسين.

- پهريائين تختو تيار ڪنداسين

ڳوٺ	آروي	مورشي	بارشي
لڳايل ڪل وڻ	60	75	90
جهنگلي وڻ	42	45	45
جهنگلي وڻن جو سيڪڙو	$\frac{42}{60} \times 100 = \boxed{70}$	$\frac{45}{75} \times 100 = \boxed{60}$	$\frac{45}{90} \times 100 = \boxed{50}$



- سيڪڙوڪالم گراف ۾ سڀ ڪالم ١٠٠ ليڪا اوچائيءَ تائين هوندا آهن
- هرهڪ ڪالم ۾ جهنگلي وڻن جو سيڪڙو ڏيکاريندا سين. باقي بچيل حصو بنا جهنگلي وڻن جو سيڪڙو هوندو.
- سيڪڙو ڪالم گراف هڪ قسم جو اُپ ورهايل ڪالم گراف ئي آهي.

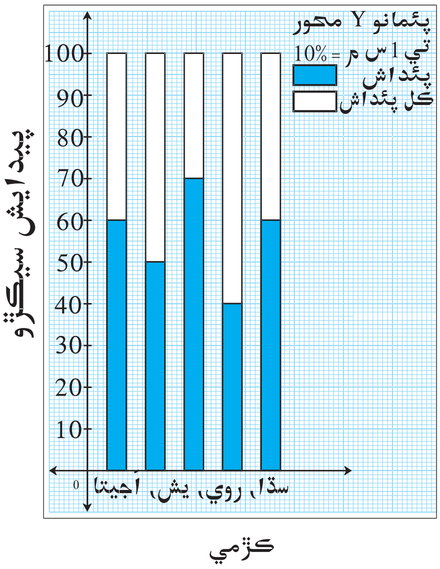
متي ڏنل ڏاڪن موجب ڪيديل سيڪڙو ڪالم گراف ڏيان سان سمجهو

اَڀياس 11.3

1. هيٺ ڏنل تختي ۾ حاصل ڪيل چارٽ جو سيڪڙو ڪالم گراف ڪيدو.

درجي اَٺين جا دويزن	A	B	C	D
حسابن ۾ اي گريڊ وديارٿي	45	33	10	15
ڪل وديارٿي	60	55	40	75

2. هيٺ ڏنل ڪالم گراف جاچيو ۽ سوالن جا جواب لکو



(1) ڏنل ڪالم گراف ڪهڙي قسم جو آهي؟

(2) اَجيتا جي کيتيءَ ۾ توريءَ جي پيدائش جو گهٽو سيڪڙو آهي؟

(3) يش ۽ روي اِنهن ٻنهي مان مڱن جي پيدايش سيڪڙو ڪنهن جو وڌيڪ آهي؟

(4) توريءَ جي پيدايش سڀني کان گهٽ سيڪڙو ڪنهن جو آهي؟

(5) سڏا جي تورين ۽ مڱن جي پيدايش سيڪڙو ڪيترو؟

3. ڪجهہ اِسڪولن جي 10 درجي شاگردن جي سروي ڪانپوءِ هيٺين ڄاڻ حاصل ٿي اِن جو سيڪڙو ڪالم گراف ڪڍو.

اِسڪول	1	2	3	4
وگيان ڏانهن لاڙو	90	60	25	16
ڪامرس ڏانهن لاڙو	60	20	25	24

سيڪڙو ڪالم گراف ۽ اُپ ورهايل ڪالم گراف بابت ڀيٽ ڪري نتيجا ڪڍو. اِنهن جو اِستعمال ڪري وگيان، ڄاگرافي اِنهن وشين ۾ ڏنل اهڙن گرافن جي ڄاڻ حاصل ڪريو.

جواب

اَڀياس 11.1 2. (1) 2 (2) 75 (3) $N = 25, \Sigma f_i \times x_i = 1425$ (4) 57

3. 3.9 4. 2.75

اَڀياس 11.2 – 1. (1) ورهايل ڪالم گراف (2) ₹ 600 (3) ₹ 800

(4) ₹ 500 (5) مڏيہ

اَڀياس 11.3 – 2. (1)سيڪڙو ڪالم گراف (2) 60%

(3) يش جي پيدايش 20% وڌيڪ (4) سڏا جو

(5) 40% ۽ 60%

EBRHL2

12 هڪ ڦيرائتي واريون مساواتون

ذرا ياد ڪريو

ڳڌريل درجي ۾ اَسان هڪ ڦيرائتي وارين مساواتن بابت اَڀياس ڪيو آهي.

- مساوات ۾ ڏنل ڦيرائتي بدران جيڪو ملهه لکبو ۽ جيڪڏهن مساوات جا ٻئي پاسا برابر هجن ته اُن ملهه کي مساوات جو حل چئبو آهي.
- مساوات ڇڏائڻ مطلب اُن مساوات جو حل ڳولهڻ.
- مساوات جي ٻنهي پاسن کان جيڪڏهن ساڳي ڪاروائي ڪبي ته مساوات صحيح هوندي آهي اها خاصيت ڪم آڻي اسان نيون مساواتون تيار ڪري ڏنل مساوات حل ڪندا آهيون.

(i) ٻنهي پاسن کان ساڳيو عدد جوڙ ڪرڻ

(ii) ٻنهي پاسن کان ساڳيو عدد ڪٽ ڪرڻ

(iii) ٻنهي پاسن ساڳئي عدد سان ضرب ڪرڻ

(iv) ٻنهي پاسن ساڳئي عدد سان ونڊ ڪرڻ

هيٺ مساواتن ۾ حل ڪرڻ لاءِ خال ڀريو

مثال (1) $x + 4 = 9$

$x + 4 - \square = 9 - \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (2) $x - 2 = 7$

$x - 2 + \square = 7 + \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (3) $\frac{x}{3} = 4$

$\frac{x}{3} \times \square = 4 \times \square$

$\therefore\ x = \square$

مثال (4) $4x = 24$

$\frac{4x}{\square} = \frac{24}{\square}$

$\therefore\ x = \square$

حل ڪريو

هڪ ڦيرائتي واري مساوات جو حل (Solution of equations in one variable)

ڪڏهن ڪڏهن مساوات حل ڪرڻ وقت، اُن تي هڪ کان وڌيڪ ڪريائون لڳنديون آهن. اَهڙن مساوتن ۾ ٻنهي پاسي ڪريا ڪري حل ڪرڻ جا ڪجهه قسم ڏسون.

مثال (1) هيٺ ڏنل مساواتون حل ڪريو

(i) $2(x-3) = \frac{3}{5}(x+4)$

حل : ٻنهي پاسن 5سان ضرب ڪرڻ

$10(x-3) = 3(x+4)$

$\therefore\ 10x - 30 = 3x + 12$

ٻنهي پاسن مان 30 ملائڻ سان

$\therefore\ 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$

$10x = 3x + 42$

$\therefore\ 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$

$\therefore\ 7x = 42$

ٻنهي پاسن 7 سان ونڊ ڪرڻ

$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$

$\therefore\ x = 6$

(ii) $9x - 4 = 6x + 29$

حل ڪريو : ٻنهي پاسن 4 ملائڻ

$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$

$\therefore\ 9x = 6x + 33$

ٻنهي پاسان x6 ڪٽ ڪرڻ

$\therefore 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$

$\therefore\ 3x = 33$

ٻنهي پاسن کي 3 سان ونڊ ڪرڻ

$\therefore\ \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$

$\therefore\ x = 11$

(iii) $\frac{2}{3} + 5a = 4$

حل ڪريو : طريقو I

$\frac{2}{3} + 5a = 4$

هرهڪ پد کي 3 سان ضرب ڪرڻ

$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$

$\therefore\ 2 + 15a = 12$

$\therefore\ 15a = 12 - 2$

$\therefore\ 15a = 10$

$\therefore\ a = \frac{10}{15}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

طريقو II

ٻنهي پاسن مان $\frac{2}{3}$ ڪٽ ڪرڻ

$\frac{2}{3} + 5a - \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{12-2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{10}{3}$

ٻنهي پاسن کي 5 سان ونڊ ڪرڻ

$\frac{5a}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

A,B,C,D اِهي غير ٻڙي عدد آهن جيڪڏهن $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ تہ ٻنهي پاسن $B \times D$ ضرب ڪرڻ $AD = BC$

اِها مساوت ملندي اها اِستعمال ڪري مثال حل ڪنداسين.

(iv) $\frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$

حل ڪريو

$\frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$

$\therefore\ 4(x - 7) = 5(x - 2)$

$\therefore\ 4x - 28 = 5x - 10$

$\therefore\ 4x - 5x = -10 + 28$

$\therefore\ -x = 18 \qquad \therefore\ x = -18$

(v) $\frac{8m-1}{2m+3} = 2$

حل ڪريو

$\frac{8m-1}{2m+3} = \frac{2}{1}$

$1(8m - 1) = 2(2m + 3)$

$\therefore\ 8m - 1 = 4m + 6$

$\therefore\ 8m - 4m = 6 + 1$

$\therefore\ 4m = 7 \qquad \therefore\ m = \frac{7}{4}$

اَڀياس 12.1

1. هرهڪ مساوات اڳيان ڦيرائتي جا ڪجهه ملهه مليل آهن اُهي مساوات جا حل آهن يا نه اِهو مقرر ڪريو.

(1) $x - 4 = 3,\quad x = -1, 7, -7$ (2) $9m = 81,\quad m = 3, 9, -3$

(3) $2a + 4 = 0,\quad a = 2, -2, 1$ (4) $3 - y = 4,\quad y = -1, 1, 2$

2. هيٺيون مساواتون حل ڪريو

(1) $17p - 2 = 49$ (2) $2m + 7 = 9$ (3) $3x + 12 = 2x - 4$

(4) $5(x - 3) = 3(x + 2)$ (5) $\frac{9x}{8} + 1 = 10$ (6) $\frac{y}{7} + \frac{y-4}{3} = 2$

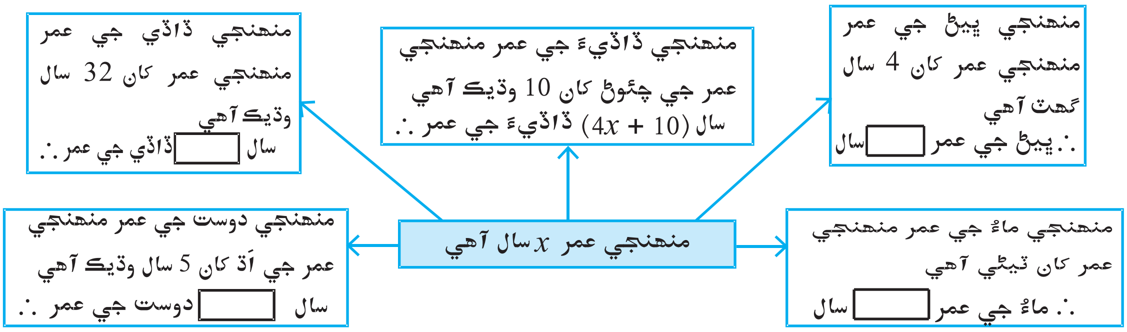
(7) $13x - 5 = \frac{3}{2}$ (8) $3(y + 8) = 10(y - 4) + 8$ (9) $\frac{x-9}{x-5} = \frac{5}{7}$

(10) $\frac{y-4}{3} + 3y = 4$ (11) $\frac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$

جاچي وٺو

لفظي مثال (Word Problems)

ڏنل چارٽ موجب ڦيرآئتو اِستعمال ڪري مساوات ڪيئن تيار ڪجي، اُهو ڏسنداسين



اَڳيرڏنل ڄاڻ موجب جيڪڏهن منهنجي دوست جي عمر 12 سال آهي تہ منهنجي عمر ڪيتري؟

منهنجي عمر = x سال ∴ منهنجي دوست جي عمر = $\frac{x}{2} + 5$

$\frac{x}{2} + 5 = 12$ ...... هاڻي

$\therefore x + 10 = 24$ ...... (هرهڪ پد کي 2 سان ضرب)

$\therefore x = 24 - 10$

$\therefore x = 14,$

∴ منهنجي عمر 14 سال آهي هاڻي اِن مان ٻين ٻاتين جي عمر لهو

مشغولي : ڊيگهہ ويڪر جي ٽيڙ

ڊيگهہ ويڪر جي ٽيڙ

ويڪر x

مان مستطيل آسان منهنجي گرد ماپ 40 س م آهي.

مستطيل جي گرد ماپ = 40

$2(\square x + \square x) = 40$

$2 \times \square x = 40$

$\square x = 40$

$x = \square$

∴ مستطيل جي ڊيگهہ = $\square$ س م ۽ ويڪر = $\square$ س م

حل ڪيل مثال

مثال (1) جوسف جو وزن سندس ننڍي ڀاءُ جي وزن کان ٻيڻو آهي ٻنهي جو ڪل وزن 63 ڪ گ آهي تہ جوسف جو وزن لهو.

حل : سمجهو تہ جوسف جي ننڍي ڀاءُ جو وزن آهي. x ڪ.گ.

تہ جوسف جو وزن =2x ڏنل ڄاڻ موجب

$\therefore x + 2x = 63$

$\therefore 3x = 63 \qquad \therefore x = 21$

∴ جوسف جو وزن = $2x = 2 \times 21 = 42$ ڪ.گ.

مثال (2) هڪ اَڪپور ۾ اَنس ڇيد کان 5 وڌيڪ آهي جيڪڏهن انهن ۾ ڇيد ٻنهي ۾ 4 ملائبا تہ $\frac{6}{5}$ اَڪپور ملي ٿو تہ اُهو اَڪپور لهو.

حل : سمجهو تہ اَڪپور جو ڇيد x آهي

تہ اَنس ٿيندو $x + 5$

∴ اَڪپور= $\frac{x+5}{x}$

اَنس ۽ چيڊ ۾ 4 ملائڻ سان $\frac{6}{5}$ اَڪپور ملي ٿو.

$$\therefore \quad \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \quad \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \; 5(x+9) = 6(x+4)$$

$$\therefore \; 5x + 45 = 6x + 24$$

$$\therefore \; 45 - 24 = 6x - 5x$$

$$\therefore \quad 21 = x$$

∴ چيڊ 21, اَنس $= 21 + 5 = 26$

∴ اڪپور = $\frac{26}{21}$

مثال (3) رتنا وٽ رغيق وٽ رقم جي ٽيڻ ڪان 200 رپيا وڌيڪ آهن رتنا جيڪڏهن پنهنجي رقم مان 300 رپيا رفيق کي ڏئي ٿي تہ سندس رقم رفيق جي $\frac{7}{4}$ ڪئي ٿي. رفيق وٽ اصل رقم ڪيتري هئي؟ اَصل رقم لهڻ لاءِ هيٺ ڏنل مشغولي پوري ڪريو.

حل : سمجهو تہ رفيق وٽ اَصل رقم هئي 200 رپيا

∴ رفيق وٽ اَصل رقم هئي x رپيا ∴ رتنا وٽ رقم ☐ رپيا

∴ هاڻي رتنا پنهنجي رقم مان 300 رپيا ☐ رپيا

∴ رفيق وٽ رقم ٿي $x + 300$ رپيا

رتنا وٽ بچيل رقم اِها رفيق جي رقم جي $\frac{7}{4}$ اوڻ آهي.

$$\frac{\text{رتنا وٽ رقم}}{\text{رفيق وٽ رقم}} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{3x-100}{x+300} = \frac{\square}{\square}$$

$$4\,\square = 7\,\square$$

$$12x - 400 = 7x + 2100$$

$$12x - 7x = \square$$

$$5x = \square$$

$$x = \square$$

∴ رفيق وٽ ☐ ر هئا

اَڀياس 12.2

1. ماءُ جي عمر پٽ جي عمر کان 25 سال وڌيڪ آهي 8 سالن کان پوءِ پٽ جي عمر جو ماءُ جي عمر سان ريشو $\frac{4}{9}$ ٿيندو تہ پٽ جي عمر لهو.

2. هڪ اَڪپور ۾ چيڊ اَنس کان 12 وڌو آهي جيڪڏهن اُنهن مان 2 ڪٽ ڪجن ۽ چيڊ ۾ 7 جوڙ ڪجن تہ نئون اڪپور $\frac{1}{2}$ ٿئي ٿو تہ اُهو اَڪپور ڪهڙو؟

3. پنل ۾ ٽامي ۽ جست جو ريشو : 13 آهي تہ 700 گرام وزن واري پنل ۾ جست ڪيترو؟

★4. ٽن لاڳيتن سچن عددن جو جوڙ 45 کان وڌيڪ پر 54 کان گهٽ آهي تہ اُهي عدد لکو.

5. ٻن آنڱن واري عدد ۾ ڏهاڪي وارو انگ ايڪن واري آنگہ جي ٻيڻو آهي آنڱن جي بدل سدل ڪرڻ تي اصلوڪي ۽ نئين مليل عددن جو جوڙ 66 آهي تہ اصلوڪو عدد لکو.

★6. هڪ ناٽڪ گهر ۾ هڪ ناٽڪ جو 200 ر ۽ 100 ر اگهہ واريون ٽڪيٽون 100 ر اگهہ وارين ٽڪيٽن کان 20 وڌيڪ هيون ٻڌايو تہ 100 ر اگهہ واريون ٽڪيٽون گهٽيون هيون؟

7. ٽن لاڳيتن قدرتي عددن ۾ ننڍي ننڍي عدد جي پنجوڻ وڏي ۾ وڏي عدد جي چئوڻ کان 9 وڌيڪ آهي تہ اِهي عدد لکو.

8. راجو هڪ سائيڪل اَمت کي 8 سيڪڙو نفعي سان وڪي امت 54 ر خرچ ڪري سائيڪل دُرست ڪرائي هن پوءِ اُها سائيڪل نکل کي 1134 ر وڪڻي ڇڏي اِن مان اَميت کي نفعو ٿيو نہ نقصان ٻڌايو تہ راجو اُها سائيڪل ڪيتري رپئي ورتي هئي؟

9. هڪ ڪرڪيٽ رانديگر هڪ مئچ ۾ 180 رنسون ڪيون ٻي مئچ ۾ 257 رنسون ڪيون ٻڌايو تہ هو ٽين مئچ ۾ ڪيتريون رنسون ڪري جو سندس سراسري 230 رنسون ٿئي؟

10. سڌير جي عمر ويروءَ جي عمر جي ٽيڻ کان 5 سال وڌيڪ آهي اَنيل جي عمر جي ٽيڻ جو ريشو 5:6 آهي تہ ويروءَ جي عمر لکو.

جواب

آيياس 12.1 1. (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$

(4) $y = -1$ 2. (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$

(7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$

آيياس 12.2 1. 12 سال 2. $\frac{23}{35}$ 3. 245 گرام

4. 15, 16, 17 يا 16, 17, 18 5. 42 6. 110

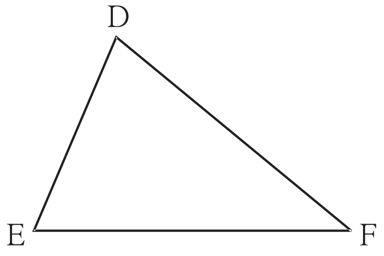
7. 17, 18, 19 8. ₹1000 9. 253 10. 5 سال

EC1DNP

13 ٽڪنڊن جو ٺهڪَ

ذرا ياد ڪريو

پرواري شڪل ڏسي سوالن جا جواب ڏيو



(i) پاسو DE جي مخالف ڪنڊ ڪهڙي آهي؟

(ii) $\angle E$ اِها ڪهڙي پاسي جي مخالف آهي؟

(iii) پاسو DE ۽ پاسو DF ۾ سمايل ڪنڊ ڪهڙي؟

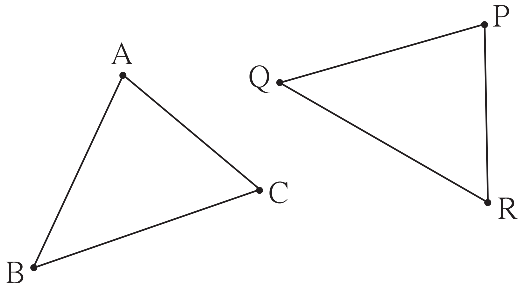
(iv) $\angle E$ ۽ $\angle F$ جي پرواري ڪنڊيون ڪهڙيون؟

(v) پاسو $\angle E$ جي پرواري ڪنڊيون ڪهڙيون؟

- اهي شڪليون جيڪي هڪ ٻئي سان پوري طرح ٺهڪي اچن ٿيون، اُنهن کي ٺهڪندڙ شڪليون چئبو آهي.
- جيڪي ليڪ - ٽڪر ساڳي ڊيگهه وارا آهن، اُنهن کي ٺهڪندڙ ٽڪر چئبو آهي.
- جن ڪنڊن جون ماپون برابر آهن، اُنهن کي ٺهڪندڙ ڪنڊون چئجي ٿو.

جاڳي وٺو

ٽڪنڊن جو ٺهڪَ (Congruence of triangles)



مشغولي : پرواريون شڪليون ڏسو. شفاف ٽريسنگ ڪاغذ مٿان $\triangle ABC$ ڪڍو ۽ اُهو ڪاغذ $\triangle PQR$ تي رکو. ٽپڪو Aاهو ٽپڪي P مٿان، ٽپڪو B ، اِهو ٽپڪي Q مٿان ۽ ٽپڪون، اِهو ٽپڪي Rمٿان رکي ڏسو. ٻئي ٽڪنڊا بلڪل هڪ ٻئي سان ٺهڪي اَچن ٿا مطلب اِهي ٽڪنڊا ٺهڪندڙ آهن.

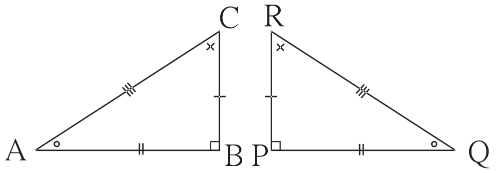
مشغولي ۾ $\triangle ABC$ اِهو $\triangle PQR$ مٿان رکڻ لاءِ خاص طريقو ڏنل آهي پر جيڪڏهن ٽپڪو Aاهو ٽپڪي Q مٿان، ٽپڪو B اِهو ٽپڪي R مٿان ۽ ٽپڪو Cاِهو ٽپڪي P مٿان رکبو ته ٽڪنڊا هڪ ٻئي سان نٽا ٺهڪن مطلب ته اِهي خاص طريقي هڪ ٻئي سان ٺهڪڻ گهرجن اِن لاءِ هڪ سان هڪ لاڳاپو طريقو ڪم آڻجي ٿو. هتي $A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$ اِن نسبت ۾ ٽڪنڊا ٺهڪندڙ آهن. ان نسبت ۾ ٽڪنڊا ٺهڪندڙ آهن ته $\angle A \cong \angle P, \angle B \cong \angle Q, \angle C \cong \angle R$ ۽ ٽڪر $AB \cong$ ٽڪر PQ, ٽڪر $BC \cong$ ٽڪر QR,

تڪر CA ≅ RP تڪر اهي ڇهه تتوَ ٺهڪندڙ ملن ٿا ته ΔPQR ۽ ΔABC $ABC \leftrightarrow PQR$ موجب ٺهڪندڙ آهن. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ائين لکبو آهي $A \leftrightarrow P$، $B \leftrightarrow Q$، $C \leftrightarrow R$ ائين نوڪي

ٽڪن وچ ۾ هڪ سان هڪ نسبت ڏيکارجي ٿي اهڙي نموني ڇهن تتون وچ ۾ هڪ سان هڪ نسبت ڏيکارجي ٿي.

اَچو ته چرچا ڪريون

ΔABC ۽ ΔPQR اِهي ٺهڪندڙ ٽڪنڊا آهن انيل، ريهانا ۽ سرجيت اِنهن ٽڪنڊن جو ٺهڪ هيٺ ڏنل شڪليون نموني ڪيو آهي



انيل جو نمونو : $\Delta ABC \cong \Delta QPR$

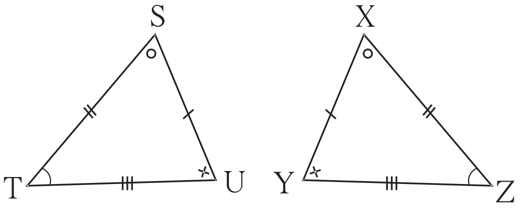
ريهانا جو نمونو : $\Delta BAC \cong \Delta PQR$

سرجيت جو نمونو : $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

اِنهن مان ڪنهن جو لکڻ صحيح آهي؟ ويچار ڪريو.

حل ڪيل مثال

مثال (1) پرواري شڪل ۾ ٽڪنڊن ۾ ساڳي نشاني ڏيکاريل تتوَ ٺهندڙ آهن.



(i) نوڪي ٽڪن جو هڪ سان هڪ نسبت ۾ ٽڪنڊن جو ٺهڪ ٻن قسمن ۾ لکو

(ii) $\Delta XYZ \cong \Delta STU$ ائين لکڻ صحيح آهي يا غلط؟ ڪارڻ ٻڌايو.

حل : چڪاس بعد ائين ڄاڻ ملي ٿي $XZY \leftrightarrow STU$ مطلب اِها نوڪي ٽڪن جي نسبت آهي.

(i) هڪ قسم : $\Delta STU \cong \Delta XZY$، ٻيو قسم : $\Delta UST \cong \Delta YXZ$

اچا ٻه ٻئي قسم ۾ لکڻ جي ڪوشش ڪريو.

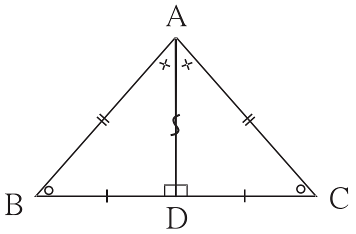
(ii) ان ۾ پاسو $\Delta STU \cong \Delta XYZ$ پاسو $ST \cong$ پاسو XY

اِهو مطلب ٿو نڪري، پر اهو غلط آهي اِنڪري

$\therefore \Delta XYZ \cong \Delta STU$ صحيح نه آهي.

$\Delta XYZ \cong \Delta STU$) ان ۾ ٻيون ٻه چوڪون ڳولهي سگهجن ٿيون پر جواب لکڻ وقت هڪ
چوڪ لکڻ ڪافي آهي

مثال (2) هيٺ ڏنل شڪل ۾ ٽڪنڊي جي جوڙي ۾ ساڳي نشاني ڏيکاريندڙ ٽتو ٺهڪندڙ آهن اِن ۾ ٺوڪي ٽيڪن جو هڪ سان هڪ نسبت ڪهڙي آهي اِهو لکو ۽ ٽڪنڊن جو ٺهڪڻ ڏيکاريو.



حل : ΔABD ۽ ΔACD ۾ پاسو عام پاسو آهي هرهڪ ليڪ ٽڪر پاڻ سان ٺهڪندڙ هوندو آهي.

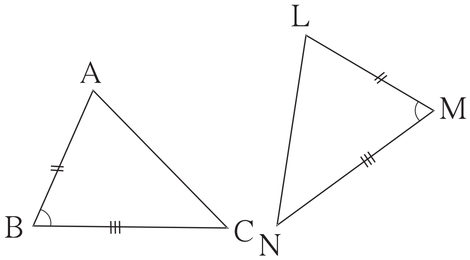
نسبت : $A \leftrightarrow A,\ B \leftrightarrow C,\ D \leftrightarrow D.\ \ \Delta ABD \cong \Delta ACD$

ياد رهي عام پاسو ڏيکارڻ لاءِ ' ≀ ' نشاني ڪم آڻبي آهي.

چاڪي وٺون

ڪنهن جوڙي ۾ ٽڪنڊا ٺهڪندڙ آهن، اِهو ڏيکارڻ لاءِ ڇهين ٽتون جو ٺهڪڻ ڏيکارڻ ضروري نہ آهي جيڪڏهن ٽي خاص ٽتوَ ٻئي ٽڪنڊي جي نسبتي ٽتون سان ٺهڪندڙ هوندا تہ ٻچيل ٽن ٽتون جا جوڙا بہ هڪ ٻئي سان ٺهڪندڙ هوندا مطلب اُهي ٽي خاص ٽتو ٺهڪڻ جي آزمائش مقرر ڪن ٿا آسان ٽڪنڊا ڪيڻ سگهيا آهيون اُنهن ۾ ٽي ٽتو ڪٽي ٽڪنڊي جي شڪل ڪيڻ ايندي آهي اُنهن ٽن ٽتون مان ئي ٺهڪڻ جون آزمائشون مقرر ٿين ٿيون اهو اسان ڏسون.

(1) ٻہ پاسا ۽ سمايل ڪنڊ پاسو - ڪنڊ - پاسو آزمائش ΔABC ۽ ΔLMN اهڙي نموني ڪيو جڻ ٻن پاسن جا جوڙا ۽ اُنهن وچ۾ سمائيندڙ ڪنڊون ٺهڪندڙ هجن

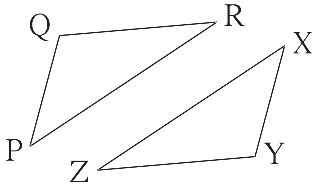


ΔABC ۽ ΔLMN ۾ $l(AB) = l(LM),\ l(BC) = l(MN),\ m\angle ABC = m\angle LMN$

۽ اِهو ٽريسنگ ڪاغ مٿان ڪيدي، اُهو ΔLMN مٿان اَهڙي نموني رکو جڻ A ٽيڪو L مٿان، ٽيڪو B مٿان ٽيڪو M مٿان، پاسو AB اِها LM مٿان ۽ پاسو BC اهو مٿان هجي

$\Delta ABC \cong \Delta LMN$. ائين نظر ايندو.

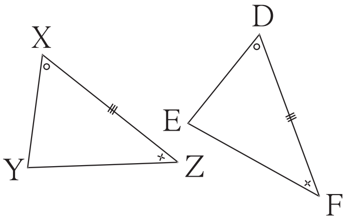
(2) ٽي نسبتي پاسا : پاسو پاسو آزمائش



$l(PQ) = l(XY), l(QR) = l(YZ), l(RP) = l(ZX)$

اهڙي نموني $\triangle PQR$ ۽ $\triangle XYZ$ ڪڍو ٽريسنگ ڪاغذ مٿان $\triangle PQR$ ڪڍي اُهو $\triangle XYZ$ مٿان $P \leftrightarrow X, Q \leftrightarrow Y, R \leftrightarrow Z$ اهڙي نسبت موجب رکو. $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ ائين ڏسڻ ايندو.

(3) ٻه ڪنڊون ۽ سمايل پاسو : ڪنڊ پاسو ڪنڊ آزمائش



$\triangle XYZ$ ۽ $\triangle DEF$ اهڙي ريت ڪڍو جيئن

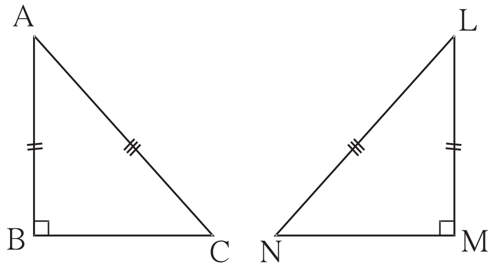
$l(XZ) = l(DF), \angle X \cong \angle D \qquad \angle Z \cong \angle F$

ٽريسنگ ڪاغذ مٿان $\triangle XYZ$ ڪڍو اُهو $\triangle DEF$ مٿان $X \leftrightarrow D, Y \leftrightarrow E, Z \leftrightarrow F$ ۽ ٽڪر $\Delta XYZ \cong \Delta DEF$ نسبت موجب رکو. نظر ايندو.

(4) ڪنڊ-ڪنڊ پاسو (يا پاسو ڪنڊ ڪنڊ) آزمائش

ڪنڊ-ڪنڊ پاسو (يا پاسو ڪنڊ ڪنڊ) آزمائش ٻن ٽڪنڊن ۾ نسبتي ڪنڊن جا ٻه جوڙا ٺهڪندڙ هوندا ته بچيل ڪنڊن جو جوڙو به ٺهڪندڙ هوندو ڇو ته هرهڪ ٽڪنڊي ۾ ٽنهي ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ 180° هوندو آهي. مطلب ٻن ڪنڊن ۽ نسبتي پاسي سان ٺهڪندڙ هوندا ته ڪنڊ پاسو ڪنڊ آزمائش جي شرط پوري ٿئي ٿي اِن آزمائش کي ڪنڊ- ڪنڊ پاسو چئبو آهي.

(5) گوني ڪنڊ ٽڪنڊن ۾ هئپاٽيپوز - پاسو آزمائش

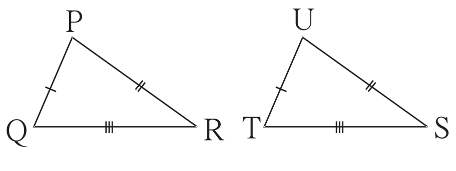


گوني ڪنڊي ٽڪنڊي ۾ هڪ پاسو ۽ هئپاٽينيوز مليل هوندو ته اُهو ٽڪنڊو ڪڍي سگهجي ٿو ٻه گوني ڪنڊ ٽڪنڊا ڪڍو جن ۾ هئپاٽينوز ۽ نسبتي پاسو ٺهڪندڙ هجن مٿي ڏنل ريت موجب اُهي ٺهڪندڙ آهن ڇا؟ چڪاس ڪريو.

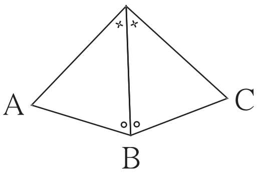
حل ڪيل مثال

مثال (1) هيٺ ڏنل شڪلين ۾ ٽڪنڊي جي هرهڪ جوڙي ۾ ساڳي نشانين ڏيکاريل تنو ٺهڪندڙ آهن ٻڌايو ته اِهو ڪهڙي آزمائش موجب ٺهڪندڙ آهن؟ ۽ نوڪي ٽيڪن وچ ۾ هڪ سان هڪ نسبت لکو

(i)



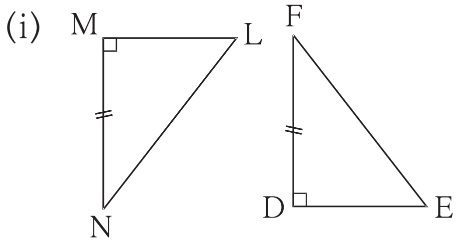
(ii)



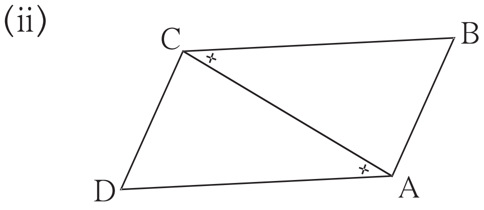
حل : (i) (پاسو - پاسو - پاسو آزمائش) $PQR \leftrightarrow UTS$ نسبت موجب

(ii) ڪنڊ - پاسو - ڪنڊون $DBA \leftrightarrow DBC$ نسبت موجب

مثال (2) هيٺ ڏنل شڪلين ۾ هرهڪ ٽڪنڊي جي جوڙي ۾ ساڳي نشانين ڏيکاريل تتو ٺهڪندڙ آهن هرهڪ شڪل هينيان ٽڪنڊن جي ٺهڪڻ جي آزمائش ڏنل آهي اِن آزمائش موجب اِها ٻي ڪهڙي ڄاڻ ملڻ گهرجي ۽ پوءِ اُنهن جي نوڪي ٽپڪن وچ۾ هڪ سان هڪ نسبت لکو.



هئپاٽينيوز پاسو آزمائش



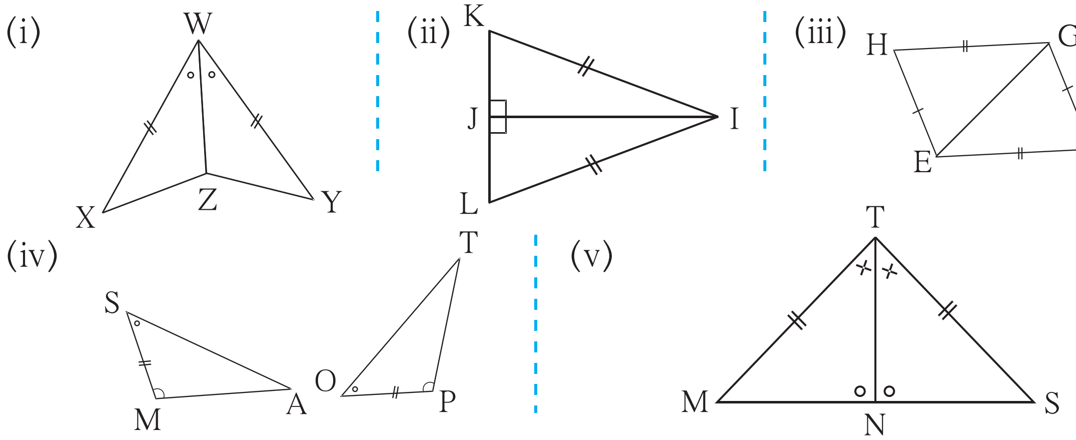
ڪنڊ - پاسو ڪنڊ آزمائش

حل : (i) ڏنل ٽڪنڊا گوني ڪنڊ ٽڪنڊا آهن اُنهن ۾ ٺهڪندڙ نہ مليل آهي پر هئپاٽينيوز ٺهڪندڙ نہ مليل آهن اِنڪري ٽڪر LN ۽ EF ٽڪر اِهي ٺهڪندڙ آهن، اِها ڄاڻ ملڻ گهرجي. اِن ڄاڻ کان پوءِ نوڪي ٽپڪن ۾ نسبت ٿيندي $LMN \leftrightarrow EDF$

(ii) شڪل ۾ ٽڪر CA اِهو عام پاسو آهي اِنڪري $\angle DCA \cong \angle BAC$ اها ڄاڻ ڏيڻ ضروري آهي اِن ڄاڻ کانپوءِ نوڪي ٽپڪن وچ۾ نسبت ٿيندي $DCA \leftrightarrow BAC$

اَڀياس 13.1

1. هيٺ ڏنل شڪلين ۾ ٽڪنڊي جي هرهڪ جوڙي ۾ ساڳي نشانين ڏيکاريل تتو ٺهڪندڙ آهن هرهڪ جوڙي ۾ ٽڪنڊا ڪهڙي آزمائش موجب ٺهڪندڙ آهن ۽ نوڪي ٽپڪن وچ۾ ڪهڙي نسبت آهي اِهي لکو.



اِهو مان سمجهيو

(1) پاسو-ڪنڊ-پاسو آزمائش: جيڪڏهن هڪ ٽڪنڊي جا ٻه پاسا ۽ اُنهن جي سمايل ڪنڊ، ٻئي ٽڪنڊي جي ٻن نسبتي پاسن ۽ اُنهن جي سمايل ڪنڊ سان ٺهڪندڙ آهن ته اُهي ٽڪنڊا پاڻ ۾ ٺهڪندڙ هوندا آهن.

(2) پاسو - پاسو - پاسو آزمائش : جيڪڏهن هڪ ٽڪنڊي جا ٽي پاسا ٻئي ٽڪنڊي جي ٽن نسبتي پاسن سان ٺهڪندڙ هوندا ته اُهي ٽڪنڊا پاڻ ۾ ٺهڪندڙ هوندا آهن.

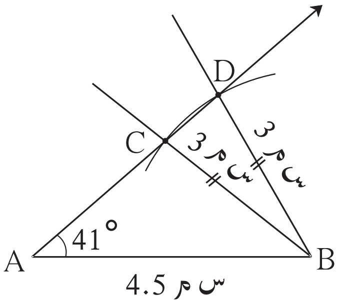
(3) ڪنڊ- پاسو- ڪنڊ آزمائش : جيڪڏهن هڪ ٽڪنڊي جون ٻه ڪنڊون ۽ اُنهن ۾ سمايل پاسو ٻئي ٽڪنڊي جي ٻن نسبتي ڪنڊن ۽ اُنهن ۾ سمايل پاسي سان ٺهڪندڙ هوندا ته اُهي ٽڪنڊا پاڻ ۾ ٺهڪندڙ هوندا آهن.

(4) ڪنڊ -ڪنڊ -پاسو آزمائش : جيڪڏهن هڪ ٽڪنڊي جون ٻه ڪنڊون ۽ اُنهن ۾ اَڻ سمايل پاسو ٻئي ٽڪنڊي جي نسبتي ڪنڊن ۽ اُنهن ۾ اَڻ سمايل نسبتي پاسي سان ٺهڪندڙ هوندا ته اُهي ٽڪنڊا پاڻ ۾ ٺهڪندڙ هوندا آهن.

(5) هئپاٽينيوز - پاسو آزمائش : جيڪڏهن هڪ ڪُوني ٽڪنڊي جو هئپاٽينيوز ۽ هڪ پاسو ٻئي ڪُوني ڪنڊ جي هئپاٽينيوز ۽ نسبتي پاسي سان ٺهڪندڙ هوندا ته اُهي ٽڪنڊا پاڻ ۾ ٺهڪندڙ هوندا آهن.

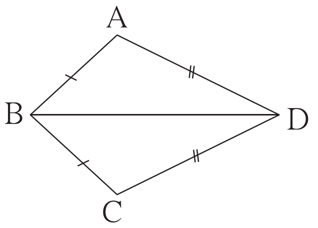
وڌيڪ ڄاڻ لاءِ :

هڪ ٽڪنڊي جا ٻه پاسا ۽ اُنهن ۾ اَڻ سمايل ڪنڊ ٻئي ٽڪنڊي جي نسبتي ٽنون سان ٺهڪندڙ هوندا؟



پر واري شڪل ڏسو $\triangle ABC$ ۽ $\triangle ABD$ ۾ پاسو AB هڪ عام پاسو آهي پاسو BD $\cong$ پاسو BC ۽ $\angle A$ اها عام ڪنڊ آهي پر اُنهن پاسن ۾ سمايل ڪنڊ نه آهي. مطلب هڪ ٽڪنڊي جا ٽي تتو ٻئي ٽڪنڊي جي نسبتي ٽنون سان ٺهڪندڙ آهن پر ٽڪنڊا ٺهڪندڙ نه آهن هڪ ٽڪنڊي جا ٻه پاسا ۽ اڻ سمايل ڪنڊ ٻئي ٽڪنڊي جي نسبتي ٽنون سان ٺهڪندڙ هوندا تڏهن به ٽڪنڊا ٺهڪندڙ نه هوندا.

حل ڪيل مثال



مثال (1) □ABCD ۾ برابر پاسا ساڳي نشانين وسيلي ڏيکاريل آهن اِن ۾ ٺهڪندڙ ڪندن جا جوڙا آهن ڇا، اُهي ڳولهيو

حل : ABD Δ ۽ CBD Δ ۾ ، (پاسو - پاسو- پاسو آزمائش) .... $\therefore \Delta ABD \cong \Delta CBD$

پاسو $AB \cong$ پاسو CB ..... (مليل) عام)

پاسو $DA \cong$ پاسو DC ..... (مليل)

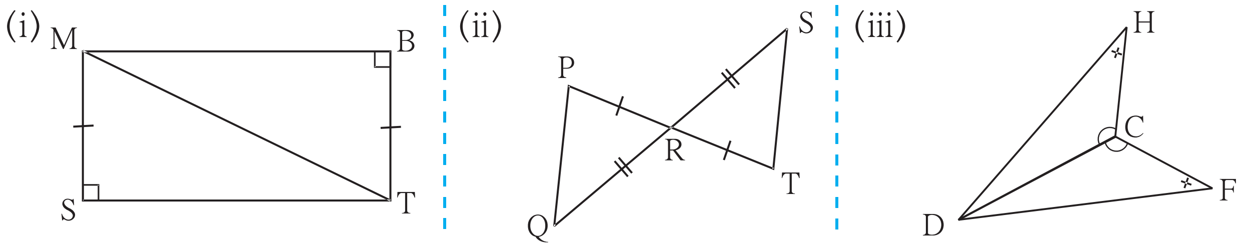
پاسو BD (عام پاسو)

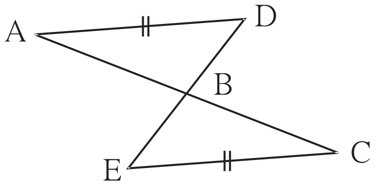
$\therefore \angle BAD \cong \angle BCD$
$\angle ABD \cong \angle CBD$
$\angle ADB \cong \angle CDB$

} ٺهڪندڙ ڪندن جون نسبتي ڪندون

آيياس 13.2

1. هيٺ ڏنل تڪنڊي جي هرهڪ جوڙي ۾ ساڳي نشانين ڏيکاريل تتو ٺهڪندڙ آهن هرهڪ جوڙي لاءِ نوڪي ٿيڪن جو هڪ -سان - هڪ نسبت ۽ تڪندا ڪهڙي آزمائش موجب ٺهڪندڙ آهن، اُهي لکو. هرهڪ جوڙي ۾ نسبتي ٺهڪندڙ تتو لکو.





★2. (1) پرواري شڪل ۾ ٽڪر $EC \cong$ ٽڪر AD ڪهڙي جاءِ ملڻ گهرجي جو ABD Δ ۽ EBC Δ اِهي ڪند - ڪند - پاسو آزمائش موجب ٺهڪندڙ هجن.

جواب

آيياس 13.1 1. (i) پاسو ڪند پاسو , XWZ ↔ YWZ (ii) هئپاٽينيوز پاسو KJI ↔ LJI
(iii) پاسو- پاسو- پاسو HEG ↔ FGE (iv) پاسو ڪند پاسو SMA ↔ OPT (v) ڪند پاسو ڪندياڪند پاسو ڪند پاسو MTN ↔ STN
آيياس 13.2 1. (1) $\Delta MST \cong \Delta TBM$ هئپاٽينيوز پاسو ST ≅ پاسو MB,
$\angle SMT \cong \angle BTM$, $\angle STM \cong \angle BMT$ (2) $\Delta PRQ \cong \Delta TRS$ – پاسو ڪند پاسو,
پاسو PQ ≅ پاسو TS, $\angle RPQ \cong \angle RTS$, $\angle PQR \cong \angle TSR$
(3) $\Delta DCH \cong \Delta DCF$–ڪ.ڪ.پا, $\angle DHC \cong \angle DFC$, پاسو HC ≅ پاسو FC
2. (1) $\angle ADB \cong \angle CEB$ ۽ $\angle ABD \cong \angle CBE$
يا $\angle DAB \cong \angle ECB$ ۽ $\angle ABD \cong \angle CBE$

14 گڏيل وياج

ذرا ياد ڪريون

بئنڪ، پٽ پيڍي اهڙين سنستائن ڪان ماڻهوءَ ڪا رقم ڪنهن خاص وياج اگهه سان قرض طور وٺندا آهن ۽ وقت پورو ٿيڻ بعد ورتل رقم واپس ڪندا آهن اِن واپرايل رقم بدران ڪجهه وڌيڪ پئسا موٽائيندا آهن. اِن رقم کي وياج چئبو آهي. آسان وياج ڪڍڻ لاءِ هڪ سوتر سکيو آهي $I = \frac{PNR}{100}$

اِن سوتر P = مور ، N = سال ۽ R = وياج جو اگهه

چاڪي وٺون

گڏيل وياج (Compound interest)

گڏيل وياج : ڊپازٽ يا قرض مٿان گڏيل وياج لڳايو ويندو آهي. اهو ڇا آهي ۽ اهو ڪيئن لهبو، اهو سکندا اسين.

ٽيچر : سڄڻراوَ هڪ بئنڪ مان 10 سيڪڙي بها سا هڪ سال لاءِ 10,000 رپيا قرض ورتو تہ سال ڪان پوءِ ڪيس وياج سميت ڪيتري رقم ڏيڻي پوندي؟

شاگرد هتي P = 10,000 ر ; R = 10 ; N = 1 سال

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000 \text{ ر}$$

$$\therefore 10,000 + 1000 = 11,000$$

شاگرد : پر جيڪڏهن قرضدار سال ڪان پوءِ پئسا موٽائي نہ سگهي تہ؟

ٽيچر : بئنڪ سان جي پڇاڙيءَ ۾ وياج جي ڪٽ ڪندي آهي ۽ اِها اُميد ڪندي آهي ۽ قرضدار پهرين سال ڪان پوءِ وياج نہ ڏنو تہ بئنڪ ٻئي سال لاءِ مور ۽ پهرين سال جي وياج کي ملايل رقم کي قرض ڪري ليکيندي آهي. مطلب ٻئي سال جي وياج کي ملايل رقم کي قرض ڪري ليکيندي آهي مطلب ٻئي سال مور ۽ پهرين سال جي وياج واري رقم (راس) تِي وياج لڳائيندي آهي. اِن قسم جي طريقي کي گڏيل وياج چئبو آهي.

شاگرد : سڄن راو قرض موٽائڻ جو مُدو اڃا هڪ سال وڌايو تہ؟

ٽيچر : ٻئي سال 11,000 ر مور سمجهي، اُن تي وياج ۽ راس ڪڍبي

شاگرد : گذريل سال سکيل $\frac{\text{راس}}{\text{مور}} = \frac{110}{100}$ اِهو ريشو واپرائبو تہ هلندو ڇا؟

ٽيچر : بلڪل هرهڪ سال $\frac{\text{راس}}{\text{مور}}$ اِهو ريشو اِسٿر آهي. گڏيل وياج ۾ هر سال گذريل جي راس، اُها اڳتي واري سال لاءِ مور هوندي آهي. پهرين سال ڪان پوءِ راس A_1 ٻئي سال ڪانپوءِ راس A_2 ۽ ٽئين سال لاءِ راس A_3 ائين لکندا سين پهريون مور P لهو.

$$\therefore \frac{A_1}{P} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_1 = P \times \frac{110}{100}$$

ٻئي سال جي راس ڪڍڻ لاءِ

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_2 = A_1 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

شاگرد : ٽئين سال جي راس A_3 لهڻ لاءِ

$$\therefore \frac{A_3}{A_2} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_3 = A_2 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

ٽيچر : شاباس! اهو ئي گڏيل وياج ڪڍڻ جو سوٽر آهي هتي $\frac{110}{100}$ اها هڪ رپئي تي هڪ سال بعد ٿيڻ واري راس آهي جيترن سالن جي راس ڪڍڻي هجي اوترا دفعا مور کي اِن ريشي سان ضرب ڪرڻي پوندي.

شاگرد : مطلب پهرين سال ڪانپوءِ $\frac{\text{راس}}{\text{مور}}$ اِهو M آهي ته سال جي پڇاڙيءَ ۾ PM ٻئي سال آخر ۾ PM^2 ٽئين سال ۾ PM^3 ان طريقي ڪيترن به سالن جي راس لهي سگهجي ٿي.

ٽيچر : برابر! R اِهو وياج جو اگهه في سيڪڙو بها آهي ته

$$\therefore 1 \text{ رپئي تي 1 سال ۾ راس } 1 \times \left(1+\frac{R}{100}\right) = 1 \times \frac{100+R}{100} \quad 1 \times M = 1 \times \frac{100+R}{100}$$

$$\therefore \text{ رپئي تي 1 سال ۾راس : } P \times \frac{100+R}{100} = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)$$

$\therefore$ P= مور، R= وياج جو اگهه ۽ سال N هجي ته

$$A = P \times \left(\frac{100+R}{100}\right)^N = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

حل ڪيل مثال

مثال (1) 4000 رپين تي 3 سالن ۾ $12\frac{1}{2}$ في سيڪڙو بها اگهه سان گڏيل وياج لهو

حل : هتي $P = 4000$ رپين ; $R = 12\frac{1}{2}\%$; $N = 3$ سال

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N = P\left(1+\frac{12.5}{100}\right)^3$$

$$= 4000\left(1+\frac{125}{1000}\right)^3$$

$$A = 4000\left(\frac{1125}{1000}\right)^3 = 4000\left(\frac{9}{8}\right)^3$$

$= 5695.31$ رپيا

$\therefore$ مور راس (I) = ڳڏيل وياج

$= 5695.31 - 4000 = 1695.31$ رپيا

اَڀياس 14.1

1. ڳڏيل وياج سان ملندڙ راس ۽ ڳڏيل وياج لهو.

نمبر	مور (رپيا)	وياج جو اگهه	مدو (سال)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

2. سمير راو هڪ پٽ پيڍي کان 12سيڪڙي بھا سان 3 سالن لاءِ 12500 ر قرض ورتو هن کي ٽن سالن کان پوءِ ڪيتري رقم ڏيڻي پوندي.

3. شلاڪا ڌنڌو شروع ڪرڻ لاءِ $10\frac{1}{2}$ سيڪڙي بھا سان 8000 رپيا قرض ورتو. ته ٻن سالن کان پوءِ کيس ڪيتري رقم موٽائڻي پوندي؟ اُن ڪيترو وياج ڀريو؟

وڌيڪ ڄاڻ لاءِ

1. ڪجهه مالي وهنوارن ۾ هر ڇهين مهني وياج ڪٽيو ويندو آهي اِن ۾ R جي بدران $\frac{R}{2}$ ڪٽبو آهي ۽ N بدران N ڪٽي وياج لهبو آهي.

2. ڪي مالي سنستائون هر مهني ڳڏيل وياج ڪڍنديون آهن اُهي $\frac{R}{12}$ ڪٽي ۽ مدو 12N ڪٽي وياج لهنديون آهن.

3. اڄ ڪلهه بئنڪون هر ڏينهن تي ڳڏيل وياج ڪڍنديون آهن

پروجيڪٽ : پر واري بئنڪ ۾ وڃي اُتي جدا جدا يوجنائن ۽ اُنهن يوجنائن ۾ وياج جو اگهه، اها ڄاڻ حاصل ڪري تختو ٺاهيو اُهو ڪلاس ۾ لڳايو.

ڄاڻي وٺون

گڏيل وياج سوتر جو اُپيوگ (Application of formula for compound interest)

گڏيل وياج ۾ راس لھڻ جي فارمولا (سوتر) زندگيءَ ۾ جدا جدا ڪيترن ۾ مثال ڇڏائڻ ۾ ڪم آڻبي آھي.
مثال آدمشماريءَ ۾ واڌ، واھڻن جي ھر سال گھٽجندڙ قيمت، ريڊار وٽ ردن جو انداز وڌڻ وغيره ڪا شيءِ ڪجھ وقت واپرائڻ بعد اُن جي وڪرو قيمت خريدي قيمت کان گھٽجندي آھي اِن قيمت کي ملھ ۾ ڪات چئبو آھي. ملھ ۾ ڪات مقرر مدي ۾ مقرر اَگھ سان ٿيندي آھي. مثال مشين جي قيمت ھر سال مقرر سيڪڙي تي گھٽجندي آھي اِن لاءِ گڏيل وياج سوتر ڪم آڻبو آھي اِھا قيمت لھڻ لاءِ جئن تہ شيءِ جي قيمت گھٽجندي رھي ٿي، اِن ڪري .. جو ملھ ڪاٽو ڪڍبو آھي.

حل ڪيل مثال

مثال (1) ھڪ شھر جي آدمشماري ھر سال 8% سان وڌي ٿي سال 2010 ۾ اِھا 250000 ھئي تہ سال 2012 ۾ اُن شھر جي آدمشماري ڪيتري ھئي.

حل : ھتي 2010 = P جي آدمشماري = 2,50,000

A = 2012 جي آدمشماري

R = آدمشماري واڌ اگھ = 8%

N = 2 سال

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N = 250000 \times \left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right) \times \left(\frac{108}{100}\right)$$

$$= 2,91,600.$$

∴ سال 2012 ۾ شھر جي آدمشماري 2,91,600

مثال 2. سنيتا هڪ اِسڪوٽر 2015 ۾ 60000 ر خريد ڪيو ملهه ۾ ڪاٽ جو اگهه 20 سيڪڙو تي هن
ڪي 2سالن کان پوءِ اِسڪوٽر جي ڪيتري قيمت ملندي؟

حل : هتي، $P = 60000$ ر

$R = = -20\ \%$

$A = 2$ سالن کان پوءِ ملندڙ رقم

$N = 2$ سالن ۾

$A = 2$

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 60000 \times \left(1+\frac{-20}{100}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(1-\frac{1}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$$

$$A = 38400\ ₹$$

∴ اسڪوٽر جي قيمت 38400 ر ٿيندي.

ڳڏيل وياج طريقي وياج لهڻ ۾ R,N,P,A اِنهن چئن مان جيڪڏهن ٽي ملهه مليل هوندا ته
چوٿون ملهه لهي سگهجي ٿو.

مثال (3) هڪ رقم تي 10% سان 3 سالن ۾ ڳڏيل وياج سان راس 6655ر آهي ته اُها رقم لهو.

حل : $A = 6655\ ;\ R = 10\ ;\ N = 3$

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore\ 6655 = P \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^3 \quad = P \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 \quad = P \times \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$\therefore\ P = \frac{6655 \times 10^3}{11 \times 11 \times 11} \qquad P = 5 \times 10^3 = 5000$$

∴ اُها رقم 5000 ر آهي.

مثال (4) 10 في سيڪڙي بها سان 9000 رپين تي ڪهڙن سالن لاءِ ڳڏيل وياج 1890 ر ٿيندو؟

حل : $1890 = \ ;P = 9000\ ;R = 10$

$$A = P + I \qquad = 9000 + 1890 \qquad = 10890$$

ڳڏيل وياج جي سوتر ۾ ڏنل ملهه وجهي سال لهنداسين.

$$A = 10890 = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N = 9000 \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^N = 9000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{10890}{9000} = \frac{121}{100} \qquad \therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{121}{100} \quad \therefore \quad N = 2$$

∴ ٻن سالن کان پوءِ گڏيل وياج ٿيندو 1890 ر

اَڀياس 14.2

1. هڪ فلاءِ اوور برج اَڏاوت ۾ شروعات 320 مزور هئا هر سال 25% مزورن ۾ واڌ آئي تہ ٻن سالن کان پوءِ ڪم تي لڳل مزورن جو اَنداز لهو.

2. هڪ ريڍار وٽ شروعات ۾ 62500 رڍون هيون هر سال 8% اُنهن جي تعداد ۾ واڌ آهي تہ 3 سالن بعد ريڍار وٽ گهٽيون رڍون هونديون؟

3. هڪ جهنگل ۾ 12800 وڻ آهن هر سال 25 سيڪڙو وڻن ۾ واڌ آڻڻ مقصد سان ٽن سالن کان پوءِ جهنگل ۾ ڪيترا وڻ هوندا؟

4. هڪ ڪارخاني ۾ 2,50,000ر خريد ڪيل مشين 2 سالن تائين وڪي ويئي. جيڪڏهن ملهہ ۾ ڪاٽ جو اگهہ 10 سيڪڙو آهي تہ مشين جي وڪرو قيمت خريد قيمت کان ڪيترو گهٽ هئي؟

5. 16 سيڪڙي ٻها اَگهہ سان ٻن سالن ۾ گڏيل وياج سان راس 4036.80 ر ٿي تہ ٻن سالن ۾ وياج ڪيترو؟

6. 15000 ر قرض تي 12 في سيڪڙي ٻها سان 3 سالن ۾ ڪيتري رقم واپس ڏيڻي پوندي؟

7. 18 في سيڪڙي ٻها سان هڪ رقم تي 2 سالن ۾ راس 13924 ر تہ مور لهو.

8. شهر جي هڪ اُپنگر ۾ آدمشماري خاص اَگهہ سان وڌي ٿي اَڄ جي ۽ 2 سالن بعد آدمشماري 16000 ۽ 17640 آهي تہ واڌ جو اگهہ لهو.

9. 700 رپيا 10 في سيڪڙي ٻها سان ڪيترن سالن ۾ 847ر ٿيندا؟

10. 8 في سيڪڙو ٻها سان 20,000 ر تي سادي وياج ۽ گڏيل وياج ۾ فرق لهو.

جواب

اَڀياس 14.1 1. (1) 2205, 205 (2) 6298.56, 1298.56 (3) 4622.5, 622.5 2. 17561.60 3. 1768.2

اَڀياس 14.2 1. 500 2. 242 3. 46305 4. 47500 5. 1036.8 6. 21073.92 7. 10,000 8. 5 9. N = 2 10. 128

ECJ5QZ

15 ايراضي

ذرا ياد ڪريو

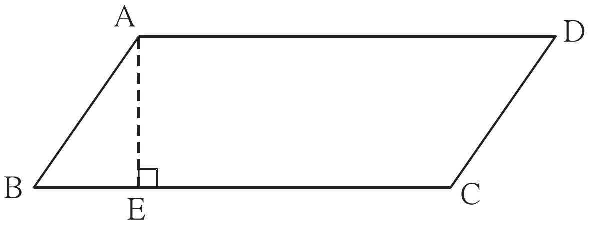
اَسان کي ڄاڻ آهي تہ گرد گهٽپاسن شڪلين جا پاسا سينٽي ميٽر، ميٽر ڪلوميٽر اِنهن ايڪن ۾ هوندا آهن اِنڪري اُنهن جي ايراضي چو س م، چ.م، چ ڪ. م اِنهن ايڪن ۾ ڏبي آهي. چو تہ ايراضي چورس ۾ ماپبي آهي.

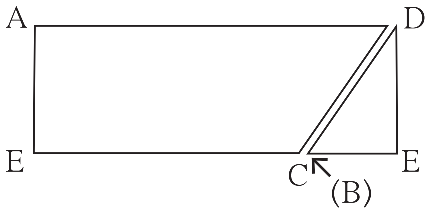
1. چورس جي ايراضي = $(\text{پاسو})^2$
2. مستطيل جي ايراضي = ڊيگهہ x ويڪر
3. گوني ڪنڊ ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ x گوني ڪنڊ ناهيندڙ پاسن جي ضرب اُپت.
4. ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ پايو x اوچائي.

ڄاڻي وٺون

پوروچوت پاسي چوڪنڊي جي ايراضي (Area of a parallelogram)

مشغولي :





- هڪ ڪاغذ تي هڪ وڏو پوروچوت پاسو چوڪنڊو ABCD□ ڪيو. ٽپڪي وٺان پاسي BC مٿان عمود ڪيو.

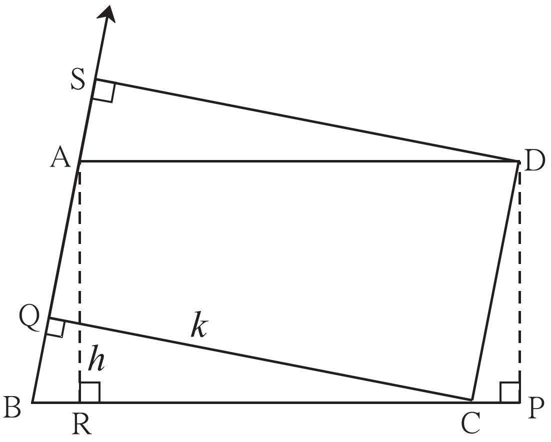
AEB△ اِهو ڪپيو. اِهو شڪل 11 ۾ ڏيکارڻ ABCD□ جي بچيل حصي سان ملايو. تيار ٿيل شڪل مستطيل جي آهي.

- پوروچوت پاسي چوڪنڊي مان مستطيل تيار ٿيو آهي. يعني ٻنهي جي ايراضي ساڳي آهي.

- پوروچوت پاسي چوڪنڊي جو پايو اِهو مستطيل جو هڪ پاسو (ڊيگهہ) ۽ اُنجي اوچائي اهو مستطيل جو ٻيو پاسو (ويڪر) آهي.

∴ اِنڪري پوروچوت پاسي چوڪنڊي جي ايراضي = پايو x اوچائي.

ڌيان ڏيو : پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي ۾ هڪ پاسي کي پايو مڃيو، پوءِ اُنهن پوروچوٽ پاسي وچ ۾ مفاصلي اِها اُن پاسي جي نسبتي اوچائي ٿيندي.



هڪ □ABCD پوروچوٽ پاسو چوڪنڊو آهي

ٿڪر BC ⊥ DP, ٿڪر BC ⊥ AR ٿڪر جيڪڏهن

پاسو BC پايو آهي تہ = $l(AR) = l(DP) = h.$

۽ ٿڪر پاسو AB ⊥ CQ ٿڪر جيڪڏهن پاسو AB کي پايو

ڪٿبو تہ l (QC) اِها اوچائي k ٿيندي.

$\therefore\ A(\square ABCD) = l(BC) \times h = l(AB) \times k.$

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جو پايو 8 س م ۽ اوچائي 5 س م تہ اِن چوڪنڊي جي ايراضي لهو.

حل : پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي = پايو x اوچائي

$8 \times 5 = 40$

پوروچوٽ چؤڪنڊي جي ايراضي - 40 چ س م

مثال (2) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي 112 چ س م ۽ اُنجو پايو 10 س م تہ اوچائي لهو.

حل : پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي ايراضي = پايو x اوچائي

112 = 10x اوچائي

اوچائي = $\frac{112}{10} = 11.2$ س م

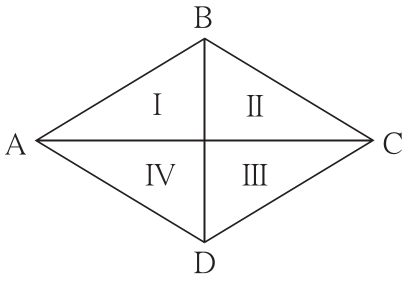
اَڀياس 15.1

1. هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جو پايو 18 س م ۽ پايو 11 س م آهي تہ اِن چوڪنڊي جي ايراضي لهو.

2. هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي 29.6 چ س م ۽ پايو 8 س م آهي چوڪنڊي جي اوچائي لهو.

3. هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي 83.2 چ س م آهي اُن جي اوچائي 6.4 س م آهي تہ پايي جي ڊيگهہ ڪيتري؟

پورو پاسو چوڪنڊي جي ايراضي (Area of a rhombus)



مشغولي : ڏيکاريل شڪل موجب هڪ پورپاسو چوڪنڊو ڪڍو
آسان کي چاڻ آهي ته پورپاسي چوڪنڊي جا اُريب
هڪ ٻئي جا عمودي اَڏڪ هوندا آهن.

$l(AC) = d_1$ ۽ $l(BD) = d_2$

□ABCD پور پاسو چوڪنڊو آهي اُن جا اُريب P وٽ ملن ٿا. اِن مان T آسان کي چار ٽهڪنڊز
گوني ڪنڊ ٽڪنڊا ملن ٿا. هرهڪ گوني ڪنڊ ۾ پاسو $\frac{1}{2}\ l(AC)$ ۽ $l(BD)\frac{1}{2}$ برابر آهي چئني
ٽڪنڊن جي ايراضي ساڳي آهي.

$$l(AP) = l(PC) = \frac{1}{2}\ l(AC) = \frac{d_1}{2},$$
$$l(BP) = l(PD) = \frac{1}{2}\ l(BD) = \frac{d_2}{2}$$

$\therefore$ پورپاسي □ ABCD جي ايراضي $= 4 \times A(\Delta\ APB)$

$$= 4\ \frac{1}{2} \times l(AP) \times l(BP)$$

$$= 2 \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$\therefore$ اريبن جي ڊيگهه جي ضرب اپت $\times \frac{1}{2}$ = پورچوٽ پاسو چوڪنڊي جي ايراضي

حل ڪيل مثال

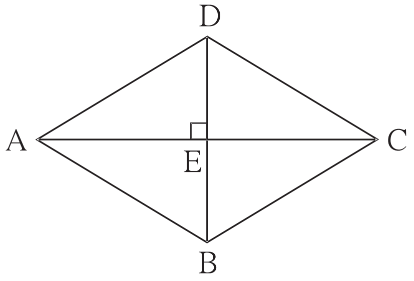
مثال (1) هڪ پورپاسي چوڪنڊي ۾ اُريبن جي ڊيگهه 11.2 س م ۽ 7.5 س م آهي ته اُن
چوڪنڊي جي ايراضي لهو.

حل : اُريبن جي ڊيگهه جي ضرب اُپت $\times \frac{1}{2}$ = پورپاسي چوڪنڊي جي ايراضي

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11.2}{1} \times \frac{7.5}{1} \qquad = 5.6 \times 7.5$$

= 42 چ س م

مثال (2) هڪ پورپاسي چوڪنڊي جي ايراضي 96 چ س م آهي اُن جو هڪ اُريب 12 س م آهي تہ چوڪنڊي جو پاسو لهو.



حل : سمجهو $\square$ABCD هڪ پور پاسو چوڪنڊو آهي اُنجي هڪ اُريب BD جي ڊيگهہ 12 س م آهي ايراضي 96 چ س م آهي آسان پهريائين ٻئي اُريب AC جي ڊيگهہ لهنداسين

اُريبن جي ڊيگهہ جي ضرب اُپت $\times \frac{1}{2}$ = پورپاسي چوڪنڊي جي ايراضي

$$\therefore\ 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times l(AC) \ = 6 \times l(AC)$$

$$\therefore\ l(AC) = 16$$

هاڻي ٽڪنڊي ADE Δ ۾ $m\angle E = 90°$ ۽ اُريب هڪ ٻئي جا اَڌڪ آهن.

$$l(DE) = \frac{1}{2} l(DB) = \frac{1}{2} \times 12 = 6; \quad l(AE) = \frac{1}{2} l(AC) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

$$l(AD)^2 = l(AE)^2 + l(DE)^2 = 8^2 + 6^2$$

$$= 64 + 36 = 100$$

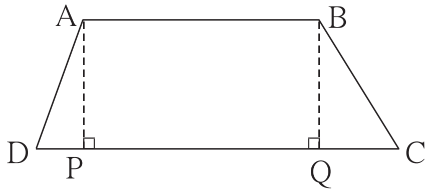
$$\therefore\ l(AD) = 10$$

$\therefore$ پورپاسو چوڪنڊي جو پاسو 10 س م آهي.

اَڀياس 15.2

1. هڪ پورپاسي چوڪنڊي اُريبن جي ڊيگهہ 15 س م ۽ 24 س م آهي تہ اُن جي ايراضي لهو.
2. هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي ۾ اُريبن جي ڊيگهہ 16.5 س م ۽ 14.2 س م آهي تہ اُن چوڪنڊي جي ايراضي لهو.
3. هڪ پورچوٽ پاسي چوڪنڊي جي گرد ماپ 100 س م آهي اُن جي هڪ اُريب جي ڊيگهہ 48 س م آهي تہ اُن چوڪنڊ جي ايراضي لهو.
4. ★ هڪ پور پاسي چوڪنڊي ۾ هڪ اُريب 30س م آهي. چوڪنڊي جي ايراضي 240 چ س م آهي تہ اُن چوڪنڊي جي گرد ماپ لهو.

مشغولي: ٽڪر AB || ٽڪر DC ائين هڪ □ ABCD هڪ ڪاغذ تي ڪيو.



ٽڪر AP ⊥ ٽڪر DC

ٽڪر BQ ⊥ ٽڪر DC ڪيو.

$l(AP) = l(BQ) = h$

پور عمود چوڪنڊي جي اوچائي h مطلب پورچوٽ پاسن وچم مفاصلو.

عمود ڪڍڻ ڪري چوڪنڊ ٽن حصن ۾ ورهائجي ٿو اِنهن ۾ △DPA ۽ △BQC اِهي ڪوني ڪنڊ ٽڪنڊا ۽ □ABQP اهو مستطيل آهي P ۽ Q اِهي ٽپڪا پاسو DC مٿان آهن.

□ ABCD جي ايراضي پور پاسي $= A(\Delta\ APD) + A(\square APQB) + A(\Delta BQC)$

$= \frac{1}{2} \times l(DP) \times h + l(PQ) \times h + \frac{1}{2}\ l(QC) \times h$

$= h\ [\frac{1}{2}\ DP + PQ + \frac{1}{2}\ QC]$

$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + 2l(PQ) + l(QC)]$

$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + l(PQ) + l(AB) + l(QC)] \ldots$ Q $l(PQ) = l(AB)$

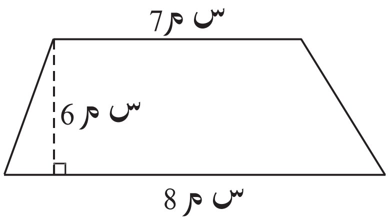
$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + l(PQ) + l(QC) + l(AB)]$

$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DC) + l(AB)]$

$A(\square ABCD) = \frac{1}{2}$ پورروچوٽ پاسن جو جوڙ $\times\ h$

پور عمود چوڪنڊي جي ايراضي $= \frac{1}{2} \times$ پورروچوٽ پاسن جو جوڙ × اوچائي

حل ڪيل مثال



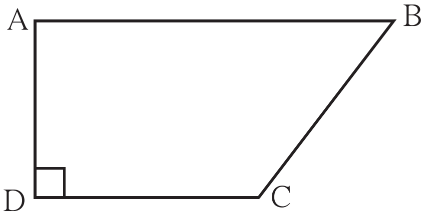
مثال (1) هڪ پور عمود چوڪنڊي ۾ مخالف پاسن جو هڪ جوڙو پورروچوٽ آهي. اِنهن پاسن وچم مفاصلو 6 س م جيڪڏهن پورروچوٽ پاسن جي ديگهه نمبر وار 78 س م ۽ 8 س م آهي ته اُن چوڪنڊي جي ايراضي لهو.

حل : پورروچوٽ پاسن وچ مفاصلو = اوچائي = 6 س م

چوڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ (پورروچوٽ پاسن جو جوڙ) × اوچائي

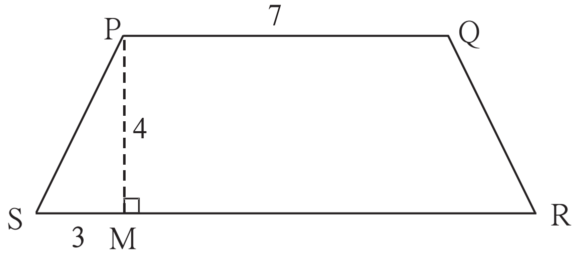
$= \frac{1}{2}(7 + 8) \times 6 = 45$ چ س م

اَڀياس 15.3



.1 چوڪنڊي ABCD ۾ $l(AB) = 13$ س م،
$l(DC) = 9$ س م، $l(AD) = 8$ س م،
تہ ABCD □ جي ايراضي لهو.

.2 هڪ پور عمود چوڪنڊي ۾ پورروچوٽ پاسا 8.5 س م ۽ 11.5 س م ۽ اوچائي 4.2 س م آهي تہ اُن چوڪنڊي جي ايراضي لهو.



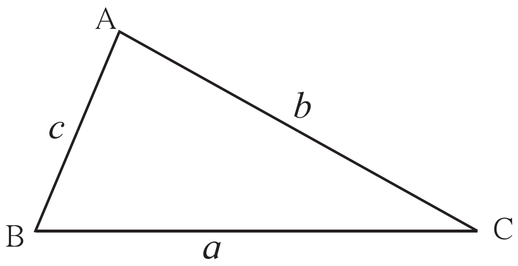
.3★ □ABCD هڪ ٻپور پاسو پور عمود چوڪنڊو آهي پاسو SR ⊥ PM تہ $l(SM) = 3$ س م
پورروچوٽ پاسن وچ مفاصلو 4 س م آهي تہ
□PQRS جي ايراضي لهو.

جاڻي وٺون

تڪنڊي جي ايراضي (Area of a Triangle)

اسان کي ڄاڻ آهي تہ اوچائي x پايو x = تڪنڊي جي ايراضي هاڻي تڪنڊي جي ايراضي ڪيئن لهبي، اِهو ڏسون.

△ABC ۾ پاسن جي ڊيگهہ c,b,a آهي ۽ تڪنڊي جي نيم گرد ماپ لهبي.



نيم گرد ماپ = $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

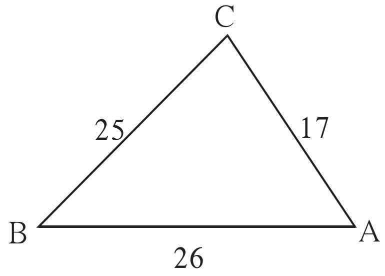
تڪنڊي جي ايراضي = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

ان سوتر کي هيران سوتر (Heron's Formula) چئبو آهي.

مثال (1) هڪ ٽڪنڊي جا پاسا مثال 17 س م ، 25س م ۽ 26 س م آهي تہ اِن ٽڪنڊي جي ايراضي لهو.

حل : $a = 17,\ b = 25,\ c = 26$

$$= s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{17+25+26}{2} = \frac{68}{2} = 34$$



ٽڪنڊي جي ايراضي $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{34(34-17)(34-25)(34-26)}$$

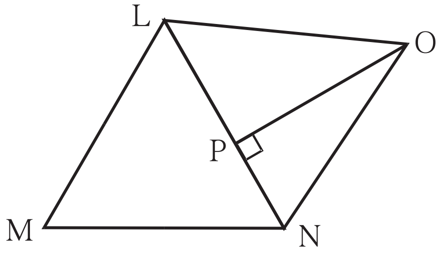
$$= \sqrt{34\times17\times9\times8}$$

$$= \sqrt{17\times2\times17\times3\times3\times2\times2\times2}$$

$$= \sqrt{17^2\times2^2\times2^2\times3^2}$$

$= 17 \times 2 \times 2 \times 3 = 204$ چ س م

مثال (2) هڪ پلاٽ جو نقشو ۽ ماپون ڏنل آهي



$l(LM) = 60$ م $\quad l(MN) = 60$ م

$l(LN) = 96$ م $\quad l(OP) = 70$ م

تہ اِن پلاٽ جي ايراضي لهو

حل : اِن شڪل ۾ ΔLMN ۽ ΔLON تيار ٿيل نظر اَچن ٿا. ΔLMN ۾ سڀ پاسا مليل آهن. مطلب هيران سوتر وسيلي ايراضي لهي سگهجي ٿي. ΔLON ۾ پايو ۽ اوچائي مليل آهي. ΔLMN ۾

$$A(\Delta\ LMN)\quad s = \frac{60+60+96}{2} = \frac{216}{2} = 108$$

$$= \sqrt{108(108-60)(108-60)(108-96)}$$

$$= \sqrt{108\times48\times48\times12}$$

$$= \sqrt{12\times9\times48\times48\times12}$$

$A(\Delta\ LNO) = 12 \times 3 \times 48 = 1728$ چ س م

$= \frac{1}{2}$ پايو × اوچائي

$$= \frac{1}{2} \times 96 \times 70$$

$= 96 \times 35 \quad = 3360$ چ س م

LMNO پلاٽ جي ايراضي $= A(\Delta\ LMN) + A(\Delta\ LNO)$

$$= 1728 + 3360$$

$= 5088$ چ س م

اِهو مان سمجهو

پوروچوت پاسي چوڪنڊي جي ايراضي = پايو × اوچائي

اُربن جي ڊيگهه ضرب اُپٽ = $\frac{1}{2}$ × پور پاسو چوڪنڊو ايراضي

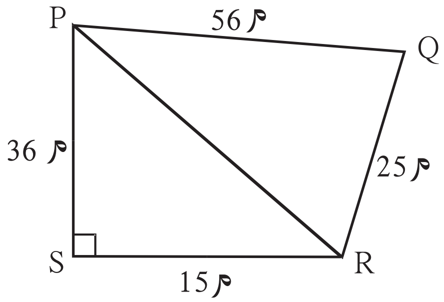
اوچائي (پوروچوت پاسن جو جوڙ) = $\frac{1}{2}$ × پور عمود چوڪنڊي جي ايراضي

جيڪڏهن ABC ٽڪنڊي جا ٽيئي پاسا c,b,a آهن

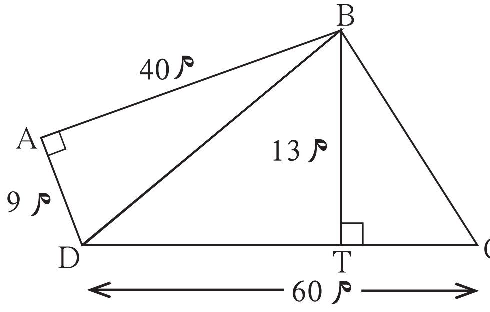
$s=\frac{a+b+c}{2}$ جتي $A(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

اَڀياس 15.4

1. هڪ ٽڪنڊي جا پاسا 45 س م، 39 س م ۽ 42 س م آهن ته ٽڪنڊي جي ايراضي لهو.



2. پرواري شڪل ۾ ڏيکاريل ماپن جي آڌار تي □PQRS جي ايراضي لهي.

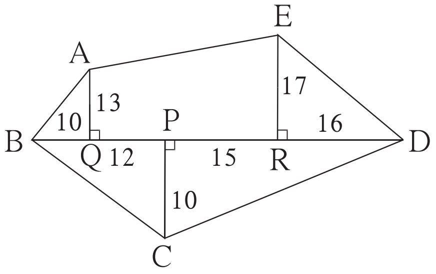


3. پر واري شڪل ۾ ڪجهه ماپون مليل آهن اُن مان □ABCD جي ايراضي لهو

چاڙي وٺون

بي ڊولي شڪل واري جڳهه جي ايراضي

جنهن گهڻپاسي شڪل ۾ ٽڪنڊا يا خاص چوڪنڊا اِنهن ۾اُها شڪل ورهائي سگهجي ٿي ته اَهڙي شڪل جي ايراضي ڪيئن لهجي، اِهو ڏسنداسين.



مثال : پرواري شڪل ۾ ABCDE هڪ گهٽپاسو شڪل آهي شڪل ۾ سڀ ماپون ميٽر ۾ ڏنل آهن اِن شڪل جي ايراضي لهو.

حل : $\triangle AQB$ $\triangle ERD$ اِهي گوني ڪنڊ ٽڪنڊا آهن اِهو پور عمود آهي هرهڪ شڪل جي ايراضي لهنداسين.

$$A(\Delta\ AQB) = \frac{1}{2} \times l(BQ) \times l(AQ) = \frac{1}{2} \times 10 \times 13 = 65$$ چ س م

$$A(\Delta\ ERD) = \frac{1}{2} \times l(RD) \times l(ER) = \frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136$$ چ س م

$$A(\square\ AQRE) = \frac{1}{2}\ [l(AQ) + l(ER)] \times l(QR)$$

$$= \frac{1}{2}\ [13 + 17] \times (12 + 15)$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 \times 27 = 15 \times 27 = 405$$ چ س م

$$l(BD) = l(BP) + l(PD) = 10 + 12 + 15 + 16 = 53$$ چ س م

$$A(\Delta\ BCD) = \frac{1}{2} \times l(BD) \times l(PC) = \frac{1}{2} \times 53 \times 10 = 265$$ چ س م

$\therefore$ گهٽپاسو شڪل ABCDE جي ايراضي

$$= A(\Delta\ AQB) + A(\square AQRE) + A(\Delta\ ERD) + A(\Delta\ BCD)$$

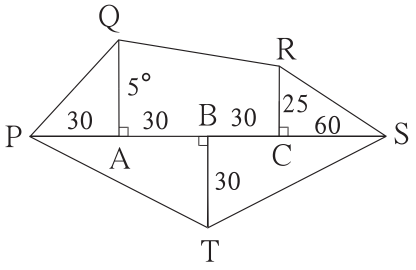
$$= 65 + 405 + 136 + 265$$

$$= 871$$ چ س م

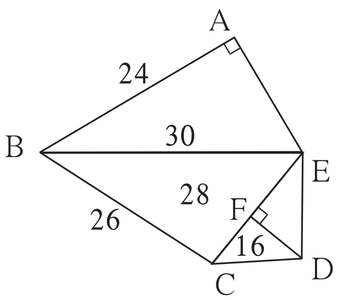
اڀياس 15.5

1. هيٺ پلاٽ ڏنل آهن اُنهن جي ايراضي لهو (سڀ ماپون ميٽر ۾ ڏنل آهن)

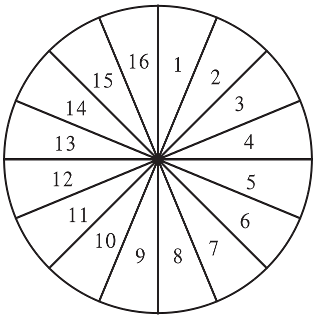
(1)



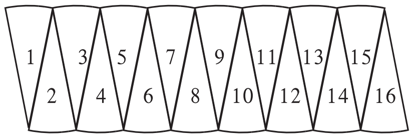
(2)



گول جي ايراضي (Area of a circle)



مشغولي : هڪ ٿلهي ڪاغذ تي هڪ گول ڪيو. اِن گول جا 16 يا 32 برابر حصا ڪريو يا 360 ڊگري جا برابر حصا ڪريو. پوءِ اُهي حصا نيم قطرن تي ڪپيو. پوءِ پر واري شڪل اَنوسار اُهي حصا گڏ ڪري رکو اَسان ڏسنداسين ته هڪ مستطيل تيار ٿيندو.



مطلب مستطيل جي ڊيگهه = $2\pi r$ ۽ ويڪر r ٿيندي ∴

∴ گول جي ايراضي = مستطيل جي ايراضي = ڊيگهه × ويڪر = $\pi r \times r$

∴ گول جي ايراضي = πr^2

(گول جا وڌيڪ حصا ڪبا ته ملندڙ نئون مستطيل وڌو ٿيندو)

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ گول جو نيم قطر 21 س م آهي ته اُن گول جي ايراضي لهو.

حل : گول جي ايراضي = πr^2

$= \frac{22}{7} \times 21^2$

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{1} \times \frac{21}{1} = 66 \times 21 = 1386$ چ س م

مثال (2) هڪ گولاڪار ميدان جي ايراضي چ م ته اُن ميدان جو نيم قطر لهو.

حل : گول جي ايراضي = πr^2

$3850 = \frac{22}{7} \times r^2$

$r^2 = \frac{3850 \times 7}{22}$ $\quad r^2 = 1225$ $\quad r = 35$

∴ نيم قطر 35 م

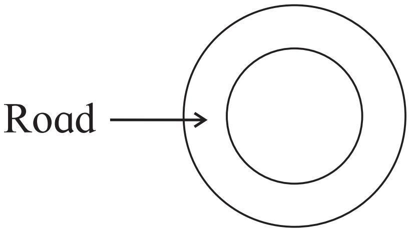
1. هيٺ گولن جا نيم قطر ڏنل آهن. اُنهن گولن جي ايراضي لهو.

(1) 28 س م   (2) 10.5 س م   (3) 17.5 س م

2. هيٺ ڪجهہ گولن جي ايراضي ڏنل آهي اُنهن گولن جا قطر لهو.

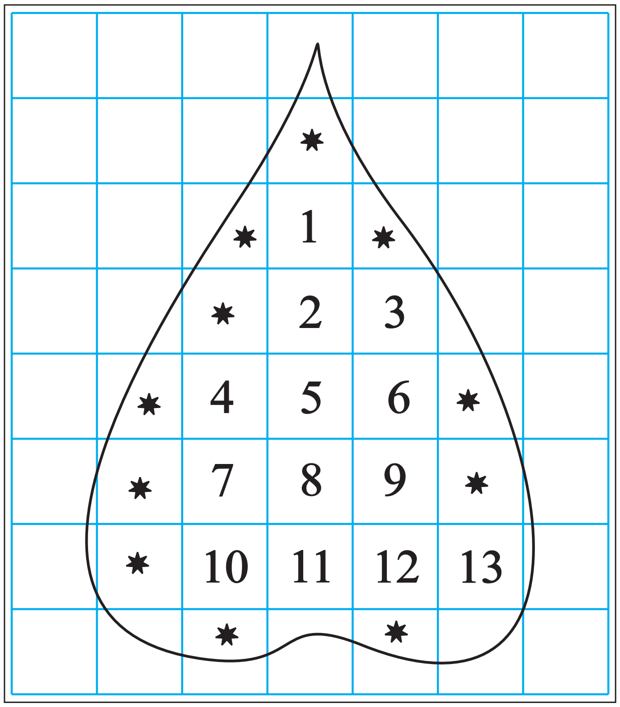
(1) 176 س م   (2) 394.24 س م   (3) 12474 چ س م

3. هڪ گولاڪار باغ جو قطر 42 م آهي اُن باغ جي چوڌاري 3.5 ويڪر رستو آهي اُن رستي جي ايراضي لهو.



4. هڪ گول جو گهيرو 88 س م آهي تہ اُن گول جي ايراضي لهو.

گراف پني جي مدد سان ڪهڙي بہ گرد شڪل جي ايراضي لهي سگهجي ٿي. ڏنل شڪل يا شيءِ گراف پني تي رکي اُن جي چوڌاري پينسل سان آئوٽ لائين ڪيندا سين گراف پني تي شڪل جي ايراطي ڪڍڻ لاءِ چورسن جو تعداد ڪيئن ڳڻبو ۽ ايراضي ڪيئن لهبي اِهو سمجهنداسين.



(1) 1 چ س م ايراضي ڏيکاريندڙ سڄن چورسن جو انداز 13 تہ اُنهن جي ايراضي = 13 چ س م

(2) شڪل ۾ $\frac{1}{2}$ چ س م کان وڌيڪ پر 1 چ س م کان گهٽ ايراضي ڏيکاريندڙ چورسن جو انداز 11 تہ اُنهن جي ايراضي = اٽڪل 11 چ س م.

(3) شڪل ۾ $\frac{1}{2}$ چ س م ايراضي چورسن جو انداز = 0 تہ اُنهن جي ايراضي = 0 چ س م

(4) شڪل ۾ $\frac{1}{2}$ چ س م کان گهٽ ايراضيءَ وارا چؤڪنڊا نہ ڳڻتا آهن.

سندن ڪُل ايراضي = 0 چ س م

ڏنل شڪل جي انداز ايراضي

$= 0+0+11+13=24$ چ س م

(4) شڪل ۾ چ س م ڪان گهٽ ايراضي ڏيکاريندڙ حصا ويچار ۾ نہ آڻٽا آهن. اُنهن جي ايراضي = 0 چ س م

ڪل ايراضي = (2+6+8)=26 چ س م (اٽڪل)

مشغولي : گراف پني تي 28 م م نيم قطر وارو هڪ گول، هڪ ٽڪنڊو ۽ هڪ پور عمود چوڪنڊو ڪڍو اِنهن ٽنهي جي ايراضي گراف پني تي ننڍا چورس ڪٽي ماپيو.
اِهي ايراضيون هاڻي سوتر ڪم آڻي لهو. ٻنهي جي چڪاس ڪريو.
(جيڪڏهن چورس ننڍا هوندا تہ اوترو ئي ايراضي وڌي هوندي)

جواب

آپياس 15.1	1. 198 چ س م	2. 3.7 س م	3. 13 س م	
آپياس 15.2	1. 180 چ س م	2. 117.15 چ س م	3. 14	4. 16 س م
آپياس 15.3	1. 88 چ س م	2. 42 س م	3. 40 چ س م	
آپياس 15.4	1. 756 چ س م	2. 690 چ س م	3. 570 چ س م	
آپياس 15.5	1. 4687.5 چ س م	2. 776 چ س م	2. (1) $2\sqrt{56}$	

آپياس 15.6 (1) 2464 چ س م (2) 346.5 چ س م (3) 962.5 چ س م (2) 22.4 س م
(3)126 س م (4) 500.50 چ م (5) 616 چ س م

وڌيڪ ڄاڻ لاءِ

اَسان جي ديش ماپڻ لاءِ ميٽرڪ سرشتو اپنايو آهي اِنڪري درسي ڪتابن ۾ ايراضي لاءِ چورس س م، چورس ميٽر، چورس ڪلوميٽر اهي ايڪا واپريا ويندا آهن. سرڪاري دستاويزن ۾ زمين جي ايراضي آڙ، هيڪٽر اِنهن ڏاڪن ۾ درج ڪيل هوندي آهي.

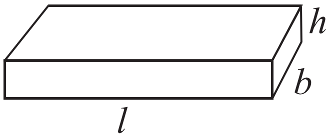
100 چ م آڙ، هيڪٽر چ م وهنواري ماپن ۾ اَڃ بہ زمين جون ماپون گُهنٽا، ايڪڙ وغيره ۾ ڪيون وڃن ٿيون.

1 گُهنٽو ايراضي اٽڪل 1 آڙ مطلب 100 چ م هڪ ايراضي اٽڪل 0.4 هيڪڙ ايراضي.

ECT15M

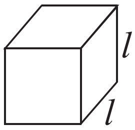
16 متاچڙو ايراضي ۽ مقدار

ذرا ياد ڪريو



مستطيل بلاڪ (ڪيوبائڊ) جي ڪل متاچڙو ايراضي

$2(l \times b + b \times h + l \times h) =$



ڪعب (ڪيوب) جي ڪل متاچڙو ايراضي = $6l^2$

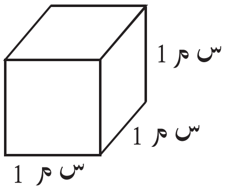
1 م = 100 س م   1 چ س م = 100 × 100 چ س م = 10000 چ س م = 10^4 چ س م

1 س م = 10 م م   1 چ س م = 10 × 10 چ س م = 100 چ س م = 10^2 چ س م

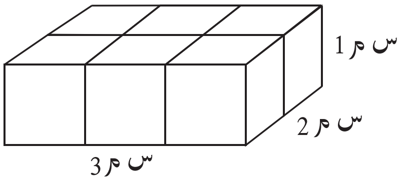
چاڪي وٺون

مستطيل بلاڪ، ڪعب، سلينڊر اِهي ٽماپي شڪليون آهن اِهي شڪليون جڳهه والارين ٿيون. اِهي جيڪي جڳهه والارين ٿيون اُن واراريل جڳهه کي مقدار چئبو آهي.

مقدار جو پرماڻٽ ايڪو Standard Unit Volume

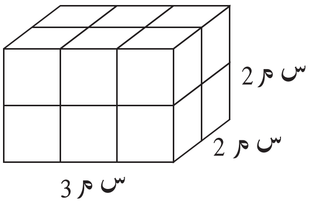


پرواري شڪل 16.3 ڪعب جو هرهڪ پاسو 1 س م آهي اِهاڪعب واراريل جڳهه آهي مقدار لهڻ لاءِ پرماڻٽ ايڪو آهي 1ڪعب س م ٿوري ۾ اِهوڪ س م ٿوري ۾ اِهوڪ س م يا ڪري لکبو آهي.



مشغولي I ڪجهه ڪعب ڪٽو جنهن ۾ هرهڪ پاسو 1 س م هجي شڪل ۾ ڏيکاريل موجب 6 ڪعب هڪ ٻئي سان لڳائي رکو. هاڻي هڪ مستطيل بلاڪ تيار ٿيندو

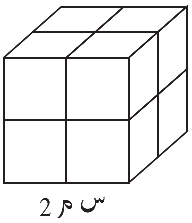
اِن مستطيل جي ڊيگهه 3 س م، ويڪر 2س م ۽ اوچائي 1 س م آهي. 1 س م پاسي وارا 6 ڪعب ملائي هڪ مستطيل بلاڪ تيار ٿيو آهي. اِن مستطيل بلاڪ جو مقدار 1x2x3=6ڪعب س م ٿيندو.



مشغولي I I پرواري شڪل ۾ هڪ مستطيل بلاڪ جي ڊيگهه 3 س م، ويڪر 2س م ۽ اوچائي 2س م آهي اِن مستطيل بلاڪ ۾ 1ڪعب س م وارا 2x2x3=12ڪعب آهن اِن مان مستطيل بلاڪ جو مقدار لهڻ جو سوتر ملي ٿو. مستطيل جو مقدار = ڊيگهه x ويڪر x اوچائي

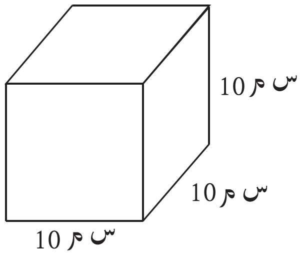
ڊيگهه، ويڪر ۽ اوچائي لاءِ سلسلي ۾ h,b,l اکر ڪٽبا ته hxbxl مستطيل بلاڪ جو مقدار.

پرواري شڪل ۾ 1 ڪعب س م مقدار وارا 8 ڪعب هڪ ٻئي سان لڳايل رکيل آهن اِن مان ملندڙ شڪل جي ڊيگهه 2س م واري ڪعب آهي. 8 ڪعبن جو مقدار 2x2x2=32 ملندو اِن مان جيڪڏهن ڪعب جو پايو ر آهي ته ڪعب جو مقدار = $l \times l \times l = l^3$



پاڻيٺ جو مقدار : پاڻيٺ جي گنجائش مطلب پاڻيٺ جو مقدار ماپڻ ۾ ملي ليٽر يا ليٽر ايڪا ڪم آڻجن ٿا اِها

اسانکي آهي. پر واري شڪل ۾ 10 س م پاسي وارو هڪ پولو ڪعب آهي اِن جو مقدار ٿيندو 10x10x10=1000 ڪعب س م اهو ڪعب پاڻيءَ سان ڀريل هوندو ته انجو مقدار 1000 ڪ س م ٿيندو. اِن کي گنجائش ۾ ا ليٽر چوندا آهن.



1000 م. ل = 1 ليٽر

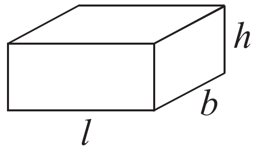
1000 م. ل = 1000 ڪعب = 1 ليٽر

اِن مان س م ڪعب س م = 1 م. ل ملي ٿو.

مطلب 1 س م پاسي واري ڪعب ۾ ماپيل پاڻيٺ جي گنجائش 1 م. ل آهي.

حل ڪيل مثال

مثال : مستطيل بلاڪ شڪل جي هڪ فش ٽئنڪ جي ڊيگهه 1م، ويڪر 40 س م ۽ اوچائي 50س م ته اِن ۾ ڪيترا ليٽر پاڻي ماپيندو؟



حل : ڊيگهه 1 م 100 س م ويڪر 40 ۽ اوچائي 50 س م

ٽئنڪ جو مقدار $= l \times b \times h = 100 \times 40 \times 50 = 200000$

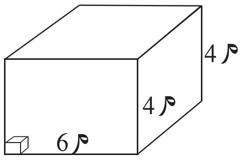
ڪ س م 200000 $= \frac{200000}{1000} =$ ل200 ($\because$ 1000 ڪعب س م = 1ل)

$\therefore$ 200 ليٽر = ٽئنڪ جو مقدار

مثال (2) هڪ مستطيل بلاڪ شڪل جو گودام، اُن جي ڊيگهه 6م، ويڪر 4 م ۽ اوچائي 4 م آهي ته اُن گودام ۾ 40 س م پاسي وارا ڪيترا ععب ڪوڪا وڌ ۾ وڌ ماپجندا؟

حل : ڪعب شڪل وارن ڪوڪن جو ڪل مقدار اُهو گودام جي مقدار برابر ٿيندو.

هيٺ ڏنل ڏاڪا ويچار ۾ آڻي حل لهنداسين



(1) گودام جو مقدار لهنداسين.

(2) هڪ ڪوڪي جو مقدر لهنداسين.

(3) ڪوڪن جو اَنداز لهنداسين.

ڏاڪو (1) گودام جي ڊيگهه 6 م 600 س م ويڪر 4 م = 400 س م

اوچائي = 4 م = 400 س م $= 600 \times 400 \times 400$

$= (40)^3 = 40 \times 40 \times 40$

(3) : ڪوڪن جو انداز = $\dfrac{\text{گودام جو مقدار}}{\text{ا ڪوڪي جو مقدار}} = 1500 = \dfrac{600 \times 400 \times 400}{40 \times 40 \times 40}$

∴ گودام ۾ وڌ ۾ وڌ 1500 ڪوڪا ماپندا

مثال (3) برفي تيار ڪرڻ لاءِ مائي ۽ ڪنڊ جي 5 ليٽر ملاوٽ هڪ مستطيل بلاڪ شڪل واري ٽري ۾ اوتڻ سان، اُها ٽري سڄي ڀرجي وڃي ٿي، ٽري جي ويڪر 40 س م ۽ ڊيگهه 2.5س م آهي ته اُن جي ڊيگهه لهو.

حل : مثال حل ڪرڻ لاءِ چوڪنڊن ۾ مناسب عدد ڀريو.

ڏاڪو (1) : ٽري جي گنجائش = ٽري جي = 5 ليٽر = ☐ ڪعب س م (∵ 1 ليٽر 1000 ڪعب س م)

ڏاڪو (2) : ملاوٽ جو مقدار = ☐ ڪعب س م

ڏاڪو (3) : ٽري جو مقدار = ملاوٽ جو مقدار

ڊ × و × او = ☐ ڪعب س م

ڊيگهه × 40 × 2.5 = ☐ ڪعب س م, ∴ ڊيگهه = $\dfrac{☐}{100}$ = 50 س م

اِهو مان سمجهو

- مستطيل بلاڪ جو مقدار = ڊ × و × او $= l \times b \times h$
- ڪعب جو مقدار = (پاسو)$^3 = l^3$

اَڀياس 16.1

1. هڪ ڪولي جي ڊيگهه 20 س م، ويڪر105 س م ۽ اوچائي 8 س م آهي ته اُن جو مقدار لهو.

2. هڪ مستطيل شڪل صابڻ جي چڪي ۽ جو مقدار 150 ڪعب س م آهي اُن جي ڊيگهه 10 س م ۽ ويڪر 5س م آهي ته اُن جي ٿولهه لهو.

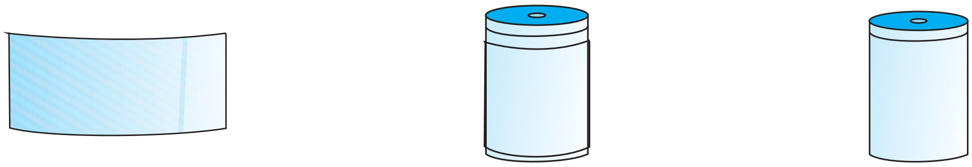
3. 6 ميٽر ڊگهي، 2.5 م اوچائي ۽ 0.5م ويڪر واري ڀت ٺهرائي آهي اُن لاءِ 25 س م ڊيگهه، 15 س م ويڪر ۽ 10س م اوچائي ۽ واريون ڪيتريون سرون لڳنديون.

4. برسات جو پاڻي سانڍڻ لاءِ هڪ 10 م ڊيگهه، 6 م ويڪري ۽ 3 م اونهائيءَ واري ٽانڪي ٺهرايل آهي ٻڌايو ته اُن ٽانڪيءَ جو مقدار ڪيترو؟ اُن ٽانڪيءَ ۾ ڪيترو؟ اُن ٽانڪيءَ ۾ ڪيترا ليٽر پاڻي ماپيندو؟

چاڪي وٺون

سلينڊر جي مٿاڇرو ايراضي (Surface area of a cylinder)

هڪ سلينڊر شڪل جو ڊبو کڻو اُنجي اوچائي ڏسي اهڙي ويڪر وارو ڪاغذ ڪٽو اهو ڪاغذ ڊبي جي وريل حصو ڪپي، الڳ ڪريو. هاڻي ڊبي تي لڳايل ڪاغذ ڪيو.



اهو مستطيل شڪل وانگر نظر ايندو. اِن مستطيل ڪاغذ جي ايراضي اِها ڊبي جي گول وَريل مٿاڇرو ايراضي برابر آهي. مستطيل جي ڊيگهه يعني ٽري جو گهيرو ۽ مستطيل جي ويڪر يعني سلينڊر جي اوچائي.

ويڪر × ڊيگهه = مستطيل جي ايراضي = سلينڊر جي وريل مٿاڇرو ايراضي

سلينڊر جي ٽري جو گهيرو × سلينڊر جي اوچائي = $2\pi r \times h = 2\pi rh$

گول مٿاڇرو 2 x + وريل مٿاڇرو ايراضي = سلينڊر جي ڪل مٿاڇرو ايراضي

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ سلينڊر آڪار پاڻيءَ جي ٽانڪيءَ جو قطر 1 ميٽر ۽ اوچائي 2 ميٽر آهي. ٽانڪي کي ڍڪ لڳل آهي. ڍڪ سميت ٽانڪيءَ کي اندازن ۽ ٻاهران رنگ لڳائڻو آهي ٻڌايو ته 80 رپئي في چورس ميٽر خرچ سان رنگ لڳائڻ ۾ ڪيترو خرچ ايندو؟

حل : ٽانڪيءَ کي اندران ۽ ٻاهران رنگ لڳائڻو آهي مطلب رنگ لڳائڻ وارو حصو اُن جي ايراضي ٽانڪيءَ جي ڪل مٿاڇرو ايراضي جي ٻيڻي آهي.

ٽانڪي جي ترِي جو قطر

1 ميٽر نيم قطر 0.5 م ۽ اوچائي 2 م

∴ ٽانڪي جي متاچڙو ايراضي $2\pi r\,(h + r) = 2 \times 3.14 \times 0.5\,(2.0 + 0.5) =$

$2 \times 3.14 \times 0.5 \times 2.5 = 7.8 =$

∴ رنگ لڳائڻ وارو حصو $= 2 \times 7.85 = 15.70$

∴ رپيا ڪل خرچ $= 15.70 \times 80 = 1256$

مثال (2) جست جي هڪ پتري جي ڊيگهه 33 م ۽ ويڪر 3 م آهي اِن پتري مان 3.5 س م نيم قطر ۽ 30 س م اوچائي وارا ڪيترا پائيپ تيار ٿيندا؟

حل : جست پتري جي ايراضي

$= 330 \times 300 \qquad = 3.3 \times 3$

هڪ پائيپ جي وريل متاچڙو ايراضي $= h = 30$ (چ س م)

هڪ پائيپ تيار ڪرڻ لاءِ لڳل پترو = هڪ پائيپ جي وريل متاچڙو ايراضي

$$= 2\pi rh = 2\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{10}\times\frac{30}{1}$$

$= 2 \times 22 \times 15 \qquad = 660$ چ س م

پتري جي ايراضي = $\dfrac{\text{پتري جي ايراضي}}{\text{هڪ پائيپ جي وريل متاچڙو ايراضي}} = 150 = \dfrac{330\times300}{660}$

آپياس 16.2

1. هيٺ هرهڪ مثال ۾ سلينڊر جو نيم قطر r ۽ h اوچائي ڏنل آهي. اِن مان هرهڪ سلينڊر جي وريل متاچڙو ايراضي ۽ ڪل متاچڙو ايراضي لهو.

(1) $r = 7$ س م, $h = 10$ س م (2) $r = 1.4$ س م, $h = 2.1$ س م (3) $r = 2.5$ س م , $h = 7$ س م

(4) $r = 70$ س م, $h = 1.4$ س م (5) $r = 4.2$ س م, $h = 14$ س م

2. ٻنهي پاسي بند ٽيل 50 س م قطر ۽ 4.5 س م اوچائي واري دٻي جي ڪل متاچڙو ايراضي لهو. $(\pi = 3.14)$

.3 هڪ سلينڊر جي وريل مٿاڇري ايراضي 660 چ س م آهي ۽ اوچائي 21س م آهي ته اُن جو نيم قطر ۽ تري جي ايراضي لهو.

.4 هڪ سلينڊر شڪل پتري جي ڏٻي جي قطر 28 س م ۽ اوچائي 20س م آهي. اُهو هڪ پاسي کليل آهي اُن ڏٻي کي ٺاهڻ لاءِ پتري جي ايراضي لهو. اُن ڏٻي کي 2 س م وارو ڍڪ تيار ڪرڻ ۾ ڪيترا چ س م پترو لڳندو؟

ڄاڻي وٺون

سلينڊر جو مقدار (Volume of a cylinder)

سلينڊر آڪار ٽانڪيءَ ۾ ڪيترو پاڻي ماپندو اِهو لهڻ لاءِ ٽانڪيءَ جو مقدار لهڻو پوندو.

ڪنهن به سلينڊر جو مقدار = تري جي ايراضي × اوچائي

$= \pi r^2 h$

حل ڪيل مثال

مثال (1) هڪ سلينڊر جي تري جو نيم قطر 5 س م ۽ اُن جي اوچائي 10 س م آهي ته سلينڊر جو مقدار لهو. ($\pi = 3.14$)

حل : سلينڊر جو مقدار = $\pi r^2 h = 3.14 \times 5^2 \times 10 = 3.14 \times 25 \times 10 = 785$

مثال (2) هڪ سلينڊر آڪار ڊرم جي اوچائي 56 س م آهي. ڊرم جي گنجائش 70.4 ليٽر آهي ته اُن ڊرم جو نيم قطر لهو. ($\pi = \frac{22}{7}$)

حل : سمجهو ته ڊرم جو نيم قطر = r

$1 \quad = 1000 \qquad \therefore 70.4 \quad = 70400$

$= 70.4 \times 1000 \qquad = 704 \times 100$

∴ ڊرم جي گنجائش مقدار = $70400 = \pi r^2 h$

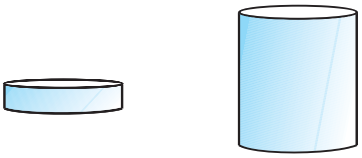
$$\therefore r^2 = \frac{70400}{\pi h} = \frac{70400 \times 7}{22 \times 56} = \frac{70400}{22 \times 8} = \frac{8800}{22} = 400$$

$\therefore r = 20, \qquad \therefore$

مثال (3) هڪ نهري ٽامي جي سلينڊر جو نيم قطر 4.2 س م ۽ اوچائي 1.6 س م آهي اُن کي ڳاري 1.4 س م قطر ۽ 0.2 س م ٿولهہ واريون ڪيتريون ڊسڪ تيار ٿينديون؟

حل : سلينڊر جو نيم قطر = R=4.2 س م، اوچائي = H =16 س م

سلينڊر جو مقدار = $\pi R^2 H = \pi \times 4.2 \times 4.2 \times 16.0$



ڊسڪ جو نيم قطر $= 1.4 \div 2 = 0.7$ س م

ڊسڪ جي ٿولهہ = اوچائي = h = 0.2 س م

ڊسڪ جو مقدار $= \pi r^2 h = \pi \times 0.7 \times 0.7 \times 0.2$

سمجهو تہ ڊسڪ جو انداز n آهي.

ڊسڪ جو مقدار = هڪ ڊسڪ جو مقدار × n

$$n = \frac{\text{سلينڊر جو مقدار}}{\text{هڪ ڊسڪ جو مقدار}} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{R^2 h}{r^2 h} = \frac{4.2 \times 4.2 \times 16}{0.7 \times 0.7 \times 0.2}$$

$$= \frac{42 \times 42 \times 160}{7 \times 7 \times 2} = 6 \times 6 \times 80 = 2880$$

اِهو مان سمجهو

سلينڊر جي وريل متاچڙو ايراضي = $2\pi rh$ سلينڊر جي ڪل متاچڙو ايراضي = $2\pi r(h + r)$

سلينڊر جو مقدار $= \pi r^2 h$

اَڀياس 16.3

.1 هيٺ سلينڊر جي تري جو نيم قطر (r) ۽ اوچائي (h) ڏنل آهي. ڏنل ڄاڻ موجب هرهڪ سلينڊر جو مقدار لهو.

(1) $r = 10.5$, $h = 8$ (2) $r = 2.5$, $h = 7$

(3) $r = 4.2$, $h = 5$ (4) $r = 5.6$, $h = 5$

.2 90 س م ڊيگهہ ۽ 1.4 س م قطر واري لوهہ جي لٺ تيار ڪرڻ ۾ ڪيترو لوهہ کپندو؟

.3 سلينڊر آڪار هڪ تلاءُ جو قطر 1.6 م ۽ اونهائي 0.7 م آهي تہ اُن تلاءُ ۾ ڪيترو پاڻي ماپيندو؟

.4 هڪ سلينڊر جي تري جي گرد ماپ 132س م ۽ اُنجي اوچائي 25 س م تہ اُن سلينڊر جو مقدار ڪيترو؟

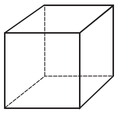
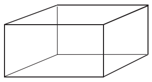
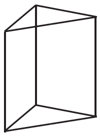
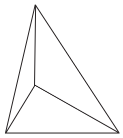
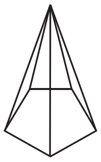
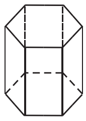
وڏيڪ ڄاڻ لاءِ (يوُلر سوٽ)

متاڇڙا (F) نوڪي ٽپڪا (V) ۽ ڪنارون (E) هوندڙ

هرهڪ شڪل جا متاڇڙا، ڪنارون ۽ نوڪي ٽپڪا اِنهن جو عدد لکي تختو پورو ڪريو.

اهو آئلر جو سوٽر جاچي ڏسو.

$V + F = E + 2$

ناﻟﻮ	ڪعب	مستطيل بلاڪ	ٽڪنڊو منشور	ٽڪنڊو پرامڊ	پنج ڪنڊو منشور	ڇهڪنڊو پرامڊ
شڪل						
متاڇڙا (F)	6					8
نوڪي ٽپڪا (V)	8					12
ڪنارون (E)		12			10	

جواب

16.1 اَڀياس

1\. 1680 ڪعب 2. 3 س م 3. 2000 سرون 4. 1,80,000 ليٽر

16.2 اَڀياس

21\. (1) 440 چ س م , 748 چ س م (2) 18.48 چ س م , 30.80 چ س م

(3) 110 چ س م , 149. 9 چ س م (4) 616 چ س م , 31416 چ س م

(5) 369.60 چ س م , 480.48 چ س م

2\. 10,990 چ س م 3. 5 78.50 چ س م

4\. 2376 پترو لڳندو 792 ڪعب

16.3 اَڀياس

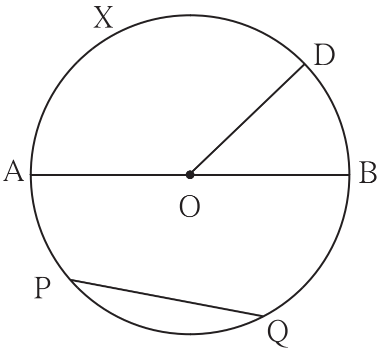
1\. (1) 2772 ڪعب (2) 137.5 ڪعب (3) 277.2 ڪعب (4) 492.8 ڪعب

2\. 138.6 ڪعب 3. 1408 ليٽر 4. 34650 ڪعب

ED2HUR

17 گول - زهہ ۽ ڪمانون

ذرا ياد ڪريو

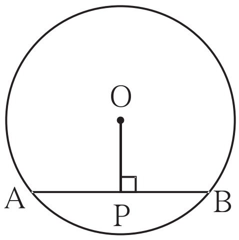


پرواري شڪل ۾ ٽٻڪو O گول جو مرڪز آهي.

- ٽڪر OD اِهو گول جو .... آهي.
- ٽڪر AB گول جو .... آهي.
- ٽڪر PQ گول جو .... اهي.
- ...... مرڪزي ڪنڊ آهي.
- ننڍي ڪمانون : ڪمان AXD، ڪمان BD ، ....، ....، ......
- وڏي ڪمانئون : ڪمان PAB، ڪمان PDQ، ....
- اَڌ گول ڪمان : ڪمان ADB، ....
- m(ڪمان DB) = m∠ ....
- m(ڪمان DAB) = 360° - m∠ ....

ڄاڻي وٺون

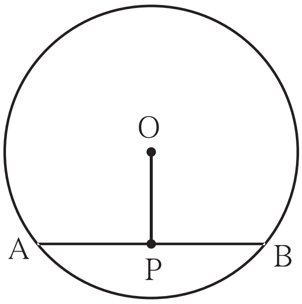
گول جي زهہ جون خاصيتون (Properties of chord of a circle)



مشغولي : (1) O مرڪزي ڪٽي هڪ گول ڪيو. اُن ۾ هڪ زهہ BA ڪيو مرڪز O وٽان زهہ AB تي OP عمود ڪيو ٽڪر AP ۽ ٽڪر PB اِنهن جي ڊيگهہ ماپيو اَهڙي نموني جدا جدا نيم قطر ڪٽي پنج گول ڪيو.

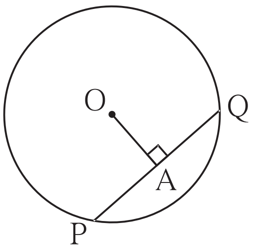
هروڪ گول ۾ هڪ زهہ ڪيو ۽ اُن زهہ مٿان مرڪز وٽان هڪ عمود ڪيو. زهہ جا ٻہ حصا برابر آهن يا نہ اِهو ڪمپاس مدد سان ماپي چڪاس ڪريو. توهان کي هيٺ ڏنل خاصيت ملندي.

گول جي مرڪز وٽان زهہ تي نڪتل عمود زهہ کي پورن ٻن حصن ۾ ورهائي ٿو.



مشغولي (2) هڪ ڪاغذ متان جدا جدا نيم قطرن وارا پنج گول ڪڍو. هرهڪ گول ۾ هڪ زهه ڪڍو اُن زهه جو مڏيه ٽٻڪو حاصل ڪريو. گول جي مرڪز کي اُن زهه جي مڏيه ٽٻڪي سان جوڙيو. پر واري شڪل انوسار هڪ زهه کي O مڏيه ٽٻڪي کي BA ۽ مرڪز کي P نالو ڏيو. ... ۽ ... ڇا اِهي گوني ڪندون آهن اِهو ڪنڊ - ماپي وسيلي ماپيو اِنهن مان اسان کي هيٺ ڏنل خاصيت ملندي گول جي مرڪز ۽ اُن گول جي زهه جي مڏيه - ٽٻڪي کي ملائيندڙ ٽڪر اِهو زهه تي عمود هوندو آهي.

حل ڪيل مثال



مثال (1) O گول جو مرڪز آهي زهه PQ جي ڊيگهه 7 س م آهي ٽڪر PQ ⊥ ٽڪر OA ته l(AP) لهو.

حل : ٽڪر PQ ⊥ ٽڪر OA اِن مان ظاهر آهي ته ٽڪر OA اِهو زهه PQ کي پورن ٻن حصن ۾ ورهائي ٿو.

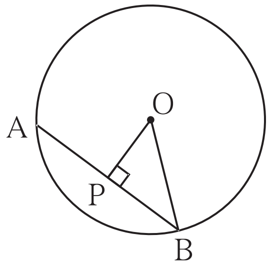
$$\therefore\ l(PA) = \frac{1}{2}\ l(PQ) = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$$ س م

مثال (2) مرڪز O واري گول جو نيم قطر 10 س م اُن گول جو هڪ زهه مرڪز کان 6 س م مفاصلي تي آهي ته اُن زهه جي ڊيگهه لهو.

حل : گول جي مرڪز کان زهه تي ڪڍيل عمود، زهه کي پورن ٻن حصن ۾ ورهائي ٿو سمجهو ته زهه AB آهي

زهه AB ⊥ ٽڪر OP

نيم قطر = l(OB) = 10 س م



هاڻي △OPB گوني ڪنڊ ٽڪنڊو آهي پائٿاگورس سڌيان موجب

$$[l(OP)]^2 + [l(PB)]^2 = [l(OB)]^2$$

$$\therefore\ 6^2 + [l(PB)]^2 = 10^2$$

$$\therefore\ [l(PB)]^2 = 10^2 - 6^2$$

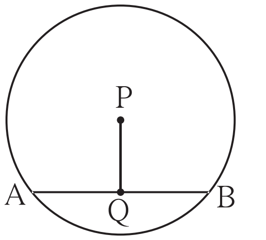
$$\therefore\ [l(PB)]^2 = (10 + 6)\ (10 - 6) = 16 \times 4 = 64$$

$\therefore \quad l(PB) = 8$ س م

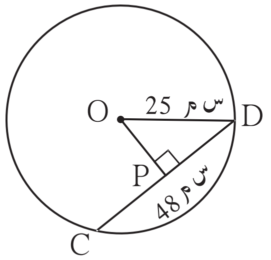
$\therefore \; l(AB) = 2l(PB) = 2 \times 8 = 16$

$\therefore$ زھہ جي ڊيگھہ 16 س م آھي.

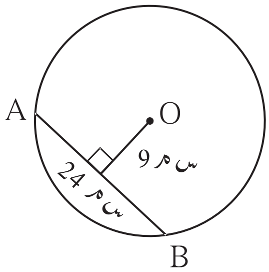
اَڀياس 17.1



1. 1. ٽيڪو پي گول جو مرڪز آھي AB زھہ جي ڊيگھہ 13 س م آھي. زھہ PQ ⊥ AB تہ ڪر l(BQ) لھو.



2. O مرڪز واري گول جو نيم قطر 25 س م آھي اِن گول ۾ جيڪڏھن ھڪ زھہ 48 س م وارو ڪيو تہ اُھو مرڪز کان ڪيتري مفاصلي ھوندو؟

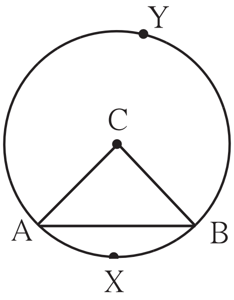


3. ھڪ گول جو مرڪز O آھي. اُن ۾ ھڪ زھہ جي ڊيگھہ 24 س م مفاصلي تي آھي تہ گول جو نيم قطر لھو.

4. C مرڪز واري گول جو نيم قطر 10 س م ۽ اُن جي ھڪ زھہ جي ڊيگھہ 6 س م آھي تہ اُھو زھہ مرڪز کان ڪيتري مفاصلي تي آھي؟

چاڻي وٺون

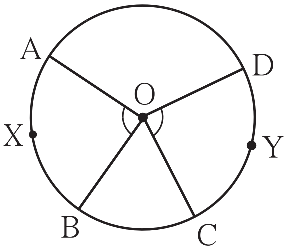
گول جي زھہ جي نسبتي ڪمانون (Arcs corresponding to chord of a circle)



ڀر واري شڪل ۾ AB ٽيڪو گول جو مرڪز آھي ٽڪر O ھڪ زھہ آھي ڪمان AXB اھا ننڍي ڪمان آھي. ڪمان AYB اِھا وڏي ڪمان آھي. اھي ٻئي ڪمانون زھہ AB جون نسبتي ڪمانون آھن اُن جي اُبتڙ زھہ AB اِھو ڪمان AXB ۽ ڪمان AYB جو نسبتي زھہ آھي.

ٺهڪندڙ ڪمانون (Congruent arcs)

ساڳئي گول ۾ جيڪڏهن ٻن ڪمانن جون ماپون برابر آهن ته اُهي ڪمانون ٺهڪندڙ هونديون آهن. O ٽپڪو گول جو مرڪز آهي.



$\therefore\ m\angle AOB = m\angle COD$

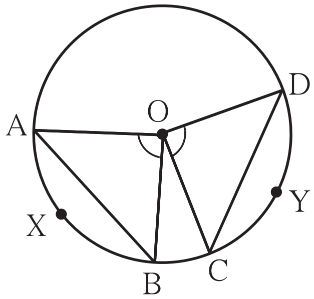
$\therefore$ m(ڪمان AXB) = m(ڪمان CYD)

$\therefore$ ڪمان AXB $\cong$ ڪمان CYD

اهي ٽريسنگ ڪاغذن جي مددسان چڪاس ڪريو

گول جي زهه ۽ نسبتي ڪمان بابت خاصيتون اَڳتي مشغوليءَ مان ڳولهيو ۽ ڌيان ۾ رکو

مشغولي I :



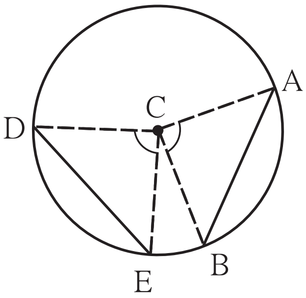
(1) Oمرڪز ڪٽي هڪ گول ڪيو

(2) گول ۾ ∠AOB ۽ ∠COD اِهي برابر ماپون ڪٽي ڪنڊون ڪيو. اِن مان ڪمان AXB ۽ ڪمان AYB اِهي ٺهڪندڙ ڪمانون ملنديون.

(3) زهه AB ۽ زهه CD ڪيو.

(4) ڪمپاس مدد سان آزمودو وٺو زههAB ۽ ٽڪر زهه CD اِنهن جي ڊيگهه ساڳي آهي.

مشغولي II :



(1) مرڪز C ڪٽي هڪ گول ڪيو.

(2) گول ۾ زهه AB ۽ زهه DE ساڳي ڊگهه وارا زهه ڪيو. ٽڪر CA ٽڪر CB ۽ ٽڪر اِهي نيم قطر ڪيو.

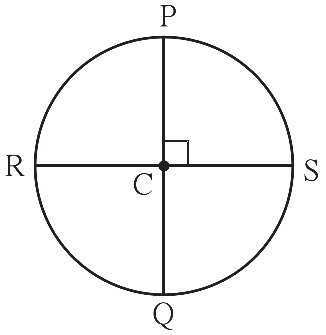
(3)CD ۽ CE اِهي ٺهڪندڙ آهن، اِهو ثابت ڪري ڏيکاريو.

(4) پوءِ ڪمان AB ۽ DE.ڪمان .. اِهي برابر آهي مطلب اِهي ڪمانون ٺهڪندڙ آهن اِهو ثابت ڪري ڏيکاريو.

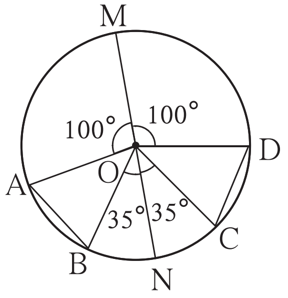
اِهو مان سمجهو

هڪ گول ۾ ٺهڪندڙ ڪمانن سان نسبتي زهه ٺهڪندڙ هوندا آهن. هڪ گول ۾ ٺهڪندڙ زهن جون نسبتي ننڍيون ڪمانون ۽ نسبتي وڏيون ڪمانون ٺهڪندڙ هونديون آهن.

اَيِپياس 17.2



1. C مرڪز واري گول ۾ قطر PQ ۽ RS قطر اهي هڪ ٻئي کي گوني ڪنڊ تي ڪپين ٿا تہ ڪمان PS ۽ ڪمان QS ٺهڪندڙ ڪيئن آهن، اِهو ٻڌايو ڪمان PS سان ٺهڪندڙ ٻيون ڪمانون ڪهڙيون آهن؟



2. ڀر واري شڪل ۾ O گول جو مرڪز آهي تہ MN قطر آهي. ڪجهه مرڪز ڪنڊن جون ماپون ڏنل آهن. اُن مان.

(1) $\angle AOB$ ۽ $\angle COD$ لهو

(2) $AB \cong CD$ ڏيکاريو

(3) $AB \cong CD$ ڏيکاريو

جواب

اَيِپياس 17.1   1. 6.5 س م   2. 7 س م   3. 15س م   4. 8 س م

اَيِپياس 17.2   1. (1) ڪمان PS ۽ ڪمان SQ ٺهڪندڙ آهن تہ سندن مرڪزي ڪندون برابر آهن هرهڪ 90° آهي. (2) ڪمان PS ≅ ڪمان PR ≅ ڪمان RQ

2. (1) $m\angle AOB = m\angle COD = 45°$

(2) ڪمان AB ≅ ڪمان CD

(3) زهہ AB ≅ زهہ CD

(چو تہ ٺهڪندڙ ڪمانن جا نسبتي زهہ ٺهڪندڙ هوندا آهن.)

گڏيل اَڀياس 2

1. هيٺ ڏنل سوالن جا متبدل جواب ڏنل آهن مناسب جواب ڳولهيو.

(1) هڪ گول جي ايراضي 1386 چ س م ته اُن جي گرد ماپ ڪيتري؟

(A) 132 چ س م (B) 132 چ س م (C) 42 س م (D) 21 چ س م

(2) هڪ ععب جو پاسو 4 س م آهي ته اُهو ٻيڻو ڪيو ته سندس متدار ڪيترا اوڻ وڌندو؟

(A) ٻيڻو (B) ٽيڻو (C) چئوڻو (D) اٺوڻو

2. پريا 100 ميٽر ڊوڙڻ شرط لاءِ روز اَڀياس ڪندي آهي جيڪڏهن 100 م مفاصلو هوءَ 20 دفعا ڊوڙي تي اُهو وقت هن سيڪنڊن ۾ ڏجي ٿو.

18 , 17 , 17 , 16 , 15 , 16 , 15 , 14 , 16 , 15 ,

15 , 14 , 15 , 16 , 17 , 15 , 16 , 15 , 17 , 15 ته اِن ڄاڻ جو مڌيه ڪيو.

3. $\triangle DEF$ ۽ $\triangle LMN$ اِهي $EDF \leftrightarrow LMN$ اِن هڪ سان هڪ نسبت ۾ نهڪندڙ آهن ته اِن نسبت انوسار نسبتي پاسن ۽ نسبتي ڪندن جا نهڪندڙ جوڙا لکو.

4. هڪ مشين جي قيمت 2,5,000 ر آهي اُها هر سال 4% اَگهه سان گهٽجي ٿي ته ٽن سالن کان پوءِ اُن جي قيمت ڪيتري ٿيندي؟

5. □ABCD ۾ $AB \parallel CD$ ۽ $DC \perp AE$ جيڪڏهن DC ته $l(AB) = 9$ س م، $l(AE) = 10$ س م، $A(\square ABCD) = 115$ س م^2 ته $l(DC)$ لهو.

6. سلينڊر آڪار هڪ ٽانڪيءَ جي پايي جو قطر 1.75 م ۽ اوچائي 3.2 م آهي ته ٽانڪيءَ جي گنجايش ليٽرن ۾ لهو. $(\pi = \frac{22}{7})$

7. نيم قطر 9.1 س م واري گول ۾ هڪ زهه جي ڊيگهه 16.8 س م آهي ته اِهو زهر مرڪز کان ڪيتري مفاصلي تي آهي.

8. روزگار همي يوجنا لاءِ چئن ڳوٺن A,B,C,D ۾ ڪم تي لڳل مردن ۽ عورتن جو اَنداز هيٺ ڏنل آهي.

ڳوٺ	A	B	C	D
مرد	150	240	90	140
عورتون	225	160	210	110

(1) اِها ڄاڻ ورهايل ڪالم گراف وسيلي ڏيکاريو.

(2) اِها ڄاڻ سيڪڙو ڪالم گراف وسيلي ڏيکاريو.

.9 مساوتون حل ڪريو

$(1)\ 17(x+4) + 8(x+6) = 11(x+5) + 15(x+3)$

$(2)\ \frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4}$ $\quad$ $(3)\ 5(1-2x) = 9(1-x)$

.10 هيٺ ڏنل مشغولي ڏاڪڻ انوسارڪريو

(1) □ABCD هڪ پور پاسو چوڪندو AC ڪڍيو.

(2) ٽڪنڊڙ ٽڪر برابر نشانين وسيلي ڏيکاريو.

(3) △ADC ۽ △ABC اهي ڪهڙي نسبتي ۽ ڪهڙي آزمائش موجب ٽڪنڊڙ آهن.

(4) ∠ DCA ≅ ∠ BCA، ∠ DAC ≅ ∠ BAC اِنهن جا ڪارڻ ٻڌايو.

(5) مٿيان ڏاڪا سمجهي پور پاسي چوڪنڊي جون خاصيتون لکو.

.11 هڪ کيتي ۽ جو آڪار چوڪندو آهي اُن جون چار ڪنڊون P,Q,R,S ڏيڻ بعد هيٺ ماپون ڏنل آهن.

$l(PQ) = 170$ م , $l(QR) = 250$ م , $l(RS) = 100$ م ,

$l(PS) = 240$ م , $l(PR) = 260$ م

ايراضي هيڪٽرن ۾ لهو (سيڪٽر ۾ چ)

.12 هڪ لئبرري ۾ ڪل ڪتاب جو 50% ڪتاب مرهٽي ۾ آهن مرهٽي ڪتاب جو $\frac{1}{3}$ هو ڪتاب انگريزي جا آهن. انگريزي ڪتابن جو 25% ڪتاب حسابن جا آهن. باقي 560 ٻچيل ڪتاب ٻين وشين جا آهن ٻڌايو تہ لئبرري ۾ ڪل ڪيترا ڪتاب آهن؟

.13 $(2x+1)$ سان ونڊ ڪريو $(6x^3+11x^2-10x-7)$ ونڊ اُپت ۽ پاڇي لکو.

جواب

---

1. (1) B (2) D   2. 15.7

3. پاسو ED ≅ پاسو LM, پاسو DF ≅ پاسو MN, پاسو EF ≅ پاسو LN,

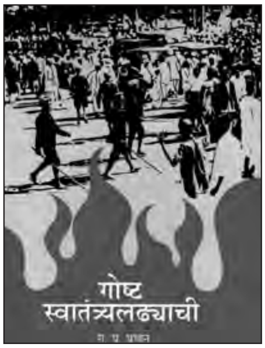
∠ E ≅ ∠ L, ∠ D ≅ ∠ M, ∠ F ≅ ∠ N

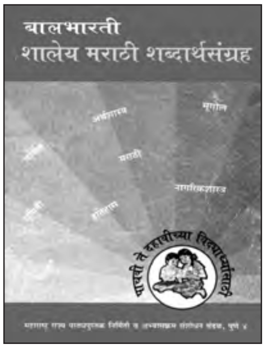
4. ₹ 2,21,184   5. 14 س م

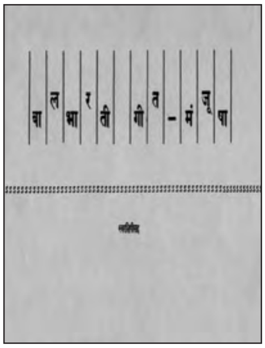
6. 7700   7. 3.5 س م

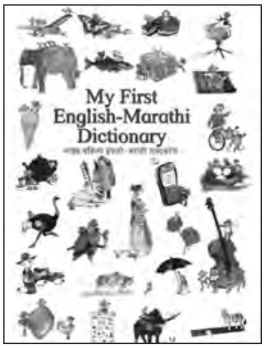
9. (1) $x = 16$, (2) $y = \frac{9}{4}$ (3) $x = -4$ 11. 3.2 هيڪٽر

12. 1920   13. $3x^2 + 4x - 7$









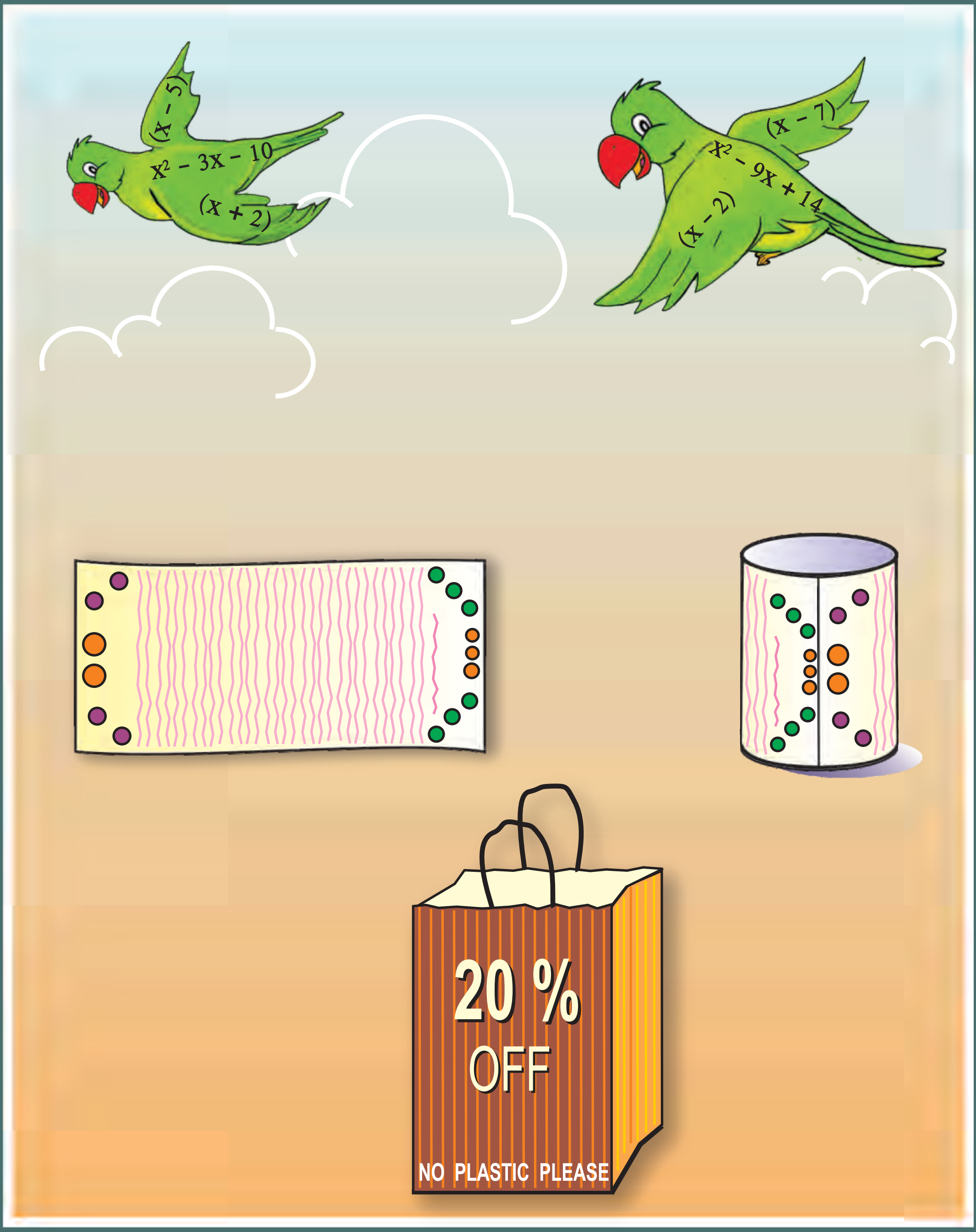
- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५



مهاراشٽر راجيہ پاٺيہ پُستڪ نرمتي وَ اَڀياسڪرم سنشوڌن منڊل، پُڻي

सिंधी (अरे.) गणित इ. ८वी

₹ 48.00