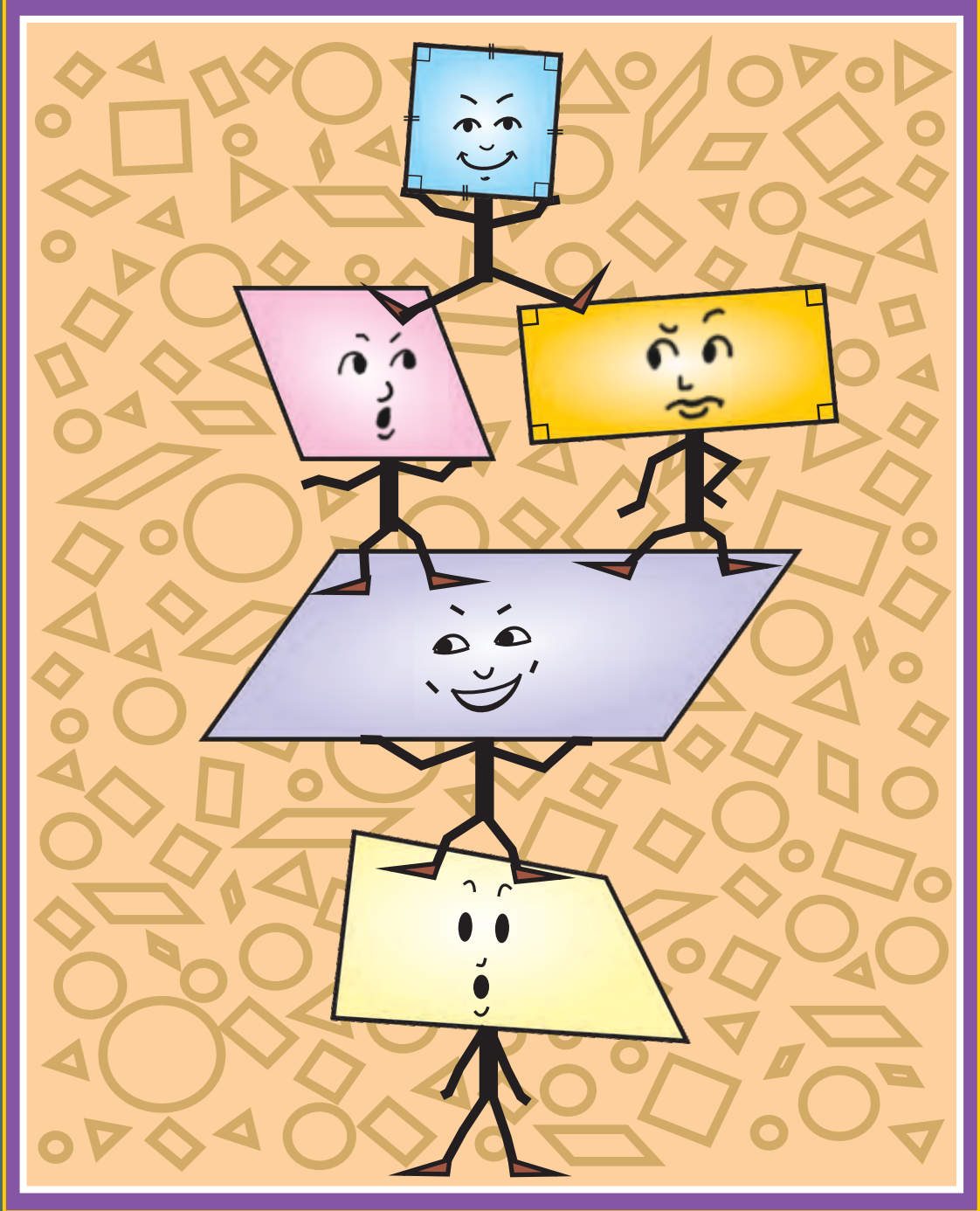




ಗಣಿತ

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತ್



ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಭಾಗ 4 ಕೆ

ನಾಗರಿಕರ ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು

ಅನುಚ್ಛೇದ 51 ಕೆ

ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು- ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಭಾರತೀಯ ನಾಗರಿಕನ ಈ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು ಇರುತ್ತವೆಯೆಂದರೆ ಅವನು-

- (ಕ) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ನಾಗರಿಕನು ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕು. ಸಂವಿಧಾನದಲ್ಲಿಯ ಆದರ್ಶಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರದ್ವಜ ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸಬೇಕು.
- (ಁ) ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ನಡೆದ ಹೋರಾಟಕ್ಕೆ ಸ್ಫೂರ್ತಿ ನೀಡಿದ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕು.
- (ಗ) ದೇಶದ ಸಾರ್ವಭೌಮತ್ವ, ಐಕ್ಯತೆ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರತೆಯನ್ನು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಶೀಲರಾಗಿರಬೇಕು.
- (ಘ) ನಮ್ಮ ದೇಶದ ರಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಬೇಕು. ದೇಶದ ಸೇವೆ ಮಾಡಬೇಕು.
- (ಙ) ಎಲ್ಲ ಪ್ರಕಾರದ ಭೇದಭಾವಗಳನ್ನು ಮರೆತು ಒಗ್ಗಟ್ಟನ್ನು ಬೆಳೆಸಬೇಕು ಹಾಗೂ ಸಹೋದರ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಬೇಕು. ಸ್ತ್ರೀಯರ ಗೌರವಕ್ಕೆ ಚ್ಯುತಿ ತರುವಂತಹ ರೂಢಿಗಳನ್ನು ತ್ಯಜಿಸಬೇಕು.
- (ಚ) ನಮ್ಮ ಸಮಿಶ್ರ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಕಾಪಾಡಬೇಕು.
- (ಛ) ನೈಸರ್ಗಿಕ ಪರಿಸರವನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಸಜೀವ ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಮೇಲೆ ದಯೆ ತೋರಿಸಿರಿ.
- (ಜ) ವೈಜ್ಞಾನಿಕಮನೋಭಾವನೆ, ಮಾನವೀಯತೆ ಮತ್ತು ಜಿಜ್ಞಾಸು ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.
- (ಝ) ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಆಸ್ತಿ-ಪಾಸ್ತಿಗಳನ್ನು ರಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಹಿಂಸಾಚಾರವನ್ನು ತ್ಯಜಿಸಬೇಕು.
- (ಞ) ರಾಷ್ಟ್ರದ ಉತ್ತರೋತ್ತರ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಹಾಗೂ ಸಾಮೂಹಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಬೇಕು.
- (ಟ) 6 ರಿಂದ 14 ವರ್ಷ ವಯೋಮಾನದಲ್ಲಿಯ ತಮ್ಮ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪೋಷಕರು ಶಿಕ್ಷಣದ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡಬೇಕು.

ಸರಕಾರ ನಿರ್ಣಯ ಕ್ರಮಾಂಕ : ಅಭ್ಯಾಸ-2116 / (ಪ್ರ.ಕ್ರ. 43/16) ಎಸ್‌ಡಿ-4 ದಿನಾಂಕ 25.4.2016 ಅನ್ವಯ ಸ್ಥಾಪಿತವಾದ ಸಮನ್ವಯ ಸಮಿತಿಯು ದಿನಾಂಕ 29.12.2017ರಂದು ನಡೆದ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕ್ರಿ. ಶ. 2018-19 ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವರ್ಷದಿಂದ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಮಾನ್ಯತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತ್



ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳಿ, ಪುಣೆ - 411 004.



ತಮ್ಮ ಸ್ಮಾರ್ಟ್‌ಫೋನದ ಮೇಲೆ DIKSHA App ಮೂಲಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಮೊದಲನೆಯ ಪುಟದ ಮೇಲಿರುವ Q.R.Codeದ ಮೂಲಕ ಡಿಜಿಟಲ್ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಾಠದಲ್ಲಿರುವ Q.R.Codeದ ಮೂಲಕ ಆ ಪಾಠಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅಧ್ಯಯನ-ಅಧ್ಯಾಪನದ ಸಲುವಾಗಿ ಉಪಯುಕ್ತ ದೃಕ್-ಶ್ರಾವ್ಯ ಸಾಹಿತ್ಯ ಉಪಲಬ್ಧವಾಗುವುದು.

ಪ್ರಥಮಾವೃತ್ತಿ : 2018 © ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ
ಚತುರ್ಥ ಪುನರ್ಮುದ್ರಣ: 2022 ಮಂಡಳಿ, ಪುಣೆ - 411 004.

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳಿವು ಈ ಪುಸ್ತಕದ ಎಲ್ಲ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಕಾಯ್ದಿರಿಸಿದೆ. ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳದ ಸಂಚಾಲಕರ ಲಿಖಿತ ಅನುಮತಿ ಇಲ್ಲದೆ ಈ ಪುಸ್ತಕದ ಯಾವುದೇ ಭಾಗವನ್ನು ಉದ್ಧೃತಗೊಳಿಸಬಾರದು.

ಗಣಿತ ವಿಷಯ ತಜ್ಞ ಸಮಿತಿ

ಡಾ. ಮಂಗಲಾ ನಾರಳಿಕರ	(ಅಧ್ಯಕ್ಷ)
ಡಾ. ಜಯಶ್ರೀ ಆತ್ರೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ. ವಿನಾಯಕ ಗೋಡಬೋಲೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀಮತಿ. ಪ್ರಾಜಕ್ತಿ ಗೋಖಲೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ. ರಮಾಕಾಂತ ಸರೋದೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ. ಸಂದೀಪ ಪಂಚಭಾಯಿ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀಮತಿ. ಪೂಜಾ ಜಾಧವ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀಮತಿ. ಉಜ್ವಲಾ ಗೋಡಬೋಲೆ	(ಸದಸ್ಯ-ಸಚಿವೆ)

ಮುಖಪುಟ ಮತ್ತು ಸಂಗಣಕದ ಆಲೇಖನ

ಶ್ರೀ. ಸಂದೀಪ ಕೋಳಿ, ಚಿತ್ರಕಾರ, ಮುಂಬಯಿ
ಅಕ್ಷರಚೋಡಣೆ
P. C. GRAPHIC (ಪಿ. ಸಿ. ಗ್ರಾಫಿಕ್)

ಕನ್ನಡ ಸಂಯೋಜನ ಪ್ರಮುಖರು

ಡಾ. ಸದಾನಂದ ಎಂ. ಬಿಳ್ಳೂರ
ವಿಶೇಷಾಧಿಕಾರಿ, ಕನ್ನಡ
ಶ್ರೀ ಆರ್. ಎಮ್. ಗಣಾಚಾರಿ
ವಿಷಯ ಸಹಾಯಕ, ಕನ್ನಡ
ಭಾಷಾಂತರ: ಶ್ರೀ ವಾಯ್. ಪಿ. ತಿಕೋಟಿ
ಸಮೀಕ್ಷೆ: ಶ್ರೀ ಡಿ. ಎಮ್ ಬಗಲಿ

ಗಣಿತ ವಿಷಯ - ರಾಜ್ಯ ಅಭ್ಯಾಸಗಟ ಸದಸ್ಯರು

ಶ್ರೀಮತಿ ಜಯಶ್ರೀ ಪುರಂದರೆ	ಶ್ರೀಮತಿ ತರುಬೇನ ಪೋಪಟ
ಶ್ರೀ. ರಾಜೇಂದ್ರ ಚೌಧರಿ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರಮೋದ ಠೊಂಬರೆ
ಶ್ರೀ. ಸಂದೇಶ್ ಸೋನವಣೆ	ಡಾ. ಭಾರತಿ ಸಹಸ್ರಬುದ್ಧೆ
ಶ್ರೀ. ಚ್ಛಾನೇಶ್ವರ ಮಾಶಾಳಕರ	ಶ್ರೀಮತಿ. ಸ್ವಾತಿ ಧರ್ಮಾಧಿಕಾರಿ.
ಶ್ರೀಮತಿ ಸುವರ್ಣ ದೇಶಪಾಂಡೆ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರತಾಪ ಕಾಶಿದ
ಶ್ರೀ. ಶ್ರೀಪಾದ ದೇಶಪಾಂಡೆ	ಶ್ರೀ. ಮಿಲಿಂದ ಭಾಕರ
ಶ್ರೀ. ಸುರೇಶ ದಾತೆ	ಶ್ರೀ. ಅಣ್ಣಪ್ಪ ಪರೀಟಿ
ಶ್ರೀ. ಉಮೇಶ ರೆಳೆ	ಶ್ರೀ. ಗಣೇಶ್ ಕೋಲತೆ
ಶ್ರೀ. ಬನ್ನಿ ಹಾವಳೆ	ಶ್ರೀ. ರಾಮ ವನ್ಯಾಳಕರ
ಶ್ರೀಮತಿ. ರೋಹಿಣಿ ಶಿರ್ಕೆ	ಶ್ರೀ. ಸುಧೀರ ಪಾಟೀಲ
ಶ್ರೀ. ಪ್ರಕಾಶ ರ್ಪುಂಡೆ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರಕಾಶ ಕಾಪಸೆ
ಶ್ರೀ. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ದಾವಣಕರ	ಶ್ರೀ. ರವೀಂದ್ರ ಖಿಂದಾರೆ
ಶ್ರೀ. ಶ್ರೀಕಾಂತ ರತ್ನಪಾರಖೀ	ಶ್ರೀ. ವಸಂತ ಶೇವಾಳೆ
ಶ್ರೀ. ಸುನೀಲ ಶ್ರೀವಾಸ್ತವ	ಶ್ರೀ. ಅರವಿಂದ ಕುಮಾರ ತಿವಾರಿ
ಶ್ರೀ. ಅನ್ನಾರಿ ಅಬ್ಬಲ ಹಮೀದ	ಶ್ರೀ. ಮಲ್ಲೇಶಾಮ ಬೇಡಿ
ಶ್ರೀ. ಅನ್ನರ್ ಶೇಖ	ಶ್ರೀಮತಿ ಆರ್ಯಾ ಭಿಡೆ

ನಿರ್ಮಿತಿ

ಶ್ರೀ. ಸಚ್ಚಿತಾನಂದ ಆಘಳೆ
ಮುಖ್ಯ ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ
ಶ್ರೀ. ಸಂಜಯ ಕಾಂಬಳೆ
ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ
ಶ್ರೀ. ಪ್ರಶಾಂತ ಹರಣೆ
ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ

ಕಾಗದ

70 ಜಿ.ಎಸ್.ಎಮ್ ಶ್ರೀಮವೋಷ್ಟ
ಮುದ್ರಣಾದೇಶ
N/PB/2021-22/4,000
ಮುದ್ರಕ
SHREE PRINTERS, PUNE

ಪ್ರಕಾಶಕರ

ವಿವೇಕ ಉತ್ತಮ ಗೋಸಾವಿ, ನಿಯಂತ್ರಕ
ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮಂಡಳಿ,
ಪ್ರಭಾದೇವಿ, ಮುಂಬಯಿ - 25

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಪೀಠಿಕೆ

ಭಾರತದ ಪ್ರಜೆಗಳಾದ ನಾವು, ಭಾರತವನ್ನು ಒಂದು ಸಾರ್ವಭೌಮ ಸಮಾಜವಾದಿ ಧರ್ಮನಿರಪೇಕ್ಷ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವನ್ನಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಹಾಗೂ ಅದರ ಸಮಸ್ತ ನಾಗರಿಕರಿಗೆ :

ಸಾಮಾಜಿಕ, ಆರ್ಥಿಕ ಮತ್ತು ರಾಜಕೀಯ ನ್ಯಾಯ;

ವಿಚಾರ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ, ವಿಶ್ವಾಸ, ಶ್ರದ್ಧೆ

ಮತ್ತು ಉಪಾಸನಾ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ;

ಸ್ಥಾನಮಾನ ಹಾಗೂ ಅವಕಾಶ ಸಮಾನತೆಯು;

ನಿಶ್ಚಿತವಾಗಿ ದೊರೆಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು

ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿಗೌರವವನ್ನು

ಹಾಗೂ ರಾಷ್ಟ್ರದ ಐಕ್ಯತೆ ಮತ್ತು ಏಕಾತ್ಮತೆಯನ್ನು

ಆಶ್ವಾಸನೆ ನೀಡುವ ಬಂಧುತ್ವವನ್ನು

ವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ದೃಢಸಂಕಲ್ಪದ ನಿರ್ಧಾರ ಮಾಡಿ ;

ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ

ಇಂದು ದಿನಾಂಕ ಇಪ್ಪತ್ತಾರನೆಯ ನವೆಂಬರ್, ೧೯೪೯ ನೆಯ ಇಸವಿ

ಈ ಮೂಲಕ ಈ ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಗೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಧಿನಿಯಮಿತ

ಗೊಳಿಸಿ ಸ್ವತಃ ಅರ್ಪಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣಮನ-ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯ ಹೇ
ಭಾರತ-ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ |

ಪಂಜಾಬ, ಸಿಂಧು, ಗುಜರಾತ, ಮರಾಠಾ,
ದ್ರಾವಿಡ, ಉತ್ಕಲ, ಬಂಗ,

ವಿಂಧ್ಯ, ಹಿಮಾಚಲ, ಯಮುನಾ, ಗಂಗಾ,
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗ,

ತವ ಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ, ತವ ಶುಭ ಆಶಿಸ ಮಾಗೇ,
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯಗಾಥಾ,

ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯ ಹೇ,
ಭಾರತ-ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ |

ಜಯ ಹೇ, ಜಯ ಹೇ, ಜಯ ಹೇ,
ಜಯ ಜಯ ಜಯ, ಜಯ ಹೇ ||

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತ ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ
ಬಂಧು-ಭಗಿನಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ನನಗೆ ನನ್ನ
ದೇಶದ ಸಮೃದ್ಧವಾದ ಹಾಗೂ ಬಹುವಿಧವಾದ ಪರಂಪರೆಯ
ಬಗ್ಗೆ ಅಭಿಮಾನವಿದೆ. ಈ ಪರಂಪರೆಗೆ ತಕ್ಕವನಾಗಿರಲು ನಾನು
ಯಾವಾಗಲೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಾಯಿ-ತಂದೆ, ಗುರು-ಹಿರಿಯರನ್ನು
ಆದರಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ
ನಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಹಾಗೂ ನನ್ನ ದೇಶ ಬಾಂಧವರಲ್ಲಿ ನಿಷ್ಠೆ
ಇಡುವೆನೆಂದು ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಮಾಡುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಕಲ್ಯಾಣ ಹಾಗೂ
ಉತ್ಕರ್ಷ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯೇ ನನ್ನ ಸುಖವುಂಟು.

ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮಿತ್ರರೇ,

ನಿಮಗಲ್ಲರಿಗೂ, ಎಂಟನೆಯ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಗತ ವಿದೆ!

ಇಯತ್ತೆ ಒಂದರಿಂದ ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯವರೆಗೆ ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರುವಿರಿ. ಎಂಟನೆಯ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿಮ್ಮಕ್ಕೆಗೆ ಕೊಡುವಾಗ ನಮಗೆ ಆನಂದ ಆಗುತ್ತಿರುವುದು.

ಗಣಿತ ಈ ವಿಷಯ ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿಯಬೇಕು, ಅದು ಮನೋರಂಜಕ-ಎನಿಸಬೇಕು ಇದರ ಸಲುವಾಗಿ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಕೃತಿ ಮತ್ತು ರಚನೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅವಶ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಅದರ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಮಾಡಿರಿ. ಅದರಮೇಲಿಂದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿಯ ಕೆಲವು ಹೊಸ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯುವವು.

ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ನೀವು ಲಕ್ಷ್ಯಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ, ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಓದುವುದು ಅಪೇಕ್ಷೆ ಇದೆ. ಯಾವುದೇ ಘಟಕ, ಉಪಘಟಕ, ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿಯದಿದ್ದರೆ, ಶಿಕ್ಷಕರ, ಪಾಲಕರ ಅಥವಾ ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ-ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಸಹಾಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಕರಣದ ಕೊನೆಗೆ ಕ್ಯೂ. ಆರ್. ಕೋಡ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿರಿ.

ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಘಟಕಗಳ ವಿವೇಚನೆ ತಿಳಿದ ನಂತರ ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹಗಳಲ್ಲಿಯ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಿರಿ. ಉಜಳಣೆಯಿಂದ ಘಟಕದಲ್ಲಿಯ ಮಹತ್ವದ ಘಟಕಗಳು ಉದಾಹರಣೆಗಳಂತಹ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಸಹ ತಯಾರಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿಯ ತಾರಾಂಕಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಅವ್ಯಾನಾತ್ಮಕ ಇವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅವಶ್ಯ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

ಗಣಿತದ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಅನೇಕವೇಳೆ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ಕಡಿಮೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರೂ ತರ್ಕ ಶುದ್ಧ ವಿಚಾರದಿಂದ ಅಧಿಕ ನಿಷ್ಕರ್ಷೆ ದೊರಕಿಸಲು ಬರುವುದು. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥವಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಏಕರೂಪತೆಯ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳು, ಮುಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಈ ಪರಿಶೀಲನೆಯ ಉಪಯೋಗ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಆಗುವುದಿದೆ. ಅದರ ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರಿ.

ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಆರ್ಥಿಕ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ, ಸೂಟ, ಕಮೀಶನ, ಚಲನ, ನಿಯಮಿತ, ಮತ್ತು ಅನಿಯಮಿತ ವಿವಿಧ ಆಕೃತಿಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ, ಕೆಲವು ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರಗಳ ಘನಫಲ ಇತ್ಯಾದಿ. ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತದ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವಾಗ ಮೊದಲಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಜ್ಞಾನದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ವಿವಿಧ ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿಯ ಮಹತ್ವದ ಸೂತ್ರಗಳು ಗುಣಧರ್ಮ ಇತ್ಯಾದಿ 'ಇದು ನನಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ' ಈ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯ ಕೆಳಗೆ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯ ವರ್ಷ ಇದು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿಯ ಕೊನೆಯವರ್ಷ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಷ ಒಳ್ಳೆಯ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ಸಲುವಾಗಿ ಇಯತ್ತೆ ಒಂಬತ್ತನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸದಿಂದ ಪ್ರವೇಶಮಾಡಿರಿ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ನಿಮಗೆ ಹಾರ್ದಿಕ ಶುಭೇಚ್ಛೆ?

(ಡಾ. ಸುನಿಲ ಮಗರ)

ಸಂಚಾಲಕ

ಪುಣೆ

18 ಎಪ್ರಿಲ್ 2018, ಅಕ್ಷಯ ತೃತೀಯಾ

ಭಾರತೀಯ ಸೌರ ದಿನಾಂಕ: 28 ಚೈತ್ರ 1940

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಹಾಗೂ

ಅಭ್ಯಾಸ ಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳಿ, ಪುಣೆ.

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತೆ - ಗಣಿತ ಅಧ್ಯಯನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳು

ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಅಧ್ಯಯನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳು
<p>ಅಧ್ಯಯನಕರ್ತನಿಗೆ ಒಬ್ಬಂಟಿಗ/ಚೋಡಿಯಿಂದ/ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅವಕಾಶ ಒದಗಿಸಿ ಕೃತಿ ಮಾಡಲು ಪ್ರವೃತ್ತರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಸಹ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಆಕೃತಿಬಂಧ ಶೋಧಿಸುವುದು. • ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ, ವರ್ಗಮೂಲ, ಘನಸಂಖ್ಯೆ, ಘನಮೂಲ ಇವುಗಳ ಆಕೃತಿಬಂಧ ಶೋಧಿಸಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘಾತದ ಸಲುವಾಗಿ ನಿಯಮ ಶೋಧಿಸುವುದು • ಸಾದಾ ಸಮೀಕರಣಗಳು ತಯಾರಿಸಲು ಬರುವ ಹಾಗೆ ಪರಿಷ್ಕಿತಿ ನಿರ್ಮಿಸಿ ಮತ್ತು ಸರಳ ಪದ್ಧತಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವುಬಿಡಿಸಲು ಬರುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಕೊಡುವುದು. • ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣ ಗುಣಧರ್ಮಗಳ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಿತ ಎರಡು ಬೈಜಿಕ ಪದಗಳು ಅಥವಾ ಬಹುಪದಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನುಭವ ಕೊಡುವುದು ಮತ್ತು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೈಜಿಕ ನಿತ್ಯ ಸಮಾನತೆಯ ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಮಾಡುವುದು. • ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಈ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನದ ಮೇಲೆ ಸಮರ್ಪಕ ಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬೈಜಿಕ ಪದಾವಳಿಗಳ ಅವಯವ ಇವುಗಳ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿ ಕೊಡುವುದು. • ಶತಮಾನದ ಉಪಯೋಗ ಅಂತರ್ಭೂತ ಇದೆ ಹೀಗೆ ಸೂಟ, ಲಾಭ-ಹಾನಿ, ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ, ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಘಟನೆ ಪೂರೈಯಿಸುವುದು. • ಸರಳಬಡ್ಡಿ ಪುನಃ ಪುನಃ ತೆಗೆದು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯ ಸೂತ್ರ ದೊರೆಕಿಸಲು ಬರುವುದು. ಇದರ ಸಲುವಾಗಿ ವಿವಿಧ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೊಡುವುದು. • ಒಂದು ರಾಶಿ ಎರಡನೇ ರಾಶಿಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿಸಿ ಇದೆ ಹೀಗೆ ವಿವಿಧ ಘಟನೆ ಪೂರೈಯಿಸುವುದು. ಎರಡೂ ರಾಶಿ ಒಂದರ ಜೊತೆ ಎರಡು ಹೀಗೆ ಬೆಳೆಸಲು ಅಥವಾ ಒಂದು ರಾಶಿ ಬೆಳೆದರೆ ಎರಡನೆಯದು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಹೀಗೆ ಘಟನೆ ಗುರುತಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಕೊಡುವುದು. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, ವಾಹನದ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ ಅದರ ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸುವ ವೇಳೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. • ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚೌಕೋನಗಳ ಕೋನ ಮತ್ತು ಭುಜ ಅಳೆದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಬಂಧದ ಆಕೃತಿಬಂಧ ಶೋಧಿಸುವುದು. ಅವರು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಮಾಡಿ ನಿಯಮ ಶೋಧಿಸುವುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ಹಾಕುವುದು. • ಸಮಾಂತರಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಗುಣಧರ್ಮ, ಚೌಕೋನ ರಚನೆ ಮಾಡಿ, ಅವುಗಳ ಕರ್ಣ ತೆಗೆದು, ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೋನ ಅಳೆದು ತಾಳೆ ಹಾಕಿ ನೋಡುವುದು ಮತ್ತು ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡುವುದು. 	<p>ಅಧ್ಯಯನಾರ್ಥ</p> <p>08.71.01 ಆಕೃತಿ ಬಂಧದ ಮೂಲಕ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಇವುಗಳ ಗುಣಧರ್ಮದ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.02 ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸಿ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.03 ವಿವಿಧ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವರ್ಗ, ಘನ, ವರ್ಗಮೂಲ ಮತ್ತು ಘನ, ಘನಮೂಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.04 ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.05 ಚಲದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಅಂಕೆಗಳಾಟ ಮತ್ತು ದಿನ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.06 ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಉದಾ. $(2x + 5)(3x^2 + 7)$ದ ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.07 ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ನಿತ್ಯ ಬೈಜಿಕ ಸಮಾನತೆಯ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ</p> <p>08.71.08 ಸೂಟ ಮತ್ತು ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿಯ ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ, ಲಾಭ ಅಥವಾ ಹಾನಿ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಶೇಕಡಾವಾರದ ಸಂಕಲ್ಪನೆಯ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.09 ಮುದ್ರಿಸಿದ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ ಸೂಟ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಶೇಕಡಾ ಸೂಟ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ ಅಥವಾ ಮಾರುವ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಲಾಭ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ತೆಗೆಯುವರು.</p> <p>08.71.10 ಸಮಚಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ ಇವುಗಳ ಮೇಲೆ ಆಧಾರಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.11 ಚೌಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಬೇರೀಜಿನ ಗುಣಧರ್ಮ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.12 ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಗುಣಧರ್ಮ ತಾಳೆಹಾಕಿ ನೋಡುತ್ತಾರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಬಂಧ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.13 ಕಂಪಾಸ ಮತ್ತು ಪೆಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಿವಿಧ ಚೌಕೋನಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.14 ಆಕೃತಿ ಬಂಧದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅಯಲರನ ಸೂತ್ರದ ತಾಳೆಹಾಕಿ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p>

ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಅಧ್ಯಯನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳು
<ul style="list-style-type: none"> ಭೌಮಿಕ ಸಾಧನಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಿವಿಧ ಚೌಕೋನ ರಚನೆಗಳ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಕೆ ಕೊಡುವುದು. ಆಲೇಖ ಕಾಗದ ಮೇಲೆ ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಮತ್ತು ಇತರ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ತೆಗೆದು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದೊಂದು ಚೌರಸ ಎಣಿಸಿ ಅವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ನಿಶ್ಚಯಿಸುವುದು. ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಆಯತ (ಚೌರಸ) ಇವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುವುದು. ಘನ ಮತ್ತು ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ, ವೃತ್ತಚಿತಿ ಪುಷ್ಪಫಲದ ಸೂತ್ರ, ಆಯತ, ಚೌರಸ ಮತ್ತು ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸೂತ್ರಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ತೆಗೆಯುವುದು. ಘನ ಮತ್ತು ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ ಘನಫಲ ಒಂದೊಂದು ಘನ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತೆಗೆಯುವುದು. ಸಾಮಗ್ರಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಅವುಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯುವುದು. ಕೊಟ್ಟ ಸಾಮಗ್ರಿಯ ಪಾತ್ರನಿಧಿಕ ಬೇರೆ ತೆಗೆಯುವುದು ಅಂದರೆ ಸಾಮಗ್ರಿಯ ಮಧ್ಯತೆಗೆಯುವುದು. ಏಕರೂಪತೆಯ ನಿಕಷ ಮೊದಲು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿ ಮತ್ತು ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಟ್ಟು ಏಕರೂಪತೆಯ ಗುಣಧರ್ಮದ ತಾಳೆಹಾಕಿ ತೆಗೆಯುವುದು 	<p>08.71.15 ಚೌಕೋನದ ಕಾಗದ ಅಥವಾ ಆಲೇಖ ಕಾಗದ ಇವುಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಇವುಗಳ ಅಂದಾಜು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ತಾಳೆಹಾಕಿ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.16 ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.17 ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಚಿತಿ ಆಕಾರಗಳ ವಸ್ತುಗಳ ಪುಷ್ಪಫಲ ಮತ್ತು ಘನಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.18 ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ವಾಚನ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಥನಿರ್ವಹಿಸಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.19 ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಷಿಗಳ ಭೇದಿಕೆಯಿಂದ ತಯಾರಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ ತಾಳೆಹಾಕಿ ನೋಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.20 ಭುಭುಭು, ಭುಕೋಭು ಕೋಭುಕೋ ಕರ್ಣಭುಜ ಈ ಪರಿಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ ಸ್ಪಷ್ಟ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.21 ಆಲೇಖದ ಕಾಗದ ಅಥವಾ ಚೌಕೋನ ಕಾಗದ, ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಂದಿಸ್ ಆಕೃತಿಯ ಅಂದಾಜು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ</p> <p>08.71.22 ಧ್ವನದಿನ ವ್ಯುಹಾರದಲ್ಲಿಯ ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ಮಾಹಿತಿ ಮೇಲಿಂದ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ.</p> <p>08.71.23 ಕೊಟ್ಟ ರೇಷಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಷಿ ತೆಗೆಯುವ ರಚನೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.</p>

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಅಂಶಗಳು

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಉಪಯೋಗ, ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಶೋತ್ತರ, ಕೃತಿ, ಚರ್ಚೆ, ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಸಂವಾದ. ಈ ವಿವಿಧ ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಂದ ಆಗುವುದು ಅವಶ್ಯಕ ಇದೆ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಪುಸ್ತಕದ ಸಚೋಲ ವಾಚನ ಮಾಡಿರಿ. ವಾಚನ ಮಾಡುವಾಗ ಅಧ್ಯಾಪನದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಮಹತ್ವದ ಅಧೋರೇಖಿತ ಮಾಡಿರಿ. ಅದರ ಸಂದರ್ಭ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಲುವಾಗಿ ಹಿಂದಿನ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಇತರ ಸಾಹಿತ್ಯ ಅಭ್ಯಸಿಸಿರಿ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಕ್ಯೂ.ಆರ್. ಕೋಡ್ ಮೇಲಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಉಪಯೋಗ ಆಗಬಹುದು.

ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಪರಿಸರ, ಭೂಗೋಲ, ವಿಜ್ಞಾನ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ ಈ ಎಲ್ಲ ವಿಷಯಗಳ ಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಸಮನ್ವಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ. ಇಂತಹ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿಯ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳ ಉಪಯೋಗವಾಗುವುದು ಇದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸಿರಿ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಉಪಕ್ರಮ ಪ್ರಕಲ್ಪ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಕಲಿಸುವ ಮಹತ್ವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮನವರಿಕೆಯಾಗುವುದು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿಯ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ ಸುಲಭ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಉಜಳಣೆ ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೇಲೆ ಆಧಾರತ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಶಿಕ್ಷಕರು ತಯಾರಿಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ಕೊಡಿರಿ ಮತ್ತು ಅವರಿಗೂ ಹೊಸ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹನೆ ಕೊಡಿರಿ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಕೆಲವು ಅಷ್ಟಾನಾತ್ಮಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತಾರಾಂಕಿತ ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ ಈ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯ ಕೆಳಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಮಾಹಿತಿ ಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನಿಶ್ಚಿತ ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಬರುವುದು. ಗಣಿತ ಇಯತ್ತೆ ಎಂಟನೆಯ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿಮಗೆ ನಿಶ್ಚಿತ ಇಷ್ಟವಾಗುವುದು ಎಂದು ನಮಗೆ ಅನಿಸುತ್ತದೆ.

ಅನುಕ್ರಮಾಣಿಕ

ವಿಭಾಗ 1

1. ಪರಿಮೇಯ ಹಾಗೂ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 01-06
2. ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಹಾಗೂ ಛೇದಿಕೆ 07-13
3. ಘಾತಾಂಕ ಮತ್ತು ಘನಮೂಲ 14-18
4. ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಲಂಬ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಗಾಮಿ 19-22
5. ವಿಸ್ತಾರದ ಸೂತ್ರಗಳು 23-28
6. ಬೈಜಿಕ - ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವಗಳು 29-34
7. ಚಲನ 35-40
8. ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ಮತ್ತು ಚೌಕೋನದ ಪ್ರಕಾರಗಳು 41-50
9. ಸೂಟು ಮತ್ತು ಕಮೀಷನ 51-58
- ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಸಂಗ್ರಹ 1 59-60

ವಿಭಾಗ 2

10. ಬಹುಪದಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ 61-66
11. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ 67-74
12. ಏಕಚಲ ಸಮೀಕರಣಗಳು 75-80
13. ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ 81-87
14. ಚಕ್ರಬದ್ಧಿ 88-93
15. ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 94-105
16. ಪೃಷ್ಠಫಲ ಮತ್ತು ಘನಫಲ 106-113
17. ವರ್ತುಗಳ ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಕಂಸ 114-118
- ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಸಂಗ್ರಹ 2 119-120

1

ಪರಿಮೇಯ ಹಾಗೂ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



ಸ್ವಲ್ಪ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ನಾವು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹಗಳ ಮತ್ತು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹಗಳ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ

1, 2, 3, 4, ...

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ

0, 1, 2, 3, 4, ...

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ

..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ

$\frac{-25}{3}, \frac{10}{-7}, -4, 0, 3, 8, \frac{32}{3}, \frac{67}{5}$, ಇತ್ಯಾದಿ

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ : $\frac{m}{n}$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವರು m ಹಾಗೂ n ಇವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇರುತ್ತವೆ ಆದರೆ n ಇದು ಶೂನ್ಯ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

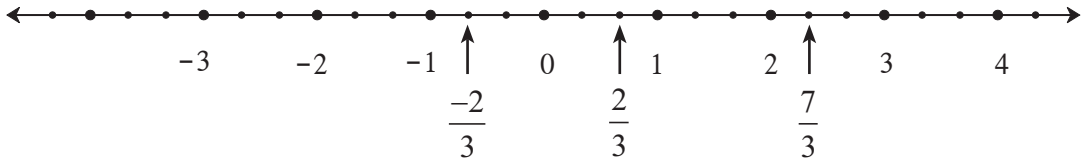
ಎರಡು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಸಂಖ್ಯೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವುದು (To show rational numbers on a number line)

$\frac{7}{3}, 2, \frac{-2}{3}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ತೋರಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯೋಣ



- 2 ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸೋಣ.
- $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$, ಆದ್ದರಿಂದ ಶೂನ್ಯದ ಬಲಗಡೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲಮಾನದ ಮೂರ ಸಮಾನ ಭಾಗ ಮಾಡೋಣ ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಎಳನೆಯ ಬಿಂದು $\frac{7}{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವುದು; ಅಥವಾ $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$, ಆದ್ದರಿಂದ 2 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ

ಮುಂದಿನ $\frac{1}{3}$ ಅಂತರದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು $\frac{7}{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವುದು

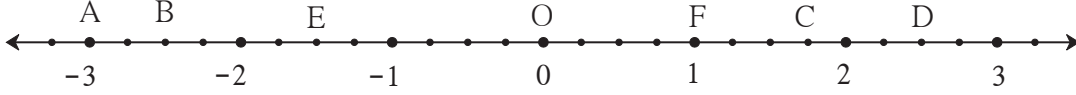
- $\frac{-2}{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಶೂನ್ಯದ ಎಡಗಡೆಯ ಮೂಲಮಾನ ಅಂತರದ ಮೂರು ಸಮಾನ ಭಾಗ ಮಾಡೋಣ. ಶೂನ್ಯದ ಎಡಗಡೆಯ ಎರಡನೆಯ ಬಿಂದು $\frac{-2}{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.1

1. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಮುಂದಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(1) $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$ (2) $\frac{7}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-4}{5}$ (3) $\frac{-5}{8}, \frac{11}{8}$ (4) $\frac{13}{10}, \frac{-17}{10}$

2. ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ನೋಡಿ ಕೆಳದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.



- (1) B ಬಿಂದು ಇದು ಯಾವ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವುದು? (2) $1\frac{3}{4}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ? (3) 'D ಈ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $\frac{5}{2}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.' ಈ ವಿಧಾನ ಸತ್ಯ ಅಥವಾ ಅಸತ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಮಸಂಬಂಧ (ಚಿಕ್ಕ-ದೊಡ್ಡತನ) (Comparison of rational numbers)

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಡಬದಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಲ ಬದಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅದರಂತೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದ ಇವುಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಶೂನ್ಯೋತ್ತರ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಅದರ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$, ($k \neq 0$).

ಉದಾ. (1) $\frac{5}{4}$ ಹಾಗೂ $\frac{2}{3}$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಚಿಕ್ಕತನ- ದೊಡ್ಡತನ ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ. $<$, $=$, $>$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಯೋಗ್ಯ ಚಿಹ್ನೆಯ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ: $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$ $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

$\frac{15}{12} > \frac{8}{12}$ $\therefore \frac{5}{4} > \frac{2}{3}$

ಉದಾ. (2) $\frac{-7}{9}$, $\frac{4}{5}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ: ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಿರುತ್ತದೆ; ಆದ್ದರಿಂದ $-\frac{7}{9} < \frac{4}{5}$.

ಎರಡು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವ ಸಲುವಾಗಿ

a, b ಇವು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದರೆ $a < b$, ಇದ್ದರೆ $-a > -b$ ಇದರ ಅನುಭವ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

$2 < 3$ ಆದರೆ $-2 > -3$
 $\frac{5}{4} < \frac{7}{4}$ ಆದರೆ $\frac{-5}{4} > \frac{-7}{4}$ } ಇವುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ. (3) $\frac{-7}{3}$, $\frac{-5}{2}$ ಇವುಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ: ಛೇದವನ್ನು ಸಮಾನ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{14}{6}, \quad \frac{5}{2} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{15}{6} \quad \text{ಹಾಗೂ} \quad \frac{14}{6} < \frac{15}{6}$$

$$\therefore \frac{7}{3} < \frac{5}{2} \quad \therefore \frac{-7}{3} > \frac{-5}{2}$$

ಉದಾ. (4) $\frac{3}{5}$ ಹಾಗೂ $\frac{6}{10}$ ಇವು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ಅವುಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ: $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \quad \therefore \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \quad \therefore \frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{6}{10}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾನ ಇವೆ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಳಗಿನ ನಿಯಮಗಳ ಉಪಯೋಗ ಆಗುವದು.

$\frac{a}{b}$ ಹಾಗೂ $\frac{c}{d}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದುವೇಳೆ b ಮತ್ತು d ಧನ ಇದ್ದರೆ, ಮತ್ತು

(1) $a \times d < b \times c$ ಇದ್ದರೆ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

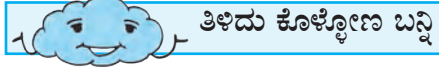
(2) $a \times d = b \times c$ ಇದ್ದರೆ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(3) $a \times d > b \times c$ ಇದ್ದರೆ $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಚಿಕ್ಕತನ-ದೊಡ್ಡತನ ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ.

- (1) $-7, -2$ (2) $0, \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7}, 0$ (4) $\frac{-5}{4}, \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29}, \frac{141}{29}$
 (6) $-\frac{17}{20}, \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$



ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಾಂಶ ರೂಪ (Decimal representation of rational numbers)

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಭೇದದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿದರೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಾಂಶ ರೂಪ ದೊರೆಯುವುದು. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ $\frac{7}{4} = 1.75$, ಇಲ್ಲಿ 7 ಕ್ಕೆ 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ ಶೂನ್ಯ ಬರುತ್ತದೆ. ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆ ಪೂರ್ಣ ಆಗುವುದು.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಈ ರೀತಿಯ ದಶಾಂಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ಖಂಡಿತ ದಶಾಂಶರೂಪ ಎನ್ನುವರು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಖಂಡ ಆವೃತ್ತಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಬರುವುದು ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಉದಾಹರಣಾರ್ಥವಾಗಿ (1) $\frac{7}{6} = 1.1666... = 1.1\dot{6}$ (2) $\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\dot{3}$

(3) $\frac{-5}{3} = -1.666... = -1.\dot{6}$

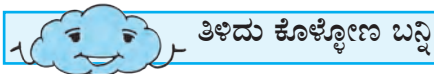
(4) $\frac{22}{7} = 3.142857142857... = 3.\overline{142857}$ (5) $\frac{23}{99} = 0.2323... = 0.\overline{23}$

ಅದರಂತೆ $\frac{7}{4} = 1.75 = 1.75000... = 1.750\dot{0}$ ಹೀಗೆ ಖಂಡಿತ ರೂಪಸಹ ಆವೃತ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(1) $\frac{9}{37}$ (2) $\frac{18}{42}$ (3) $\frac{9}{14}$ (4) $\frac{-103}{5}$ (5) $-\frac{11}{13}$



ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Irrational numbers)

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬಿಟ್ಟು ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವು ಪರಿಮೇಯ ಇರುವುದಿಲ್ಲ, ಅಂದರೆ ಅವು ಅಪರಿಮೇಯ ಇರುತ್ತವೆ. $\sqrt{2}$ ಇದು ಒಂದು ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.

ನಾವು $\sqrt{2}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸೋಣ

- ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ A ಈ ಬಿಂದು 1 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಗೆ ಬಿಂದು A ದಿಂದ ರೇಖೆ l ದ ಮೇಲೆ ಲಂಬತೆಗೆಯಿರಿ. ರೇಖೆ l ದ ಮೇಲೆ P ಬಿಂದು OA = AP = 1 ಮೂಲಮಾನ ಆಗುವಂತೆ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- ರೇಖೆ OP ತೆಗೆಯಿರಿ ΔOAP ಈ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತಯಾರಾಗುವುದು.

ಪಾಯಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯನುಸಾರವಾಗಿ,

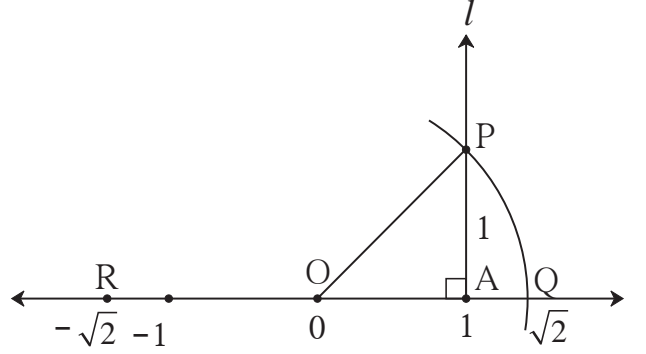
$$OP^2 = OA^2 + AP^2$$

$$= 1^2 + 1^2 = 1+1 = 2$$

$$OP^2 = 2$$

$\therefore OP = \sqrt{2}$... (ಎರಡು ಬದಿಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆದು)

- ಈಗ O ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ OP ದಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಒಂದು ಕಂಸ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ಕಂಸ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಗೆ ಯಾವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವದು. ಅದಕ್ಕೆ ಬಿಂದು Q ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. OQ ಈ ಅಂತರ $\sqrt{2}$ ಇದೆ.



ಅಂದರೆ $\sqrt{2}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ, ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ Q ಈ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

OQ ದಷ್ಟು ಅಂತರ, ಕಂಪಾಸದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು O ದ ಎಡಬದಿಗೆ, R ಈ ಬಿಂದು ಸ್ಥಾಪಿಸಿದರೆ ಆ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆ $-\sqrt{2}$ ಇರುವದು.

$\sqrt{2}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ ಇದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಸಿದ್ಧತೆ ಮಾಡೋಣ. ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಾಂಶ ರೂಪ ಅನಂತ ಮತ್ತು ಅನಾವರ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಹ ಮುಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನೋಡೋಣ.

ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ -

ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು π ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಪರಿಮೇಯ ಇಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಕಲಿತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ. ನಾವು ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಅನೂಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ π ದ ಹತ್ತಿರದ ಬೆಲೆ $\frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14 ಇದನ್ನು ನಾವು π ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಅದರ $\frac{22}{7}$ ಹಾಗೂ 3.14 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪರಿಮೇಯ ಇರುತ್ತವೆ.

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲು ಬರುವದು ಅ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುವರು ಎಲ್ಲ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಲು ಬರುವದು ಎಂಬುದು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎಲ್ಲ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತದೆ.

$\sqrt{2}$ ಇದು ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. $3\sqrt{2}$, $7 + \sqrt{2}$, $3 - \sqrt{2}$ ಇತ್ಯಾದಿ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಪರಿಮೇಯ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ. ಕಾರಣ $3\sqrt{2}$ ಸಂಖ್ಯೆ ಪರಿಮೇಯ ಇದ್ದರೆ $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ ಇದು ಸಹ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬೇಕು. ಆದರೆ ಇದು ಸತ್ಯ ಇಲ್ಲ.

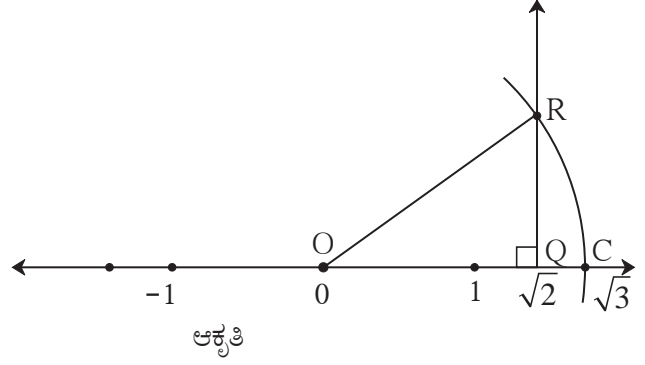
ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ತೋರಿಸಬೇಕು ಇದನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಅದರಂತೆ $\sqrt{2}$ ಈ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದ್ದೇವು. ಅದರಂತೆ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$. . . ಈ ರೀತಿಯ ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಲು ಬರುವುದು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.4

1. $\sqrt{2}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಆಧಾರದಿಂದ $\sqrt{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಲು ಕೆಳಗೆ ಕೃತಿಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಆ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿಯ ಬಿಟ್ಟು ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ರೀತಿಯಿಂದ ತುಂಬಿ ಮತ್ತು ಕೃತಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಫಲಿತ:

- ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ Q ಈ ಬಿಂದು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.
- Q ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಲಂಬ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 1 ಮೂಲಮಾನ ಉದ್ದಳತೆ ತೋರಿಸುವ ಬಿಂದು R ಇದೆ.
- OR ಜೋಡಿಸುವ ದರಿಂದ Δ ORQ ಈ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ದೊರೆಯುವದು.
- $l(OQ) = \sqrt{2}$, $l(QR) = 1$



\therefore ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ಮೇಲೆ

$$[l(OR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

$$= \boxed{}^2 + \boxed{}^2 = \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \boxed{} \quad \therefore l(OR) = \boxed{}$$

OR ದಷ್ಟು ಅಂತರ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ತೆಗೆದ ಕಂಸದ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಗೆ ಯಾವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವದು. ಆ ಬಿಂದುವಿಗೆ C ಈ ಹೆಸರು ಇಡೋಣ C ಈ ಬಿಂದು $\sqrt{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

2. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ $\sqrt{5}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸಿರಿ. 3^* ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ $\sqrt{7}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸಿರಿ.

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.1

2. (1) $\frac{-10}{4}$ (2) C (3) ಸತ್ಯ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.2

1. (1) $-7 < -2$ (2) $0 > \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7} > 0$ (4) $\frac{-5}{4} < \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29} < \frac{141}{29}$
- (6) $\frac{-17}{20} < \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12} > \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8} < \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15} > \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11} > \frac{-3}{4}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 1.3

- (1) $0.\overline{243}$ (2) $0.\overline{428571}$ (3) $0.\overline{6428571}$ (4) -20.6
- (5) $-0.\overline{846153}$

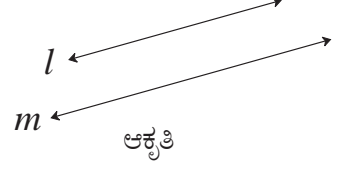




ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಮತ್ತು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಛೇದಿಸದ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುವರು.

'ರೇಖೆ l ಹಾಗೂ ರೇಖೆ m ಇವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿವೆ' ಇದನ್ನು 'ರೇಖೆ $l \parallel$ ರೇಖೆ m ' ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವರು.

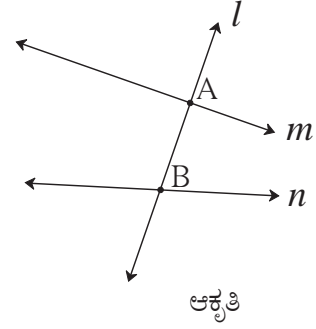


ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಛೇದಿಕೆ (Transversal)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ m ಹಾಗೂ ರೇಖೆ n ಇವುಗಳಿಗೆ ರೇಖೆ l ಇದು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಬಿಂದು A ಹಾಗೂ B ಈ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

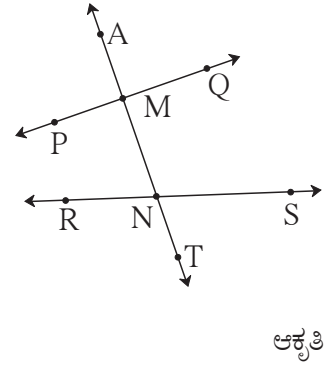
ರೇಖೆ m ಹಾಗೂ ರೇಖೆ n ಇವುಗಳ ರೇಖೆ l ಇದು ಛೇದಿಕೆ ಇದೆ.



ಯಾವದೊಂದು ರೇಖೆ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಆ ರೇಖೆಗೆ ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಿಕೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಛೇದಿಕೆಯಿಂದ ತಯಾರಾಗುವ ಕೋನಗಳು (Angles made by transversal)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಕೆಯಿಂದ ಬಿಂದು M ದ ಹತ್ತಿರ ನಾಲ್ಕು ಮತ್ತು ಬಿಂದು N ದ ಹತ್ತಿರ ನಾಲ್ಕು ಹೀಗೆ ಒಟ್ಟು 8 ಕೋನಗಳು ತಯಾರಾಗಿರುವುದು ಕಾಣಿಸುವುದು. ಎಂಟು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜ ಛೇದಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಇದೆ ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಭುಜ ಎರಡರಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇದೆ. ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ ಆ ಜೋಡಿಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ



• ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು (Corresponding angles)

ಯಾವ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಛೇದಿಕೆಯ ಮೇಲಿನ ಭುಜ ಒಂದೇ ದಿಶೆ ತೋರಿಸುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ ಛೇದಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಇರದ ಭುಜ ಛೇದಿಕೆಯ ಒಂದೇ ಬದಿಗೆ ಇರುತ್ತವೆ, ಆ ಜೋಡಿ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

• ಅಂತರಕೋನಗಳು (Interior angles)

ಯಾವ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ ಒಳಗಿನ ಬದಿಗೆ ಇರುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ ಛೇದಿಕೆಯ ಒಂದೇ ಬದಿಗೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ಜೋಡಿ ಅಂತರಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಇರುತ್ತದೆ

ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು -

- (i) $\angle AMP$ ಹಾಗೂ $\angle MNR$
- (ii) $\angle PMN$ ಹಾಗೂ $\angle RNT$
- (iii) $\angle AMQ$ ಹಾಗೂ $\angle MNS$
- (iv) $\angle QMN$ ಹಾಗೂ $\angle SNT$

ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಅಂತರಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

- (i) $\angle PMN$ ಹಾಗೂ $\angle MNR$
- (ii) $\angle QMN$ ಹಾಗೂ $\angle MNS$

• ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು (Alternate angles)

ಯಾವ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಭೇದಿಕೆಯ ವಿರುದ್ಧ ಬದಿಗೆ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಭೇದಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಭುಜ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ. ಆ ಜೋಡಿಗಳು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಅಂತರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳದು ಇದ್ದರೆ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಬಾಹ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಂತರವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು

(ರೇಖೆಗಳ ಒಳ ಬದಿಗೆ ಇರುವ ಕೋನಗಳು)

- (i) $\angle PMN$ ಹಾಗೂ $\angle MNS$
- (ii) $\angle QMN$ ಹಾಗೂ $\angle RNM$

ಬಾಹ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು

(ರೇಖೆಗಳ ಹೊರಗಿನ ಬದಿಗೆ ಇರುವ ಕೋನಗಳು)

- (i) $\angle AMP$ ಹಾಗೂ $\angle TNS$
- (ii) $\angle AMQ$ ಹಾಗೂ $\angle RNT$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 2.1

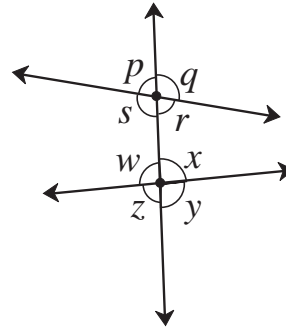
1. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಆಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಬಿಟ್ಟ ಚೌಕೋನಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

- (1) $\angle p$ ಹಾಗೂ (2) $\angle q$ ಹಾಗೂ
- (3) $\angle r$ ಹಾಗೂ (4) $\angle s$ ಹಾಗೂ

ಅಂತರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

- (5) $\angle s$ ಹಾಗೂ (6) $\angle w$ ಹಾಗೂ

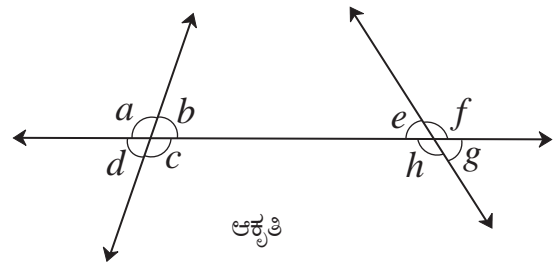


ಆಕೃತಿ

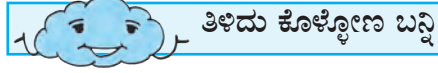
2. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ದರ್ಶಿಸುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

- (1) ಅಂತರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು
- (2) ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು
- (3) ಅಂತರ ಕೋನಗಳು



ಆಕೃತಿ



**ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಹಾಗೂ ಛೇದಕೆ ಇವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)**

ಕೃತಿ (I) : ಒಂದು ವಹಿಯ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಆಕೃತಿ (A)ದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಒಂದು ಛೇದಕೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಟ್ರಿಸ ಪೇಪರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅದೇ ಆಕೃತಿಯ ಒಂದು ಪ್ರತಿ ಒಂದು ಬರಿದಾದ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆಕೃತಿ (B) ದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಭಾಗ I ಹಾಗೂ ಭಾಗ II ಇವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಚಿತ್ರಿಸಿರಿ. ಈ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.



ಭಾಗ I ಹಾಗೂ ಭಾಗ II ರಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಕೋನಗಳು ರೇಷೆಯ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ. ಈಗ ಭಾಗ I ಹಾಗೂ ಭಾಗ II ಇವು ಆಕೃತಿ A ದಲ್ಲಿಯ ಎಂಟು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಮೇಲಿಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ. ಯಾವ-ಯಾವ ಕೋನಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗ I ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಆಗುವದು? ಯಾವ-ಯಾವ ಕೋನಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗ II ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಆಗುವದು?

$\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$, (ಕಾರಣ ಈ ಕೋನಗಳು ಭಾಗ I ರೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ)
 $\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$, (ಕಾರಣ ಈ ಕೋನಗಳು ಭಾಗ II ರೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ)
ಎಂಬುದುಕಂಡು ಬರುವದು.

ಇಲ್ಲಿ, (1) $\angle a \cong \angle e$, $\angle b \cong \angle f$, $\angle c \cong \angle g$, $\angle d \cong \angle h$

(ಇವು ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿವೆ)

(2) $\angle d \cong \angle f$ ಮತ್ತು $\angle e \cong \angle c$ (ಇವು ಅಂತರವ್ಯುತ್ಥಮ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿವೆ)

(3) $\angle a \cong \angle g$ ಮತ್ತು $\angle b \cong \angle h$ (ಇವು ಬಾಹ್ಯ ವ್ಯುತ್ಥಮ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿವೆ)

(4) $m\angle d + m\angle e = 180^\circ$ ಮತ್ತು $m\angle c + m\angle f = 180^\circ$

(ಇವು ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿವೆ)



ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಛೇದಕೆಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಎಂಟು ಕೋನಗಳು ತಯಾರಾಗುವವು.

ಈ ಎಂಟು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟರೆ, ಉಳಿದ ಏಳು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಬರುವದೇ?

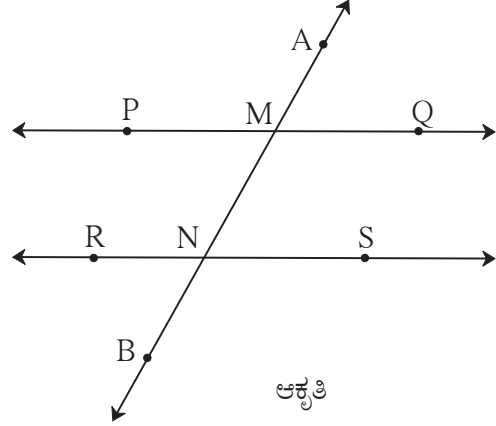
(1) ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ (Property of corresponding angles)

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ PQ || ರೇಖೆ RS.

ರೇಖೆ AB ಇದು ಅವುಗಳ ಛೇದಕೆ ಇದೆ.

ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ

$$\begin{aligned} \angle AMP &\cong \angle MNR & \angle PMN &\cong \angle RNB \\ \angle AMQ &\cong \angle MNS & \angle QMN &\cong \angle SNB \end{aligned}$$



ಆಕೃತಿ

(2) ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ (Property of alternate angles)

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಂತರವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನ ಬಾಹ್ಯವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನ

$$\begin{aligned} \angle PMN &\cong \angle MNS & \angle AMP &\cong \angle SNB \\ \angle QMN &\cong \angle MNR & \angle AMQ &\cong \angle RNB \end{aligned}$$

(3) ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ (Property of interior angles)

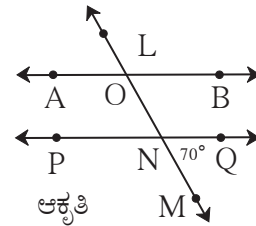
ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು 180° ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಂತರ ಕೋನಗಳು

$$\begin{aligned} m\angle PMN + m\angle MNR &= 180^\circ \\ m\angle QMN + m\angle MNS &= 180^\circ \end{aligned}$$

❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆ ❖

ಉದಾ. (1) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ AB || ರೇಖೆ PQ ಹಾಗೂ ರೇಖೆ LM ಇದು ಛೇದಕೆ ಇದೆ. $m\angle MNQ = 70^\circ$, ಇದ್ದರೆ $\angle AON$ ದ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಆಕೃತಿ

ಉತ್ತರ :

ಪದ್ಧತಿ I

$$\begin{aligned} m\angle MNQ &= m\angle ONP = 70^\circ \dots\dots (\text{ವಿರುದ್ಧ ಕೋನ}) \\ m\angle AON + m\angle ONP &= 180^\circ \dots\dots (\text{ಅಂತರ ಕೋನ}) \\ \therefore m\angle AON &= 180^\circ - m\angle ONP \\ &= 180^\circ - 70^\circ \\ &= 110^\circ \end{aligned}$$

ಪದ್ಧತಿ II

$$\begin{aligned} m\angle MNQ &= 70^\circ \\ \therefore m\angle NOB &= 70^\circ \dots\dots (\text{ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು}) \\ m\angle AON + m\angle NOB &= 180^\circ \\ \dots\dots \text{ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು-} \\ \therefore m\angle AON + 70^\circ &= 180^\circ \\ \therefore m\angle AON &= 110^\circ \end{aligned}$$

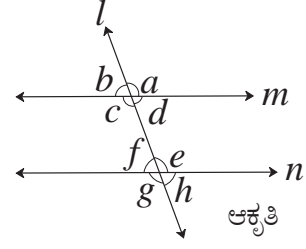
(ಇನ್ನು ಬೇರೆ ವಿಚಾರ ಮಾಡಿಯೂಸಹ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆ ಬಿಡಿಸಲು ಬರುವುದು)

ಉದಾ.(2) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $m \parallel$ ರೇಖೆ n

ರೇಖೆ l ಇದು ಛೇದಕ ಇದೆ.

$$m\angle b = (x + 15)^\circ \text{ ಮತ್ತು}$$

$$m\angle e = (2x + 15)^\circ \text{ ಇದ್ದರೆ } x \text{ ದ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ}$$



ಉತ್ತರ : $\angle b \cong \angle f$ (ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು) $\therefore m\angle f = m\angle b = (x + 15)^\circ$

$$m\angle f + m\angle e = 180^\circ \quad \text{..... (ರೇಖೀಯ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು)}$$

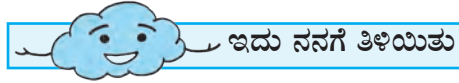
ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಬೇಲೆ ಹಾಕಲಾಗಿ

$$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ \quad \therefore 3x + 30 = 180^\circ$$

$$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ \quad \text{..... (ಎರಡು ಬದಿಯಿಂದ 30 ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡಿ)}$$

$$x = \frac{150^\circ}{3} \quad \text{..... (ಎರಡು ಬದಿಗೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)}$$

$$\therefore x = 50^\circ$$



ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ

- ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ
- ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ
- ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಇರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 2.2

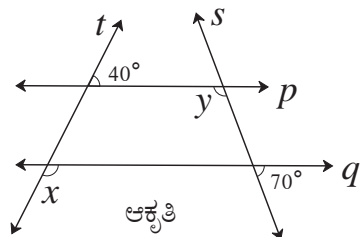
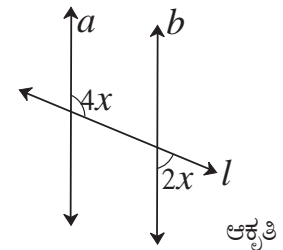
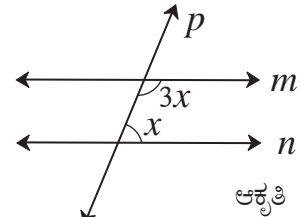
1. ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

(1) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $m \parallel$ ರೇಖೆ n ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು ರೇಖೆ p ಇದು ಅವುಗಳ ಛೇದಕ ಇದ್ದರೆ x ದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

- (A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°

(2) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $a \parallel$ ರೇಖೆ b ಇದ್ದು ಮತ್ತು ರೇಖೆ l ಇದು ಅವುಗಳ ಛೇದಕ ಇದ್ದರೆ x ದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

- (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

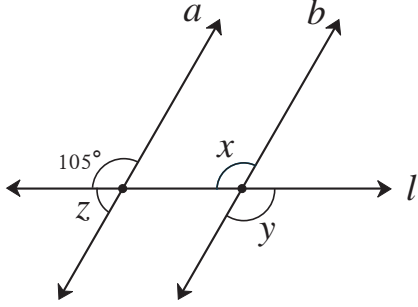
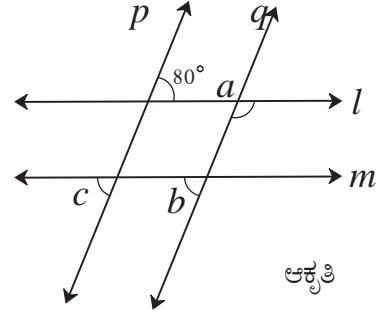


2. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $p \parallel$ ರೇಖೆ q ಇದೇ. ರೇಖೆ t ಹಾಗೂ ರೇಖೆ s ಇವು ಛೇದಕಗಳ ಇರುತ್ತವೆ $\angle x$ ಹಾಗೂ $\angle y$ ದ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $p \parallel$ ರೇಖೆ q ಇದೆ.

ರೇಖೆ $l \parallel$ ರೇಖೆ m ಇದೆ. ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ ಗಳ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕಾರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

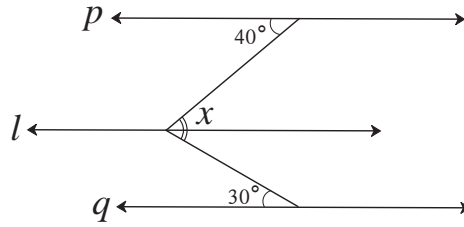


5*. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $p \parallel$ ರೇಖೆ $l \parallel$ ರೇಖೆ q

ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ $\angle x$ ದ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

4*. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ರೇಖೆ $a \parallel$ ರೇಖೆ b .

ರೇಖೆ l ಇದು ಛೇದಕ ಇದೆ. ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೇಲಿಂದ $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯಸಲುವಾಗಿ

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ

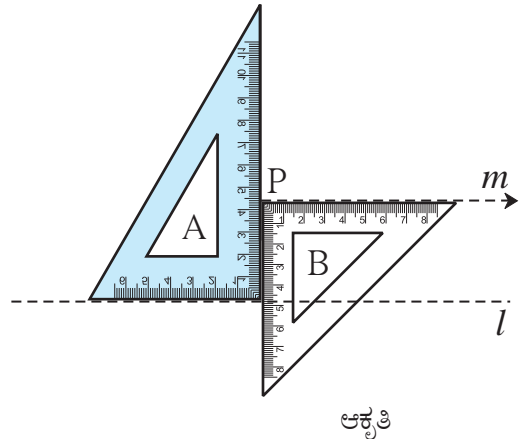
- ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಏಕರೂಪ ಆ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ.
- ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಏಕರೂಪ ಇದ್ದರೆ ಆ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ.
- ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಪೂರಕ ಇದ್ದರೆ ಆ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ.

ಕೊಟ್ಟ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯುವುದು (To draw a line parallel to the given line)

ರಚನೆ (I): ಕೊಟ್ಟ ರೇಖೆಗೆ ರೇಖೆಯ ಹೊರಗಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಪಟ್ಟಿ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯುವುದು.

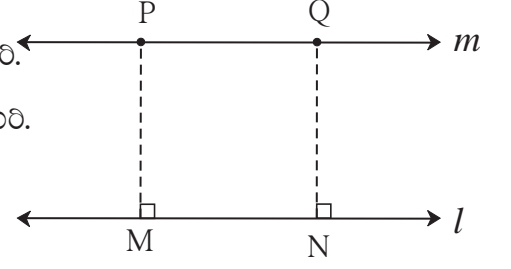
ಪದ್ಧತಿ I : ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು

- (1) ರೇಖೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ (2) ರೇಖೆ l ಗೆ ಹೊರಗಿನ ಬಿಂದು P ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- (3) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ಕಾಟಕೋನ ಮಾಪಕ ಹೊಂದಿಸಿ ಇಡಿರಿ. ಕಾಟಕೋನ ಮಾಪಕ A ಹಾಗೂ B ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಕಾಟಕೋನ ಮಾಪಕ B ಯ ಬದಿಯ ಬಿಂದು Pದ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಬದಿಯ ಮೇಲೆ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (4) ಆ ರೇಖೆಗೆ m ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ.
- (5) ರೇಖೆ m ಇದು ರೇಖೆ l ಗೆ ಸಮಾಂತರ ಇದೆ.



ರಚನೆ II : ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು

- (1) ರೇಖೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ರೇಖೆಯ ಹೊರಗೆ ಬಿಂದು P ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- (2) ಬಿಂದು P ದಿಂದ ರೇಖೆ l ದ ಮೇಲೆ ರೇಖೆ PM ಈ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (3) ರೇಖೆ l ದ ಮೇಲೆ N ಈ ಬೇರೊಂದು ಬಿಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- (4) ಬಿಂದು N ದಿಂದ NQ ಈ ರೇಖೆ l ಗೆ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ.



NQ = MP ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.

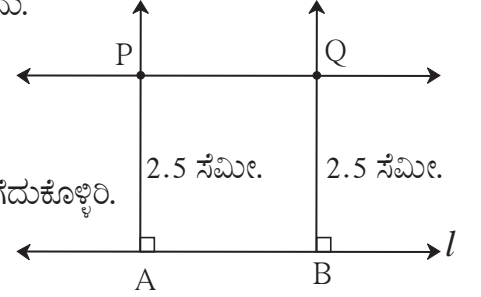
- (5) ಬಿಂದು P ಹಾಗೂ Q ದಿಂದ ಹೋಗುವ ರೇಖೆ m ಇದು ರೇಖೆ l ಗೆ ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತದೆ.

ರಚನೆ (III): ಕೊಟ್ಟ ರೇಖೆಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯುವುದು.

ಪದ್ಧತಿ : ರೇಖೆ l ಗೆ 2.5 ಸೆಮೀ. ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ರಚನೆಯ ಹಂತಗಳು

- (1) ರೇಖೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ. (2) ರೇಖೆ l ಮೇಲೆ A, B ಹೀಗೆ ಎರಡು ಬಿಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- (3) ಬಿಂದು A ಹಾಗೂ ಬಿಂದು B ದಿಂದ ರೇಖೆ l ಗೆ ಲಂಬ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (4) ಆ ರೇಖೆಗಳ ಮೇಲೆ, ಬಿಂದು A ಮತ್ತು ಬಿಂದು B ದಿಂದ 2.5 ಸೆಮೀ. ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಬಿಂದು P ಮತ್ತು ಬಿಂದು Q ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- (5) ರೇಖೆ PQ ತೆಗೆಯಿರಿ. (6) ರೇಖೆ PQ ಇದು ರೇಖೆ l ಗೆ 2.5 ಸೆಮೀ ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಇರುವ ರೇಖೆ ಇರುತ್ತದೆ.



ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 2.3

1. ರೇಖೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ರೇಖೆಯ ಹೊರಗೆ ಬಿಂದು A ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಬಿಂದು A ದಿಂದ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ರೇಖೆ l ಗೆ ಸಮಾಂತರ ಇರುವ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ರೇಖೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ರೇಖೆಯ ಹೊರಗೆ ಬಿಂದು T ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಬಿಂದು T ದಿಂದ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ರೇಖೆ l ಗೆ ಸಮಾಂತರ ಇರುವ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ರೇಖೆ m ಮತ್ತು ಆ ರೇಖೆಗೆ 4 ಸೆಮೀ ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ಇರುವ ರೇಖೆ n ತೆಗೆಯಿರಿ.

೩೩೩

ಉತ್ತರಗಳು

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 2.1 1. (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$

2. (1) $\angle c$ ಹಾಗೂ $\angle e$, $\angle b$ ಹಾಗೂ $\angle h$ (2) $\angle a$ ಹಾಗೂ $\angle e$, $\angle b$ ಹಾಗೂ $\angle f$, $\angle c$ ಹಾಗೂ $\angle g$, $\angle d$ ಹಾಗೂ $\angle h$ (3) $\angle c$ ಹಾಗೂ $\angle h$, $\angle b$ ಹಾಗೂ $\angle e$.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 2.2 1. (1) C (2) D 2. $\angle x = 140^\circ$, $\angle y = 110^\circ$

3. $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$, $\angle c = 80^\circ$

4. $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 105^\circ$, $\angle z = 75^\circ$

5. $\angle x = 70^\circ$





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಘಾತಾಂಕದ ಮತ್ತು ಅದರ ನಿಮಯಗಳಿಗೆ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ.

- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ಈ ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲಿ ನಾವು 2^5 ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇಲ್ಲಿ 2 ಇದು ತಳ ಮತ್ತು 5 ಇದು ಘಾತಾಂಕ ಇದೆ 2^5 ಇದು ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.

- ಘಾತಾಂಕದ ನಿಮಯ : m ಮತ್ತು n ಇವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ, ಆಗ

$$(i) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (ii) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (iii) (a \times b)^m = a^m \times b^m \quad (iv) a^0 = 1$$

$$(v) a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (vi) (a^m)^n = a^{mn} \quad (vii) \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (viii) \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

- ಘಾತಾಂಕದ ನಿಮಯ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

$$(i) 3^5 \times 3^2 = 3^{\square} \quad (ii) 3^7 \div 3^9 = 3^{\square} \quad (iii) (3^4)^5 = 3^{\square}$$

$$(iv) 5^{-3} = \frac{1}{5^{\square}} \quad (v) 5^0 = \square \quad (vi) 5^1 = \square$$

$$(vii) (5 \times 7)^2 = 5^{\square} \times 7^{\square} \quad (viii) \left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{\square^3}{\square^3} \quad (ix) \left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಘಾತಾಂಕ ಪರಿಮೇಯ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅರ್ಥ (The number with rational index)

(I) ಘಾತಾಂಕ $\frac{1}{n}$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅರ್ಥ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಾಂಕ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಥ ನೋಡೋಣ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ತೋರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಅದರ ಘಾತಾಂಕ 2 ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮೂಲ ತೋರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಅದರ ಘಾತಾಂಕ $\frac{1}{2}$ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, 25ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಇದು $\sqrt{\quad}$ ಕರಣಿ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\sqrt{25}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಘಾತಾಂಕ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ $25^{\frac{1}{2}}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಅಂದರೆ, $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$.

ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ a ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ a^2 ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ, ಅದರ a ದ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt[3]{a}$ ಹೀಗೆ ಅಥವಾ \sqrt{a} ಅಥವಾ $a^{\frac{1}{2}}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಅದರಂತೆ a ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ a^3 ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ a ದ ಘನಮೂಲ $\sqrt[3]{a}$ ಹೀಗೆ ಅಥವಾ $a^{\frac{1}{3}}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಹೀಗೆ. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

$\therefore 64$ ದ ಘನಮೂಲ $\sqrt[3]{64}$ ಅಥವಾ $(64)^{\frac{1}{3}}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ $64^{\frac{1}{3}} = 4$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$. ಅಂದರೆ, 3 ರ 5ನೆಯ ಘಾತ 243 ಇದೆ.

ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ 243ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲ ಇದು $(243)^{\frac{1}{5}}$ ಹೀಗೆ ಅಥವಾ $\sqrt[5]{243}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ. $\therefore (243)^{\frac{1}{5}} = 3$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a ದ n ನೇ ಮೂಲ $a^{\frac{1}{n}}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ (i) $128^{\frac{1}{7}} = 128$ ರ 7ನೇ ಮೂಲ (ii) $900^{\frac{1}{12}} = 900$ ರ 12ನೇ ಮೂಲ. ಇತ್ಯಾದಿ

$10^{\frac{1}{5}} = x$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಆಗ $x^5 = 10$. ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.1

1. ಘಾತಾಂಕ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

- (1) 13ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲ (2) 9 ರ ಆರನೆಯ ಮೂಲ (3) 256ರ ವರ್ಗಮೂಲ
(4) 17ರ ಘನಮೂಲ (5) 100ರ ಎಂಟನೆಯ ಮೂಲ (6) 30ರ ಏಳನೆಯ ಮೂಲ

2. ಕೆಳಗಿನ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಷ್ಟನೆಯ ಮೂಲ ಇದೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

- (1) $(81)^{\frac{1}{4}}$ (2) $49^{\frac{1}{2}}$ (3) $(15)^{\frac{1}{5}}$ (4) $(512)^{\frac{1}{9}}$ (5) $100^{\frac{1}{19}}$ (6) $(6)^{\frac{1}{7}}$

(II) ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕ $\frac{m}{n}$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ. ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅರ್ಥ

ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದಂತೆ, $8^2 = 64$,

64ರ ಘನಮೂಲ = $(64)^{\frac{1}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 4$

\therefore 8ರ ವರ್ಗದ ಘನಮೂಲ = 4 (I)

ಅದರಂತೆ 8 ರ ಘನಮೂಲ = $8^{\frac{1}{3}} = 2$

\therefore 8ರ ಘನಮೂಲದ ವರ್ಗ $\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$ (II)

(I) ಮತ್ತು (II) ರ ಮೇಲಿಂದ

8ರ ವರ್ಗದ ಘನಮೂಲ = 8ರ ಘನಮೂಲದ ವರ್ಗ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ, $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2$ ಇದು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿ ಬರುವುದು

ಘಾತಾಂಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದಾಗ ಯಾವ ನಿಯಮ ಇರುವುದೋ ಅದೇ ನಿಯಮ ಘಾತಾಂಕ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದಾಗಲೂ ಅನ್ವಯಿಸುವುದು. $\therefore (a^m)^n = a^{mn}$ ಈ ನಿಯಮ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8^{\frac{2}{3}}$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $8^{\frac{2}{3}}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಥ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಲು ಬರುವುದು.

(i) $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 8$ ರ ವರ್ಗದ ಘನಮೂಲ (ii) $8^{\frac{2}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8$ ರ ಘನಮೂಲದ ವರ್ಗ.

ಅದೇ ಪ್ರಕಾರ $27^{\frac{4}{5}} = (27^4)^{\frac{1}{5}}$ ಅಂದರೆ '27ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಾತದ ಐದನೆಯ ಮೂಲ

ಮತ್ತು $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{\frac{1}{5}}\right)^4$ ಅಂದರೆ '27ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲದ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಾತ ಹೀಗೆ ಎರಡು ಅರ್ಥಗಳು ಆಗುವವು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $a^{\frac{m}{n}}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಥ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಮಾಡಲು ಬರುವುದು.

$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ ಅಂದರೆ a ದ m ನೇ ಘಾತದ n ನೆಯ ಮೂಲ. ಅಥವಾ

$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$ ಅಂದರೆ a ದ n ನೇ ಮೂಲದ m ನೆಯ ಘಾತ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಿರಿ.

ಕ್ರ.	ಸಂಖ್ಯೆ	ಎಷ್ಟನೆಯ ಮೂಲದ ಎಷ್ಟನೆಯ ಘಾತ	ಎಷ್ಟನೆಯ ಘಾತದ ಎಷ್ಟನೆಯ ಮೂಲ
(1)	$(225)^{\frac{3}{2}}$	225ರ ವರ್ಗಮೂಲದ ಘನ	225ರ ಘನದ ವರ್ಗಮೂಲ
(2)	$(45)^{\frac{4}{5}}$		
(3)	$(81)^{\frac{6}{7}}$		
(4)	$(100)^{\frac{4}{10}}$		
(5)	$(21)^{\frac{3}{7}}$		

2. ಪರಿಮೇಯ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಮಾಡಿರಿ.

(1) 121ರ ಐದನೆಯ ಘಾತದ ವರ್ಗಮೂಲ

(2) 324ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಮೂಲಘನ

(3) 264ರ ವರ್ಗದ ಐದನೆಯ ಮೂಲ

(4) 3ರ ಘನಮೂಲದ ಘನ



ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

- $4 \times 4 = 16$ ಅಂದರೆ $4^2 = 16$, ಅದರಂತೆ $(-4) \times (-4)$ ಅಂದರೆ $(-4)^2 = 16$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ 16 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಧನ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಋಣ, ಹೀಗೆ ಎರಡು ವರ್ಗ ಮೂಲಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಸಂಕೇತದ ಅನುಸಾರ 16ರ ಧನ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt{16}$ ಹೀಗೆ, ಆದರೆ 16 ರ ಋಣ ವರ್ಗಮೂಲ $-\sqrt{16}$ ಹೀಗೆ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ $\sqrt{16} = 4$ ಮತ್ತು $-\sqrt{16} = -4$.
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡು ವರ್ಗಮೂಲಗಳಿರುತ್ತವೆ.
- ಶೂನ್ಯ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ ಶೂನ್ಯ ವಿರುತ್ತದೆ.

ಘನ ಮತ್ತು ಘನಮೂಲ (Cube and Cube Root)

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಮೂರು ಸಲ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಾಕಾರ ಇದು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ ಇರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$. ಅಂದರೆ 216 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 6ರ ಘನ ಇದೆ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ ಮಾಡುವುದು.

ಉದಾ. (1) 17ರ ಘನ ಮಾಡಿರಿ
 $17^3 = 17 \times 17 \times 17$
 $= 4913$

ಉದಾ. (2) (-6)ರ ಘನ ಮಾಡಿರಿ.

$(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$
 $= -216$

ಉದಾ. (3) $\left(-\frac{2}{5}\right)$ ರ ಘನ ಮಾಡಿರಿ.

$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$
 $= -\frac{8}{125}$

ಉದಾ. (4) (1.2)ದ ಘನ ಮಾಡಿರಿ.

$(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2$
 $= 1.728$

ಉದಾ. (5) (0.02)ದ ಘನ ಮಾಡಿರಿ.

$(0.02)^3 = 0.02 \times 0.02 \times 0.02$
 $= 0.000008$

ಉದಾ. (1)ರಲ್ಲಿ 17 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಧನ ಇದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಧನ 4913 ಇದೂ ಸಹ ಧನ ಇದೆ.

ಉದಾ. (2) ರಲ್ಲಿ -6 ಇದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ -216 ಇದೆ. ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಘನಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚಿಹ್ನೆ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನದ ಚಿಹ್ನೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಬಂಧ ದೊರೆಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಶೋಧಿಸಿರಿ.

ಉದಾ. (4) ಮತ್ತು (5) ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಯನಂತರ ಬರುವ ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ನಂತರ ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಯಾವ ಸಂಬಂಧ ಕಂಡು ಬರುವುದು?

ಘನ ಮೂಲ ತೆಗೆಯುವುದು

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವುದು ಎಂಬುದು ನಾವು ಕಲಿತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಅದೇ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ನಾವು ಘನ ಮೂಲ ತೆಗೆಯುವಾ.

ಉದಾ. (1) 216ರ ಘನ ಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಮೊದಲು 216ರ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವಾ

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

3 ಮತ್ತು 2 ಈ ಅವಯವ ಪ್ರತಿ ಯೊಂದು 3 ಸಲ ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡೋಣ.

$$\therefore 216 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) = (3 \times 2)^3 = 6^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{216} = 6 \text{ ಅಂದರೆ } (216)^{\frac{1}{3}} = 6$$

ಉದಾ. (2) -1331ರ ಘನಮೂಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : -1331ರ ಘನಮೂಲ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ
ಮೊದಲು 1331ರ ಮೂಲ ಅವಯವಗಳನ್ನು
ತೆಗೆಯುವಾ

$$1331 = 11 \times 11 \times 11 = 11^3$$
$$-1331 = (-11) \times (-11) \times (-11)$$
$$= (-11)^3$$
$$\therefore \sqrt[3]{-1331} = -11$$

ಉದಾ. (4) $\sqrt[3]{0.125}$ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$$\text{ಉತ್ತರ : } \sqrt[3]{0.125} = \sqrt[3]{\frac{125}{1000}}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{1000}} \dots \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{10^3}} \dots (a^m)^{\frac{1}{m}} = a$$
$$= \frac{5}{10} = 0.5$$

ಉದಾ. (3) 1728ರ ಘನಮೂಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $1728 = 8 \times 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6$

$$\therefore 1728 = 2^3 \times 6^3 = (2 \times 6)^3 \dots \dots \dots a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 6 = 12 \text{ (ಗಮನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ - 1728ರ ಘನಮೂಲ -12 ಬರುವದು)}$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನ ಮೂಲಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

- (1) 8000 (2) 729 (3) 343 (4) -512 (5) -2744 (6) 32768

2. ಬಿಡಿಸಿರಿ (1) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$ (2) $\sqrt[3]{\frac{16}{54}}$ 3. $\sqrt[3]{729} = 9$ ಇದ್ದರೆ $\sqrt[3]{0.000729} =$ ಎಷ್ಟು?

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.1 (1) $13^{\frac{1}{5}}$ (2) $9^{\frac{1}{6}}$ (3) $256^{\frac{1}{2}}$ (4) $17^{\frac{1}{3}}$ (5) $100^{\frac{1}{8}}$ (6) $30^{\frac{1}{7}}$

2. (1) 81ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಮೂಲ (2) 49 ನೇ ವರ್ಗಮೂಲ (3) 15ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲ
(4) 512ರ ಒಂಬತ್ತನೆಯ ಮೂಲ (5) 100ರ ಹತ್ತೊಂಬತ್ತನೆಯ ಮೂಲ (6) 6ರ ಏಳನೆಯ ಮೂಲಕ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.2 1. (2) 45ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲದ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಮೂಲದ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಾತ, 45ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಾತದ ಐದನೆಯ ಮೂಲ

(3) 81ರ 7ನೇ ಮೂಲದ 6ನೇ ಘಾತ, 81ರ 6ನೇ ಘಾತದ 7ನೇ ಮೂಲ

(4) 100ರ 10ನೇ ಮೂಲದ 4ನೆಯ ಘಾತ, 100 4ನೇ ಘಾತದ 10ನೇ ಮೂಲ.

(5) 21ರ 7ನೇಯ ಮೂಲಕ 3ರ ಘಾತ, 21ರ 3ನೇ ಘಾತದ 7ನೇ ಮೂಲ

2. (1) $(121)^{\frac{5}{2}}$ (2) $(324)^{\frac{3}{4}}$ (3) $(264)^{\frac{2}{5}}$ (4) $3^{\frac{3}{3}}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 3.3 1. (1)20 (2)9 (3)7 (4)-8 (5)-14 (6)32

2. (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ 3. 0.09





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಏಕ-ಸಂಪಾತಿ ಇರುತ್ತವೆ. ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಎಂಬುದರ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಅಂತರ್ಮಧ್ಯ ಮತ್ತು ಪರಿಮಧ್ಯ ಎನ್ನುವರು. ಇದೂ ಸಹ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ.

ಕೃತಿ:

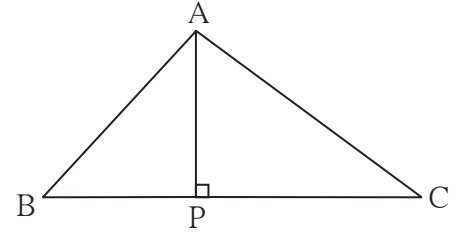
ಒಂದು ರೇಷೆ ತೆಗೆಯಿರಿ ರೇಷೆಯ ಹೊರಗೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಆ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಂದ ರೇಷೆಯ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

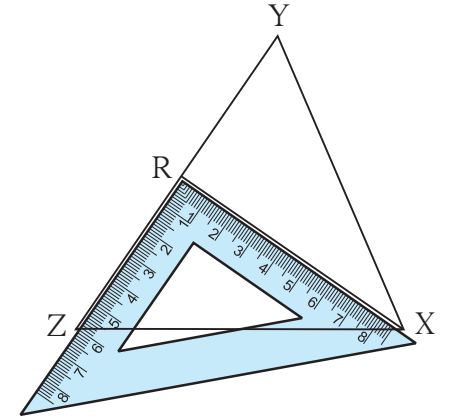
ಶಿರೋಲಂಬ (Altitude)

ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಂದ ಅದರ ಸಂಮುಖ ಭುಜದಮೇಲೆ ತೆಗೆದ ಲಂಬ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಲಂಬ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ΔABC ಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ AP ಇದು ತಳ BCಯ ಮೇಲಿನ ಶಿರೋಲಂಬ ಇದೆ.



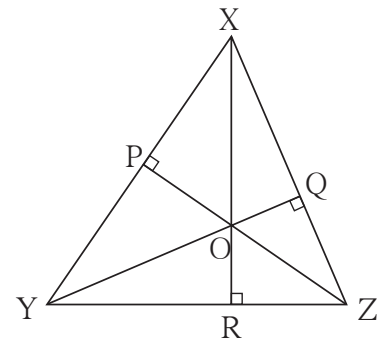
ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಲಂಬ ತೆಗೆಯುವುದು:

1. ΔXYZ ಇದು ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ತಳ YZದ ಎದುರಿನ Xದ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಂದ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದು YZನ್ನು ಎಲ್ಲಭೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಆ ಬಿಂದುವಿಗೆ R ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿರಿ. ರೇಖೆ XRಇದು ತಳ YZದ ಮೇಲಿನ ಶಿರೋಲಂಬ ಇದೆ.
3. ರೇಖೆ XZ ಇದು ತಳ ಎಂದು ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅದರ ಎದುರಿನ ಶಿರೋ ಬಿಂದು Yದಲ್ಲಿಂದ ರೇಖೆ XZದ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ಎಳೆಯಿರಿ. ರೇಖೆ YQ \perp ರೇಖೆ XZ.
4. ರೇಖೆ XY ಇದು ತಳ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಅದರ ಸಂಮುಖ ಶಿರೋ ಬಿಂದು Z ದಲ್ಲಿಂದ ರೇಖೆ XY ದ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ರೇಖೆ ZP \perp ರೇಖೆ XY.



ರೇಖೆ XR, ರೇಖೆ YQ, ರೇಖೆ ZP ಇದು ΔXYZ ಶಿರೋಲಂಬ ಇದೆ. ಈ ಮೂರು ಶಿರೋಲಂಬಗಳು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇರುತ್ತವೆ.

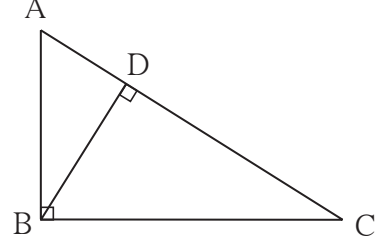
ಈ ಭೇದನಬಿಂದುವಿಗೆ ಶಿರೋಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಅಥವಾ ಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಹೀಗೆ ಎನ್ನುವರು. ಅದನ್ನು 'O' ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸುವರು.



ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಸ್ಥಾನ.

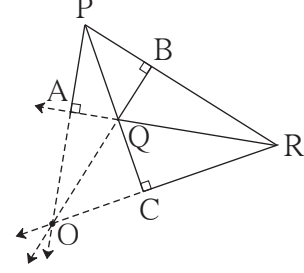
ಕೃತಿ I :

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಎಲ್ಲ ಶಿರೋಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ ಅವು ಯಾವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡುವವು ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



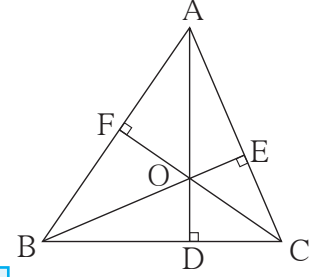
ಕೃತಿ II :

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮೂರೂ ಶಿರೋಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಕೂಡುತ್ತವೆಯೇ? ಈ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡುವ ರೇಷ್ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿಯ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೋಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.



ಕೃತಿ III :

ΔABC ಈ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಎಲ್ಲ ಶಿರೋಲಂಬಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಲಂಬ ಸಂಪಾತದ ಸ್ಥಾನ ಎಲ್ಲಿ ಇದೆ ಅದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಲಂಬ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿಂದ ಹೋಗುತ್ತವೆ ಅಂದರೆ ಈ ಶಿರೋಲಂಬ ಏಕಸಂಪಾತಿ (Concurrent) ಇರುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು (Orthocentre) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅದು 'O' ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ.

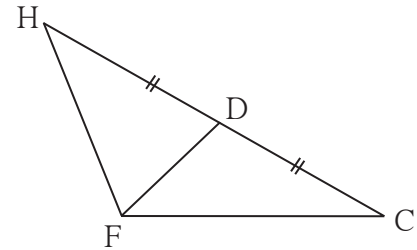
- ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಇದು ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿನ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತದೆ.
- ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಇದು ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.
- ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಸಂಪಾತಬಿಂದು ಇದು ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಅಂತರ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.



ಮಧ್ಯಗಾಮಿ (Median)

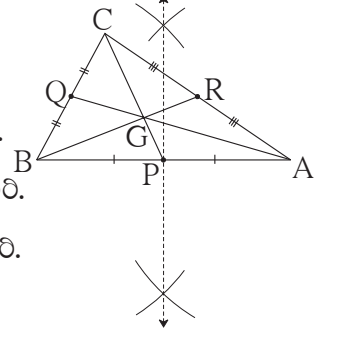
ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಬಿಂದು ಮತ್ತು ಸಂಮುಖ ಭುಜದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಆಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಎನ್ನುವರು

ΔHCF ದಲ್ಲಿ ರೇಖೆ FD ಇದು ತಳ HCದ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಇದೆ.



ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ತೆಗೆಯುವುದು:

1. ΔABC ತೆಗೆಯಿರಿ.
 2. ಭುಜ ABಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ದೊರಕಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ P ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ ರೇಖೆ CP ತೆಗೆಯಿರಿ.
 3. ಭುಜ BCಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ದೊರಕಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ Q ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ ರೇಖೆ AQ ತೆಗೆಯಿರಿ.
 4. ಭುಜ ACಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ದೊರಕಿಸಿ ಅದಕ್ಕೆ R ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ ರೇಖೆ BR ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ΔABC ಯ ರೇಖೆ PC, ರೇಖೆ QA, ರೇಖೆ BR ಇವು ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳಿವೆ.



ಅವು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇವೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ ಎನ್ನುವರು. ಅದನ್ನು G ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಕೃತಿ IV : ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.

ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಯ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿನ ಗುಣಧರ್ಮ

- ΔABC ಇದು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ΔABC ಯ ಎಲ್ಲ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ΔABC ಯ ರೇಖೆ AR, ರೇಖೆ CP ಮತ್ತು ರೇಖೆ BQ ಈ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ G ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದಳತೆಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ಬಿಟ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಈ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ G ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದಳತೆಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ಬಿಟ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

$l(AG) =$ <input type="text"/>	$l(GR) =$ <input type="text"/>	$l(AG) : (GR) =$ <input type="text"/> :
$l(BG) =$ <input type="text"/>	$l(GQ) =$ <input type="text"/>	$l(BG) : (GQ) =$ <input type="text"/> :
$l(CG) =$ <input type="text"/>	$l(GP) =$ <input type="text"/>	$l(CG) : (GP) =$ <input type="text"/> :

ಈ ಎಲ್ಲ ಗುಣೋತ್ತರಗಳು 2:1 ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.



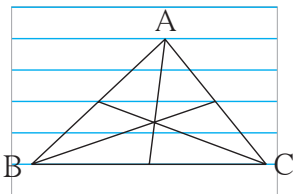
ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ

ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ (Centroid) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅದನ್ನು G ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ G ಸ್ಥಾನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅಂತರ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಸಂಪಾತಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಧ್ಯಗಾಮಿಯು 2:1

ಈ ಗುಣೋತ್ತರದಲ್ಲಿ ವಿಭಜನೆ ಆಗುವುದು.



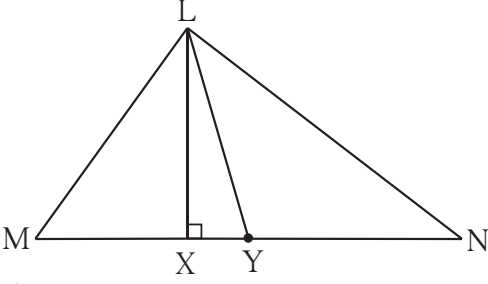
ಬನ್ನಿ ಚರ್ಚಿಸೋಣ



ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ನೋಟ ಬುಕ್ಕಿನ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಐದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ವಿಚಾರಮಾಡಿ ΔABC ತೆಗೆದನು ಮತ್ತು ಬದಿಗೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ G ಇದು ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿದರೆ. G ಯ ಸ್ಥಾನ ಸರಿ ಇದೆಯೇ ಹೇಗೆ ನಿಶ್ಚಯಿಸುವಿರಿ?

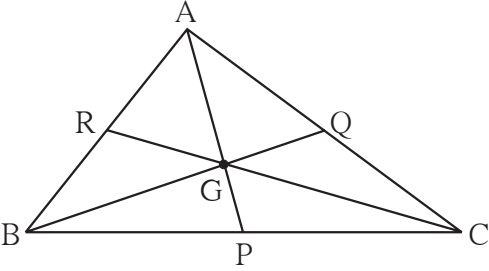
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 4.1

1.



ΔLMN ದಲ್ಲಿ ಇದು ಶಿರೋಲಂಬ ಇದೆ. ಮತ್ತು ಇದು ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಇದೆ. (ಬಿಟ್ಟಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ರೇಖಾಖಂಡದ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ.)

2. ΔPQR ಇದು ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಮೂರು ಶಿರೋಲಂಬಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ 'O' ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೋಡಿರಿ.
3. ΔSTV ಇದು ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ ತೋರಿಸಿರಿ.
4. ΔLMN ಈ ಬಿಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಎಲ್ಲ ಶಿರೋಲಂಬಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು O ದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.
5. ΔXYZ ಈ ಬಿಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸಂಪಾತಬಿಂದು G ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.
6. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿರಿ. ಅದರ ಎಲ್ಲ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಶಿರೋಲಂಬಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುಬಗ್ಗೆ ನಿಮ್ಮ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಬರೆಯಿರಿ.
7. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.



ΔABC ಯ G ಇದು ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಇದೆ.
 (1) ಒಂದುವೇಳೆ $l(RG) = 2.5$ ಇದ್ದರೆ $l(GC) = \dots\dots$
 (2) ಒಂದುವೇಳೆ $l(BG) = 6$ ಇದ್ದರೆ $l(BQ) = \dots\dots$
 (3) ಒಂದುವೇಳೆ $l(AP) = 6$ ಇದ್ದರೆ $l(AG) = \dots\dots$ ಮತ್ತು $l(GP) = \dots\dots$



ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ

- (I) : ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಪರಿಕೇಂದ್ರ (C), ಅಂತರ ವರ್ತುಳಕೇಂದ್ರ (I), ಮಧ್ಯ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು (G) ಮತ್ತು ಶಿರೋಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು (O) ತೆಗೆಯಿರಿ. ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಬರೆಯಿರಿ.
- (II): ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತಬಿಂದು ಶಿರೋಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು, ಪರಿಕೇಂದ್ರ, ಅಂತರ ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರ ಇವು ಏಕರೇಷೆಯ ಇವೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ಹಾಕಿ ನೋಡಿರಿ.

kkk

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 4.1

1. ರೇಖೆ LX ಮತ್ತು- ರೇಖೆ LY

7. (1) 5, (2) 9, (3) 4, 2



5

ವಿಸ್ತಾರದ ಸೂತ್ರಗಳು



ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ, ನಾವು ಮುಂದಿನ ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ.

$$(i) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (ii) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(iii) (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ಮೇಲಿನ ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.

$$(i) (x + 2y)^2 = x^2 + \boxed{} + 4y^2$$

$$(ii) (2x - 5y)^2 = \boxed{} - 20xy + \boxed{}$$

$$(iii) (101)^2 = (100 + 1)^2 = \boxed{} + \boxed{} + 1^2 = \boxed{}$$

$$(iv) (98)^2 = (100 - 2)^2 = 10000 - \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

$$(v) (5m + 3n)(5m - 3n) = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{} - \boxed{}$$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಕೃತಿ : ಆಯತ ಹಾಗೂ ಚೌರಸ ಇವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದ ಸಹಾಯದಿಂದ $(x + a)(x + b)$ ಇದರ ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

	x	b	
x	x^2	xb	
a	ax	ab	

$$= x \frac{x}{x} x + a \frac{}{x} + \frac{}{b} x + a \frac{}{b}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

(I) $(x + a)(x + b)$ ದ ವಿಸ್ತಾರ [Expansion of $(x + a)(x + b)$]

$(x + a)$ ಹಾಗೂ $(x + b)$ ಇದು ಒಂದು ಸಮಾನ ಪದ ಇರುವ ದ್ವಿಪದಿ ಇವೆ ಈ ದ್ವಿಪದಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡೋಣ

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore \boxed{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$$

ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾ. (1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + (2 \times 3) = x^2 + 5x + 6$

ಉದಾ. (2) $(y + 4)(y - 3) = y^2 + (4 - 3)y + (4) \times (-3) = y^2 + y - 12$

ಉದಾ. (3) $(2a + 3b)(2a - 3b) = (2a)^2 + [(3b) + (-3b)]2a + [3b \times (-3b)]$
 $= 4a^2 + 0 \times 2a - 9b^2 = 4a^2 - 9b^2$

ಉದಾ. (4) $\left(m + \frac{3}{2}\right)\left(m + \frac{1}{2}\right) = m^2 + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)m + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = m^2 + 2m + \frac{3}{4}$

ಉದಾ. (5) $(x - 3)(x - 7) = x^2 + (-3 - 7)x + (-3)(-7) = x^2 - 10x + 21$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.1

1. ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

(1) $(a + 2)(a - 1)$

(2) $(m - 4)(m + 6)$

(3) $(p + 8)(p - 3)$

(4) $(13 + x)(13 - x)$

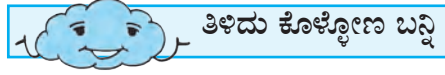
(5) $(3x + 4y)(3x + 5y)$

(6) $(9x - 5t)(9x + 3t)$

(7) $\left(m + \frac{2}{3}\right)\left(m - \frac{7}{3}\right)$

(8) $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

(9) $\left(\frac{1}{y} + 4\right)\left(\frac{1}{y} - 9\right)$



(II) $(a + b)^3$ ದ ವಿಸ್ತಾರ [Expansion of $(a + b)^3$]

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

$$\therefore (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ಈ ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಬಿಡಿಸಿದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ

ಉದಾ. (1) $(x + 3)^3$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $a = x$ ಮತ್ತು $b = 3$ ಇದೆ

$$\begin{aligned}\therefore (x + 3)^3 &= (x)^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times (3)^2 + (3)^3 \\ &= x^3 + 9x^2 + 27x + 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ಉದಾ. (2)} \quad (3x + 4y)^3 &= (3x)^3 + 3(3x)^2(4y) + 3(3x)(4y)^2 + (4y)^3 \\ &= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 4y + 3 \times 3x \times 16y^2 + 64y^3 \\ &= 27x^3 + 108x^2y + 144xy^2 + 64y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ಉದಾ. (3)} \quad \left(\frac{2m}{n} + \frac{n}{2m}\right)^3 &= \left(\frac{2m}{n}\right)^3 + 3\left(\frac{2m}{n}\right)^2\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n}{2m}\right)^2 + \left(\frac{n}{2m}\right)^3 \\ &= \frac{8m^3}{n^3} + 3\left(\frac{4m^2}{n^2}\right)\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n^2}{4m^2}\right) + \frac{n^3}{8m^3} \\ &= \frac{8m^3}{n^3} + \frac{6m}{n} + \frac{3n}{2m} + \frac{n^3}{8m^3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ಉದಾ. (4)} \quad (41)^3 &= (40 + 1)^3 = (40)^3 + 3 \times (40)^2 \times 1 + 3 \times 40 \times (1)^2 + (1)^3 \\ &= 64000 + 4800 + 120 + 1 = 68921\end{aligned}$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.2

1. ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

$$\begin{array}{llll}(1) (k + 4)^3 & (2) (7x + 8y)^3 & (3) (7 + m)^3 & (4) (52)^3 \\ (5) (101)^3 & (6) \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 & (7) \left(2m + \frac{1}{5}\right)^3 & (8) \left(\frac{5x}{y} + \frac{y}{5x}\right)^3\end{array}$$

ಟಿಪ್ಪಣಿ : a ಹಾಗೂ b ಭುಜ ಇರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘನ ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಅಗಲ a ಮತ್ತು ಎತ್ತರ b ಈ ರೀತಿಯ 3 ಇಷ್ಟೀಕಾಚಿತಿ ಅದರಂತೆ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಅಗಲ b ಮತ್ತು ಎತ್ತರ a ಈ ರೀತಿಯ 3 ಇಷ್ಟೀಕಾಚಿತಿ ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಈ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಯೋಗ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ $(a + b)$ ಭುಜ ಇರುವ ಘನ ತಯಾರಿಸಿರಿ.



(III) $(a - b)^3$ ದ ವಿಸ್ತಾರ [Expansion of $(a - b)^3$]

$$\begin{aligned}(a - b)^3 &= (a - b)(a - b)(a - b) = (a - b)(a - b)^2 \\ &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)\end{aligned}$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\therefore \boxed{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

ಉದಾ. (1) ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ $(x - 2)^3$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{ಇಲ್ಲಿ } a = x \text{ ಮತ್ತು } b = 2 \text{ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು}$$

$$(x - 2)^3 = (x)^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

ಉದಾ. (2) $(4p - 5q)^3$ ಇದರ ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

$$(4p - 5q)^3 = (4p)^3 - 3(4p)^2(5q) + 3(4p)(5q)^2 - (5q)^3$$

$$(4p - 5q)^3 = 64p^3 - 240p^2q + 300pq^2 - 125q^3$$

ಉದಾ. (3) ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು 99 ರ ಘನ ಮಾಡಿರಿ. $(99)^3 = (100 - 1)^3$

$$(99)^3 = (100)^3 - 3 \times (100)^2 \times 1 + 3 \times 100 \times (1)^2 - 1^3$$

$$= 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 9,70,299$$

ಉದಾ. (4) ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

$$(i) (p + q)^3 + (p - q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$$

$$= 2p^3 + 6pq^2$$

$$(ii) (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$$

$$= [(2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3]$$

$$- [(2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3]$$

$$= (8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3) - (8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3)$$

$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - 8x^3 + 36x^2y - 54xy^2 + 27y^3$$

$$= 72x^2y + 54y^3 = 18y(4x^2 + 3y^2)$$



ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು

$$(i) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(ii) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

1. ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

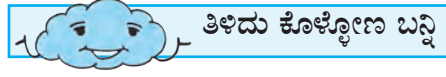
$$(1) (2m - 5)^3 \quad (2) (4 - p)^3 \quad (3) (7x - 9y)^3 \quad (4) (58)^3$$

$$(5) (198)^3 \quad (6) \left(2p - \frac{1}{2p}\right)^3 \quad (7) \left(1 - \frac{1}{a}\right)^3 \quad (8) \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^3$$

2. ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

$$(1) (2a + b)^3 - (2a - b)^3 \quad (2) (3r - 2k)^3 + (3r + 2k)^3$$

$$(3) (4a - 3)^3 - (4a + 3)^3 \quad (4) (5x - 7y)^3 + (5x + 7y)^3$$



(IV) $(a + b + c)^2$ ದ ವಿಸ್ತಾರ [Expansion of $(a + b + c)^2$]

$$(a + b + c)^2 = (a + b + c) \times (a + b + c)$$

$$= a(a + b + c) + b(a + b + c) + c(a + b + c)$$

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \quad \text{ಈ ಸೂತ್ರ ದೊರೆಯುವುದು}$$

ಉದಾ. (1) ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ $(p + q + 3)^2$

$$= p^2 + q^2 + (3)^2 + 2 \times p \times q + 2 \times q \times 3 + 2 \times p \times 3$$

$$= p^2 + q^2 + 9 + 2pq + 6q + 6p = p^2 + q^2 + 2pq + 6q + 6p + 9$$

ಉದಾ. (2) ವರ್ಗ ವಿಸ್ತಾರದ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿಯ ಚೌಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.

$$(2p + 3m + 4n)^2$$

$$= (2p)^2 + (3m)^2 + \square + 2 \times 2p \times 3m + 2 \times \square \times 4n + 2 \times 2p \times \square$$

$$= \square + 9m^2 + \square + 12pm + \square + \square$$

ಉದಾ. (3) ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ. $(l + 2m + n)^2 + (l - 2m + n)^2$

$$= l^2 + 4m^2 + n^2 + 4lm + 4mn + 2ln + l^2 + 4m^2 + n^2 - 4lm - 4mn + 2ln$$

$$= 2l^2 + 8m^2 + 2n^2 + 4ln$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.4

- ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ (1) $(2p + q + 5)^2$ (2) $(m + 2n + 3r)^2$
(3) $(3x + 4y - 5p)^2$ (4) $(7m - 3n - 4k)^2$
- ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ. (1) $(x - 2y + 3)^2 + (x + 2y - 3)^2$
(2) $(3k - 4r - 2m)^2 - (3k + 4r - 2m)^2$ (3) $(7a - 6b + 5c)^2 + (7a + 6b - 5c)^2$

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

- ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.1 (1) $a^2 + a - 2$ (2) $m^2 + 2m - 24$ (3) $p^2 + 5p - 24$
(4) $169 - x^2$ (5) $9x^2 + 27xy + 20y^2$ (6) $81x^2 - 18xt - 15t^2$
(7) $m^2 - \frac{5}{3}m - \frac{14}{9}$ (8) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (9) $\frac{1}{y^2} - \frac{5}{y} - 36$

- ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.2 (1) $k^3 + 12k^2 + 48k + 64$ (2) $343x^3 + 1176x^2y + 1344xy^2 + 512y^3$
(3) $343 + 147m + 21m^2 + m^3$ (4) 140608 (5) 1030301
(6) $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ (7) $8m^3 + \frac{12m^2}{5} + \frac{6m}{25} + \frac{1}{125}$
(8) $\frac{125x^3}{y^3} + \frac{15x}{y} + \frac{3y}{5x} + \frac{y^3}{125x^3}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.3

- (1) $8m^3 - 60m^2 + 150m - 125$ (2) $64 - 48p + 12p^2 - p^3$
(3) $343x^3 - 1323x^2y + 170xy^2 + 729y^3$ (4) 1,95,112
(5) 77,62,392 (6) $8p^3 - 6p + \frac{3}{2p} - \frac{1}{8p^3}$
(7) $1 - \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^3}$ (8) $\frac{x^3}{27} - x + \frac{9}{x} - \frac{27}{x^3}$
- (1) $24a^2b + 2b^3$ (2) $54r^3 + 72rk^2$
(3) $-288a^2 - 54$ (4) $250x^3 + 1470xy^2$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 5.4

- (1) $4p^2 + q^2 + 25 + 4pq + 10q + 20p$
(2) $m^2 + 4n^2 + 9r^2 + 4mn + 12nr + 6mr$
(3) $9x^2 + 16y^2 + 25p^2 + 24xy - 40py - 30px$
(4) $49m^2 + 9n^2 + 16k^2 - 42mn + 24nk - 56km$
- (1) $2x^2 + 8y^2 + 18 - 24y$ (2) $32rm - 48kr$
(3) $98a^2 + 72b^2 + 50c^2 - 120bc$



6

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವಗಳು



ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ $ax + ay$ ಮತ್ತು $a^2 - b^2$ ಈ ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ಹೇಗೆ ಸಿಗುವುದು ಎಂಬುದರ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, (1) $4xy + 8xy^2 = 4xy(1 + 2y)$

(2) $p^2 - 9q^2 = (p)^2 - (3q)^2 = (p + 3q)(p - 3q)$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ವರ್ಗ ತ್ರಿಪದಿಯ ಅವಯವಗಳು (Factors of a quadratic trinomial)

$a x^2 + bx + c$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಬೈಜಿಕ-ರಾಶಿಗೆ ವರ್ಗ ತ್ರಿಪದಿ ಎನ್ನುವರು.

ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದ ಪ್ರಕಾರ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore x^2 + (a + b)x + ab$ ಯ $(x + a)$ ಮತ್ತು $(x + b)$ ಇವು ಅವಯವಗಳಿವೆ

$x^2 + 5x + 6$ ಈ ತ್ರಿಪದಿಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ, ಅದರ ತುಲನೆ $x^2 + (a + b)x + ab$

ಈ ತ್ರಿಪದಿಯೊಂದಿಗೆ ಮಾಡಿ, $a + b = 5$ ಮತ್ತು $ab = 6$. ಆದ್ದರಿಂದ 6ರ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಹೀಗೆಂದರೆ, ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು 5 ಬರುವಂತೆ, ಮತ್ತು ತ್ರಿಪದಿ $x^2 + (a + b)x + ab$ ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು. ಅದರ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವಾ)

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 6 &= x^2 + (3 + 2)x + 3 \times 2 && \dots\dots\dots x^2 + (a + b)x + ab \\ &= \underline{x^2 + 3x} + \underline{2x + 2 \times 3} && \dots\dots\dots (3 + 2)\text{ಗೆ } x \text{ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದ ನಾಲ್ಕು} \\ &&& \text{ಪದಗಳ ಎರಡು ಗುಂಪು ಮಾಡಿ ಅವಯವ ದೊರಕಿಸುವಾ} \\ &= x(x + 3) + 2(x + 3) && = (x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

ಕೊಟ್ಟ ವರ್ಗ ತ್ರಿಪದಿಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರಿ.

ಉದಾ. (1) $2x^2 - 9x + 9$ ರ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : ವರ್ಗ ಪದದ ಸಹಗುಣಕ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಪದ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡೋಣ ಆ ಗುಣಾಕಾರ $2 \times 9 = 18$ ಇದೆ.

ಈಗ 18ರ ಹೀಗೆ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು ಅವುಗಳ

ಬೇರೀಜು ಮಧ್ಯ ಪದದ ಸಹಗುಣಕದಷ್ಟು ಅಂದರೆ -9 ಬರಬೇಕು.

$18 = (-6) \times (-3) ; (-6) + (-3) = -9$

-9x ಈ ಪದ -6x - 3x ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವಾ

$$\begin{aligned} 2x^2 - 9x + 9 &= 2x^2 - 6x - 3x + 9 \\ &= \underline{2x^2 - 6x} - \underline{3x + 9} \\ &= 2x(x - 3) - 3(x - 3) \\ &= (x - 3)(2x - 3) \end{aligned}$$

$\therefore 2x^2 - 9x + 9 = (x - 3)(2x - 3)$

ಉದಾ. (2) $2x^2 + 5x - 18$ ರ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $2x^2 + 5x - 18$

$$= \underline{2x^2 + 9x} - \underline{4x - 18}$$

$$= x(2x + 9) - 2(2x + 9)$$

$$= (2x + 9)(x - 2)$$

ಉದಾ. (3) $x^2 - 10x + 21$ ರ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $x^2 - 10x + 21$

$$= \underline{x^2 - 7x} - \underline{3x + 21}$$

$$= x(x - 7) - 3(x - 7)$$

$$= (x - 7)(x - 3)$$

ಉದಾ. (4) $2y^2 - 4y - 30$ ಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $2y^2 - 4y - 30$

$$= 2(y^2 - 2y - 15) \quad \dots\dots\dots \text{ಎಲ್ಲ ಪದಗಳಲ್ಲಿಯೂ 2 ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಯವ ತೆಗೆದು}$$

$$= 2(y^2 - 5y + 3y - 15) \quad \dots\dots\dots$$

$$= 2[y(y - 5) + 3(y - 5)]$$

$$= 2(y - 5)(y + 3)$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.1

1. ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(1) $x^2 + 9x + 18$

(2) $x^2 - 10x + 9$

(3) $y^2 + 24y + 144$

(4) $5y^2 + 5y - 10$

(5) $p^2 - 2p - 35$

(6) $p^2 - 7p - 44$

(7) $m^2 - 23m + 120$

(8) $m^2 - 25m + 100$

(9) $3x^2 + 14x + 15$

(10) $2x^2 + x - 45$

(11) $20x^2 - 26x + 8$

(12) $44x^2 - x - 3$



$a^3 + b^3$ ದ ಅವಯವಗಳು (Factors of $a^3 + b^3$)

ಇದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

ಬಲಬದಿಯ ರಾಶಿಯಿಂದ $3ab$ ಸಾಮಾನ್ಯ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು. ಈ ವಿಸ್ತಾರದ ಸೂತ್ರದ ಮಂಡಣೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು.

ಈಗ, $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3 \dots\dots\dots$ ಬದಿಗಳ ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = [(a + b)(a + b)^2] - 3ab(a + b)$

$= (a + b)[(a + b)^2 - 3ab] = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab)$

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

ಎರಡು ಘನಗಳ ಬೇರೀಜುಗಳ ಅವಯವಗಳ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗಮಾಡಿ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

ಉದಾ. (1) $x^3 + 27y^3 = x^3 + (3y)^3$

$$= (x + 3y) [x^2 - x(3y) + (3y)^2]$$

$$= (x + 3y) [x^2 - 3xy + 9y^2]$$

ಉದಾ. (2) $8p^3 + 125q^3 = (2p)^3 + (5q)^3 = (2p + 5q) [(2p)^2 - 2p \times 5q + (5q)^2]$

$$= (2p + 5q) (4p^2 - 10pq + 25q^2)$$

ಉದಾ. (3) $m^3 + \frac{1}{64m^3} = m^3 + \left(\frac{1}{4m}\right)^3 = \left(m + \frac{1}{4m}\right) \left[m^2 - m \times \frac{1}{4m} + \left(\frac{1}{4m}\right)^2\right]$

$$= \left(m + \frac{1}{4m}\right) \left(m^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16m^2}\right)$$

ಉದಾ. (4) $250p^3 + 432q^3 = 2(125p^3 + 216q^3)$

$$= 2[(5p)^3 + (6q)^3] = 2(5p + 6q) (25p^2 - 30pq + 36q^2)$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.2

1. ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ. (1) $x^3 + 64y^3$ (2) $125p^3 + q^3$ (3) $125k^3 + 27m^3$ (4) $2l^3 + 432m^3$
 (5) $24a^3 + 81b^3$ (6) $y^3 + \frac{1}{8y^3}$ (7) $a^3 + \frac{8}{a^3}$ (8) $1 + \frac{q^3}{125}$



$a^3 - b^3$ ರ ಅವಯವಗಳು (Factors of $a^3 - b^3$)

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

ಈಗ, $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = (a - b)^3$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= [(a - b)(a - b)^2 + 3ab(a - b)]$$

$$= (a - b) [(a - b)^2 + 3ab]$$

$$= (a - b) (a^2 - 2ab + b^2 + 3ab)$$

$$= (a - b) (a^2 + ab + b^2)$$

$$\therefore \boxed{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}$$

ಎರಡು ಘನಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯ ಅವಯವ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಲವು ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವಾ.

ಉದಾ. (1) $x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$

$$\therefore x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$$

$$= (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$$

ಉದಾ. (2) $27p^3 - 125q^3 = (3p)^3 - (5q)^3 = (3p - 5q)(9p^2 + 15pq + 25q^2)$

ಉದಾ. (3) $54p^3 - 250q^3 = 2[27p^3 - 125q^3] = 2[(3p)^3 - (5q)^3]$

$$= 2(3p - 5q)(9p^2 + 15pq + 25q^2)$$

ಉದಾ. (4) $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right) \left(a^2 + 1 + \frac{1}{a^2}\right)$

ಉದಾ. (5) ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3)$

ಉತ್ತರ : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - a^3 + b^3 = -3a^2b + 3ab^2$

ಉದಾ. (6) ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ : $(2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

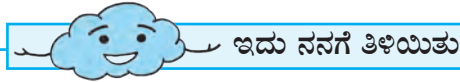
ಉತ್ತರ : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

$$\therefore (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$$

$$= [(2x + 3y) - (2x - 3y)][(2x + 3y)^2 + (2x + 3y)(2x - 3y) + (2x - 3y)^2]$$

$$= [2x + 3y - 2x + 3y][4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4x^2 - 9y^2 + 4x^2 - 12xy + 9y^2]$$

$$= 6y(12x^2 + 9y^2) = 72x^2y + 54y^3 = 72x^2y + 54y^3$$



(i) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ (ii) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.3

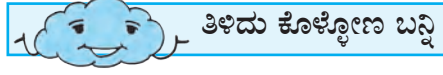
1. ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ. (1) $y^3 - 27$ (2) $x^3 - 64y^3$ (3) $27m^3 - 216n^3$ (4) $125y^3 - 1$

(5) $8p^3 - \frac{27}{p^3}$ (6) $343a^3 - 512b^3$ (7) $64x^3 - 729y^3$ (8) $16a^3 - \frac{128}{b^3}$

2. ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ. (1) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ (2) $(3a + 5b)^3 - (3a - 5b)^3$

(3) $(a + b)^3 - a^3 - b^3$ (4) $p^3 - (p + 1)^3$

(5)* $(3xy - 2ab)^3 - (3xy + 2ab)^3$



ಗುಣೋತ್ತರೀಯ ಬೈಜಿಕ-ರಾಶಿಗಳು (Rational algebraic expressions)

A ಮತ್ತು B ಈ ಎರಡು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳಿದ್ದರೆ $\frac{A}{B}$ ಈ ರಾಶಿಗೆ ಗುಣೋತ್ತರೀಯ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿ ಎನ್ನುವರು. ಗುಣೋತ್ತರೀಯ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಸರಳ ರೂಪ. ಕೊಡುವಾಗ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಇತ್ಯಾದಿ ಕ್ರಿಯೆಗಳು, ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಂತೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಛೇದ ಅಥವಾ ಭಾಜಕ ಶೂನ್ಯ ವಿರುವದಿಲ್ಲ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

ಉದಾ. (1) ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ $\frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12} \times \frac{a-4}{a^2-4}$

ಉತ್ತರ :
$$\begin{aligned} & \frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12} \times \frac{a-4}{a^2-4} \\ &= \frac{(a+3)(a+2)}{(a-4)(a+3)} \times \frac{(a-4)}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{1}{a-2} \quad (\because a \neq 2) \end{aligned}$$

ಉದಾ. (2) $\frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16} \times \frac{14x-8}{x+2}$

ಉತ್ತರ :
$$\begin{aligned} & \frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16} \times \frac{14x-8}{x+2} \\ &= \frac{(7x+4)(x+2)}{(7x+4)(7x-4)} \times \frac{2(7x-4)}{(x+2)} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ಉದಾ. (3) ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ $\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3}, x \neq 3y$

ಉತ್ತರ :
$$\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3} = \frac{(x+3y)(x-3y)}{(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)} = \frac{x+3y}{x^2+3xy+9y^2}$$

ಉದಾಹರಣೆ ಸಂಗ್ರಹ 6.4

1. ಸರಳ ರೂಪ ಮಾಡಿರಿ.

(1) $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2} \times \frac{m^2+mn+n^2}{m^3-n^3}$

(2) $\frac{a^2+10a+21}{a^2+6a-7} \times \frac{a^2-1}{a+3}$

(3) $\frac{8x^3-27y^3}{4x^2-9y^2}$

(4) $\frac{x^2-5x-24}{(x+3)(x+8)} \times \frac{x^2-64}{(x-8)^2}$

(5) $\frac{3x^2-x-2}{x^2-7x+12} \div \frac{3x^2-7x-6}{x^2-4}$

(6) $\frac{4x^2-11x+6}{16x^2-9}$

(7) $\frac{a^3-27}{5a^2-16a+3} \div \frac{a^2+3a+9}{25a^2-1}$

(8) $\frac{1-2x+x^2}{1-x^3} \times \frac{1+x+x^2}{1+x}$



ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.1

1. (1) $(x + 6)(x + 3)$ (2) $(x - 9)(x - 1)$ (3) $(y + 12)(y + 12)$
 (4) $5(y + 2)(y - 1)$ (5) $(p - 7)(p + 5)$ (6) $(p + 4)(p - 11)$
 (7) $(m - 15)(m - 8)$ (8) $(m - 20)(m - 5)$ (9) $(x + 3)(3x + 5)$
 (10) $(x + 5)(2x - 9)$ (11) $2(5x - 4)(2x - 1)$ (12) $(11x - 3)(4x + 1)$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.2

1. (1) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$ (2) $(5p + q)(25p^2 - 5pq + q^2)$
 (3) $(5k + 3m)(25k^2 - 15km + 9m^2)$ (4) $2(l + 6m)(l^2 - 6lm + 36m^2)$
 (5) $3(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ (6) $\left(y + \frac{1}{2y}\right)\left(y^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4y^2}\right)$
 (7) $\left(a + \frac{2}{a}\right)\left(a^2 - 2 + \frac{4}{a^2}\right)$ (8) $\left(1 + \frac{q}{5}\right)\left(1 - \frac{q}{5} + \frac{q^2}{25}\right)$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.3

1. (1) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$ (2) $(x - 4y)(x^2 + 4xy + 16y^2)$
 (3) $(3m - 6n)(9m^2 + 18mn + 36n^2)$ (4) $(5y - 1)(25y^2 + 5y + 1)$
 (5) $\left(2p - \frac{3}{p}\right)\left(4p^2 + 6 - \frac{9}{p^2}\right)$ (6) $(7a - 8b)(49a^2 + 56ab + 64b^2)$
 (7) $(4x - 9y)(16x^2 + 36xy + 81y^2)$ (8) $16\left(a - \frac{2}{b}\right)\left(a^2 + \frac{2a}{b} + \frac{4}{b^2}\right)$
2. (1) $6x^2y + 2y^3$ (2) $270a^2b + 250b^3$ (3) $3a^2b + 3ab^2$
 (4) $-3p^2 - 3p - 1$ (5) $-108x^2y^2ab - 16a^3b^3$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 6.4

1. (1) $\frac{1}{m+n}$ (2) $a + 1$ (3) $\frac{4x^2 + 6xy + 9y^2}{2x + 3y}$
 (4) 1 (5) $\frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x-3)^2(x-4)}$
 (6) $\frac{x-2}{4x+3}$ (7) $5a + 1$ (8) $\frac{1-x}{1+x}$





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಒಂದು ಡರೂನ ವಹಿಗಳ ಬೆಲೆ 240 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದರೆ 3 ವಹಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? 9 ವಹಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? 24 ವಹಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? 50 ವಹಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಇದನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (x)	12	3	9	24	50	1
ಬೆಲೆ (ರೂಪಾಯಿಗಳು) (y)	240	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text" value="20"/>

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ತಿಳಿದು ಬರುವುದೇನೆಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (x) ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ (y) ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ $\frac{1}{20}$ ಇದೆ ಅದು ಸ್ಥಿರ ಇದೆ. ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ. ಇಂತಹ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡರ ಪೈಕಿ-ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುವದು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಸಮ ಚಲನ (Direct variation)

x ಮತ್ತು y ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು x ಮತ್ತು y ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಅಥವಾ x ಮತ್ತು y ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಚಲನ ಇದೆ ಎಂದು ಬರೆಯಲು ಬರುವದು. ಅದರಂತೆ ಇದೇ ವಿಧಾನ ಚಿಹ್ನೆಯ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ $x \propto y$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಲು ಬರುವದು.

[\propto (ಅಲ್ಟಾ) ಇದನ್ನು ಚಲನ ಈ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರ ಇದೆ.]

$x \propto y$ ಇದನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ $x = ky$ ಎಂದು ಬರೆಯುವರು; ಇಲ್ಲಿ k ಸ್ಥಿರಪದ ಇದೆ.

$x = ky$ ಅಥವಾ $\frac{x}{y} = k$ ಈ ಮಂಡನೆ ಚಲನದ ಸಮೀಕರವಿದೆ k ಇದು ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇದೆ.

ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚಲನದ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯುವರು. ಅದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

(i) ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗದೊಂದಿಗೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = A , ತ್ರಿಜ್ಯ = r ಈ ಚಲನದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ವಿಧಾನ $A \propto r^2$ ಎಂದು ಬರೆಯುವರು.

(ii) ದ್ರವದ ಒತ್ತಡ (p) ದು ಆ ದ್ರವದ ಆಳದೊಂದಿಗೆ (d) ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನ $p \propto d$ ಎಂದು ಬರೆಯುವರು.

ಸಮಚಲನದ ಚಿಹ್ನೆಯಲ್ಲಿಯ ಮಂಡನೆಯಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರಿ.

ಉದಾ. (1) x ಇದು y ದೊಂದಿಗೆ ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ ಇದೆ, $x = 5$ ಇದ್ದಾಗ $y = 30$, ಇದ್ದರೆ, ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ತೆಗೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಚಲನದ ಸಮೀಕರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : x ಇದು y ದೊಂದಿಗೆ ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ ಇದೆ, ಅಂದರೆ $x \propto y$

$\therefore x = ky$ k ಇದು ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇದೆ.

$x = 5$ ಇದ್ದಾಗ $y = 30$ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

$\therefore 5 = k \times 30 \therefore k = \frac{1}{6}$ (ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ)

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $x = ky$ ಅಂದರೆ $x = \frac{y}{6}$ ಅಥವಾ $y = 6x$ ಈ ಸಮೀಕರಣ ದೊರೆಯುವದು.

ಉದಾ. (2) ನೆಲ ಗಡಲೆಯ ಬೆಲೆ ಅದರ ತೂಕದ ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ 5 ಕಿ.ಗ್ರಾ ನೆಲಗಡಲೆಯ ಬೆಲೆ ₹ 450

ಇದ್ದರೆ, 1 ಕ್ವಿಂಟಲ್ ನೆಲಗಡಲೆಯ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ (1 ಕ್ವಿಂಟಲ್ = 100 ಕಿ.ಗ್ರಾ)

ಉತ್ತರ : ನೆಲಗಡಲೆಯ ಬೆಲೆ x ಮತ್ತು ನೆಲಗಡಲೆಯ ತೂಕ y ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

x ಹಾಗೂ y ಇವು ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $x \propto y$ ಅಥವಾ $x = ky$

ಅದರ $x = 450$ ಇದ್ದಾಗ $y = 5$ ಇರುತ್ತದೆ ಇದನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ k ತೆಗೆಯೋಣ

$x = ky \therefore 450 = 5k \therefore k = 90$

ಈಗ $\therefore y = 100$ ಇದ್ದರೆ $x = 90 \times 100 = 9000$

\therefore 1 ಕ್ವಿಂಟಲ ನೆಲಗಡಲೆಯ ಬೆಲೆ 9000 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವದು,

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.1

1. ಚಲನದ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(1) ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ (c) ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯದೊಂದಿಗೆ (r) ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

(2) ಮೋಟಾರಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದ ಪೆಟ್ರೋಲ (l) ಹಾಗೂ ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ (d) ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ

2. ಸೇಬು ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ ಹಾಗೂ ಸೇಬು ಹಣ್ಣಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಚಲನ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಸೇಬು ಹಣ್ಣಿನ ಸಂಖ್ಯೆ (x)	1	4	...	12	...
ಸೇಬು ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ (y)	8	32	56	...	160

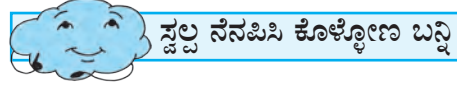
3. ಒಂದುವೇಳೆ $m \propto n$ ಮತ್ತು $m = 154$ ಇದ್ದಾಗ $n = 7$, ಇದ್ದರೆ $n = 14$ ಇದ್ದಾಗ m ದ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

4. n ಇದು m ದೊಂದಿಗೆ ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

m	3	5	6.5	...	1.25
n	12	20	...	28	...

5. y ಇದು x ದ ವರ್ಗ ಮೂಲದ ಸಮ ಚಲನದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $x = 16$ ಇದ್ದಾಗ $y = 24$ ಇದ್ದರೆ, ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ತೆಗೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಚಲನದ ಸಮೀಕರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

6. ಸೋಯಾಬಿನದ ಬೆಳೆ ತೆಗೆಯಲು 4 ಜನ ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ ₹ 1000 ಕೂಲಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು. ಕೂಲಿಯ ಹಣ ಮತ್ತು ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಚಲನದಲ್ಲಿ 17 ಜನ ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಕೂಲಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು?



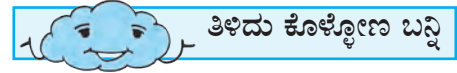
ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಕವಾಯತ ಸಲುವಾಗಿ ಹುಡುಗರ ಸಾಲು ಮಾಡಲಾಯಿತು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಸಾಲಿನಲ್ಲಿನ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ	40	10	24	12	8
ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	6	24	10	20	30

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಕಂಡು ಬರುವುದೇನೆಂದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಒಟ್ಟು ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ 240 ಇದೆ. ಅಂದರೆ ಈ ಗುಣಾಕಾರ ಸ್ಥಿರ ಇದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವು ವ್ಯಸ್ತಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ.

ಯಾವಾಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ, ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. ಆವಾಗ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆದರೆ, ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಆಗುವುದು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ (Inverse variation)

x ಮತ್ತು y ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ ಈ ವಿಧಾನ x ಮತ್ತು y ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದಲ್ಲಿವೆ, ಎಂದು ಬರೆಯುವರು. x ಮತ್ತು y ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $x \times y$ ಇದು ಸ್ಥಿರಪದ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕೆ k ಎಂದು ತಿಳಿದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಸರಳವಾಗುವುದು.

x ಮತ್ತು y ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದಲ್ಲಿವೆ ಇದನ್ನು $x \propto \frac{1}{y}$ ಎಂದು ತೋರಿಸುವುದು.

$x \propto \frac{1}{y}$ ಅಂದರೆ $x = \frac{k}{y}$ ಅಥವಾ $x \times y = k$ ಈ ಮಂಡನೆ ಚಲನದ ಸಮೀಕರಣ ಇದೆ. k ಇದು ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕವಿದೆ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) a ಇದು b ದೊಂದಿಗೆ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣಮಾಡಿರಿ.

a	6	12	15	...
b	20	4
$a \times b$	120	120

ಉತ್ತರ : (i) $a \propto \frac{1}{b}$ ಅಂದರೆ $a \times b = k$

$a = 6$ ಇದ್ದಾಗ $b = 20$ $\therefore k = 6 \times 20 = 120$

(ii) $a = 12$ ಇದ್ದಾಗ $b = ?$ $a \times b = 120$ $\therefore 12 \times b = 120$ $\therefore b = 10$	(iii) $a = 15$ ಇದ್ದಾಗ $b = ?$ $a \times b = 120$ $\therefore 15 \times b = 120$ $\therefore b = 8$	(iv) $b = 4$ ಇದ್ದಾಗ $a = ?$ $a \times b = 120$ $\therefore a \times 4 = 120$ $\therefore a = 30$
---	---	---

ಉದಾ. (2) $f \propto \frac{1}{d^2}$, $d = 5$ ಇದ್ದಾಗ $f = 18$

(i) $d = 10$ ಇದ್ದಾಗ f ದ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. (ii) $f = 50$ ಇದ್ದಾಗ d ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ: $f \propto \frac{1}{d^2} \quad \therefore f \times d^2 = k$, $d = 5$ ಇದ್ದಾಗ $f = 18$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ k ತೆಗೆಯೋಣ.
 $18 \times 5^2 = k \quad \therefore k = 18 \times 25 = 450$

(i) $d = 10$ ಇದ್ದಾಗ $f = ?$

$$f \times d^2 = 450$$

$$\therefore f \times 10^2 = 450$$

$$\therefore f \times 100 = 450$$

$$\therefore f = 4.5$$

(ii) $f = 50$, $d = ?$

$$f \times d^2 = 450$$

$$\therefore 50 \times d^2 = 450$$

$$\therefore d^2 = 9$$

$$\therefore d = 3 \text{ ಅಥವಾ } d = -3$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.2

1. ಒಂದು ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣ ವಾಗಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿವಸಗಳು ಇವುಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ	30	20		10	
ದಿವಸಗಳು	6	9	12		36

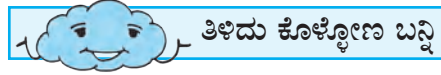
2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಚಲನದ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಹಾಗೂ ಚಲನದ ಸಮೀಕರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

(1) $p \propto \frac{1}{q}$; $p = 15$ ಇದ್ದಾಗ $q = 4$ (2) $z \propto \frac{1}{w}$; $z = 2.5$ ಇದ್ದಾಗ $w = 24$

(3) $s \propto \frac{1}{t^2}$; $s = 4$ ಇದ್ದಾಗ $t = 5$ (4) $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$; $x = 15$ ಇದ್ದಾಗ $y = 9$

3. ಸೇಬು ಹಣ್ಣಿನ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬುವುದಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 24 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ಎಲ್ಲವೂ ತುಂಬಲು 27 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು. ಒಂದುವೇಳೆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 36 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ಎಷ್ಟು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು?

4. ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚಲನದ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- (1) ಧ್ವನಿಯ ತರಗಾಂತರ (l) ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತತೆ (f) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ ಇರುತ್ತದೆ
- (2) ದೀಪದ ಪ್ರಕಾಶದ ತೀವ್ರತೆ (I) ಮತ್ತು ದೀಪ ಹಾಗೂ ಪರದೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರದ (d) ವರ್ಗ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ ಇರುತ್ತದೆ.
5. $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$ ಮತ್ತು $x = 40$ ಇದ್ದಾಗ $y = 16$, ಇರುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ $x = 10$ ಇದ್ದರೆ y ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು?
6. x ಮತ್ತು y ಈ ರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನವಿದೆ $x = 15$ ಇದ್ದಾಗ $y = 10$ ಇರುತ್ತದೆ, $x = 20$ ಇದ್ದಾಗ, $y =$ ಎಷ್ಟು?



ವೇಳೆ, ಕಾರ್ಯ, ವೇಗ

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ನೇಮಿಸಿದ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಅವರಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ತಗುಲಿದ ವೇಳೆ, ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದ್ದು ಇರುತ್ತವೆ. ಅದರಂತೆ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ವಾಹನದ ವೇಗ ಹಾಗೂ ಅದಕ್ಕೆ ನಿಶ್ಚಿತ ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ವೇಳೆ ದೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ವೇಳೆ-ಕಾರ್ಯ ವೇಗ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಎನ್ನುವರು.

ಚಲನದ ಚಿಹ್ನೆಯ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಈ ಪ್ರಕಾರದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಿಡಿಸುವರು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿಯ ನೆಲಗಡಲೆ ತೆಗೆಯುವ ಕೆಲಸ 15 ಸ್ತ್ರೀಯರು 8 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡುವರು. ಅದೇ ಕೆಲಸ 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಸ್ತ್ರೀಯರು ಕೆಲಸ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವುದು?

ಉತ್ತರ : ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ದಿನಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಲಸ ಮಾಡುವ ಸ್ತ್ರೀಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ ಇರುತ್ತದೆ. ದಿವಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ d ಮತ್ತು ಸ್ತ್ರೀಯರ ಸಂಖ್ಯೆ n ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

$$d \propto \frac{1}{n} \quad \therefore d \times n = k \quad (k \text{ ಇದು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಿದೆ})$$

$$\text{ಯಾವಾಗ } n = 15, \text{ ಇದ್ದಾಗ } d = 8 \quad \therefore k = d \times n = 15 \times 8 = 120$$

ಈಗ $d = 6$ ಇದ್ದಾಗ n ಎಷ್ಟು ಅದನ್ನು ತೆಗೆಯೋಣ

$$d \times n = 120$$

$$\therefore d \times n = 120 \quad \therefore 6 \times n = 120, \quad n = 20$$

\therefore ಕೆಲಸವನ್ನು 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು 20 ಸ್ತ್ರೀಯರು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವರು

ಉದಾ. (2) ಒಂದು ವಾಹನದ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 48 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಾಗ ಕೆಲವು ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಲು 6 ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು. ಹಾಗಾದರೆ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 72 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಾಗ ಅಷ್ಟೇ ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಲು ಎಷ್ಟು ವೇಳೆ ತಗಲುವುದು?

ಉತ್ತರ : ವಾಹನದ ವೇಗ s ಎಂದು; ತಗಲುವ ವೇಳೆ t ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ವೇಗ ಹಾಗೂ ವೇಳೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನವಿದೆ.

$$s \propto \frac{1}{t} \quad \therefore s \times t = k \quad (k \text{ ಸ್ಥಿರಾಂಕವಿದೆ})$$

$$k = s \times t = 48 \times 6 = 288 \quad \text{ಈಗ } s = 72 \text{ ಇದ್ದರೆ } t \text{ ತೆಗೆಯೋಣ}$$

$$s \times t = 288 \quad \therefore 72 \times t = 288 \quad \therefore t = \frac{288}{72} = 4$$

\therefore ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 72 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಾಗ ಅಷ್ಟೇ ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಲು 4 ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.3

- ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿಧಾನ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನದ್ದಾಗಿದೆ.
 - (1) ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಅವರಿಗೆ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೇಳೆ.
 - (2) ಟಾಕಿ ತುಂಬುವ ಸಲುವಾಗಿ ಇರುವ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ನಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಟಾಕಿ ತುಂಬಲು ತಗಲುವ ವೇಳೆ
 - (3) ವಾಹನದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಿದ ಪೆಟ್ರೋಲ ಹಾಗೂ ಅದರ ಬೆಲೆ
 - (4) ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಹಾಗೂ ಆ ವರ್ತುಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ
- 15 ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ ಒಂದು ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟಲು 48 ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು 30 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಆ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರು ಬೇಕಾಗುವರು ?
- ಚೀಲದಲ್ಲಿ ಹಾಲು ತುಂಬುವ ಯಂತ್ರದಿಂದ 3 ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಲೀಟರದ 120 ಚೀಲಗಳನ್ನು ತುಂಬುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ 1800 ಚೀಲಗಳನ್ನು ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ವೇಳೆ ಬೇಕಾಗುವದು.
- ಒಂದು ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ 60 ಕಿ.ಮೀ ಗಂಟೆ ಇದ್ದಾಗ ಕೆಲವು ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಲು 8 ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು. ಅದೇ ಅಂತರವನ್ನು ಏಳುವರೆ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುವದಿದ್ದರೆ ಕಾರಿನ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕು?

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.1

- (1) $c \propto r$ (2) $l \propto d$ 2. x ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 7 ಹಾಗೂ 20, $y = 96$ 3. 308
4. $m = 7$, n ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 26 ಹಾಗೂ 5 5. $k = 6$, $y = 6\sqrt{x}$ 6. ₹ 4250

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.2

- ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 15 ಹಾಗೂ 5, ದಿವಸಗಳು = 18
- (1) $k = 60$, $pq = 60$ (2) $k = 60$, $zw = 60$
(3) $k = 100$, $st^2 = 100$ (4) $k = 45$, $x\sqrt{y} = 45$
- 18 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು 4. (1) $l \propto \frac{1}{f}$ (2) $l \propto \frac{1}{d^2}$ 5. $y = 256$ 6. $y = 7.5$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 7.3

- ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ (1), (2) 2. 24 ಕೆಲಸಗಾರರು 3. 45 ಮಿನಿಟುಗಳು 4. 4 ಕಿಮೀ/ತಾಸು

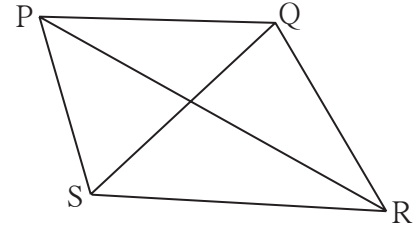




ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

- ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಯ ಅನುಸಾರ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡಿರಿ.
- (1) $\Delta ABC : l(AB) = 5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(BC) = 5.5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(AC) = 6$ ಸೆ.ಮೀ
 - (2) $\Delta DEF : m \angle D = 35^\circ$, $m \angle F = 100^\circ$, $l(DF) = 4.8$ ಸೆ.ಮೀ
 - (3) $\Delta MNP : l(MP) = 6.2$ ಸೆ.ಮೀ, $l(NP) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ, $m \angle P = 75^\circ$
 - (4) $\Delta XYZ : m \angle Y = 90^\circ$, $l(XY) = 4.2$ ಸೆ.ಮೀ, $l(XZ) = 7$ ಸೆ.ಮೀ

- ಯಾವುದೇ ಚೌಕೋನದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು, ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಹೀಗೆ ಒಟ್ಟು ಹತ್ತು ಘಟಕಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

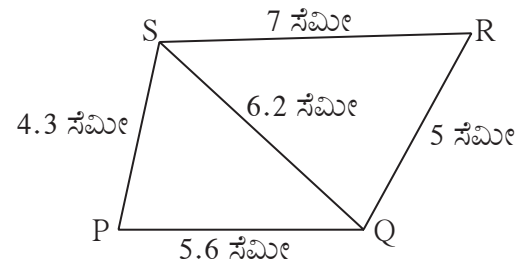
ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ (Construction of a quadrilateral)

ಚೌಕೋನದ ಹತ್ತು ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಶಿಷ್ಟ ಐದು ಘಟಕಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ, ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು. ಈ ರಚನೆಗಳ ಆಧಾರ ತ್ರಿಕೋನ ರಚನೆ ಇದೇ ಇರುತ್ತದೆ, ಇದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ.

(I) ಚೌಕೋನದ ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ಮಾಡುವುದು.

ಉದಾ. $\square PQRS$ ರಚಿಸಿರಿ. $l(PQ) = 5.6$ ಸೆ.ಮೀ, $l(QR) = 5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(PS) = 4.3$ ಸೆ.ಮೀ, $l(RS) = 7$ ಸೆ.ಮೀ, $l(QS) = 6.2$ ಸೆ.ಮೀ

ಉತ್ತರ : ಮೊದಲ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯೋಣ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕೋನದ ಕೊಟ್ಟ ಘಟಕಗಳ ಮಾಹಿತಿ. ತೋರಿ ಸೋಣ. ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಸಹಜವಾಗಿ ತಿಳಿದು ಬರುವುದೇನೆಂದರೆ. ΔSPQ ಮತ್ತು ΔSRQ ದ

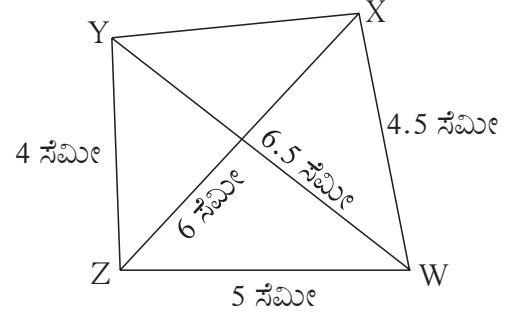


ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಅದರ ಅನುಸಾರ ΔSPQ ಮತ್ತು ΔSRQ ರಚಿಸಿದಾಗ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳಮೇಲಿಂದ $\square PQRS$ ದೊರೆಯುವುದು. ಈ ಚೌಕೋನದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೀವು ಸ್ವತಃ ಮಾಡಿರಿ.

(II) ಚೌಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚೌಕೋನ ರಚಿಸುವುದು.

ಉದಾ. \square WXYZ ದಲ್ಲಿ, $l(YZ) = 4$ ಸೆ.ಮೀ, $l(ZX) = 6$ ಸೆ.ಮೀ, $l(WX) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(ZW) = 5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(YW) = 6.5$ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.

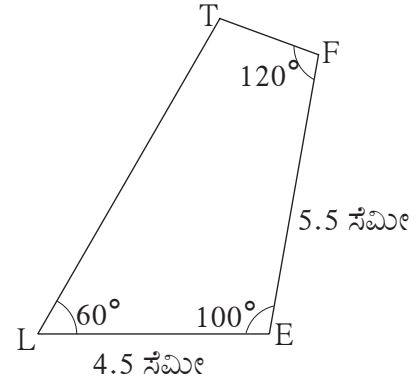
ಉತ್ತರ : ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯೋಣ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸುವಾ.
ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ΔWXZ ಮತ್ತು ΔWZY ದ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ ಅದರ ಅನುಸಾರ ΔWXZ ಮತ್ತು ΔWZY ತೆಗೆಯೋಣ ನಂತರ ರೇಖೆ XY ತೆಗೆದಾಗ ನಮಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಯ \square WXYZ ದೊರೆಯುವುದು. ಈ ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ನೀವು ಮಾಡಿರಿ.



(III) ಚೌಕೋನದ ಎರಡು ಹೊಂದಿದ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚೌಕೋನ ರಚಿಸುವುದು.

ಉದಾ. \square LEFT ದಲ್ಲಿ $l(EL) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(EF) = 5.5$ ಸೆ.ಮೀ, $m \angle L = 60^\circ$, $m \angle E = 100^\circ$, $m \angle F = 120^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.

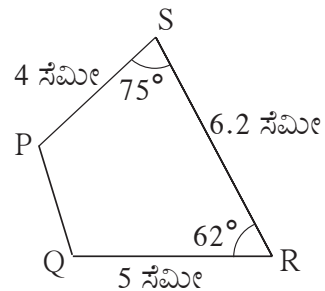
ಉತ್ತರ : ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಆ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸೋಣ ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಗಮನದಲ್ಲಿ ಬರುವದೇನೆಂದರೆ 4.5 ಸೆ.ಮೀ, ಉದ್ದದ ರೇಖೆ LE ತೆಗೆಯಿತ್ತು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಬಿಂದು E ದಲ್ಲಿ 100° ಅಳತೆಯ ಕೋನಮಾಡುವ ರೇಖೆ EF ತೆಗೆದಾಗ ಚೌಕೋನದ L, E ಮತ್ತು F ಈ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ದೊರೆಯುವುದು. ಬಿಂದು Lದಲ್ಲಿ 60° ಅಳತೆಯ ಕೋನ ಮಾಡುವ ಮತ್ತು ಒಂದು F ದಲ್ಲಿ 120° ಅಳತೆಯ ಕೋನಮಾಡುವ ಕಿರಣ ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು T ಇರಲಿ ಈ ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ನೀವು ಮಾಡಿರಿ.



(IV) ಚೌಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಮಧ್ಯೆ ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚೌಕೋನ ರಚಿಸುವುದು.

ಉದಾ. \square PQRS ದಲ್ಲಿ $l(QR) = 5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(RS) = 6.2$ ಸೆ.ಮೀ, $l(SP) = 4$ ಸೆ.ಮೀ, $m \angle R = 62^\circ$, $m \angle S = 75^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಚೌಕೋನದ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು ಆ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸುವಾ.
ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಗಮನದಲ್ಲಿ ಬರುವದೇನೆಂದರೆ. ಕೊಟ್ಟ ಉದ್ದಳತೆಯ ರೇಖೆ QR ತೆಗೆದು ಬಿಂದು R ದಲ್ಲಿ 62°



ಅಳತೆಯ ಮಾಡುವ ರೇಖೆ RS ತೆಗೆದಿದೆ. ಚೌಕೋನದ Q, R ಮತ್ತು S ಈ ಬಿಂದುಗಳು ದೊರೆಯುವವು. ರೇಖೆ RS ದೊಂದಿಗೆ 75° ಅಳತೆಯ ಕೋನಮಾಡುವ ರೇಖೆ SP ತೆಗೆದರೆ, P ಬಿಂದು 4 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ಮೇಲೆ ಸಿಗುವುದು, ರೇಖೆ PQ ತೆಗೆದರೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಯ \square PQRS ದೊರೆಯುವುದು. ಈ ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ನೀವು ಸ್ವತಃ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 8.1

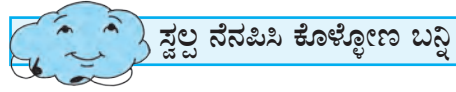
1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ಮಾಡಿರಿ.

(1) \square MOREಯಲ್ಲಿ $l(MO) = 5.8$ ಸೆ.ಮೀ $l(OR) = 4.4$ ಸೆ.ಮೀ, $m\angle M = 58^\circ$, $m\angle O = 105^\circ$,
 $m\angle R = 90^\circ$.

(2) \square DEFG ದಲ್ಲಿ $l(DE) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(EF) = 6.5$ ಸೆ.ಮೀ, $l(DG) = 5.5$ ಸೆ.ಮೀ,
 $l(DF) = 7.2$ ಸೆ.ಮೀ, $l(EG) = 7.8$ ಸೆ.ಮೀ.

(3) \square ABCDಯಲ್ಲಿ $l(AB) = 6.4$ ಸೆ.ಮೀ, $l(BC) = 4.8$ ಸೆ.ಮೀ, $m\angle A = 70^\circ$, $m\angle B = 50^\circ$,
 $m\angle C = 140^\circ$.

(4) \square LMNOದಲ್ಲಿ $l(LM) = l(LO) = 6$ ಸೆ.ಮೀ $l(ON) = l(NM) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ,
 $l(OM) = 7.5$ ಸೆ.ಮೀ

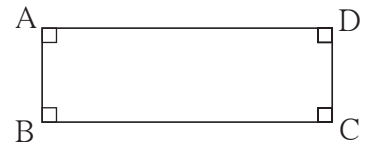


ಚೌಕೋನ ಈ ಆಕೃತಿಯ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಮೇಲೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕರಾರುಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ಚೌಕೋನದ ಬೇರೆ, ಬೇರೆ ಪ್ರಕಾರಗಳು ದೊರೆಯುವವು. ಕಾಟಕೋನ ಚೌಕೋನ ಅಥವಾ ಆಯತ ಮತ್ತು ಚೌರಸ ಈ ಚೌಕೋನಗಳ ಪ್ರಕಾರಗಳ ಪರಿಚಯ ನಿಮಗೆ ಆಗಿದೆ. ಚೌಕೋನ ಇಂತಹ ಮತ್ತು ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಪ್ರಕಾರಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಕೃತಿಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ಮಾಡುವಾ.

ಕಾಟಕೋನ ಚೌಕೋನ ಆಯತ (Rectangle)

ಯಾವ ಚೌಕೋನದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಕಾಟಕೋನ ವಿರುತ್ತವೆಯೋ, ಆ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಕಾಟಕೋನ ಚೌಕೋನ ಅಥವಾ ಆಯತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

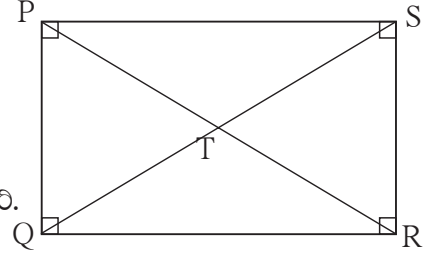
ಚೌರಸ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಐದು ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಇರಬೇಕಾಗುವುದು. ಹೊಂದಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಗೊತ್ತಿದ್ದರೆ ನೀವು ಚೌಕೋನದ ರಚನೆ ಮಾಡಬಹುದು.



ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಸಾರ, ಆಯತದ ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳು ಕಾಟಕೋನ ಇರುತ್ತವೆ. ಅಂದಾಗ ಆಯತದ ಹೊಂದಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಗೊತ್ತಾದರೆ, ನೀವು ಆಯತದ ರಚನೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಕೃತಿ I : ನಿಮಗೆ ಸುಲಭ ವಾಗುವಂತೆ, ಹೀಗೆ ಹೊಂದಿದ ಭುಜಗಳಿರುವ ಒಂದು ಆಯತ PQRS ತೆಗೆಯಿರಿ ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ T ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ

- (1) ಭುಜ QR ಮತ್ತು ಭುಜ PS ಈ ಸಂಮುಖ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (2) ಭುಜ PQ ಮತ್ತು ಭುಜ SR ದ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (3) ಕರ್ಣ PR ಮತ್ತು ಕರ್ಣ QS ಇವುಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (4) ಕರ್ಣ PR ಮತ್ತು ರೇಖೆ PT ಮತ್ತು ರೇಖೆ TR ಈ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (5) ರೇಖೆ QT ಮತ್ತು ರೇಖೆ TS ಈ ಕರ್ಣ QS ಈ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.



ನಿಮಗೆ ದೊರೆತ ಅಳತೆಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಉಳಿದವರು ಅಳಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರಗೆ ತೋರಿಸಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ. ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು ನಿಮ್ಮ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬರುವವು.

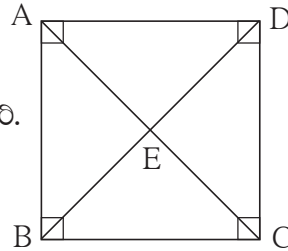
- ಆಯತದ ಸಂಮುಖ ಭುಜಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. • ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಚೌರಸ (Square)

ಯಾವ ಚೌಕೋನದ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳು ಕಾಟಕೋನ ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಚೌರಸ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಕೃತಿ II : ಅನುಕೂಲಕರ ಹೀಗೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ. ಇರುವ ಚೌರಸ ABCD ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಕರ್ಣದ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ E ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. ಕಂಪಾಸ ಪಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿಯ ಸಾಧನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

- (1) ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು ಕರ್ಣ BD ಇವುಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ
- (2) ಬಿಂದು E ದಲ್ಲಿ ಆದ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಕರ್ಣದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (3) ಬಿಂದು E ದಿಂದ ಆದ ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.



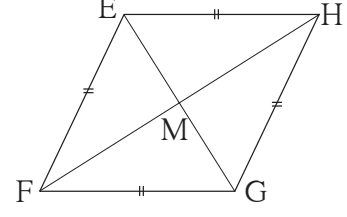
(4) ಚೌರಸದ ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ತಯಾರಾದ ಭಾಗದ ಅಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ. (ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $\angle ADB$ ಮತ್ತು $\angle CDB$). ನಿಮಗೆ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯ ಇತರರಿಗೆ ದೊರೆತ ಅಳತೆಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ.

- ಕರ್ಣ ಸಮಾನ ಉದ್ದಳತೆಯು, ಅಂದರೆ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತಿವೆ.
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುತ್ತವೆ.
- ಕರ್ಣಗಳು ಚೌರಸದ ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ (Rhombus)

ಯಾವ ಚೌಕೋನದ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದತೆಯು (ಏಕರೂಪ) ಇರುತ್ತವೆ, ಆ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಕೃತಿ III : ಭುಜಗಳ ಅನುಕೂಲಕರ ಉದ್ದತೆ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನದ ಅನುಕೂಲಕರ ಅಳತೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ EFGH ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದಕ್ಕರ್ಥಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರ ಭೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ M ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ.



- (1) ಚೌಕೋನದ ಸಮುಖ ಕೋನಗಳು ಅದರಂತೆ ಬಿಂದು M ದಲ್ಲಿ ಆದ ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (2) ಚೌಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಕರ್ಣದಿಂದ ಅದು ಎರಡು ಭಾಗ ಅಳೆಯಿರಿ.
- (3) ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದತೆ ಅಳೆಯಿರಿ. ಬಿಂದು M ದಿಂದ ತಯಾರಾದ ಕರ್ಣದ ಭಾಗ ಅಳೆಯಿರಿ. ಅಳತೆಯ ಮೇಲಿಂದ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಮುಂದಿನ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು ದೊರೆಯುವವು.

- ಸಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. • ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮುಖಕೋನಗಳನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ
- ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಅದರಂತೆ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯ ಇತರರಿಗೂ ಈ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು ಕಂಡು ಬಂದವು ಎಂದು ತಿಳಿಯಿತು.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) ಆಯತ ABCDಯ ಕರ್ಣದ ಭೇದನಬಿಂದು P ಇದೆ. (i) $l(AB) = 8$ ಸೆ.ಮೀ. $l(DC) =$ ಎಷ್ಟು?
(ii) $l(BP) = 8.5$ ಸೆ.ಮೀ. $l(BD)$ ಮತ್ತು $l(BC)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಒಂದು ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸಿ.

(i) ಆಯತದ ಸಮುಖ ಭುಜಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. 8 ಸೆ.ಮೀ

$$\therefore l(DC) = l(AB) = 8 \text{ ಸೆ.ಮೀ}$$

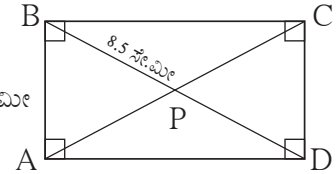
(ii) ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

$$\therefore l(BD) = 2 \times l(BP) = 2 \times 8.5 = 17 \text{ ಸೆ.ಮೀ}$$

ΔBCD ಇದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಇದೆ. ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ

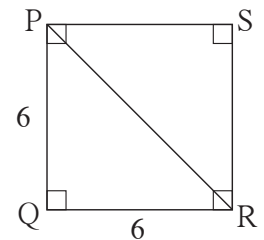
$$l(BC)^2 = l(BD)^2 - l(CD)^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$

$$\therefore l(BC) = \sqrt{225} = 15 \text{ ಸೆ.ಮೀ}$$



ಉದಾ. (2) 6 ಸೆ. ಮೀ ಭುಜವಿರುವ ಚೌರಸದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ $\square PQRS$ ಇದು 6 ಸೆ.ಮೀ ಭುಜದ ಚೌರಸ ಇದೆ. ರೇಖೆ PR ಕರ್ಣ ಇದೆ.



$$\begin{aligned} \Delta PQR \text{ ದಲ್ಲಿ ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ } l(PR)^2 &= l(PQ)^2 + l(QR)^2 \\ &= (6)^2 + (6)^2 = 36 + 36 = 72 \end{aligned}$$

$$\therefore l(PR) = \sqrt{72}, \quad \therefore \text{ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಳತೆ } \sqrt{72} \text{ ಸೆಮೀ ಇದೆ.}$$

ಉದಾ. (3) \square BEST ಈ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ

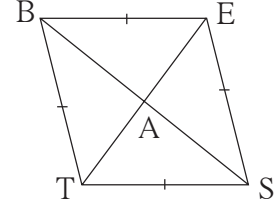
(i) ಒಂದುವೇಳೆ $m\angle BTS = 110^\circ$, ಇದ್ದರೆ $m\angle TBS$ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(ii) ಒಂದುವೇಳೆ $l(TE) = 24$, $l(BS) = 70$, ಇದ್ದರೆ $l(TS) =$ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ : \square BESTದ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು ಕರ್ಣದ ಛೇದನ ಬಿಂದು A ತೋರಿಸಿರಿ.

(i) ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

$$\therefore m\angle BES = m\angle BTS = 110^\circ$$



ಈಗ, $m\angle BTS + m\angle BES + m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ$

$$\therefore 110^\circ + 110^\circ + m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ$$

$$\therefore m\angle TBE + m\angle TSE = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$\therefore 2 m\angle TBE = 140^\circ \dots \therefore$ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

$$\therefore m\angle TBE = 70^\circ$$

$\therefore m\angle TBS = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ \dots \therefore$ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

(ii) ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು (ಪರಸ್ಪರ) ಒಂದನ್ನು ಕಾಟಕೋನದಲ್ಲಿ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

$$\therefore \Delta TAS \text{ ದಲ್ಲಿ, } m\angle TAS = 90^\circ$$

$$l(TA) = \frac{1}{2} l(TE) = \frac{1}{2} \times 24 = 12, \quad l(AS) = \frac{1}{2} l(BS) = \frac{1}{2} \times 70 = 35$$

ಪಾಯಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಮೇಲಿಂದ

$$l(TS)^2 = l(TA)^2 + l(AS)^2 = (12)^2 + (35)^2 = 144 + 1225 = 1369$$

$$\therefore l(TS) = \sqrt{1369} = 37$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 8.2

1. $l(AB) = 6.0$ ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು $l(BC) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ ಇಂತಹ ಆಯತ ABCD ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. 5.2 ಸೆ.ಮೀ ಭುಜವಿರುವ ಚೌರಸ WXYZ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಭುಜ 4 ಸೆ. ಮೀ ಮತ್ತು $m\angle K = 75^\circ$ ಇರುವ ಸಮಭುಜ \square KLMN ರಚಿಸಿರಿ.
4. ಒಂದು ಆಯತದ ಕರ್ಣ 26 ಸೆ. ಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಒಂದು ಭುಜ 24 ಸೆ.ಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ, ಅದರ ಎರಡನೇ ಭುಜ ತೆಗೆಯಿರಿ.

5. ಸಮಭುಜ \square ABCDಯ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಳತೆ 16 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು 12 ಸೆ.ಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಭುಜ ಮತ್ತು ಪರಿಮಿತಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. 8 ಸೆ.ಮೀ. ಭುಜವಿರುವ ಚೌರಸದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ 50° ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಇತರ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

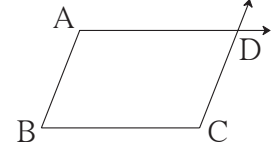
ಸಮಾಂತರ ಭುಜ (A Parallelogram)

ಚೌಕೋನದ ಈ ಪ್ರಕಾರದ ಹೆಸರಿನ ಮೇಲಿಂದ ನೀವು ಇದರ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಹಜವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಯಾವ ಚೌಕೋನದ ಸಂಮುಖ ಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆಯೋ ಆ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದು?

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ. ರೇಖೆ AB ಮತ್ತು ರೇಖೆ BC

ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯ ಕೋನ ಮಾಡುವ ರೇಖಾಖಂಡ ತೆಗೆಯಿರಿ.

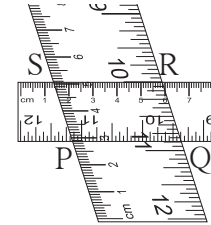


‘ರೇಖೆಯ ಹೊರಗಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯುವುದು’. ಈ ರಚನೆ ನೀವು ಮಾಡಿದ್ದೀರಿ. ಅದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ. ಬಿಂದು C ದಲ್ಲಿಂದ ರೇಖೆ ABಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರಂತೆ, ಬಿಂದು A ದಲ್ಲಿಂದ BCಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಭೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ D ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ \square ABCD ಇದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನವಿದೆ. ‘ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಭೇದಿಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ವಿರುತ್ತವೆ’ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$, $m\angle B + m\angle C = 180^\circ$, $m\angle C + m\angle D = 180^\circ$ ಮತ್ತು $m\angle D + m\angle A = 180^\circ$ ಅಂದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಗುಣಧರ್ಮ ಮುಂದಿನಂತೆ ಇದೆ.

- ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಇರುತ್ತವೆ.

ಇಂತಹ ಪ್ರಕಾರ ಚೌಕೋನದ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳುವ ಸಲುವಾಗಿ \square PQRS ಈ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ಮುಂದಿನ ಕೃತಿ ಮಾಡಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಕಡಿಮೆ, ಹೆಚ್ಚು ಅಗಲದ ಎರಡು ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಅದರ ಅಂಚಿನ ಗುಂಟ ರೇಷೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಎರಡನೆಯ ಪಟ್ಟಿ ಅದರ ಮೇಲೆ ಓರೆಯಾಗಿ ಇಟ್ಟು ಅಂಚಿನ ಗುಂಟ ರೇಷೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ದೊರೆಯುವುದು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಭೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ T ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿರಿ.

(1) ಚೌಕೋನದ ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ತಿಳಿದು ಬರೆಯಿರಿ. (2) ಸಂಮುಖ ಭುಜಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ. (3) ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ (4) ಬಿಂದು T ದಿಂದ ಆದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕರ್ಣದ ಭಾಗದ ಉದ್ದಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.



ಅಳತೆ ಮಾನಗಳಿಂದ ನಿಮಗೆ ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಮುಂದಿನ ಗುಣಧರ್ಮ ದೊರೆಯುವವು

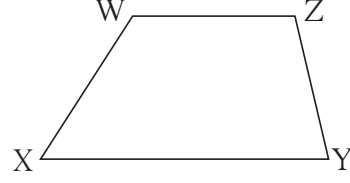
- ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ ಅಂದರೆ, ಸಂಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತವೆ.
- ಸಂಮುಖ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದಳತೆ ಆದರೆ, ಏಕ ರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. • ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಚೌಕೋನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಈ ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ತಾಳೆ ಹಾಕಿಸೋಡಿರಿ.

ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ (Trapezium)

ಯಾವ ಚೌಕೋನದ ಸಮುಖ ಭುಜಗಳು ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ, ಆ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಎನ್ನುವರು.

ಆಕೃತಿ 15 ರಲ್ಲಿ □ WXYZದಲ್ಲಿ ರೇಖೆ WZ ಮತ್ತು ರೇಖೆ XY ಈ ಸಮುಖ ಭುಜಗಳು ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ಇದೆ, □ WXYZ ಇದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಇದೆ.



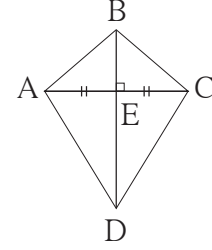
ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಭೇದಿಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಗುಣಧರ್ಮಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರ

$$m\angle W + m\angle X = 180^\circ \text{ ಮತ್ತು } m\angle Y + m\angle Z = 180^\circ$$

ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಕೋನಗಳ ನಾಲ್ಕುಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಇರುತ್ತವೆ.

ಪತಂಗ (A Kite)

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ □ ABCD ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಈ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣ BD ಇದು ಕರ್ಣ ACಯ ದ್ವಿಭಾಜಕ ವಿದೆ.



ಯಾವುದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ ಎರಡನೆಯ ಕರ್ಣದ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ ವಿರುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಚೌಕೋನಕ್ಕೆ ಪತಂಗ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $AB \cong$ ರೇಖೆ CB ಮತ್ತು ರೇಖೆ $AD \cong$ ರೇಖೆ CD ಇದು ಕರ್ಣದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತಾಳೆ ಹಾಕಿಸೋಡಿರಿ.

ಅದರಂತೆ $\angle BAD$ ಮತ್ತು $\angle BCD$ ಅಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದು ಏಕರೂಪ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ಹಾಕಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅಂದರೆ, ಪತಂಗ ಈ ಚೌಕೋನದ ಪ್ರಕಾರದ ಎರಡು ಗುಣಧರ್ಮ ಇರುತ್ತವೆ.

- ಹೊಂದಿದ ಭುಜಗಳ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. • ಸಮುಖ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು $(5x - 7)^\circ$ ಮತ್ತು $(4x + 25)^\circ$ ಇವೆ ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಇರುತ್ತವೆ.

$$\therefore (5x - 7) + (4x + 25) = 180 \quad \therefore 9x = 180 - 18 = 162$$

$$\therefore 9x + 18 = 180 \quad \therefore x = 18$$

$$\therefore \text{ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ} = (5x - 7)^\circ = 5 \times 18 - 7 = 90 - 7 = 83^\circ$$

$$\text{ಎರಡನೆಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ} = (4x + 25)^\circ = 4 \times 18 + 25 = 72 + 25 = 97^\circ$$

ಉದಾ.(2) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ □ PQRS ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ವಿದೆ ಆದರ ಕರ್ಣದ ಭೇದನ ಬಿಂದು T ಇದೆ.

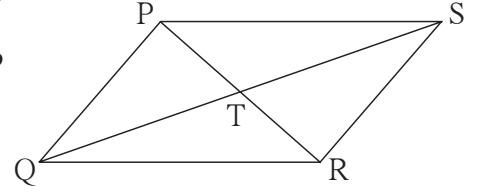
ಆಕೃತಿ ಆಧಾರದ ಮೇಲಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಒಂದುವೇಳೆ $l(PS)=5.4$ ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(QR)=$ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಒಂದುವೇಳೆ $l(TS)=3.5$ ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(QS)=$ ಎಷ್ಟು?

(iii) $m\angle QRS = 118^\circ$, ಇದ್ದರೆ $m\angle QPS =$ ಎಷ್ಟು?

(iv) $m\angle SRP = 72^\circ$ ಇದ್ದರೆ $m\angle RPQ =$ ಎಷ್ಟು?



ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ PQRS ದಲ್ಲಿ

(i) $l(QR) = l(PS) = 5.4$ ಸೆಮೀ. ಸಮುಖ ಭುಜಗಳು ಏಕರೂಪ

(ii) $l(QS) = 2 \times l(TS) = 2 \times 3.5 = 7$ ಸೆಮೀ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ

(iii) $m\angle QPS = m\angle QRS = 118^\circ$ ಸಮುಖ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ

(iv) $m\angle RPQ = m\angle SRP = 72^\circ$ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ

ಉದಾ. (3) □ CWPR ದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಗುಣೋತ್ತರ 7:9:3:5 ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕೋನಗಳ

ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಚೌಕೋನ ಪ್ರಕಾರ ಗುರುತಿಸಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $m\angle C : m\angle W : m\angle P : m\angle R = 7:9:3:5$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

$\therefore \angle C, \angle W, \angle P$ ಮತ್ತು $\angle R$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ

$7x, 9x, 3x, 5x$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

$\therefore 7x + 9x + 3x + 5x = 360^\circ$

$\therefore 24x = 360^\circ \therefore x = 15$

$\therefore m\angle C = 7 \times 15 = 105^\circ, m\angle W = 9x = 9 \times 15 = 135^\circ$

$m\angle P = 3 \times 15 = 45^\circ$ ಮತ್ತು $m\angle R = 5 \times 15 = 75^\circ$

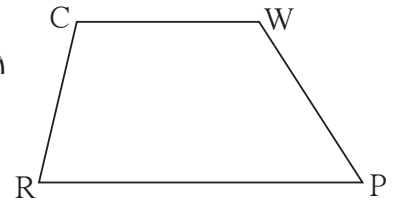
$\therefore m\angle C + m\angle R = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ \therefore$ ಭುಜ CW || ಭುಜ RP

$m\angle C + m\angle W = 105^\circ + 135^\circ = 240 \neq 180^\circ$

\therefore ಭುಜ CR ಇದು WP ಗೆ ಸಮಾಂತರ ಇಲ್ಲ

\therefore □ CWPR ದ ಸಮುಖ ಭುಜಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾಂತರ ಇದೆ.

\therefore □ CWPR ಇದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಇದೆ.



ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 8.3

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಸಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು $(3x-2)^\circ$ ಮತ್ತು $(50-x)^\circ$ ಇವೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಚೌಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಬದಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.

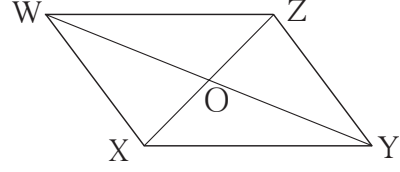
(1) ಒಂದುವೇಳೆ $l(WZ) = 4.5$ ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(XY) = ?$

(2) ಒಂದುವೇಳೆ $l(YZ) = 8.2$ ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(XW) = ?$

(3) ಒಂದುವೇಳೆ $l(OX) = 2.5$ ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(OZ) = ?$

(4) ಒಂದುವೇಳೆ $l(WO) = 3.3$ ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(WY) = ?$

(5) ಒಂದುವೇಳೆ $m\angle WZY = 120^\circ$ ಇದ್ದರೆ $m\angle WXY = ?$ ಮತ್ತು $m\angle XWZ = ?$



3. ABCD ಇದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದಲ್ಲಿ $l(BC) = 7$ ಸೆ.ಮೀ $\angle ABC = 40^\circ$, $l(AB) = 3$ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.

4. ಒಂದು ಚೌಕೋನ ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾಗತ ಕೋನಗಳ ಪ್ರಮಾಣ 1:2:3:4 ಇದೆ? ಹಾಗಾದರೆ, ಅದು ಯಾವ ಪ್ರಕಾರದ ಚೌಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ? ಆ ಚೌಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಕಾರಣ ಸಹಿತ ಬರೆಯಿರಿ.

5. BARCಯಲ್ಲಿ $l(BA) = l(BC) = 4.2$ ಸೆ.ಮೀ $l(AC) = 6.0$ ಸೆ.ಮೀ
 $l(AR) = l(CR) = 5.6$ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.

6*. PQRSದಲ್ಲಿ $l(PQ) = 3.5$ ಸೆ.ಮೀ. $l(QR) = 5.6$ ಸೆ.ಮೀ. $l(RS) = 3.5$ ಸೆ.ಮೀ.
 $m\angle Q = 110^\circ$, $m\angle R = 70^\circ$.

PQRS ಸಮಾಂತರಭುಜವಿದೆ ಈ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡುವುದು ಅವಶ್ಯಕವಿಲ್ಲ ಅದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

kkk

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 8.2

4. 10 ಸೆ.ಮೀ. 5. ಭುಜ 10 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು ಪರಿಮಿತಿ 40 ಸೆ.ಮೀ 6. $8\sqrt{2}$ ಸೆ.ಮೀ 7. 130° , 50° , 130°

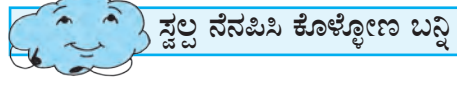
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 8.3

1. 37° , 143° , 37° , 143°

2. (1) 4.5 ಸೆ.ಮೀ (2) 8.2 ಸೆ.ಮೀ (3) 2.5 ಸೆ.ಮೀ (4) 6.6 ಸೆ.ಮೀ (5) 120° , 60°

4. 36° , 72° , 108° , 144° , ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಕೆಳಗಿನ ಬಿಟ್ಟ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

1. $\frac{12}{100} =$ ಶೇಕಡಾ = %

2. ಶೇಕಡಾ 47 = /

3. 86% = /

4. 300ರ ಶೇಕಡಾ 4 = $300 \times \frac{\text{input}}{\text{input}} = \text{input}$

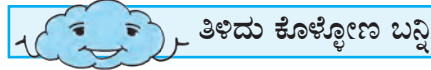
5. 1700ರ 15% = $1700 \times \frac{\text{input}}{\text{input}} = \text{input}$



ಚರ್ಚಿಸೋಣ ಬನ್ನಿ



ಈ ರೀತಿಯ ಜಾಹಿರಾತುಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿರಬಹುದು. ಮಾರಾಟ (ಸೇಲುದಲ್ಲಿ) ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಸೂಟು ಅಥವಾ ರಿಯಾಯಿತಿ ಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮಕಡೆ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಜುಲೈ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ: ಬಟ್ಟೆಗಳ ಸೇಲ್ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವವು. ಇದರ ಕಾರಣ ಶೋಧಿಸಿರಿ ಹಾಗೂ ಚರ್ಚಿಸಿ ಮಾಡಿರಿ.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಸೂಟು (Discount)

ಶ್ರೀ ಸುರೇಶ ಇವರು ಜೂನ್ ಮತ್ತು ಜುಲೈ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಸೀರೆಗಳ ಮಾರಾಟ ಹಾಗೂ ಲಾಭ ಇವುಗಳ ಕೊಟ್ಟ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೋಡಿರಿ.

ತಿಂಗಳು	ಸೀರೆಗಳ ಮೂಲ ಬೆಲೆ ರೂಪಾಯಿಗಳು	ಸೀರೆಗಳ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ರೂಪಾಯಿಗಳು	ಒಂದು ಸೀರೆಯ ಮೇಲಿನ ಲಾಭ ರೂಪಾಯಿಗಳು	ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದ ಸೀರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಒಟ್ಟು ಲಾಭ ರೂಪಾಯಿಗಳು
ಜೂನ್	200	250	50	40	$50 \times 40 = 2000$
ಜುಲೈ (ಸೇಲ್)	200	230	30	100	$30 \times 100 = 3000$

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನಿಮ್ಮ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬರುವದೇನೆಂದರೆ ಜುಲೈದಲ್ಲಿ ಸೀರೆಗಳ ಸೇಲ್ ಜಾಹೀರು ಮಾಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೀರೆಯ ಮೇಲೆ ಸೂಟು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವನ ಒಂದು ಸೀರೆಯ ಮೇಲಿನ ಲಾಭ ಜೂನ್ ತಿಂಗಳಿಗಿಂತ ಜುಲೈ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆ ಆದರೂ ಸಹ ಜುಲೈದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೀರೆಗಳ ಮಾರಾಟ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಲಾಭ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತು.

ಮಾರಾಟದ ಸಲುವಾಗಿ ಇರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಮೇಲೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ (Marked Price)ಎನ್ನುವರು. ಅಂಗಡಿಗಾರರು ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಸೂಟು ಕೊಡುವರು.

ವಸ್ತು ಮಾರಾಟಮಾಡುವಾಗ, ಅಂಗಡಿಗಾರ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವನು ಆ ಹಣಕ್ಕೆ 'ಸೂಟು' ಎನ್ನುವರು. ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟು ಉಳಿದ ಬೆಲೆ ಇದು ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಇರುವುದು. ಅಂದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ-ಸೂಟು.

ಸೂಟಿನ ದರ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿರುತ್ತದೆ.

'ಶೇಕಡಾ 20 ಸೂಟು' ಇದರ ಅರ್ಥ ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಗಿಂತ 20% ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ವಸ್ತು ಮಾರುವುದು. ಅಂದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಮೇಲೆ 20 ರೂಪಾಯಿ ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಅದರ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ $100 - 20 = 80$ ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವುದು.

ಈ ರೀತಿಯ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ $x\%$ ಇದ್ದರೆ $\frac{x}{100} = \frac{\text{ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲಿನ ಸೂಟು}}{\text{ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ}}$ ಈ ಸಂಬಂಧ ಇರುತ್ತದೆ.

$$\therefore \text{ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲಿನ ಸೂಟು} = \frac{\text{ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ} \times x}{100}$$

ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ:

ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಗಿ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕಿಂತ; ಪುಸ್ತಕಗಳು, ಬಟ್ಟೆ, ಮೊಬಾಯಿಲ್ ಇತ್ಯಾದಿ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಆನ್‌ಲಾಯಿನ್ ಮೂಲಕ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವುದು - ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವರು. ಯಾವ ಕಂಪನಿ ಆನ್‌ಲಾಯಿನ್ ಮೂಲಕ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಆ ಕಂಪನಿಗೆ ಅಂಗಡಿಯ ಮಂಡಣೆ ಹಾಗೂ ಅಲ್ಲಿಯ ವ್ಯವಸ್ಥಾಪನೆಯ ಖರ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದು. ಅದರಿಂದ ಆನ್‌ಲಾಯಿನ್ ಮೂಲಕ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಸೂಟು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ವಸ್ತುಗಳು ಮನೆಯ ತನಕ ಬಂದು ತಲುಪುತ್ತವೆ.

❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❖

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 360 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ. ಅಂಗಡಿಗಾರನು ಆ ಪುಸ್ತಕ 360 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ, ಅವನು ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟನು?

ಉತ್ತರ : ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = ₹ 360, ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = ₹ 306. \therefore ಸೂಟು = $360 - 306 = ₹ 54$.

ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 360 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದಾಗ ಸೂಟು 54 ರೂಪಾಯಿ.

\therefore ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದಾಗ ಸೂಟು x ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. $\frac{\text{ಸೂಟು}}{\text{ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ}} = \frac{x}{100}$

$$\therefore \frac{54}{360} = \frac{x}{100} \quad \therefore x = \frac{54 \times 100}{360} = 15$$

\therefore ಪುಸ್ತಕದ ಮುದ್ರಿತ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾ 15 ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟನು.

ಉದಾ. (2) ಕುರ್ಚಿಯ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 1200 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದು ಅದರ ಮೇಲೆ 10% ಸೂಟು ಇದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು? ವಸ್ತುವಿನ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ :

ಪದ್ಧತಿ I

ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = 1200 ರೂಪಾಯಿ. ಸೂಟು = 10%
 $\frac{\text{ಸೂಟು}}{\text{ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ}}$ ಈ ಗುಣೋತ್ತರ ತೆಗೆಯೋಣ
 ಕುರ್ಚಿಯ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ x ರೂಪಾಯಿ ಸೂಟು
 ದೊರೆಯುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

$$\therefore \frac{x}{1200} = \frac{10}{100}$$

$$x = \frac{10}{100} \times 1200$$

$$x = 120$$

ಒಟ್ಟು ಸೂಟು = 120 ರೂ.

ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ - ಸೂಟು
 = 1200 - 120
 = 1080

\therefore ಕುರ್ಚಿಯ ಮಾರಾಟ 1080 ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಪದ್ಧತಿ II

ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ 10% ಸೂಟು ಆದ್ದರಿಂದ
 $\text{₹ } 100$ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ ಇದ್ದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ $\text{₹ } 90$.

\therefore ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 1200 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದಾಗ

ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ x ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ

$$\therefore \frac{x}{1200} = \frac{90}{100}$$

$$\therefore x = \frac{90}{100} \times \frac{1200}{1}$$

$$\therefore x = 1080$$

\therefore ಕುರ್ಚಿಯ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 1080 ರೂಪಾಯಿಗಳು.

\therefore ಒಟ್ಟು ಸೂಟು = 1200 - 1080 = 120 ರೂಪಾಯಿಗಳು.

ಉದಾ. (3) ಮುದ್ರಿತ 20% ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟು ಒಂದು ಸೀರೆ 1120 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ, ಆ ಸೀರೆಯ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಆಗುವುದು?

ಉತ್ತರ:

ಸೀರೆಯ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ. ಅದರ ಮೇಲೆ 20% ಸೂಟು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಆ ಸೀರೆ 100 - 20 = 80 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರು. ಅಂದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 80 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದಾಗ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿಗಳು. 1120 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದಾಗ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ x ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

$$\therefore \frac{80}{100} = \frac{1120}{x}$$

$$\therefore x = \frac{1120 \times 100}{80}$$

$$= 1400$$

\therefore ಸೀರೆಯ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 1400 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇತ್ತು.

ಉದಾ. (4) ಅಂಗಡಿಗಾರನು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಲು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸುತ್ತಾನೆ. ಮತ್ತು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ಅವನು ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆಕ್ಕಿಂತ 30% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸುತ್ತಾನೆ. ವಸ್ತು ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಮಾರುವಾಗ 20% ಸೂಟು ಕೊಡುವನು, ಹಾಗಾದರೆ ಅಂಗಡಿಗಾರನಿಗೆ ಅವನು ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆಕ್ಕಿಂತ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಬೆಲೆ ಸಿಗುವದೋ ಎಂಬುದನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿಯ ಹೆಚ್ಚಳ ಅದರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲಾಭ ಇವುಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆ 100 ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ ಉದಾಹರಣೆ ಸರಳವಾಗುವದು.

∴ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆ 100ರೂ. ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ

ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅವನು 30% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸುತ್ತಾನೆ ∴ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = 130 ರೂಪಾಯಿಗಳು

$$\text{ಸೂಟು} = 130 \text{ ರ } 20\% = 130 \times \frac{20}{100} = 26 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು}$$

∴ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = 130 - 26 = 104 ರೂಪಾಯಿಗಳು

∴ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದರೆ ಅವನಿಗೆ 104 ರೂಪಾಯಿಗಳು ದೊರೆಯುವವು.

ಅಂದರೆ ಅಂಗಡಿಗಾರನಿಗೆ ಅವನು ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿದ ಬೆಲೆಕ್ಕಿಂತ 4% ಹೆಚ್ಚು ಬೆಲೆ ದೊರೆಯುವದು.

ಉದಾ. (5) ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಅಂಗಡಿಗಾರನು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ 8% ಸೂಟು ಕೊಡುವನು, 15% ಲಾಭವಾಗುವದು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಸೂಟು ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 1750 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದರೆ ಆ ವಸ್ತು ಅಂಗಡಿಗಾರನು ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆಗೆ ಕೊಂಡು ಕೊಂಡಿರಬಹುದು?

ಉತ್ತರ : ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = 1750 ರೂಪಾಯಿಗಳು, ಶೇಕಡಾ ಸೂಟು = 8

$$\therefore \text{ಒಟ್ಟು ಸೂಟು} = 1750 \times \frac{8}{100} = 140 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು}$$

ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = 1750 - 140 = 1610 ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಲಾಭ 15%, ಅಂದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 115 ರೂಪಾಯಿಗಳು.

ಅಂದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 115 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದಾಗ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ 1610 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದಾಗ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ x ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ?

$$\therefore \frac{x}{100} = \frac{1610}{115} \quad \therefore x = \frac{1610 \times 100}{115} = 1400$$

ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = 1400 ರೂಪಾಯಿಗಳು



• ಸೂಟು = ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ - ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ

• ಶೇಕಡಾ ಸೂಟು x ಇದ್ದರೆ $\frac{x}{100} = \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಸೂಟು}}{\text{ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ}}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 9.1

1. ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = ₹ 1700, ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = ₹ 1540 ಇದ್ದ ಸೂಟು ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = ₹ 990, ಸೂಟು ಶೇಕಡಾ 10, ಇದ್ದರೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ = ₹ 900. ಸೂಟು ಶೇಕಡಾ 20, ಇದ್ದರೆ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ಫ್ಯಾನ್‌ದ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 3000 ರೂಪಾಯಿಇದೆ. ಅಂಗಡಿಕಾರನು ಶೇಕಡಾ 12 ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟರೆ ಫ್ಯಾನ್‌ದ ಮೇಲಿನ ಸೂಟುಹಾಗೂ ಫ್ಯಾನ್‌ದ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
5. 2300 ರೂಪಾಯಿ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ ಇರುವ ಮಿಕ್ಸರ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ 1955 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆತರೆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ದೊರೆತ ಶೇಕಡಾ ಸೂಟು ತೆಗೆಯಿರಿ.
6. ಅಂಗಡಿಕಾರನು ಒಂದು ದೊರದರ್ಶನ ಸಂಚಿನ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾ 11 ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟರೆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಆ ಸಂಚು 22,250 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆಯುವದು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ದೊರದರ್ಶನ ಸಂಚಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
7. ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ 10% ಸೂಟು ಇದ್ದಾಗ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಸೂಟು 17 ರೂಪಾಯಿ ದೊರೆಯುವದು. ಹಾಗಾದರೆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಆ ವಸ್ತು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವದು ಇದನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಕೆಳಗಿನ ರಿಕ್ತ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ ಕೃತಿ ಪೂರ್ಣಮಾಡಿರಿ.

ಕೃತಿ : ವಸ್ತುವಿನ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

ಅಂದರೆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಆ ವಸ್ತು - = 90 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆಯುವದು.

ಅಂದರೆ ರೂಪಾಯಿ ಸೂಟು ಇದ್ದಾಗ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಹಾಗಾದರೆ ರೂಪಾಯಿ ಸೂಟು ಇದ್ದಾಗ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ x ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದು

$$\therefore \frac{x}{\text{input}} = \frac{\text{input}}{\text{input}} \quad \therefore x = \frac{\text{input} \times \text{input}}{\text{input}} = \text{input}$$

\therefore ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಆ ವಸ್ತು 153 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆಯುವದು

8. ಅಂಗಡಿಕಾರ ಒಂದು ವಸ್ತು ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಲು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿದನು ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಲೆ ನಿಶ್ಚಯಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ 25% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸಿದನು. ವಸ್ತು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವಾಗ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ 20% ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಅಂಗಡಿಕಾರನಿಗೆ ಅವನು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿದ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಮಾರಾಟದಬೆಲೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಆಯಿತು?

ಕಮಿಷನ್ (Commission)

ವಸ್ತುವನ್ನು ಉತ್ಪಾದನ ಮಾಡುವ ಕಂಪನಿಗೆ ತಮ್ಮ ಸ್ವತಃ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವರು ಸಾಧ್ಯ ಇರದಿದ್ದಾಗ ಆ ಕಂಪನಿ ಕೆಲವು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಮೇಲೆ ತಮ್ಮ ವಸ್ತು ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ವಹಿಸುತ್ತದೆ. (ಉದಾಹರಣಾರ್ಥಗಾಗಿ, ಬಟ್ಟೆ, ಸಾಬೂನು ಇತ್ಯಾದಿ). ಈ ಸೇವೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಆ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಕೆಲವು (ಪ್ರತಿಫಲ) ಹಣವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಅದಕ್ಕೆ **ಕಮಿಷನ್** ಎನ್ನುವರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ **ಕಮಿಷನ್ ಎಜೆಂಟ್** ಎನ್ನುವರು. ಕಮಿಷನ್ ಶೇಕಡಾವಾರು ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಅದರ ದರ ವಸ್ತುವಿನ ಅನುಸಾರ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಭೂಮಿ (ಭೂಖಂಡ), ಮನೆ, ದನಕರುಗಳು ಇವುಗಳ ಯಜಮಾನನಿಗೆ ಮೇಲಿನ ಘಟಕಗಳ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವಾಗ ಸಹ ನಿಜವಾಗಿ ಗ್ರಾಹಕರು ದೊರಕುವದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾರುವವ ಹಾಗೂ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವವ ಇವರನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ತರುವ ಕೆಲಸ ಯಾವ ವ್ಯಕ್ತಿ ಮಾಡುವನು ಅವನಿಗೆ **ಮಧ್ಯಸ್ಥ ಅಥವಾ ದಲಾಲ ಅಥವಾ ಕಮಿಷನ್ ಎಜೆಂಟ್** ಎನ್ನುವರು.

ಧಾನ್ಯ, ಹಣ್ಣು-ಹಂಪಲ, ಕಾಯಿಪಲ್ಯ ಇತ್ಯಾದಿ ಕೃಷಿ ಸರಕುಗಳ ಮಾರಾಟ ಯಾವ ಮಧ್ಯಸ್ಥ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಮೂಲಕ ಆಗುವುದು ಆ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ **ದಲಾಲ** ಅಥವಾ ಅಡತಿಯವ ಎನ್ನುವರು. ಈ ಕೆಲಸಕ್ಕಾಗಿ ಮಧ್ಯಸ್ಥನಿಗೆ ಯಾವ ಕಮಿಷನ್ ದೊರೆಯುವುದು. ಅದಕ್ಕೆ **ದಲಾಲಿ** ಅಥವಾ **ಅಡತಿ** ಎನ್ನುವರು. ಈ ದಲಾಲಿ ಅಥವಾ ಅಡತಿ ಮಾರುವ ವ್ಯಕ್ತಿ ಕಡೆಯಿಂದ ಅಥವಾ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವವನ ಕಡೆಯಿಂದ ಅಥವಾ ಇಬ್ಬರ ಕಡೆಯಿಂದ ದೊರೆಯುವುದು.

❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❖

ಉದಾ. (1) ಒಬ್ಬ ದಲಾಲನ ಮೂಲಕ ಶ್ರೀಪತಿಯವರು 2,50,000 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ಭೂಖಂಡವನ್ನು ಸದಾಶಿವನಿಗೆ ಮಾರಿದರು. ದಲಾಲನು ಇಬ್ಬರ ಕಡೆಯಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಂದ 2% ದಲಾಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡನು, ಹಾಗಾದರೆ ದಲಾಲನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಲಾಲಿ ದೊರೆಯಿತು?

ಉತ್ತರ : ಭೂಖಂಡದ ಬೆಲೆ = 2,50,000
 \therefore ದಲಾಲಿ = $250000 \times \frac{2}{100} = 5000$

ದಲಾಲಿ ಇಬ್ಬರ ಕಡೆಯಿಂದ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಲಾಯಿತು. \therefore ಒಟ್ಟು ದಲಾಲಿ = $5000 + 5000 = 10000$ ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಉದಾ. (2) ಸುಖದೇವನು ಅಡತಿಯವನ ಮೂಲಕ 10 ಕ್ವಿಂಟಲ್ ಗೋದಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿ ಕ್ವಿಂಟಲ್ 4050 ರೂ ಈ ದರದಿಂದ ಮಾರಿದನು ಅವನು ಅಡತಿಯವನಿಗೆ 1% ದರದಿಂದ ಅಡತಿ ಕೊಟ್ಟರೆ ಗೋದಿ ಮಾರಿ ಸುಖದೇವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ದೊರೆಯಿತು ಅದನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಗೋದಿಯ ಒಟ್ಟು ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ = $10 \times 4050 = 40500$ ರೂಪಾಯಿಗಳು, ಅಡತಿಯ ದರ ಶೇಕಡಾ1
 \therefore ಕೊಟ್ಟ ಅಡತಿ = $40500 \times \frac{1}{100} = 405$ ರೂಪಾಯಿಗಳು

\therefore ಗೋದಿ ಮಾರಿ ದೊರತ ಹಣ = ಗೋದಿಯ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ - ಅಡತಿ
 $= 40500 - 405 = 40,095$ ರೂಪಾಯಿಗಳು

ಗೋದಿ ಮಾರಿ ಸುಖದೇವನಿಗೆ ದೊರತ ಹಣ = 40,095 ರೂಪಾಯಿಗಳು

ರಿಬೇಟ (Rebate)

ಖಾದಿ ಗ್ರಾಮೋದ್ಯೋಗ ಭಂಡಾರ, ಕೈಮಗ್ಗದ ಅಂಗಡಿ, ಹಸ್ತಕಲೆ ವಸ್ತು ಮಾರಾಟ ಕೇಂದ್ರ ಮಹಿಳಾ ಉಳಿತಾಯ ಗುಂಪು ಇತ್ಯಾದಿ. ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಪ್ರಸಂಗದಲ್ಲಿ ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಸೂಟು ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ಉದಾ. ಗಾಂಧಿ ಜಯಂತಿ ನಿಮಿತ್ತವಾಗಿ ಖಾದಿಯ ಬಟ್ಟೆಗಳ ಮೇಲೆ ಸೂಟು ಕೊಡಲಾಗುವುದು.

ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅಂಡಗಿಗಾರನಿಗೆ ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕಡಿಮೆ ದೊರೆಯುವುದು ಅದರ ನಷ್ಟ ಪರಿಹಾರ ಸರಕಾರ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಯೋಜನೆಗಳಲ್ಲಿ ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಯಾವ ಸೂಟು ಎಂದು ದೊರೆಯುವ ಹಣಕ್ಕೆ ರಿಬೇಟ ಎನ್ನುವರು.

ಆದಾಯ ತೆರಿಗೆ ತುಂಬುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಉತ್ತಮ ನಿಶ್ಚಿತ ಮರ್ಯಾದವರೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಅವರಿಗೆ ಆದಾಯ ತೆರಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಸೂಟು ಸಿಗುವುದು. ಸೂಟುಕ್ಕೂ ಸಹ ರಿಬೇಟ ಎನ್ನುವರು.

ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲಿ ರಿಬೇಟ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ ಸೂಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಅದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಕರಾರುಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಮಾನ್ಯತೆ ಪಡೆದ ಸಂಸ್ಥೆ ಅಥವಾ ಸರಕಾರ ಇವರ ಕಡೆಯಿಂದ ಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. ಕೈಮಗ್ಗ ಮಂಡಳದ ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಿಂದ ಸುಧೀರನು ಕೆಳಗಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು.

(i) 2 ಚಾದರು, ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ 375 ರೂಪಾಯಿಗಳು (ii) 2 ಜಮಖಾನೆಗಳು, ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ 525 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇವುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡಾಗ ಶೇಕಡಾ 15 ರಿಬೇಟ್ ದೊರೆಯುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ರಿಬೇಟದ ಒಟ್ಟು ಹಣ ಎಷ್ಟು? ಸುಧೀರನು ಅಂಗಡಿಗಾರನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕು?

ಉತ್ತರ : 2 ಚಾದರುಗಳ ಬೆಲೆ = $2 \times 375 = ₹ 750$. 2 ಜಮಖಾನೆಯ ಬೆಲೆ = $2 \times 525 = ₹ 1050$.

ಕೊಂಡುಕೊಂಡ ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ = $750 + 1050 = 1800$ ರೂಪಾಯಿ

ಮುದ್ರಿತ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ದೊರೆಯುವ ಒಟ್ಟು ರಿಬೇಟ್ = $1800 \times \frac{15}{100} = 270$ ರೂಪಾಯಿ

∴ ಸುಧೀರನು ಅಂಗಡಿಗಾರನಿಗೆ ಕೊಡಬೇಕಾದ = $1800 - 270 = 1530$ ರೂಪಾಯಿಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ ಸಂಗ್ರಹ 9.2

1. ಜಾನನು ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ 4500 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಮಾರಿದನು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ಶೇಕಡಾ 15 ಕಮೀಷನ್ ದೊರೆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಜಾನನಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಒಟ್ಟು ಕಮೀಷನ್ ಎಷ್ಟು ಇದನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ರಿಕ್ತ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪುಸ್ತಕದ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ =

ಕಮೀಷನ್ ದರ =

ದೊರೆತ ಕಮೀಷನ್ = $\frac{\text{}{\text{}} \times \text{$

∴ ಕಮೀಷನ್ = ರೂಪಾಯಿ

2. ರಫೀಕನು ಶೇಕಡಾ 4 ದಲಾಲಿ ಕೊಟ್ಟು ದಲಾಲನು ಮೂಲಕ 15000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಹೂವು ಮಾರಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ದಲಾಲಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ರಫೀಕನಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಹಣ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3. ಒಬ್ಬ ರೈತನು 9200 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ಸರಕನ್ನು ಅಡತಿಯವನ ಮೂಲಕ ಮಾರಿದನು ಅವನಿಗೆ 2% ಅಡತಿ ಕೊಡಬೇಕಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಡತಿಯವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ದೊರೆಯಿತು?
4. ಖಾದಿ ಭಂಡಾರದಿಂದ ಉಮಾತಾಯಿಯವರು ಕೆಳಗಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಂಡರು
(i) 3 ಸೀರೆಗಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ 560 ರೂಪಾಯಿ. (ii) ಜೇನುನು ರಸದ 6 ಬಾಟಲಿಗಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ 90 ರೂಪಾಯಿ ಈ ಎಲ್ಲವೂಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡಾಗ ಶೇಕಡಾ 12 ರಂತೆ ರಿಬೇಟ ದೊರೆಯುವದು, ಹಾಗಾದರೆ ಉಮಾತಾಯಿಯವರಿಗೆ ಈ ವಸ್ತುಗಳು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ದೊರೆತವು?
5. ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಆಧಾರದಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ರಿಕ್ತ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ತುಂಬಿರಿ.
ಒಬ್ಬ ದಲಾಲನ ಮುಖಾಂತರ ಶ್ರೀಮತಿ ದೀಪಾಂಜಲಿ ಇವರು 7,50,000 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ಮನೆಯನ್ನು ಶ್ರೀಮತಿ ಲೀಲಾಬೇನ್ ಇವರ ಕಡೆಯಿಂದ ಕೊಂಡರು. ದಲಾಲನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಕಡೆಯಿಂದ 2% ದಲಾಲಿ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡನು ಹಾಗಾದರೆ.

(1) ಶ್ರೀಮತಿ ದೀಪಾಂಜಲಿ ಇವರು ಮನೆ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವ ಸಲುವಾಗಿ \times $\frac{\text{}{\text{}}$ = ರೂಪಾಯಿ ದಲಾಲಿ ಕೊಟ್ಟರು.

(2) ಲೀಲಾಬೇನ್ ಇವರು ಮನೆ ಮಾರುವ ಸಲುವಾಗಿ ರೂಪಾಯಿ ದಲಾಲಿ ಕೊಟ್ಟರು.

(3) ದಲಾಲನಿಗೆ ಈ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ದಲಾಲಿ ದೊರೆಯಿತು.

(4) ಶ್ರೀಮತಿ ದೀಪಾಂಜಲಿ ಇವರಿಗೆ ಆ ಮನೆ ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆಯಿತು.

(5) ಶ್ರೀಮತಿ ಲೀಲಾಬೇನ್ ಇವರಿಗೆ ಮನೆ ಮಾರಿ ರೂಪಾಯಿಗಳು ದೊರೆತವು.

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 9.1

1. ₹ 160 2. ₹ 891 3. ₹ 1125 4. ಸೂಟ ₹360, ಮಾ. ಕಿ. ₹ 2640 5. 15%
6. ₹ 25,000 8. 0 %.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 9.2

2. ದಲಾಲಿ ₹600 ರಕ್ಕಮು ₹ 14400 3. ₹ 184 4. ₹ 1953.60



ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಸಂಗ್ರಹ 1

1. ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗಾಗಿ ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.
 - (1) □ PQRS ದಲ್ಲಿ $m\angle P = m\angle R = 108^\circ$ ಹಾಗೂ $m\angle Q = m\angle S = 72^\circ$ ಇದ್ದರೆ ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಭುಜಗಳು ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ?

(A) ಭುಜ PQ ಹಾಗೂ ಭುಜ QR	(B) ಭುಜ PQ ಹಾಗೂ ಭುಜ SR
(C) ಭುಜ SR ಹಾಗೂ ಭುಜ SP	(D) ಭುಜ DS ಹಾಗೂ ಭುಜ PQ
 - (2) ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ, ಅವುಗಳ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪರ್ಯಾಯದಿಂದ ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.
 - (i) ಆಯತದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತವೆ.
 - (ii) ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತವೆ.
 - (iii) ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತವೆ.
 - (iv) ಪತಂಗದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

(A) ವಿಧಾನ (ii) ಹಾಗೂ (iii) ಸತ್ಯ ಇರುತ್ತವೆ.	(B) ಕೇವಲ ವಿಧಾನ (ii) ಸತ್ಯ ಇದೆ.
(C) ವಿಧಾನ (ii) ಹಾಗೂ (iv) ಸತ್ಯ ಇರುತ್ತವೆ.	(D) ವಿಧಾನ (i), (iii), (iv) ಸತ್ಯ ಇರುತ್ತವೆ.
 - (3) $19^3 = 6859$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $\sqrt[3]{0.006859} =$ ಎಷ್ಟು?

(A) 1.9	(B) 19	(C) 0.019	(D) 0.19
---------	--------	-----------	----------
2. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನ ಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

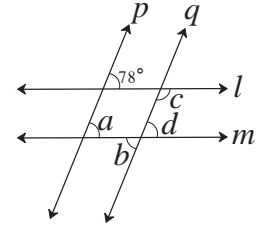
(1) 5832	(2) 4096
----------	----------
3. $m \propto n$, ಇದ್ದಾಗ $m = 25$ ಆಗ $n = 15$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ

(1) $n = 87$ ಇರುವಾಗ m ಎಷ್ಟು?	(2) $m = 155$ ಇದ್ದರೆ $n = ?$
--------------------------------	------------------------------
4. x ಮತ್ತು y ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ ಇದೆ, $x = 12$ ಇದ್ದಾಗ $y = 30$ ಇರುತ್ತದೆ.

(1) $x = 15$ ಇದ್ದರೆ $y =$ ಎಷ್ಟು ?	(2) $y = 18$ ಇದ್ದರೆ $x = ?$
-----------------------------------	-----------------------------
5. ಒಂದು ರೇಷೆ l ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ರೇಷೆಯಿಂದ 3.5 ಸೆಮೀ. ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ರೇಷೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
6. $(256)^{\frac{5}{7}}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಷ್ಟನೆಯ ಮೂಲದ ಎಷ್ಟನೆಯ ಘಾತ ಇದೆ ಅದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
7. ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

(1) $(5x-7)(5x-9)$	(2) $(2x-3y)^3$	(3) $(a + \frac{1}{2})^3$
--------------------	-----------------	---------------------------
8. ಒಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲ ಮಧ್ಯಗಾಮಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.

9. ΔABC $l(BC) = 5.5$ ಸೆಮೀ. $m \angle ABC = 90^\circ$, $l(AB) = 4$ ಸೆಮೀ. ಆಗುವಂತೆ ತೆಗೆದು ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಲಂಬ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.
10. ಬಸ್ಸಿನ ವೇಗ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 48 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಾಗ ಒಂದು ಊರಿನಿಂದ ಎರಡನೆಯ ಊರಿಗೆ ಹೋಗಲು 5 ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು. ಬಸ್ಸಿನ ವೇಗ ಗಂಟೆಗೆ 8 ಕಿಮೀಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅಷ್ಟೇ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು ಎಂಬುದನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಚಲನದ ಪ್ರಕಾರ ಗುರುತ್ತಿಸಿ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಿರಿ.
11. ΔABC ಯ ರೇಖೆ AD ಹಾಗೂ ರೇಖೆ BE ಇವು ಮಧ್ಯಗಾಮಿಗಳಿವೆ G ಇದು ಮಧ್ಯಗಾಮಿ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಇದೆ. $l(AG) = 5$ ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ $l(GD) =$ ಎಷ್ಟು ಮತ್ತು $l(GE) = 2$ ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ $l(BE) =$ ಎಷ್ಟು ?
12. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
 (1) $\frac{8}{13}$ (2) $\frac{11}{7}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) $\frac{7}{9}$
13. ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.
 (1) $2x^2 - 11y + 5$ (2) $x^2 - 2x - 80$ (3) $3x^2 - 4x + 1$
14. ಒಂದು ದೂರ ದರ್ಶನ ಸಂಚಿನ ಬೆಲೆ 50000 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ. ಆ ಸಂಚನ್ನು ಅಂಗಡಿಗಾರನು 15% ಸೂಟು ಕೊಟ್ಟು ಮಾರಿದರೆ ಆ ಗ್ರಾಹಕನಿಗೆ ಅದು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವುದು?
15. ರಾಜಾಭಾವು ಅವರು ತಮ್ಮ ಫ್ಲಾಟನ್ನು ದಲಾಲನ ಮೂಲಕ ವಸಂತರಾವನಿಗೆ 88,00000 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರು. ದಲಾಲನು ಇಬ್ಬರ ಕಡೆಯಿಂದ 2 % ದರ ದಿಂದ ದಲಾಲಿ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ, ದಲಾಲನಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ದಲಾಲಿ ದೊರೆಯಿತು?
16. $\square ABCD$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ $l(DC) = 5.5$ ಸೆಮೀ. $m \angle D = 45^\circ$, $l(AD) = 4$ ಸೆಮೀ.
17. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $l \parallel$ ರೇಖೆ m ಅದರಂತೆ ರೇಖೆ $p \parallel$ ರೇಖೆ q ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ ಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

1. (i) B (ii) B (iii) D 2. (1) 18 (2) 16 3. (1) 145 (2) 93
4. (1) 24 (2) 20 6. 256ರದ ಎಳನೆಯ ಮೂಲದ ಐದನೆಯ ಘಾತ
7. (1) $25x^2 - 80x + 63$ (2) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$ (3) $a^3 + \frac{3a^2}{2} + \frac{3a}{4} + \frac{1}{8}$
10. 6 ಗಂಟೆಗಳ, ವ್ಯಸ್ತ ಚಲನ 11. $l(GD) = 2.5$ ಸೆಮೀ. $l(BE) = 6$ ಸೆಮೀ.
12. (1) $0.\overline{615384}$ (2) $1.\overline{571428}$ (3) 0.3125 (4) $0.\overline{7}$
13. (1) $(y - 5)(2y - 1)$ (2) $(x - 10)(x + 8)$ (3) $(x - 1)(3x - 1)$
14. ₹42500 15. ₹ 352000 17. $78^\circ, 78^\circ, 102^\circ, 78^\circ$

10

ಬಹುಪದಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ



ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ.

$$(1) 2a + 3a = \boxed{}$$

$$(2) 7b - 4b = \boxed{}$$

$$(3) 3p \times p^2 = \boxed{}$$

$$(4) 5m^2 \times 3m^2 = \boxed{}$$

$$(5) (2x + 5y) \times \frac{3}{x} = \boxed{}$$

$$(6) (3x^2 + 4y) \times (2x + 3y) = \boxed{}$$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಬಹುಪದಿಗಳ ಪರಿಚಯ (Introduction to polynomial)

ಒಂದು ಚಲದಲ್ಲಿಯ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದಲ್ಲಿ ಚಲಗಳ ಘಾತಾಂಕ ಇದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ, ರಾಶಿ ಒಂದೇ ಚಲದಲ್ಲಿಯ ಬಹುಪದಿ ಇರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $x^2 + 2x + 3$; $3y^3 + 2y^2 + y + 5$ ಇದು ಒಂದು ಚಲದಲ್ಲಿಯ ಬಹುಪದಿ ಇದೆ.

ಬಹುಪದಿ ಈ ವಿಶಿಷ್ಟ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಬಹುಪದಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳಂತೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

$$\begin{aligned} \text{ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ (1) } & (3x^2 - 2x) \times (4x^3 - 3x^2) \\ & = 3x^2(4x^3 - 3x^2) - 2x(4x^3 - 3x^2) \\ & = 12x^5 - 9x^4 - 8x^4 + 6x^3 \\ & = 12x^5 - 17x^4 + 6x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (4x - 5) - (3x^2 - 7x + 8) \\ & = 4x - 5 - 3x^2 + 7x - 8 \\ & = -3x^2 + 11x - 13 \end{aligned}$$

ಬಹುಪದಿಗಳ ಘಾತ (Degree of a polynomial)

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡ ಘಾತಾಂಕ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದಾ. (1) $3x^2 + 4x$ ಈ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡಘಾತಾಂಕ 2 ಇದೆ.

ಉದಾ. (2) $7x^3 + 5x + 4x^5 + 2x^2$ ಈ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಘಾತಾಂಕ 5 ಇದೆ.

ಕೊಟ್ಟ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಘಾತಾಂಕಕ್ಕೆ ಆ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ

- ಒಂದು ಚಲದಲ್ಲಿಯ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಘಾತಾಂಕ ಇದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ರಾಶಿ ಬಹುಪದಿ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಘಾತಾಂಕ ಅಂದರೆ, ಆ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತ ಇರುವುದು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

(I) ಏಕಪದಿಯಿಂದ ಏಕಪದಿಗೆ ಭಾಗಿಸುವುದು (To divide a monomial by a monomial)

ಉದಾ. (1) $15p^3 \div 3p$ ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಭಾಗಾಕಾರ ಇದು ಗುಣಾಕಾರ ವಿರುದ್ಧ ಕ್ರಿಯೆ ಇದೆ.

$\therefore 15p^3 \div 3p$ ಈ ಭಾಗಾಕಾರಮಾಡಿ ಸಲುವಾಗಿ, $3p$ ಈ

ಬಹುಪದಿಗೆ, ಯಾವ ಬಹುಪದಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಾಕಾರ $15p^3$ ಬರುವುದು.

ಈ ವಿಚಾರ ಮಾಡ ಬೇಕಾಗುವುದು.

$$3p \times 5p^2 = 15p^3 \therefore 15p^3 \div 3p = 5p^2$$

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮಂಡನೆಯನ್ನು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು

$$\begin{array}{r}
 5p^2 \\
 3p \overline{) 15p^3} \\
 \underline{-15p^3} \\
 0
 \end{array}$$

ಉದಾ. (2) ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $(-36x^4) \div (-9x)$

(ii) $(5m^2) \div (-m)$

(iii) $(-20y^5) \div (2y^3)$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 -9x \overline{) -36x^4} \\
 \underline{} \\

 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 -m \overline{) 5m^2} \\
 \underline{} \\

 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 2y^3 \overline{) -20y^5} \\
 \underline{} \\

 \end{array}$$

ಬಹುಪದಿಗೆ ಏಕಪದಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು (To divide a polynomial by a monomial)

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಬಹುಪದಿಗೆ ಏಕಪದಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಉದಾ. (1) $(6x^3 + 8x^2) \div 2x$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 4x \\
 2x \overline{) 6x^3 + 8x^2} \\
 \underline{6x^3} \\
 0 + 8x^2 \\
 \underline{- 8x^2} \\
 0
 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

(i) $2x \times \boxed{3x^2} = 6x^3$

(ii) $2x \times \boxed{4x} = 8x^2$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $3x^2 + 4x$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = 0

ಉದಾ. (2) $(15y^4 + 10y^3 - 3y^2) \div 5y^2$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r} 3y^2 + 2y - \frac{3}{5} \\ 5y^2 \overline{)15y^4 + 10y^3 - 3y^2} \\ \underline{-15y^4} \\ 0 + 10y^3 - 3y^2 \\ \underline{-10y^3} \\ 0 - 3y^2 \\ \underline{+ 3y^2} \\ 0 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 5y^2 \times \boxed{3y^2} &= 15y^4 \\ \text{(ii)} \quad 5y^2 \times \boxed{2y} &= 10y^3 \\ \text{(iii)} \quad 5y^2 \times \boxed{\frac{-3}{5}} &= -3y^2 \end{aligned}$$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $3y^2 + 2y - \frac{3}{5}$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = 0

ಉದಾ. (3) $(12p^3 - 6p^2 + 4p) \div 3p^2$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r} 4p - 2 \\ 3p^2 \overline{)12p^3 - 6p^2 + 4p} \\ \underline{-12p^3} \\ 0 - 6p^2 + 4p \\ \underline{+ 6p^2} \\ 0 + 4p \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 3p^2 \times \boxed{4p} &= 12p^3 \\ \text{(ii)} \quad 3p^2 \times \boxed{-2} &= -6p^2 \end{aligned}$$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $4p - 2$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = $4p$

ಉದಾ. (4) $(5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6) \div x^2$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 3x + 4 \\ x^2 \overline{)5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6} \\ \underline{5x^4} \\ 0 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6 \\ \underline{+ 3x^3} \\ 0 + 4x^2 + 2x - 6 \\ \underline{- 4x^2} \\ 0 + 2x - 6 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x^2 \times \boxed{5x^2} &= 5x^4 \\ \text{(ii)} \quad x^2 \times \boxed{-3x} &= -3x^3 \\ \text{(iii)} \quad x^2 \times \boxed{4} &= 4x^2 \end{aligned}$$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $5x^2 - 3x + 4$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = $2x - 6$

ಬಹುಪದಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಯಾವಾಗ ಶೇಷವು ಶೂನ್ಯ ಉಳಿಯುವದು. ಅಥವಾ ಶೇಷದ ಘಾತವು ಭಾಜಕ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದಿರುತ್ತದೆ. ಆವಾಗ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆ ಪೂರ್ಣವಾಗುವದು.

ಮೇಲಿನ ಉದಾ. (3) ರಲ್ಲಿ ಶೇಷ $4p$ ದ ಘಾತ ಇದು $3p^2$ ಈ ಭಾಜಕದ ಬಹುಪದಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಿದೆ. ಅದರಂತೆ ಉದಾ. (4) ರಲ್ಲಿ $2x - 6$ ಈ ಶೇಷದ ಘಾತ ಇದು x^2 ಈ ಭಾಜಕ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತಕ್ಕಿಂತ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 10.1

1. ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿ.

$$(1) 21m^2 \div 7m$$

$$(2) 40a^3 \div (-10a)$$

$$(3) (-48p^4) \div (-9p^2)$$

$$(4) 40m^5 \div 30m^3$$

$$(5) (5x^3 - 3x^2) \div x^2$$

$$(6) (8p^3 - 4p^2) \div 2p^2$$

$$(7) (2y^3 + 4y^2 + 3) \div 2y^2$$

$$(8) (21x^4 - 14x^2 + 7x) \div 7x^3$$

$$(9) (6x^5 - 4x^4 + 8x^3 + 2x^2) \div 2x^2$$

$$(10) (25m^4 - 15m^3 + 10m + 8) \div 5m^3$$



ಬಹುಪದಿಗೆ ದ್ವಿಪದಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು (To divide a polynomial by a binomial)

ಬಹುಪದಿಗೆ ದ್ವಿಪದಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಪದ್ಧತಿ ಇದು ಬಹುಪದಿಗೆ ಏಕ ಪದಿಯಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರದ ಪದ್ಧತಿಯಂತೆಯೇ ಇದೆ.

ಉದಾ. (1) $(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x + 2 \overline{) x^2 + 4x + 4} \\ \underline{x^2 + 2x} \\ 0 + 2x + 4 \\ \underline{+ 2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ

(i) ಮೊದಲು ಭಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಭಾಜಕದ ಮೊದಲನೆಯ x ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಭಾಜ್ಯದ ಮೊದಲನೆಯ ಪದ ಸಿಗುವದು.

\therefore ಭಾಜಕಕ್ಕೆ x ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

(ii) $(x + 2) \times \boxed{2} = 2x + 4$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $x + 2$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = 0

ಉದಾ. (2) $(y^4 + 24y - 10y^2) \div (y + 4)$

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತ 4 ಇದೆ. ಅದರಲ್ಲಿಯ ಚಲದ ಘಾತಾಂಕ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ 3 ಇರುವ ಪದವೂ ಇಲ್ಲ ಅದು $0y^3$ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ ಮತ್ತು ಭಾಜ್ಯ ಬಹುಪದಿ ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಾ. ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡೋಣ.

$$\begin{array}{r}
 y^3 - 4y^2 + 6y \\
 y + 4 \overline{) y^4 + 0y^3 - 10y^2 + 24y} \\
 \underline{-y^4 + 4y^3} \\
 0 - 4y^3 - 10y^2 + 24y \\
 \underline{+ 4y^3 - 16y^2} \\
 0 + 6y^2 + 24y \\
 \underline{- 6y^2 + 24y} \\
 0 0
 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

(i) $(y + 4) \times y^3 = y^4 + 4y^3$

(ii) $(y + 4) \times -4y^2 = -4y^3 - 16y^2$

(iii) $(y + 4) \times 6y = 6y^2 + 24y$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $y^3 - 4y^2 + 6y$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = 0

ಉದಾ. (3) $(6x^4 + 3x^2 - 9 + 5x + 5x^3) \div (x^2 - 1)$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r}
 6x^2 + 5x + 9 \\
 x^2 - 1 \overline{) 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 5x - 9} \\
 \underline{- 6x^4 + 6x^2} \\
 0 + 5x^3 + 9x^2 + 5x - 9 \\
 \underline{+ 5x^3 - 5x} \\
 0 + 9x^2 + 10x - 9 \\
 \underline{- 9x^2 + 9} \\
 0 + 10x + 0
 \end{array}$$

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ -

(i) $(x^2 - 1) \times 6x^2 = 6x^4 - 6x^2$

(ii) $(x^2 - 1) \times 5x = 5x^3 - 5x$

(iii) $(x^2 - 1) \times 9 = 9x^2 - 9$

\therefore ಭಾಗಾಕಾರ = $6x^2 + 5x + 9$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = $10x$



- ಬಹುಪದಿಗಳ ಭಾಗಾಕರ ಮಾಡುವಾಗ ಶೇಷವು ಶೂನ್ಯ ಉಳಿದರೆ, ಅಥವಾ ಶೇಷದ ಘಾತ ಇದು ಭಾಜಕದ ಬಹುಪದಿಯ ಘಾತಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಾಗ ಆವಾಗ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆಪೂರ್ಣ ವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಭಾಜ್ಯ ಬಹುಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಪದಗಳು ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇರದಿದ್ದರೆ, ಆ ಬಹುಪದಿ ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅದನ್ನು ಹಾಗೆ ಬರೆಯುವಾಗ ಯಾವುದೇ ಘಾತಾಂಕದ ಪದ ಇರದೇ ಇದ್ದರೆ, ಅದರ ಸಹಗುಣಕ 0 ಎಂದು ತಿಳಿದು ಘಾತಾಂಕದ ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 10.2

1. ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ. ಭಾಗಾಕಾರ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಬರೆಯಿರಿ.

(1) $(y^2 + 10y + 24) \div (y + 4)$

(2) $(p^2 + 7p - 5) \div (p + 3)$

(3) $(3x + 2x^2 + 4x^3) \div (x - 4)$

(4) $(2m^3 + m^2 + m + 9) \div (2m - 1)$

(5) $(3x - 3x^2 - 12 + x^4 + x^3) \div (2 + x^2)$

(6*) $(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1) \div (a^3 - 2)$

(7*) $(4x^4 - 5x^3 - 7x + 1) \div (4x - 1)$

kkk

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 10.1

1. $3m, 0$

2. $-4a^2, 0$

3. $\frac{-16}{3}p^2, 0$

4. $\frac{4}{3}m^2, 0$

5. $5x - 3, 0$

6. $4p - 2, 0$

7. $y + 2, 3$

8. $3x, -14x^2 + 7x$

9. $3x^3 - 2x^2 + 4x + 1, 0$

10. $5m - 3, 10m + 8$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 10.2

1. $y + 6, 0$

2. $p + 4, -17$

3. $4x^2 + 18x + 75, 300$

4. $m^2 + m + 1, 10$

5. $x^2 + x - 5, x - 2$

6. $a - 1, a^2 + a - 1$

7. $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} - \frac{29}{16}, \frac{-13}{16}$





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಉದಾ. ನಿನಾದನು ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ಪ್ರತಿದಿನ ಓದಿದ ಘಟಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 60, 50, 54, 46, 50 ಈ ರೀತಿ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಪ್ರತಿದಿನ ಘಟಕಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸರಾಸರಿ = $\frac{\text{ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು}}{\text{ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$$= \frac{60 + \square + \square + \square + 50}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

∴ ಪ್ರತಿದಿನ ಓದಿದ ಘಟಕಗಳ ಸರಾಸರಿ \square ಇದೆ.

ಈ ಸರಾಸರಿ ಮಧ್ಯ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಮಾನ ಏನ್ನುವರು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಓದಿದ ಪಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದು ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಮಾಹಿತಿ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ನಿನಾದನು ಪ್ರತಿದಿನ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ 52 ಪಟಗಳನ್ನು ಓದಿದನು ಎಂದು ನಿಷ್ಕರ್ಷೆ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಘಟನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಅಥವಾ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಮಾಹಿತಿ ಸಂಗ್ರಹಣೆ ಮಾಡುವುದು, ಆ ಮಾಹಿತಿಯ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿ ಕೆಲವು ನಿಷ್ಕರ್ಷೆ ಪಡೆಯುವುದು, ಇದು ಒಂದು ಸ್ವತಂತ್ರವಾದ ಜ್ಞಾನಶಾಖೆ ಇದೆ. ಈ ಶಾಖೆಗೆ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಎಂದು ಹೆಸರು ಇದೆ

ಮಧ್ಯ (Mean)

60, 50, 54, 46 ಹಾಗೂ 50 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ 52 ಬರುತ್ತದೆಂದು ನಾವು ನೋಡಿದೇವು. ಈ ಸರಾಸರಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಪರಿಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯ ಎನ್ನುವರು. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಲು ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವರು. ಆ ಬೇರೀಜಿಗೆ ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವರು.

ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯುವ ಈ ಪದ್ಧತಿಯ ನಾವು ಇನ್ನೂ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡಿರಿ.

ಉದಾ. ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ 8ನೇ ಇಯತ್ತೆಯ 37 ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಒಂದು 10 ಗುಣಗಳ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ದೊರೆತ ಗುಣಗಳ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ. ಈ ಗುಣಗಳ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.

2, 4, 4, 8, 6, 7, 3, 8, 9, 10, 10, 8, 9, 7, 6, 5, 4, 6, 7, 8, 4, 8, 9, 7, 6, 5, 10, 9, 7, 9, 10, 9, 6, 9, 9, 4, 7.

ಉತ್ತರ : ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಲು ಬಹಳ ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುವದು ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 \times 5 = 35$. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆ ಸರಳ ಆಗುವದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ. ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದು ಸುಲಭ ಆಗುವದರಿಂದ ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ ಮಾಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡೋಣ.

ಗುಣ, x_i (ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ)	ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳು	ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಆವೃತ್ತತೆ) f_i	$f_i \times x_i$
2		1	$1 \times 2 = 2$
3		1	$1 \times 3 = 3$
4	≡	5	$5 \times 4 = 20$
5		2	$2 \times 5 = 10$
6	≡	5	$5 \times 6 = 30$
7	≡	6	$6 \times 7 = 42$
8	≡	5	$5 \times 8 = 40$
9	≡	8	$8 \times 9 = 72$
10		4	$4 \times 10 = 40$
		$N = 37$	$\sum f_i x_i = 259.$

$$\begin{aligned} \text{ಮಧ್ಯ} &= \frac{\sum f_i \times x_i}{N} \\ &= \frac{259}{37} \\ &= 7 \end{aligned}$$

ಮೇಲಿನಹಾಗೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಲು ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ.

- ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ $x_1 < x_2 < x_3 \dots$ ಹೀಗೆ ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಿಂದ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಅದನ್ನು x_i ದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಎರಡನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- ಮೂರನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಅಳಿದು ಆವೃತ್ತತೆ ಬರೆಯಿರಿ. ಈ ಆವೃತ್ತತೆ f_i ದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಎಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತತೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಬರೆಯಿರಿ. ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತತೆ ತೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಬರೆಯಿರಿ. ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತತೆ N ದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಕೊನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ $f_i \times x_i$ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಬರೆಯಿರಿ. ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಎಲ್ಲ ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಬೇರೀಜು ಬರೆಯಿರಿ. $f_i \times x_i$ ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಬೇರೀಜು $\sum f_i \times x_i$ ದಿಂದ ತೋರಿಸುವರು \sum (ಸಿಗ್ಮಾ) ಈ ಚಿಹ್ನೆ 'ಬೇರೀಜು' ಈ ಅರ್ಥದಿಂದ ಉಪಯೋಗಿಸುವರು. ಮಧ್ಯ \bar{x} (ಎಕ್ಸ್‌ಬಾರ) ದಿಂದ ತೋರಿಸುವರು.

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯ } \bar{x} = \frac{\sum f_i \times x_i}{N}$$

ಉದಾ. ರಾಜಾಪುರ ಈ ಊರಿನಲ್ಲಿಯ 30 ರೈತರ ಸೋಯಾಬಿನದ ಏಕರೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದನೆ ಕ್ಷಿಂಟಲದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇದೆ.
 9, 7.5, 8, 6, 5.5, 7.5, 5, 8, 5, 6.5, 5, 5.5, 4, 4, 8,
 6, 8, 7.5, 6, 9, 5.5, 7.5, 8, 5, 6.5, 5, 9, 5.5, 4, 8.
 ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಸೋಯಾಬಿನದ ಏಕರೆಯಲ್ಲಿಯ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಏಕರಕ್ಕೆ ಉತ್ಪಾದನೆ (ಕ್ಷಿಂಟಲ) (ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ) x_i	ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳು	ರೈತರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಆವೃತ್ತತೆ) f_i	$f_i \times x_i$
4		3	12
5		5	25
5.5		4	22
6		3	18
6.5		2	13
7.5		4	30
8		6	48
9		3	27
		N = 30	$\Sigma f_i x_i = 195.$

$$\text{ಮಧ್ಯಮಾನ } \bar{x} = \frac{\Sigma f_i \times x_i}{N} = \frac{195}{30} = 6.5$$

ಸೋಯಾಬಿನದ ಏಕರೆಯಲ್ಲಿಯ ಉತ್ಪಾದನೆ 6.5 ಕ್ಷಿಂಟಲ ಇದೆ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.1

1. 8ನೇ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿಯ 30 ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ನೆಟ್ಟಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತತೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನು ನೆಟ್ಟಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಲು ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕಟ್ಟು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ) x_i	ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಆವೃತ್ತತೆ) f_i	$f_i \times x_i$
1	4	4
2	6	<input type="text"/>
3	12	<input type="text"/>
4	8	<input type="text"/>
	N = <input type="text"/>	$\Sigma f_i x_i =$ <input type="text"/>

$$\begin{aligned} \text{ಮಧ್ಯ } \bar{x} &= \frac{\text{}}{N} \\ &= \frac{\text{}}{\text{}} \\ &= \text{} \end{aligned}$$

\therefore ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನು ನೆಟ್ಟಿರುವ ಸಸಿಗಳ ಮಧ್ಯ ಇದೆ.

2. ಏಕಲಾರಾ ಊರಿನಲ್ಲಿ 25 ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿ ಮೇ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿದ್ಯುತ್ ಯುನಿಟ್‌ದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

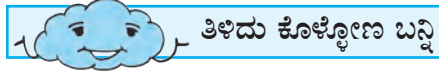
ವಿದ್ಯುತ್ ಉಪಯೋಗ (ಯುನಿಟ್) ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ x_i	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಆವೃತ್ತತೆ) f_i	$f_i \times x_i$
30	7
45	2
60	8
75	5
90	3
	N =	$\sum f_i x_i = \dots\dots\dots$

- (1) 45 ಯುನಿಟ್ ವಿದ್ಯುತ್ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಒಟ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳು ಎಷ್ಟು?
- (2) ಯಾವ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕದ ಆವೃತ್ತತೆ 5 ಇದೆ ಆ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಯಾವುದು?
- (3) N = ಎಷ್ಟು? $\sum f_i x_i =$ ಎಷ್ಟು?
- (4) ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಮೇ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕುಟುಂಬವು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿದ್ಯುತ್ತಿನ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3. ಭಿಲಾರದಲ್ಲಿ 40 ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿಯ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮುಂದಿನಂತೆ ಇದೆ. 1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 2, 3, 2, 1, 4, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 5, 5, 4, 6, 2, 3, 5, 6, 4, 2. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ 40 ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿಯ ಸದಸ್ಯರ ಮಧ್ಯ ಆವೃತ್ತತೆ ಕೋಷ್ಟಕ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

4. 'ಮಾಡೆಲ್ ಹಾಯಸ್ಕೂಲ್, ನಾಂದಪುರವು' ರಾಜ್ಯಮಟ್ಟದ ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರದರ್ಶನದಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿನ 20 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಸಾದರ ಪಡಿಸಿರುವ ವಿಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಪ್ರಕಲ್ಪಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿ ಸಾಮಗ್ರಿಯ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.

2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 2, 3, 2.



ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಾದಾ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಹಾಗೂ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರುವೆವು. ಈಗ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ.

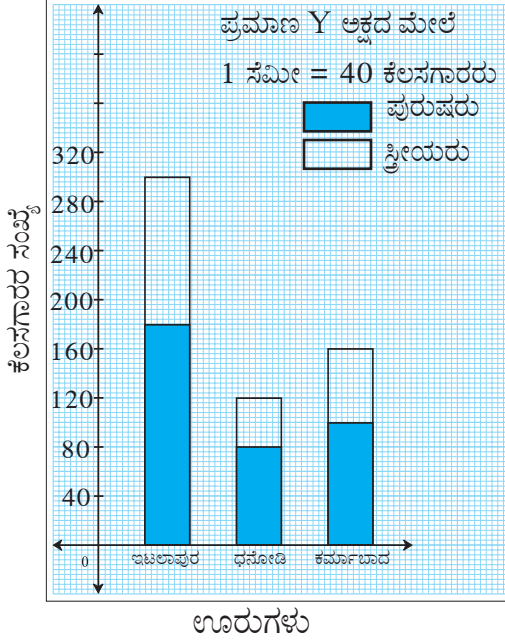
ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (Subdivided bar diagram)

ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಮಾಹಿತಿಯ ತುಲನಾತ್ಮಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಂತೆ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ಸಹ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಘಟಕಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಒಂದೇ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗುವುದು. ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯುವ ಹಂತಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ

ಊರು	ಇಟಲಾಪುರ	ಧನೋಡಿ	ಕರ್ಮಾಬಾದ
ಪುರುಷ ಕೆಲಸಗಾರರು	180	80	100
ಸ್ತ್ರೀ ಕೆಲಸಗಾರರು	120	40	60
ಒಟ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರು	300	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- ಮೊದಲು ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿಯ ಮಾಹಿತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕ ಮೇಲಿನಂತೆ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

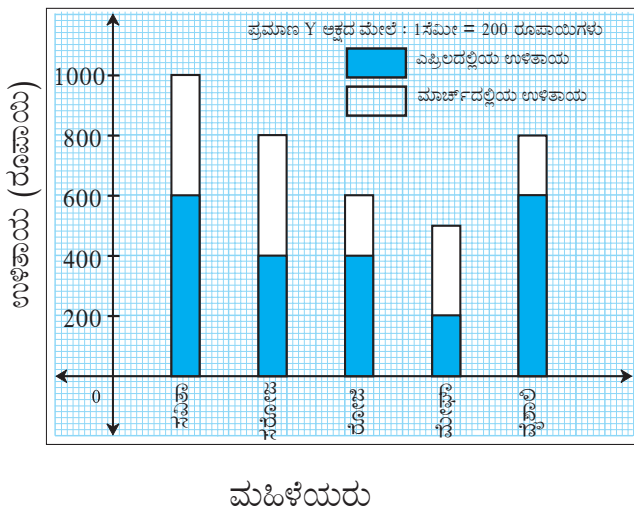
- ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ X- ಅಕ್ಷ ಹಾಗೂ Y- ಅಕ್ಷ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ಸಮಾನ ಅಂತರ ಇಟ್ಟು X- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಊರುಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ.
- Y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ. 1 ಸೆಮೀ = 40 ಕೆಲಸಗಾರರು ಈ ಪ್ರಮಾಣ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- ಇಟಲಾಪೂರ ಊರಿನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 300 ಕೆಲಸಗಾರರು ಇದ್ದರೆ ಕೆಲಸಗಾರರ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದೇ ಸ್ತಂಭದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.



- ಅದರಲ್ಲಿ ಪುರುಷ ಕೆಲಸಗಾರರು ಇದು ಒಟ್ಟು ಕೆಲಸಗಾರರ ಸ್ತಂಭದ ಒಂದು ಭಾಗ ಇದೆ, ಅದನ್ನು ಒಂದು ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.
 - ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಭಾಗಇದು ಸಹಜವಾಗಿ ಸ್ತ್ರೀ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವದು. ಅದನ್ನು ಬೇರೆ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.
 - ಇದರಂತೆ ಧನೋಡಿ ಹಾಗೂ ಕರ್ಮಾಬಾದ ಊರಿನ ಸಲುವಾಗಿ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ಮೇಲಿನ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ತೆಗೆದು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ, ಅದರ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.



- (1) ಈ ಆಕೃತಿಯಾವ ಪ್ರಕಾರದ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಇದೆ?
- (2) ವೈಶಾಲಿಯ ಎಪ್ರಿಲ್ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿಯ ಉಳಿತಾಯ ಎಷ್ಟು ಇದೆ.
- (3) ಸರೋಜಿ ಮಾರ್ಚ್ ಹಾಗೂ ಎಪ್ರಿಲ್ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿಯ ಒಟ್ಟು ಉಳಿತಾಯ ಎಷ್ಟು?
- (4) ಸವಿಕಾ ಒಟ್ಟು ಉಳಿತಾಯಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ?
- (5) ಯಾರ ಎಪ್ರಿಲ್ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿಯ ಉಳಿತಾಯ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ?

2. ಒಂದು ಜಿ. ಪ. ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 5 ನೇ ಇಯತ್ತೆಯಿಂದ 8ನೇ ಇಯತ್ತೆ ವರೆಗಿನ ಹುಡುಗರ ಹಾಗೂ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ. (ಪ್ರಮಾಣ: Y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ 1 ಸೆಮೀ = 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ)

ಇಯತ್ತೆ	5ನೇ	6ನೇ	7ನೇ	8ನೇ
ಹುಡುಗರು	34	26	21	25
ಹುಡುಗಿಯರು	17	14	14	20

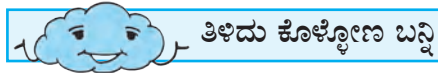
3. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಊರುಗಳಲ್ಲಿ 2016 ಮತ್ತು 2017 ಈ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ನೆಟ್ಟಿರುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ಮಾಹಿತಿ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

ವರ್ಷ \ ಊರು	ಕರ್ಜತ್	ವಡಗಾವ್	ಶಿವಪೂರ	ಖಂಡಾಳಾ
2016	150	250	200	100
2017	200	300	250	150

4. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಪಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲಿಯ 8ನೇ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಾರಿಗೆ ಸಾಧನಗಳ ಹಾಗೂ ನಡೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗುವವರ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸುವ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(ಪ್ರಮಾಣ : Y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ - 1 ಸೆಮೀ = 500 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.)

	ಪೈರಣ	ಯವಲಾ	ಹಾಶಪೂರ
ಸಾಯಕಲ	3250	1500	1250
ಬಸ್ ಹಾಗೂ ರಿಕ್ಷಾ	750	500	500
ನಡೆದು ಕೊಂಡು	1000	1000	500



ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (Percentage bar diagram)

ಆರ್ವಿ ಈ ಊರಿನಲ್ಲಿ ನೆಟ್ಟಿರುವ 60 ಗಿಡಗಳಲ್ಲಿ 42 ಗಿಡಗಳು ಜೀವಿಸಿದವು ಮತ್ತು ಮೋರ್ಶಿ ಈ ಊರಿನಲ್ಲಿ ನೆಟ್ಟಿರುವ 75 ಗಿಡಗಳಲ್ಲಿ 45 ಗಿಡಗಳು ಜೀವಿಸಿದವು. ಬಾರ್ಶಿ ಈ ಊರಿನಲ್ಲಿ ನೆಟ್ಟಿರುವ 90 ಗಿಡಗಳಲ್ಲಿ 45 ಗಿಡಗಳು ಜೀವಿಸಿದವು.

ಯಾವ ಊರಿನಲ್ಲಿ ವೃಕ್ಷರೋಪಣೆ ಹೆಚ್ಚು ಯಶಸ್ವಿಯಾಯಿತು ಅದನ್ನು ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳಲು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಾಕಾಗುವದಿಲ್ಲ ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಜೀವಂತವಾಗಿರುವ ಗಿಡಗಳ ಶತಮಾನ ತೆಗೆಯ ಬೇಕಾಗುವದು.

$$\text{ಆರ್ವಿಯಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ} = \frac{42}{60} \times 100 = 70.$$

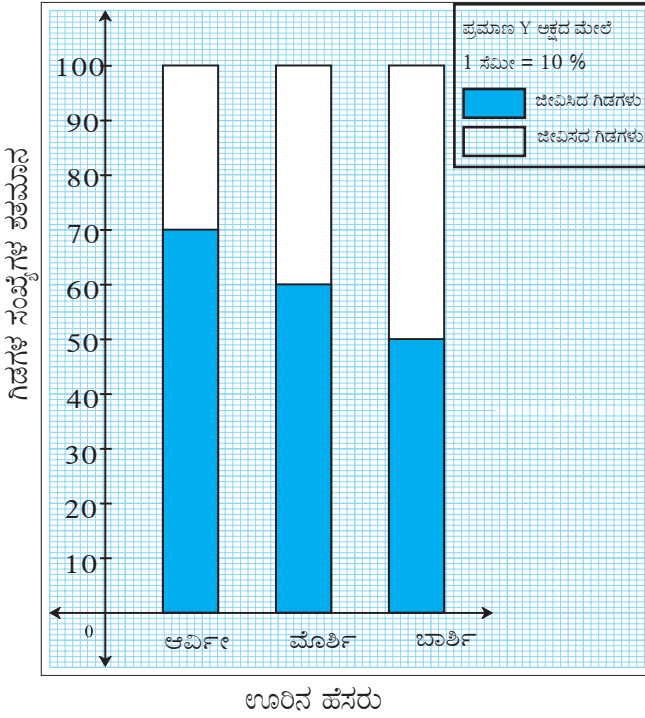
$$\text{ಮೋರ್ಶಿಯಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ} = \frac{45}{75} \times 100 = 60.$$

ಈ ಶತಮಾನದ ಮೇಲಿಂದ ಆರ್ವಿ ಊರಿನಲ್ಲಿಯ ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳ ಶತಮಾನ ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವದು. ಅಂದರೆ ಶತಮಾನದ ಮೇಲಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪ ಬೇರೆ ಪ್ರಕಾರದ ಮಾಡಲ್ ದೊರೆಯುವದು. ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ರೂಪಾಂತರಿಸಿ ಅದರಿಂದ

ವಿಭಾಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯುವರು, ಅದಕ್ಕೆ ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಎನ್ನುವರು. ಅಂದರೆ ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳು ಆಧಾರದಿಂದ ತೆಗೆಯೋಣ.

- ಮೊದಲು ಕೆಳಗಿನ ಹಾಗೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸೋಣ

ಊರು	ಆರ್ವಿಫೆ	ಮೋರ್ಶಿ	ಬಾರ್ಶಿ
ನೆಟ್ಟಿರುವ ಒಟ್ಟುಗಿಡಗಳು	60	75	90
ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳು	42	45	45
ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳ ಶತಮಾನ	$\frac{42}{60} \times 100 = \boxed{70}$	$\frac{45}{75} \times 100 = \boxed{60}$	$\frac{45}{90} \times 100 = \boxed{50}$



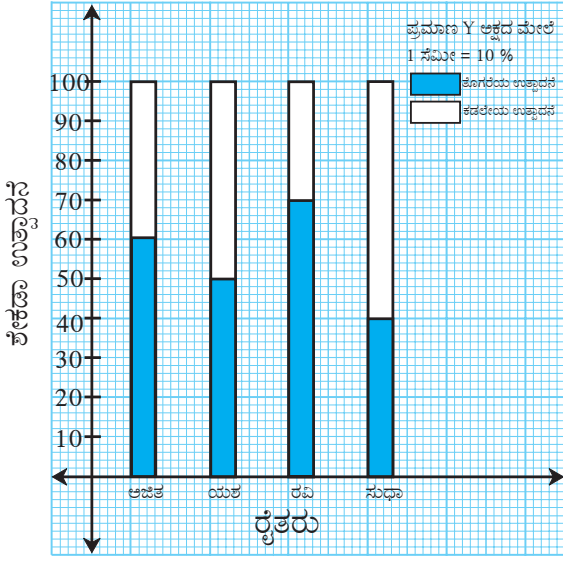
- ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು 100 ಮೂಲಕಮಾನ ಎತ್ತರದ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವರು.
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳನ್ನು ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸೋಣ. ಉಳಿದ ಶತಮಾನ ಜೀವಿಸಿದ ಗಿಡಗಳ ಇರುವುದು.
- ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಇದು ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಇರುವುದರಿಂದ ಉಳಿದ ಎಲ್ಲ ಕೃತಿಗಳು ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯುವ ಕೃತಿಯ ಹಾಗೆ ಇರುತ್ತದೆ.
ಮೇಲಿನ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಎಂಟನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯ ವರ್ಗಗಳು	A	B	C	D
ಗಣಿತದಲ್ಲಿ A ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	45	33	10	15
ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	60	55	40	75

2. ಮುಂದಿನ ಸ್ತಂಭಾ ಲೇಖದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.



- (1) ಬದಿಯ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಯಾವ ಪ್ರಕಾರದಿದೆ?
- (2) ಅಜೀತನ ಹೊಲದಲ್ಲಿಯ ತೊಗರೆಯ ಉತ್ಪಾದನೆ ಒಟ್ಟು ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಇದೆ.
- (3) ಯಶ ಮತ್ತು ರವಿ ಇವರಲ್ಲಿ ಯಾರ ಕಡಲೆಯ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಶತಮಾನ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ?
- (4) ತೊಗರೆಯ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಶತಮಾನ ಯಾರದ್ದಿದೆ.
- (5) ಸುಧಾಳ ತೊಗರೆಯ ಹಾಗೂ ಕಡಲೆಯ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

3. ಕೆಲವು ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿಯ 10ನೇ ಇಯತ್ತೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರ್ವೇಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಪಡೆದು ಕೊಂಡು ಮಾಹಿತಿ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಮಾಹಿತಿ ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

ಶಾಲೆ	ಮೊದಲನೆಯ	ಎರಡನೆಯ	ಮೂರನೆಯ	ನಾಲ್ಕನೆಯ
ವಿಜ್ಞಾನ ಶಾಖೆಯ ಕಡೆಗೆ ಒಲವು	90	60	25	16
ವಾಣಿಜ್ಯ ಶಾಖೆಯ ಕಡೆಗೆ ಒಲವು	60	20	25	24

ಉಪಕ್ರಮ : ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಹಾಗೂ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಇವುಗಳ ತುಲನಾತ್ಮಕ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ವಿಜ್ಞಾನ, ಭೂಗೋಲ ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿಯ ಈ ರೀತಿಯ ಆಲೇಖಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಪಡೆಯಿರಿ.

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.1 2. (1) 2 (2) 75 (3) $N = 25, \sum f_i \times x_i = 1425$ (4) 57

3. 3.9 4. 2.75

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.2 1. (1) ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (2) ₹ 600 (3) ₹ 800

(4) ₹ 500 (5) ಮೇಘಾಳ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 11.3 2. (1) ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (2) 60%

(3) ಯಶನ ಉತ್ಪಾದನೆ 20% ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು (4) ಸುಧಾಳ

(5) 40% ಮತ್ತು 60%





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದು ಚಲದಲ್ಲಿಯ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ.

- ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಚಲದ ಸಲುವಾಗಿ ಯಾವ ಬೆಲೆ ತುಂಬಿದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳು ಸಮಾನ ಆಗುತ್ತವೆ. ಆ ಬೆಲೆ ಎಂದರೆ, ಆ ಸಮೀಕರಣದ ಉತ್ತರ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವುದು ಅಂದರೆ, ಅದರ ಉತ್ತರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.
- ಸಮೀಕರಣ ಎರಡು ಬದಿಗಳ ಮೇಲೆ ಸಮಾನಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದರೆ ದೊರೆಯುವ ಸಮೀಕರಣ ಸತ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಧರ್ಮದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ನಾವು ಹೊಸ ಸುಲಭ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸಮೀಕರಣ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳ ಮೇಲೆ ಮಾಡುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳು.

(i) ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೂಡಿಸುವುದು.

(ii) ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿಂದ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಳೆಯುವುದು.

(iii) ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು.

(iv) ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಶೂನ್ಯೇತರ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ

ಉದಾ. (1) $x + 4 = 9$

$$x + 4 - \boxed{} = 9 - \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

ಉದಾ. (2) $x - 2 = 7$

$$x - 2 + \boxed{} = 7 + \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

ಉದಾ. (3) $\frac{x}{3} = 4$

$$\frac{x}{3} \times \boxed{} = 4 \times \boxed{}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$

ಉದಾ. (4) $4x = 24$

$$\frac{4x}{\boxed{}} = \frac{24}{\boxed{}}$$

$$\therefore x = \boxed{}$$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಏಕಚಲ ಸಮೀಕರಣ ಉತ್ತರ (Solution of equations in one variable)

ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವುದು. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳ ಮೇಲೆ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರ ತೆಗೆಯುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಕಾರಗಳನ್ನು ನೋಡುವಾ.

ಉದಾ. (1) ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸಿರಿ

$$(i) \quad 2(x - 3) = \frac{3}{5}(x + 4)$$

ಉತ್ತರ : ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ

$$10(x - 3) = 3(x + 4)$$

$$\therefore 10x - 30 = 3x + 12$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 30 ಕೂಡಿಸಲಾಗಿ

$$\therefore 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$$

$$10x = 3x + 42$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ 3x ವಜಾ ಮಾಡಲಾಗಿ

$$\therefore 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$$

$$\therefore 7x = 42$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗಿ

$$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$$

$$\therefore x = 6$$

$$(iii) \quad \frac{2}{3} + 5a = 4$$

ಉತ್ತರ : ಪದ್ಧತಿ I

$$\frac{2}{3} + 5a = 4$$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದಕ್ಕೆ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿ

$$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$$

$$\therefore 2 + 15a = 12$$

$$\therefore 15a = 12 - 2$$

$$\therefore 15a = 10$$

$$\therefore a = \frac{10}{15}$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

$$(ii) \quad 9x - 4 = 6x + 29$$

ಉತ್ತರ : ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 4 ಕೂಡಿಸೋಣ

$$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$$

$$\therefore 9x = 6x + 33$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ 6x ವಜಾ ಮಾಡಿರಿ.

$$\therefore 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$$

$$\therefore 3x = 33$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$$

$$\therefore x = 11$$

ಪದ್ಧತಿ II

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿಂದ $\frac{2}{3}$ ವಜಾ ಮಾಡಲಾಗಿ.

$$\frac{2}{3} + 5a - \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3}$$

$$\therefore 5a = \frac{12-2}{3}$$

$$\therefore 5a = \frac{10}{3}$$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ,

$$\frac{5a}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

ಒಂದುವೇಳೆ A,B,C,D ಈ ಶೂನ್ಯೇತರ ರಾಶಿಗಳ ಸಲುವಾಗಿ $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ಇದ್ದರೆ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ B×D ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ AD=BC ಈ ಸಮೀಕರಣ ದೊರೆಯುವುದು. ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ

(iv) $\frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$

ಉತ್ತರ : $\frac{(x-7)}{(x-2)} = \frac{5}{4}$

$\therefore 4(x-7) = 5(x-2)$

$\therefore 4x - 28 = 5x - 10$

$\therefore 4x - 5x = -10 + 28$

$\therefore -x = 18 \quad \therefore x = -18$

(v) $\frac{8m-1}{2m+3} = 2$

ಉತ್ತರ : $\frac{8m-1}{2m+3} = \frac{2}{1}$

$1(8m-1) = 2(2m+3)$

$\therefore 8m - 1 = 4m + 6$

$\therefore 8m - 4m = 6 + 1$

$\therefore 4m = 7 \quad \therefore m = \frac{7}{4}$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 12.1

1. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣದ ನಂತರ ಚಲದ ಸಲುವಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಬೆಲೆಗಳು, ಆ ಸಮೀಕರಣ ಉತ್ತರಗಳು ಇವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ.

(1) $x - 4 = 3$, $x = -1, 7, -7$

(2) $9m = 81$, $m = 3, 9, -3$

(3) $2a + 4 = 0$, $a = 2, -2, 1$

(4) $3 - y = 4$, $y = -1, 1, 2$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(1) $17p - 2 = 49$

(2) $2m + 7 = 9$

(3) $3x + 12 = 2x - 4$

(4) $5(x - 3) = 3(x + 2)$

(5) $\frac{9x}{8} + 1 = 10$

(6) $\frac{y}{7} + \frac{y-4}{3} = 2$

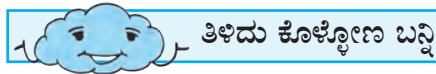
(7) $13x - 5 = \frac{3}{2}$

(8) $3(y + 8) = 10(y - 4) + 8$

(9) $\frac{x-9}{x-5} = \frac{5}{7}$

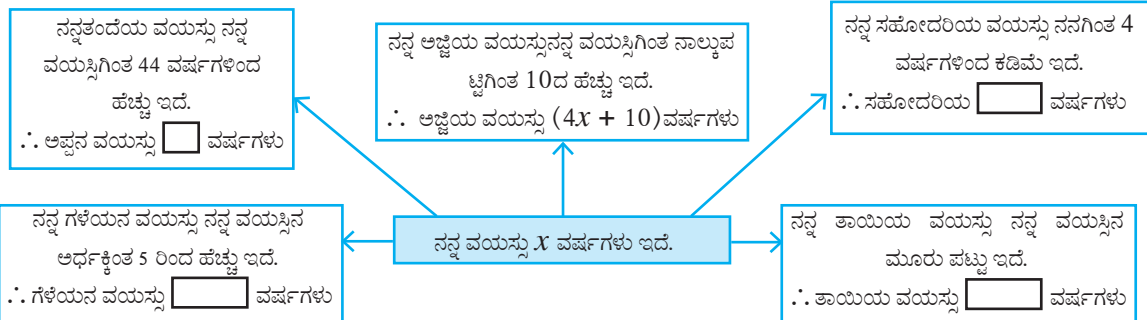
(10) $\frac{y-4}{3} + 3y = 4$

(11) $\frac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$



ಶಾಬ್ದಿಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳು (Word Problems)

ಶಾಬ್ದಿಕ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ ಚಲ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ



ಮೊದಲು ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಅನುಸಾರ, ನನ್ನ ಗೆಲೆಯನ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷಗಳು ಇದ್ದರೆ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು = x ವರ್ಷಗಳು \therefore ಗೆಲೆಯನ ವಯಸ್ಸು = $\frac{x}{2} + 5$

$\frac{x}{2} + 5 = 12$ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

$\therefore x + 10 = 24$ (ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದಕ್ಕೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

$\therefore x = 24 - 10$

$\therefore x = 14,$

\therefore ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು 14 ವರ್ಷಗಳು, ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಮಾಹಿತಿಯಲ್ಲಿಯ ಇತರ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೃತಿ : ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಗಲದ ಮೂರುಪಟ್ಟು ಉದ್ದ

ನಾನು ಆಯತ ಇದ್ದೇನೆ
ನನ್ನ ಪರಿಮಿತಿ 40 ಸೆ ಮೀ

ಅಗಲ
 x

ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ = 40

$$2(\square x + \square x) = 40$$

$$2 \times \square x = 40$$

$$\square x = 40$$

$$x = \square$$

\therefore ಆಯತದ ಅಗಲ = \square ಸೆಮೀ. ಮತ್ತು ಆಯತದ ಉದ್ದ = \square ಸೆಮೀ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) ಜೋಸೆಫ್‌ನ ತೂಕ ಅವನ ಚಿಕ್ಕ ತಮ್ಮನ ತೂಕದ ಇಮ್ಮಡಿ ಇದೆ. ಇಬ್ಬರ ಒಟ್ಟು ತೂಕ ಕೂಡಿ. 63 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಜೋಸೆಫ್‌ನ ತೂಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಜೋಸೆಫ್‌ನ ಚಿಕ್ಕ ತಮ್ಮನ ತೂಕ x ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

\therefore ಜೋಸೆಫ್‌ನ ತೂಕವು ಆತನ ತಮ್ಮನ ತೂಕದ ಇಮ್ಮಡಿ = $2x$

\therefore ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ $x + 2x = 63$

$\therefore 3x = 63 \quad \therefore x = 21$

\therefore ಜೋಸೆಫ್‌ನ ತೂಕ = $2x = 2 \times 21 = 42$ ಕಿ.ಗ್ರಾಂ

ಉದಾ. (2) ಒಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶವು ಅದರ ಭೇದಕ್ಕಿಂತ 5 ರಿಂದ ದೊಡ್ಡದಿದೆ. ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಂದ 4 ಕೂಡಿಸಲಾಗಿ $\frac{6}{5}$ ಈ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ದೊರೆಯುವುದು ಹಾಗಾದರೆ. ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಭೇದ x ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

\therefore ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಕ ಭೇದಕ್ಕಿಂತ 5 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಅಂದರೆ, $x + 5$ ಇದೆ.

\therefore ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ $\frac{x+5}{x}$ ಇದೆ.

ಅದರ ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಭೇದದಲ್ಲಿ 4 ಕೂಡಿ ಸಲಾಗಿ ಹೊಸ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ $\frac{6}{5}$ ಆಗುವುದು.

$$\therefore \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5(x+9) = 6(x+4)$$

$$\therefore 5x + 45 = 6x + 24$$

$$\therefore 45 - 24 = 6x - 5x$$

$$\therefore 21 = x$$

$$\therefore \text{ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭೇದ } 21, \text{ ಅಂಶ} = 21 + 5 = 26$$

$$\therefore \text{ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ} = \frac{26}{21}$$

ಉದಾ. (3) ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮು ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮಿಗಿಂತ ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ 200 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದೆ.

ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ 300 ರೂಪಾಯಿಗಳು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ರಫೀಕನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟರೆ, ರತ್ನಾಳಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮು ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮಿಗಿಂತ $\frac{7}{4}$ ಪಟ್ಟು ಆಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ, ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ಮೂಲ (ರಕ್ಕಮು) ಹಣ ಎಷ್ಟು ಇತ್ತು? ಮೂಲ ರಕ್ಕಮು (ಹಣ) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ಕೃತಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ ಹಣ (ರಕ್ಕಮು), ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ಇರುವ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ 200 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇವೆ.

\therefore ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮು (ಹಣ) x ರೂ. ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ \therefore ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ ಹಣ ರೂಪಾಯಿಗಳು

\therefore ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ 300 ರೂಪಾಯಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ರಫೀಕನಿಗೆ ಕೊಡಲಾಯಿತು, ರೂಪಾಯಿಗಳು

\therefore ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರ $x + 300$ ರೂಪಾಯಿಗಳು ಆದವು.

ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ ಹೊಸ ರಕ್ಕಮು ಇದು ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ರಕ್ಕಮಿನ $\frac{7}{4}$ ಪಟ್ಟು ಆಯಿತು

$$\frac{\text{ರತ್ನಾಳ ಹತ್ತಿರದ ಹಣ}}{\text{ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರದ ಹಣ}} = \frac{\text{input}}{\text{input}}$$

$$\frac{3x-100}{x+300} = \frac{\text{input}}{\text{input}}$$

$$4 \text{ input} = 7 \text{ input}$$

$$12x - 400 = 7x + 2100$$

$$12x - 7x = \text{input}$$

$$5x = \text{input}$$

$$x = \text{input}$$

\therefore ರಫೀಕನ ಹತ್ತಿರ ರೂಪಾಯಿಗಳು ಇದ್ದವು

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 12.2

1. ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 25 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದೆ. 8 ವರ್ಷಗಳನಂತರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣೋತ್ತರ $\frac{4}{9}$ ಆಗುವುದು ಹಾಗಾದರೆ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಭೇದ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ 12 ರಿಂದ ದೊಡ್ಡದಿದೆ. ಅದರ ಅಂಶದಿಂದ 2ನ್ನು ವಜಾಮಾಡಲಾಗಿ ಮತ್ತು ಭೇದದಲ್ಲಿ 7 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ತಯಾರಾದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ $\frac{1}{2}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಮೂಲ್ಯ ವಾಗುವುದು ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಯಾವುದು?
3. ಹಿತ್ತಾಳೆ ಈ ಧಾತುವಿನಲ್ಲಿ ತಾಮ್ರ ಮತ್ತು ಸತುವಿನ ಪ್ರಮಾಣ 13:7 ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, 700 ಗ್ರಾಮ ತೂಕದ ಹಿತ್ತಾಳೆಯ

ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಸತುವು ಎಷ್ಟು ಇರಬಹುದು?

- 4*. ಮೂರು ಕ್ರಮಗತ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು 45ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆದರೆ 54ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ದಶಕ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕವು ಏಕಕ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕದ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಇದೆ. ಅಂಕಗಳ ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮೂಲಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜು 66 ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಕೊಟ್ಟಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6*. ಒಂದು ನಾಟ್ಯಗೃಹದಲ್ಲಿ ನಾಟಕದ 200 ರೂಪಾಯಿ ದರದ ಮತ್ತು 100 ರೂಪಾಯಿ ದರದ ಕೆಲವು ತೀಟುಗಳು ಮಾರಾಟವಾದವು. 200 ರೂಪಾಯಿ ದರದ ತೀಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 100 ರೂಪಾಯಿಯ ತೀಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 20 ತೀಟುಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಮಾರಾಟವಾಗಿದ್ದವು. ಎರಡೂ ಪ್ರಕಾರದ ತೀಟುಗಳ ಮಾರಾಟದಿಂದ ನಾಟ್ಯಗೃಹಕ್ಕೆ 37000 ರೂ. ದೊರೆತವು. ಹಾಗಾದರೆ, 100 ರೂಪಾಯಿಯ ಎಷ್ಟು ತೀಟುಗಳು ಮಾರಾಟವಾದವು?
7. ಮೂರು ಕ್ರಮಗತ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದು ಪಟ್ಟು ಇದು ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ 9 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. ರಾಜು ಇತನು ಒಂದು ಸಾಯಕಲ್ 8% ಲಾಭದಿಂದ ಆಮೀತನಿಗೆ ಮಾರಿದನು ಅಮೀತನು 54 ರೂ. ಖರ್ಚು ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ರಿಪೇರಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡನು ಆ ಸಾಯಕಲ್ ಆತನು ನಿಖಿಲನಿಗೆ 1134 ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದನು. ಆಗ ಅಮೀತನಿಗೆ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಹಾನಿ ಆಗಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ, ರಾಜು ಇತನು ಆ ಸೈಕಲ್ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಖರೀದಿ ಮಾಡಿದ್ದನು?
9. ಒಂದು ಕ್ರಿಕೇಟ ಆಟಗಾರನು ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ 180 ರನ್ನುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದನು ಎರಡನೆಯ ಆಟದಲ್ಲಿ 257 ರನ್ನು (ಓಟ) ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದನು ಮೂರನೆಯ ಆಟದಲ್ಲಿ ಆತನು ಎಷ್ಟುರನ್ನು (ಓಟ)ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದರೆ, ಅವರ ಆಟದಲ್ಲಿಯ ರನ್ನುಗಳ (ಓಟಗಳ) ಸರಾಸರಿ 230 ಆಗುವುದು?
10. ಸುಧೀರನ ವಯಸ್ಸು ವೀರನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ 5ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದೆ. ಅನೀಲನ ವಯಸ್ಸು ಸುಧೀರನ ವಯಸ್ಸಿನ ಅರ್ಧಪಟ್ಟು ಇದೆ? ಸುಧೀರನ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ವೀರನ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ವಯಸ್ಸಿನ ಬೇರೀಜು ಮತ್ತು ಅನೀಲನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ 5:6 ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ವೀರನ ವಯಸ್ಸು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

kkk

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 12.1 1. ಸಮೀಕರಣ ಉತ್ತರ ವಿರುವ ಬೆಲೆಗಳು (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$

(4) $y = -1$ 2. (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$

(7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 12.2 1. 12 ವರ್ಷಗಳು 2. $\frac{23}{35}$ 3. 245 ಗ್ರಾಮ್

4. 15, 16, 17 ಅಥವಾ 16, 17, 18 5. 42 6. 110

7. 17, 18, 19 8. ರೂ. 1000 9. 253 10. 5 ವರ್ಷಗಳು

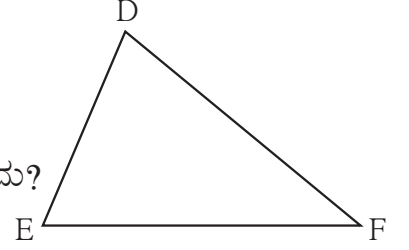




ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

- ಭುಜ DEಯ ಎದುರಿನ ಕೋನ ಯಾವುದು?
- $\angle E$ ಇದು ಯಾವ ಭುಜದ ಎದುರಿನ ಕೋನ ಇದೆ?
- ಭುಜ DE ಮತ್ತು ಭುಜ DF ಇವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟವಾದ ಕೋನ ಯಾವುದು?
- $\angle E$ ಮತ್ತು $\angle F$ ಇವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟವಾದ ಭುಜ ಯಾವುದು?
- ಭುಜ DEಯ ಹೊಂದಿಕೊಂಡ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು ?



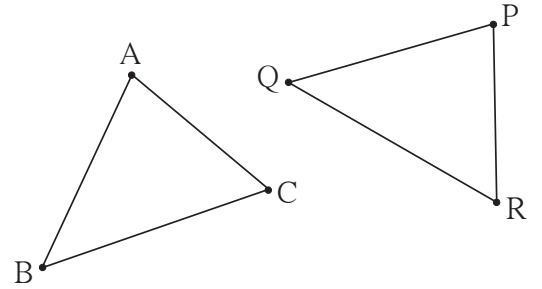
- ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ ಆ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಏಕರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು ಎನ್ನುವರು.
- ಯಾವ ರೇಷಾಖಂಡದ ಉದ್ದಳತೆ ಸಮಾನವಿರುತ್ತವೆಯೋ ಆ ರೇಷಾಖಂಡಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ.
- ಯಾವ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ ಆ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ (Congruence of triangles)

ಕೃತಿ : ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ, ಪಾರದರ್ಶಕ ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಪೇಪರದ ಮೇಲೆ ΔABC ತೆಗೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಆ ಕಾಗದ ΔPQR ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ. ಬಿಂದು A ಇದು ಬಿಂದು Pದ, ಮೇಲೆ, ಬಿಂದು B ಇದು ಬಿಂದು Qದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಬಿಂದು C ಇದು ಬಿಂದು Rದ ಮೇಲಿಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವವು. ಅಂದರೆ ಅವು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆಂದು ಕಂಡು ಬರುವುದು.

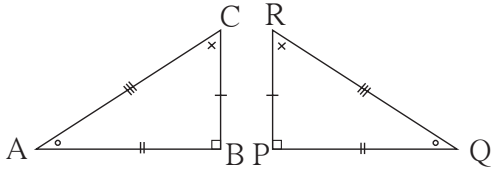


ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ΔABC ಇದನ್ನು ΔPQR ದ ಮೇಲೆ ಇಡುವ ಒಂದು ಪದ್ಧತಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಬಿಂದು A ಇದನ್ನು Qದ ಮೇಲೆ, ಬಿಂದು B ಇದನ್ನು Rದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಬಿಂದು C ಇದನ್ನು Pದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದಿ ಕೊಳ್ಳುವದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ವಿಶಿಷ್ಟ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದಲೇ ಅವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವ ಪದ್ಧತಿ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗುವುದು. ಬಿಂದು Aದ ಸಂಗತ ಬಿಂದು Pದೊಂದಿಗೆ ಇದೆ, ಇದನ್ನು $A \leftrightarrow P$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವರು. ಇಲ್ಲಿ $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$ ಈ ಸಂಗತದಿಂದ ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಾದರೆ, $\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$ ಅಂದರೆ ರೇಖೆ $AB \cong$ ರೇಖೆ PQ , ರೇಖೆ $BC \cong$ ರೇಖೆ QR , ರೇಖೆ $CA \cong$ ರೇಖೆ RP ಈ ಆರು ಏಕರೂಪತೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ

ΔABC ಹಾಗೂ ΔPQR ಇವು $ABC \leftrightarrow PQR$ ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆಂದು ಅನುತ್ತಾರೆ ಹಾಗೂ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವಾಗ $A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$ ಈ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಮೇಲಿನ ಆರು ಏಕರೂಪತೆಗಳ ಸಮಾವೇಶ ಆಗುವದು, ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಇದನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಕ್ರಮ ಏಕರೂಪತೆಯ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ ಇದರಕಡೆ ಗಮನಕೊಡಿರಿ.



ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಈ ಏಕರೂಪ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಅನಿಲ, ರೇಹಾನ ಹಾಗೂ ಸುರಜಿತ ಇವರು ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆಯ ಲೇಖನ ಮುಂದಿನಂತೆ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ.

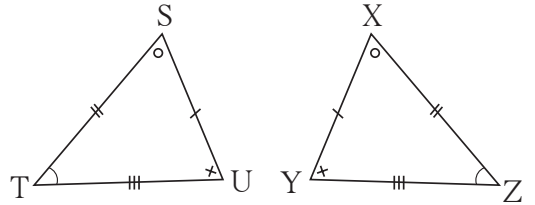
- ಅನೀಲನ ಲೇಖನ : $\Delta ABC \cong \Delta QPR$
 ರೇಹಾನನ ಲೇಖನ : $\Delta BAC \cong \Delta PQR$
 ಸುರಜೀತನ ಲೇಖನ : $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

ಇವುಗಳ ಯಾವ ಲೇಖನ ಸರಿ ಇದೆ ಮತ್ತು ಯಾರ ಲೇಖನ ತಪ್ಪು ಇದೆ? ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಂದು ರೀತಿಯ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

(i) ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳು ಏಕರೂಪ ವಾಗುತ್ತವೆ ಆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆಯ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರದಿಂದ ಬರೆಯಿರಿ.



(ii) $\Delta XYZ \cong \Delta STU$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವ ಪದ್ಧತಿ ಸರಿ, ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ಇದೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾರಣ ಸಹಿತ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ನಿರೀಕ್ಷಣೆಯ ಮೇಲಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಕೋನಗಳು $STU \leftrightarrow XZY$ ಇದು ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಅನುಸಾರ ಏಕರೂಪ ಇವೆ.

(i) ಒಂದು ಪ್ರಕಾರ: $\Delta STU \cong \Delta XZY$, ಎರಡನೇ ಪ್ರಕಾರ: $\Delta UST \cong \Delta YXZ$

ಇದೇ ಏಕರೂಪತೆ ಇನ್ನೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪ್ರಕಾರದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿರಿ.

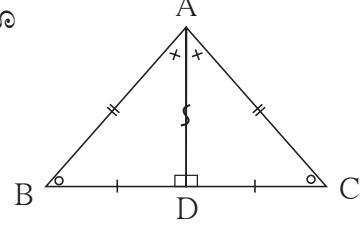
(ii) ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ $\Delta XYZ \cong \Delta STU$ ಹೀಗೆ ಬರೆದರೆ, ಭುಜ $ST \cong$ ಭುಜ XY ಈ ಅರ್ಥ ವಾಗುವದು, ಮತ್ತು ಇದು ತಪ್ಪು ಇದೆ.

$\therefore \Delta XYZ \cong \Delta STU$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವದು ತಪ್ಪು ಇದೆ.

($\Delta XYZ \cong \Delta STU$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವುದರಿಂದ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ತಪ್ಪುಗಳಾಗುವವು. ಅವುಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶೋಧಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ ಉತ್ತರ ಏಕೆ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಹೇಳಲು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ತಪ್ಪು ತೋರಿಸುವುದು ಸಾಕಾಗುವುದು.)

ಉದಾ. (2) ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಯಾವ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ ಏಕರೂಪವಾಗುವವು ಅದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ΔABD ಮತ್ತು ΔACD ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಭುಜ AD ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೇಖಾಖಂಡ ಇದೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಸ್ವಂತಕ್ಕೆ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತದೆ.



ಹೊಂದಾಣಿಕೆ: $A \leftrightarrow A, B \leftrightarrow C, D \leftrightarrow D. \Delta ABD \cong \Delta ACD$

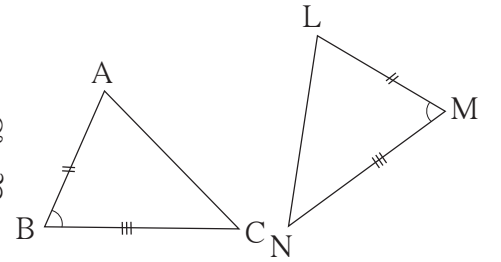
ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜದ ಮೇಲೆ ' S ' ಹೀಗೆ ಗುರುತು ಮಾಡುವ ಪದ್ಧತಿ ಇದೆ (' S ' ದ ಹಾಗೆ ಇಲ್ಲ)



ಯಾವುದೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಎಲ್ಲ ಆರು ಘಟಕಗಳ ಏಕರೂಪತೆ ತೋರಿಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ವಿಶಿಷ್ಟ ಘಟಕಗಳು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಘಟಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿದ್ದಾಗ, ಅವಾಗ ಉಳಿದ ಮೂರು ಘಟಕಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸಹ ಏಕರೂಪವಿರುವವು, ಅಂದರೆ ಆ ವಿಶಿಷ್ಟ ಮೂರು ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಚಿತ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ನಾವು ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಯಾವ ಮೂರು ಘಟಕಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದೇ ಪ್ರಕಾರದ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಅದೇ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಚಿತ ಮಾಡುತ್ತವೆ, ಇದನ್ನು ನಾವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

(1) ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಕೋನ: ಭುಕೋಭು ಪರೀಕ್ಷೆ ಭುಜಗಳ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಏಕರೂಪ ವಿರುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿರುವ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುವ ΔABC ಮತ್ತು ΔLMN ತೆಗೆಯಿರಿ.



ΔABC ಹಾಗೂ ΔLMN ದಲ್ಲಿ $l(AB) = l(LM), l(BC) = l(MN), m\angle ABC = m\angle LMN$

ΔABC ಇದನ್ನು ಟ್ರಿಸಿಂಗ್ ಪೇಪರ ಮೇಲೆ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ ಹಾಗೂ ಟ್ರಿಸಿಂಗ್ ಪೇಪರ ΔLMN ದ ಮೇಲೆ ಶಿರೋಬಿಂದು A ಇದು ಶಿರೋಬಿಂದು Lದ ಮೇಲೆ, ಭುಜ AB ಇದು ಭುಜ LMದ ಮೇಲೆ $\angle B$ ಇದು $\angle M$ ದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಭುಜ BC ಇದು ಭುಜ MNದ ಮೇಲೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿರಿ. $\Delta ABC \cong \Delta LMN$ ಇದೆ. ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುವುದು.

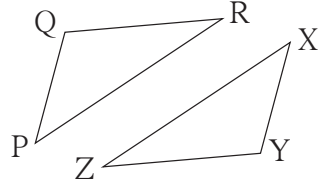
(2) ಮೂರು ಸಂಗತ ಭುಜಗಳು : ಭುಭುಭು ಪರಿಕ್ಷೆ

$$l(PQ) = l(XY), l(QR) = l(YZ), l(RP) = l(ZX)$$

ಈ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನ ΔPQR ಮತ್ತು ΔXYZ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಟ್ರಿಸಿಂಗ್ ಪೇಪರ್ ಮೇಲೆ ΔPQR ತೆಗೆದು ಅದನ್ನು ΔXYZ ಮೇಲೆ

$P \leftrightarrow X, Q \leftrightarrow Y, R \leftrightarrow Z$ ಹೀಗೆ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಣಿಕೆನುಸಾರ ಇಡಿರಿ. $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುವುದು.



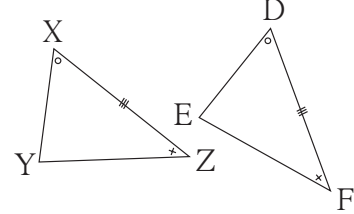
(3) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಭುಜ: ಕೋಭುಕೋ ಪರಿಕ್ಷೆ

ΔXYZ ಮತ್ತು ΔDEF ಅಗುವಂತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ,

$$l(XZ) = l(DF), \angle X \cong \angle D \text{ ಮತ್ತು } \angle Z \cong \angle F$$

ಟ್ರಿಸಿಂಗ್ ಪೇಪರ್ ಮೇಲೆ ΔXYZ ತೆಗೆದು ಅದನ್ನು ಪೇಪರ್ ΔDEF ದ ಮೇಲೆ ಇಡಿರಿ.

$X \leftrightarrow D, Y \leftrightarrow E, Z \leftrightarrow F$ ಈ ಹೊಂದಣಿಕೆನುಸಾರ $\Delta XYZ \cong \Delta DEF$ ಎಂದು ಕಾಣಿಸುವುದು.

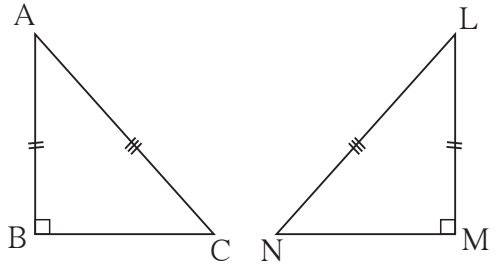


(4) ಕೋಕೋಭು (ಅಥವಾ ಭುಕೋಕೋ) ಪರಿಕ್ಷೆ:

ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಏಕರೂಪವಿದ್ದರೆ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ; ಕಾರಣ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು 180° ಇರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಒಂದು ಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಭುಜ ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಗತ ಭುಜದೊಂದಿಗೆ ಭುಜ ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಗತ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿದ್ದರೆ ಭುಕೋಕೋ ಪರಿಕ್ಷೆಯ ಕರಾರುಗಳು ಪೂರ್ಣವಾಗುವವು ಹಾಗೂ ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಾಗುವವು.

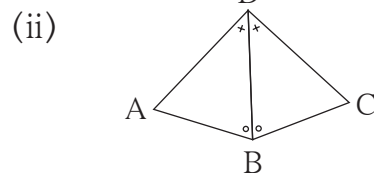
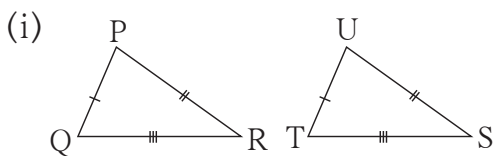
(5) ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕರ್ಣಭುಜ ಪರಿಕ್ಷೆ:

ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಭುಜ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಒಂದೇ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದು. ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಭುಜ ಎರಡನೆಯ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಘಟಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿರುವ ಎರಡು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅವು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಕ್ಷಿಸಿರಿ.



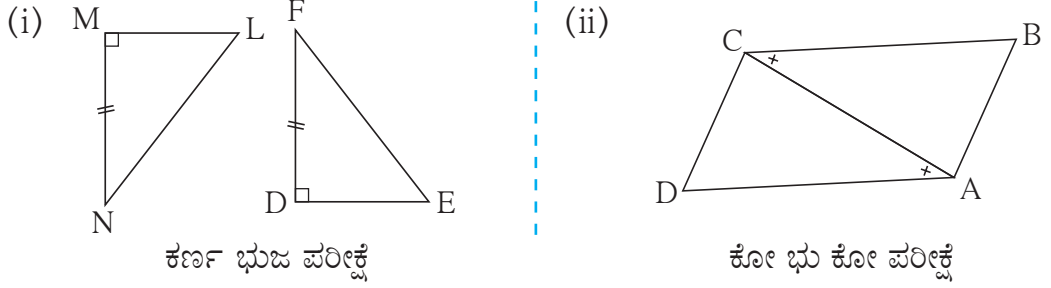
❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❖

ಉದಾ. (1) ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನ ಯಾವ ಪರಿಕ್ಷೆನುಸಾರ ಮತ್ತು ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಯಾವ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಣಿಕೆನುಸಾರವಾಗಿ ಏಕರೂಪವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



- ಉತ್ತರ : (i) ಭು-ಭು-ಭು ಪರಿಚ್ಛೇದಿಯಿಂದ $PQR \leftrightarrow UTS$ ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರ
(ii) ಕೋ-ಭು-ಕೋ ಪರಿಚ್ಛೇದಿಯಿಂದ $DBA \leftrightarrow DBC$ ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರ

ಉದಾ. (2) ಮುಂದಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪ್ರಕಾರದ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಕೃತಿಯ ಕೆಳಗೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆಯ ಪರಿಚ್ಛೇದ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ಪರಿಚ್ಛೇದಿಯಿಂದ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಾಗಲು ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡುವುದು ಅವಶ್ಯವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಆ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಯಾವ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಿಂದ ಏಕರೂಪವಾಗುವವು. ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



ಕರ್ಣ ಭುಜ ಪರಿಚ್ಛೇದ

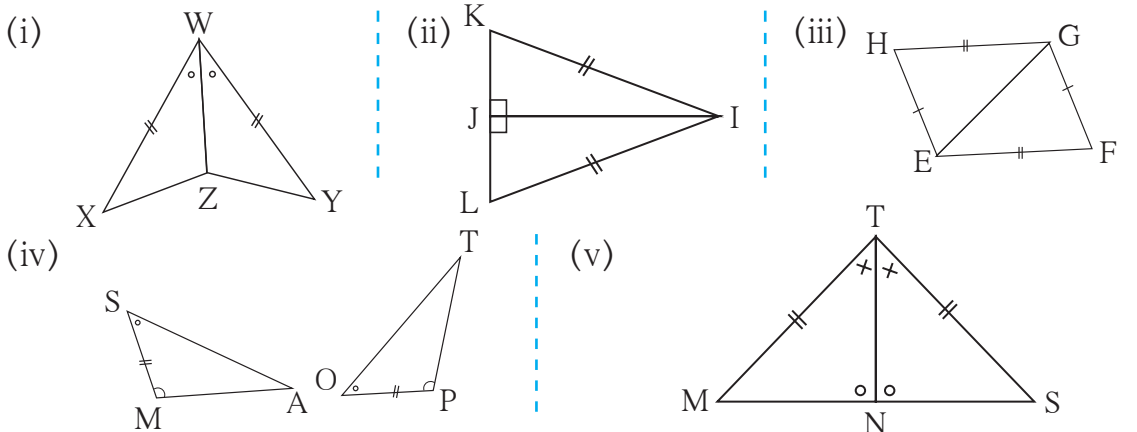
ಕೋ ಭು ಕೋ ಪರಿಚ್ಛೇದ

ಉತ್ತರ : (i) ಕೊಟ್ಟ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಅವುಗಳ ಒಂದೊಂದು ಭಜು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳ ರೇಖೆ LN ಹಾಗೂ DF ಈ ಕರ್ಣಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ, ಅಥವಾ $ML \cong DE$ ಈ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡುವುದು ಅವಶ್ಯವಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ $LMN \leftrightarrow DEF$ ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಾಗುವವು.

(ii) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ರೇಖೆ CA ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜ ಇರುವುದರಿಂದ $\angle DCA \cong \angle BAC$ ಈ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡುವುದು ಅವಶ್ಯವಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ $DCA \leftrightarrow BAC$ ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಾಗುವವು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 13.1

1. ಮುಂದಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪ್ರಕಾರದ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಯಾವ ಪರಿಚ್ಛೇದನುಸಾರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳು ಯಾವ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರವಾಗಿ ಏಕರೂಪ ವಾಗುವವು, ಅದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



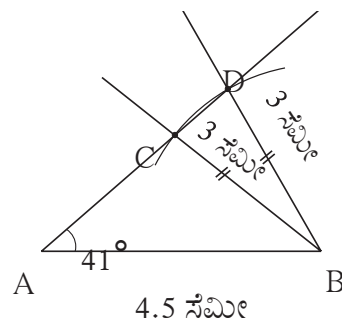


- (1) ಭು-ಕೋ-ಭು ಪರೀಕ್ಷೆ : ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿರುವ ಕೋನ ಇವು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಸಂಗತ ಭುಜಗಳು ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿರುವ ಕೋನ ಇವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ವಿದ್ದರೆ, ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- (2) ಭು-ಭು-ಭು ಪರೀಕ್ಷೆ : ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮೂರು ಭುಜಗಳು ಇವು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಸಂಗತ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- (3) ಕೋ-ಭು-ಕೋ ಪರೀಕ್ಷೆ : ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟವಾದ ಭುಜ ಇವು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾವಿಷ್ಟವಾದ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕ ರೂಪ ವಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- (4) ಕೋ-ಭು-ಕೋ ಪರೀಕ್ಷೆ : ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ವಿರದ ಒಂದು ಭುಜ ಇವು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ವಿರದ ಸಂಗತ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕ ರೂಪವಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.
- (5) ಕರ್ಣ ಭುಜ ಪರೀಕ್ಷೆ : ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜ ಇವು ಎರಡನೆಯ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಸಂಗತ ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿದ್ದರೆ. ಆ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿದರೆ ಕೋನ ಎರಡನೆಯ ಅವುಗಳು ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿದರೆ ಕೋನ ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಘಟಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ವಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪವಿರುವವೇ?

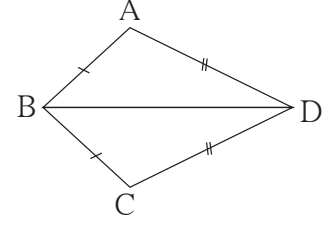
ಬದಿಯ ಆಕೃತಿ ನೋಡಿ. $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle ABD$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ, ಭುಜ AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜ ಇದೆ. ಭುಜ $BC \cong$ ಭುಜ BD $\angle A$ ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯಕೋನವಿದೆ. ಆದರೆ, ಆ ಭುಜಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿರುವ ಆ ಕೋನ ಇಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಘಟಕಗಳು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಘಟಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ, ಆದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇಲ್ಲ.



ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡಿದ ಕೋನ ಇವು ಎರಡನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಸಂಗತ ಘಟಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ಇದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪವಿರುತ್ತವೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

❑ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❑

ಉದಾ. (1) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ \square ABCDಯ ಸಮಾನವಾದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಗುರುತುಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಏಕರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಿರಿ.



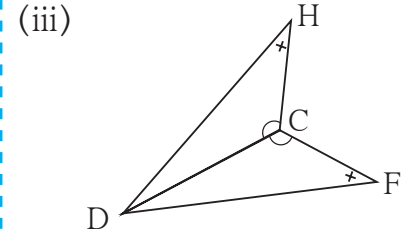
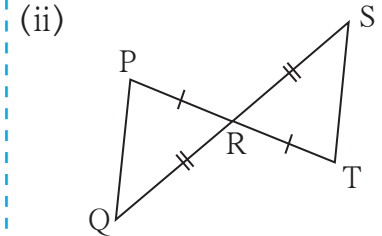
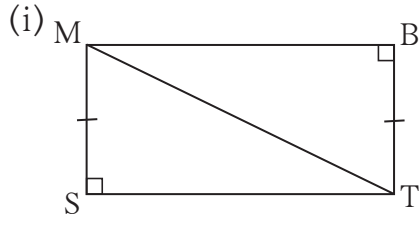
ಉತ್ತರ : $\triangle ABD$ ಮತ್ತು $\triangle CBD$ ಯಲ್ಲಿ, $\therefore \angle ABD \cong \angle CBD$
 ಭುಜ $AB \cong$ ಭುಜ CB (ಕೊಡಲಾಗಿದೆ) $\angle ADB \cong \angle CDB$
 ಭುಜ $DA \cong$ ಭುಜ DC (ಕೊಡಲಾಗಿದೆ) $\angle BAD \cong \angle BCD$
 ಭುಜ BD ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜ ಇದೆ.

}(ಏಕರೂಪ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಂಗತ ಕೋನಗಳು)

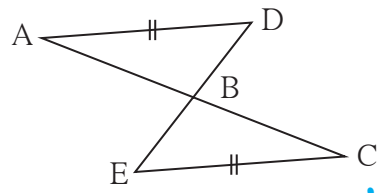
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (ಭು-ಭು-ಭು ಪರಿಚ್ಛೇನುಸಾರ)

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 13.2

1. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಗುರುತಿನಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ಘಟಕಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನ, ಶಿರೋ ಬಿಂದುವಿನ ಯಾವ ಹೊಂದಾಣಿಕೆನುಸಾರ ಮತ್ತು ಯಾವ ಪರಿಚ್ಛೇನುಸಾರ ಏಕರೂಪ ಇತರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಉಳಿದ ಸಂಗತ ಏಕರೂಪ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



2*. (1) ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ರೇಖೆ $AD \cong$ ರೇಖೆ EC ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ $\triangle ABD$ ಹಾಗೂ $\triangle EBC$ ಭು-ಕೋ-ಕೋ ಪರಿಚ್ಛೇನುಸಾರವಾಗಿ ಏಕರೂಪ ಆಗುವವು?



೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 13.1 1. (i) ಭುಕೋಭು $XWZ \leftrightarrow YWZ$ (ii) ಕರ್ಣಭುಜ $KJI \leftrightarrow LJI$
 (iii) ಭುಭುಭು $HEG \leftrightarrow FGE$ (iv) ಕೋ ಭು ಕೋ $SMA \leftrightarrow OPT$ (v) ಕೋ ಭು ಕೋ ಅಥವಾ ಭು ಕೋ ಕೋ $MTN \leftrightarrow STN$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 13.2 1. (1) $\triangle MST \cong \triangle TBM$ - ಕರ್ಣಭುಜ, ಭುಜ $ST \cong$ ಭುಜ MB , $\angle SMT \cong \angle BTM$, $\angle STM \cong \angle BMT$ (2) $\triangle PRQ \cong \triangle TRS$ - ಭು ಕೋ ಭಾ ಭುಜ $PQ \cong$ ಭುಜ TS , $\angle RPQ \cong \angle RTS$, $\angle PQR \cong \angle TSR$

(3) $\triangle DCH \cong \triangle DCF$ - ಭು ಕೋ ಕೋ ಅಥವಾ ಕೋ ಭು ಕೋ $\angle DHC \cong \angle DFC$, ಭುಜ $HC \cong$ ಭುಜ FC

2. (1) $\angle ADB \cong \angle CEB$ ಮತ್ತು $\angle ABD \cong \angle CBE$ ಅಥವಾ $\angle DAB \cong \angle ECB$ ಮತ್ತು $\angle ABD \cong \angle CBE$





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಯಾವುದೇ ವ್ಯಕ್ತಿಯ, ಬ್ಯಾಂಕು, ಪತ ಸಂಸ್ಥೆ, ಇಂತಹ ಸಂಸ್ಥೆಗಳ ಕಡೆಯಿಂದ ಕೆಲವು ರಕ್ತಮು (ಹಣವನ್ನು) ನಿಶ್ಚಿತ ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಿಂದ ಸಾಲ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಎಂದು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವನು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಅವಧಿಯನಂತರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣ ತಿರುಗಿ ಕೊಡುವನು ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಲುವಾಗಿ ಕೆಲವು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಹಣ ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಪ್ರತಿಫಲ ಎಂದು ಕೊಡುವನು ಅದಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎನ್ನುವರು.

ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸಲುವಾಗಿ $I = \frac{PNR}{100}$ ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ $I =$ ಬಡ್ಡಿ, $P =$ ಅಸಲು $N =$ ಅವಧಿ ಮತ್ತು $R =$ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶ. ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಇರುವುದು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ (Compound interest)

ಠೇವಣಿ ಅಥವಾ ಸಾಲ ಇವುಗಳ ಮೇಲೆ ಬ್ಯಾಂಕ್-ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಆಕರಿಸುವುದು ಅದು ಯಾಕೆ? ಮತ್ತು ಹೇಗೆ? ಎಂಬುದು ನಾವು ಕಲಿಯೋಣ

ಶಿಕ್ಷಕ : ಸಜ್ಜನರಾವರು ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶ. 10 ದರದಿಂದ 1 ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಮರಳಿ ತಿರುಗಿಸುವ ಕರಾರಿನ ಮೇಲೆ 10,000 ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು ಹಾಗಾದರೆ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಅವರು ಬಡ್ಡಿಸಹಿತ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಇಲ್ಲಿ $P = 10,000$ ರೂ. ; $R = 10$; $N = 1$ ವರ್ಷ

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು}$$

\therefore ಸಜ್ಜನರಾವರು ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಸಹಿತ 10,000 + 1000 = 11,000 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಸಾಲಗಾರ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಹಣ ಸಹ ತುಂಬದಿದ್ದರೆ?

ಶಿಕ್ಷಕ : ಬ್ಯಾಂಕು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಆಕರಣೆ ಮಾಡುವುದು. ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಸಾಲಗಾರನು ಆ ಬಡ್ಡಿಯ ಹಣವನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬಬೇಕು ಎನ್ನುವ ಆಪೇಕ್ಷೆ ಮಾಡುವುದು. ಸಾಲಗಾರನು ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದನಂತರ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡದಿದ್ದರೆ, ಬ್ಯಾಂಕು ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ. ಅಸಲು ಮತ್ತು ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡಿಸಿ. ಆಗುವ ಹಣ ಸಾಲ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ಅಸಲು ಮತ್ತು ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡಿ ಆಗುವ ರಾಸು ಆಗುವುದು. ಅದೇ ಅಸಲು ಎಂದು ತಿಳಿದು ಮುಂದೆ ಬಡ್ಡಿ ಆಕರಿಸಲಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ, ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆ ಮಾಡುವಾಗ ಅಸಲಿನ ಹಣ ಮೊದಲಿನ ವರ್ಷದ ರಾಸಿನಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಮಾಡಿದ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆಗೆ 'ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ' ಎನ್ನುವರು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಸಜ್ಜನರಾವರು ಸಾಲ ತಿರುಗಿಸುವ ಅವಧಿಯನ್ನು ಇನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ?

ಶಿಕ್ಷಕ : ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ 11,000 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲು ಎಂದು ತಿಳಿದು ಅದರಮೇಲೆ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ರಾಸು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗುವುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಇದರ ಸಲುವಾಗಿ ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತ $\frac{\text{ರಾಸು}}{\text{ಆಸಲು}} = \frac{110}{100}$ ಈ ಗುಣೋತ್ತರ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಬರುವುದೇ?

ಶಿಕ್ಷಕ : ಸರಿ! ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ $\frac{\text{ರಾಸು}}{\text{ಆಸಲು}}$ ಈ ಗುಣೋತ್ತರ ಸ್ಥಿರ ಇರುವುದು. ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣ ಮಾಡುವಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಷದ ರಾಜು ಇದು ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಆಸಲು ಇರುವುದು ಆದ್ದರಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯ ಬದಲಾಗಿ ನಾವು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭವಾಗುವುದು ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದ ನಂತರ ರಾಸು A_1 , ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ನಂತರ ರಾಜು A_2 , ಮೂರನೆಯ ವರ್ಷದ ರಾಸು A_3 ಹೀಗೆ ಬರೆಯೋಣ. ಪ್ರಾರಂಭದ ಆಸಲು P ಇತ್ತು

$$\therefore \frac{A_1}{P} = \frac{110}{100} \therefore A_1 = P \times \frac{110}{100}$$

ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ರಾಜು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸಲುವಾಗಿ

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{110}{100} \therefore A_2 = A_1 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಅದರೆ, ಮೂರನೆಯ ವರ್ಷದ ರಾಸು A_3 ತೆಗೆಯುವಾಗ

$$\therefore \frac{A_3}{A_2} = \frac{110}{100} \therefore A_3 = A_2 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

ಶಿಕ್ಷಕ : ಶಬ್ಬಾಶ್! ಇದು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ರಾಸು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಇದೆ. ಇಲ್ಲಿ $\frac{110}{100}$ ಇದು ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಆಗುವ ರಾಸು ಇದೆ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷದ ರಾಸು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಅಷ್ಟೇ ಸಲ ಆಸಲಿಗೆ ಈ ಗುಣೋತ್ತರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ : ಅಂದರೆ, ಮೊದಲನೆಯ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ $\frac{\text{ರಾಸು}}{\text{ಆಸಲು}}$ ಈ ಗುಣೋತ್ತರ M ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ, ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ರಾಸು PM, ಎರಡನೆಯ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ಮತ್ತು P ಇದು ಆಸಲು ಇದೆ PM^2 , ಮೂರನೆಯ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಗೆ ರಾಸು PM^3 ಆಗುವುದು. ಈ ರೀತಿಯಿಂದ ಎಷ್ಟಾದರೂ ವರ್ಷಗಳ ರಾಸು ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದು.

ಶಿಕ್ಷಕ : ಸರಿ ! ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶ. R ಇದು ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಇರಲಿ, ಹಾಗಾದರೆ

$$\therefore 1 \text{ ರೂಪಾಯಿಯ } 1 \text{ ವರ್ಷದ ನಂತರ ಆಗುವ ರಾಸು} = M = 1 \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) = 1 \times \left(\frac{100+R}{100}\right)$$

$$\therefore P \text{ ರೂಪಾಯಿಯ } 1 \text{ ವರ್ಷದ ರಾಸು} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) = P \times \frac{100+R}{100}$$

\therefore P ಆಸಲು, R ಇದು ಬಡ್ಡಿಯ ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶ. ದ. ರ, N ವರ್ಷಗಳು ಇದು ಅವಧಿ ಇದ್ದರೆ,

$$N \text{ ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ರಾಜು } A = P \times \left(\frac{100+R}{100}\right)^N = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

✚ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ✚

ಉದಾ. (1) 4000 ರೂಪಾಯಿಗಳ 3 ವರ್ಷಗಳ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ $12\frac{1}{2}$ ದರದಿಂದ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ P = 4000 ರೂ.; R = $12\frac{1}{2}$ % ; N = 3 ವರ್ಷಗಳು.

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = P \left(1 + \frac{12.5}{100}\right)^3 \quad \left| \quad A = 4000 \left(\frac{1125}{1000}\right)^3 = 4000 \left(\frac{9}{8}\right)^3\right.$$

$$= 4000 \left(1 + \frac{125}{1000}\right)^3 \quad \left| \quad = 5695.31 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು}\right.$$

∴ ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ (I) = ರಾಸು - ಅಸಲು

$$= 5695.31 - 4000 = 1695.31 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು}$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 14.1

1. ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಆಗುವ ರಾಸು ಮತ್ತು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅ.ನಂ.	ಅಸಲು (ರೂ.ಗಳಲ್ಲಿ)	ದರ (ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶ)	ಅವಧಿ (ವರ್ಷಗಳು)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

2. ಸಮೀರರಾವನು ಒಂದು ಪತನಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿಂದ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶ 12 ದರದಿಂದ 3 ವರ್ಷಗಳ 12500 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಸಾಲವನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡನು ಹಾಗಾದರೆ ಅವರಿಗೆ ಮೂರುವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಗೆ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಆಕರಣೆಯಿಂದ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಮರಳಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು?

3. ಶಲಾಕಾಳು ಉದ್ಯೋಗ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶ $10\frac{1}{2}$ ದರದಿಂದ 8000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಸಾಲ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡಳು ಹಾಗಾದರೆ 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಸಾಲ ಮರಳಿಸುವಾಗ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಆಕರಣೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿತುಂಬ ಬೇಕಾಗುವುದು?

ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ

- ಕೆಲವು ಆರ್ಥಿಕ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ 6 ತಿಂಗಳಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. N ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಯ ಸಲುವಾಗಿ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ R ಇದ್ದರೆ ಆರು ತಿಂಗಳ ಬಡ್ಡಿ ಆಕರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅಸಲಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ $\frac{R}{2}$ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವರು. N ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಆರು ತಿಂಗಳುಗಳ 2N ಹಂತಗಳು ಆಗುವವು. ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆ ಮಾಡುವರು.
- ಅನೇಕ ವಿತ್ತಸಂಸ್ಥೆಗಳು ತಿಂಗಳ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆಯಿಂದ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ತೆಗೆಯುವುದು. ಆಗ ಬಡ್ಡಿಯ ಮಾಸಿಕ ದರ $\frac{R}{12}$ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವರು ಮತ್ತು ಅವಧಿ $12 \times N$ ಒಟ್ಟು ತಿಂಗಳುಗಳಷ್ಟು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.
- ಇತ್ತೀಚಿನ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಬ್ಯಾಂಕು ದೈನಿಕ ಬಡ್ಡಿ ಆಕರಣೆಯಿಂದ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ತೆಗೆಯುವರು.

ಉಪಕ್ರಮ: ನಿಮ್ಮ ಸಮೀಪದ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋಗಿ ಅಲ್ಲಿಯ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯೋಜನೆಗಳ ಮಾಹಿತಿ ದೊರಕಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಆ ಯೋಜನೆಗಳ ಬಡ್ಡಿಯ ದರಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಹಚ್ಚಿರಿ.

ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಜನೆ (Application of formula for compound interest)

ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ರಾಸು ತೆಗೆಯುವ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿಯ ಉದಾಹರಣೆ ಬಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು. ಜನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿಯ ಹೆಚ್ಚಳ, ಯಾವುದೇ ವಾಹನದ ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಕಡಿಮೆ ಆಗುವ ಬೆಲೆಗಳು; ಇತ್ಯಾದಿ.

ಯಾವುದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು ಕೆಲವು ಸಲ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅದನ್ನು ಮಾರಿದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆ ಖರೀದಿಯ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದು. ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ 'ಕಡಿತ' ಅಥವಾ 'ಇಳಿಕೆ' (depreciation) ಹೀಗೆ ಎನ್ನುವರು.

ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿಯ ಕಡಿತ ನಿಶ್ಚಿತ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ನಿಶ್ಚಿತದರದಲ್ಲಿ ಆಗುತ್ತಿರುತ್ತಿದೆ. ಉದಾ. ಯಂತ್ರದ ಬೆಲೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ನಿಶ್ಚಿತ ಪ್ರತಿಶತ ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದು. ಕೆಲವು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ವಾಗುವುದು. ಕೆಲವು ಕಾಲಾವಧಿಯ ನಂತರ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಲು ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿಯ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಆಗುವುದು.

ಈ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಕ್ರಮ ದರ (ಇಳಿಕೆ) ದರ ಗೊತ್ತಿರಬೇಕಾಗುವುದು. ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಇಳಿಕೆಯ ದರ R ಇದು ಋಣ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

❏ ಬಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❏

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರತಿವರ್ಷ 8% ದರದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. 2010ರ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 2,50,000 ಇದ್ದರೆ, 2012ರಲ್ಲಿ ಆ ಪಟ್ಟಣದ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಆಗುವುದು?

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ, P = 2010ರ ಜನಸಂಖ್ಯೆ = 2,50,000

A = 2012 ರಲ್ಲಿ ಜನಸಂಖ್ಯೆ;

R = ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರ = ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ 8%

N = 2 ವರ್ಷಗಳು

A = 2012 ರಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ, 2 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಆಗುವ ಜನಸಂಖ್ಯೆ

$$\begin{aligned}
 A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = 250000 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 \\
 &= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2 \\
 &= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right) \times \left(\frac{108}{100}\right) \\
 &= 2,91,600.
 \end{aligned}$$

∴ 2012ರಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಣದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 2,91,600 ಆಯಿತು.

ಉದಾ. (2) ರೋಹನನು ಒಂದು ಸ್ಕೂಟರ 2015ರಲ್ಲಿ 60000 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡುಕೊಂಡನು ಕಡಿತದ ದರ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ. 20 ಇದ್ದರೆ, 2 ವರ್ಷಗಳನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ ಆ ಸ್ಕೂಟರ ದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಆಗುವುದು?

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ, P = 60000 ರೂ. A = 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ದೊರೆಯುವ ಬೆಲೆ

R = ಇಳಿಕೆಯ ದರ = -20 % ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ N = 2 ವರ್ಷಗಳು

A = 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ದೊರೆಯುವ ಬೆಲೆ

$$\begin{aligned}
 A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N &= 60000 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \\
 &= 60000 \times \left(1 + \frac{-20}{100}\right)^2 &= 60000 \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \\
 &= 60000 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 &A = 38400 \text{ ರೂ.}
 \end{aligned}$$

∴ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ರೋಹನನಿಗೆ ಸ್ಕೂಟರದ ಬೆಲೆ 38400 ರೂಪಾಯಿ ದೊರೆಯುವವು

ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಬಡ್ಡಿ ಆಕರಣೆಯ ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ A, P, N, R ಈ ಸಂಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಂಗತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸಂಗತಿ ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುವುದು. ಎಂಬುದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಅಭ್ಯಸಿಸಿರಿ.

ಉದಾ. (3) ಒಂದು ರಕ್ತಮಿನ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 10 ದರದಿಂದ 3 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 6655 ರೂಪಾಯಿ ರಾಸು ಆಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ರಕ್ತಮು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ A = 6655 ರೂಪಾಯಿಗಳು ; R = ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 10; N = 3 ವರ್ಷಗಳು

$$\begin{aligned}
 A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \\
 \therefore 6655 &= P \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{11}{10}\right)^3 \\
 \therefore P &= \frac{6655 \times 10^3}{11 \times 11 \times 11} \quad P = 5 \times 10^3 = 5000
 \end{aligned}$$

∴ ಆ ಹಣ 5000 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ.

ಉದಾ. (4) ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 10 ದರದಿಂದ 9000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳ 1890 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಆಗುವುದು?

ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ R = 10; P = 9000; ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ = 1890

ಮೊದಲು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಆಗುವ ರಾಸ ತೆಗೆಯುವಾ.

$$A = P + I = 9000 + 1890 = 10890$$

ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಆಗುವ ರಾಸಿಯ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯುವಾ ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿ ಬೆಲೆ ತುಂಬುವಾ,

$$A = 10890 = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = 9000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^N = 9000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{10890}{9000} = \frac{121}{100} \quad \therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{121}{100} \quad \therefore N = 2$$

\therefore 2 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ 1890 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 14.2

1. ಒಂದು ಉದ್ದಾಣಸೇತುವೆಯ ಕಟ್ಟಡದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ 320 ಕೆಲಸಗಾರರಿದ್ದರು ಪ್ರತಿವರ್ಷ 25% ಕೂಲಿಕಾರರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಳ ಮಾಡಲಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ, ಎರಡು ವರ್ಷಗಳನಂತರ ಆ ಕೆಲಸದ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು ಕೂಲಿಕಾರರು ಇರಬಹುದು.
2. ಒಬ್ಬ ಕುರಿಕಾಯುವವನ ಕಡೆಗೆ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ 200 ಕುರಿಗಳು ಇದ್ದವು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 10% ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಳ ವಾಗುತ್ತಿದ್ದರೆ 2 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಆತನ ಕಡೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಕುರಿಗಳು ಇರುವವು?
3. ಒಂದು ಅರಣ್ಯದಲ್ಲಿ 40,000 ಗಿಡಗಳವೆ ವೃಕ್ಷಾಭಿವೃದ್ಧಿಯ ಉದ್ದೇಶವು ಪ್ರತಿವರ್ಷ 5% ಇದ್ದರೆ, ಆ ಅರಣ್ಯದಲ್ಲಿ 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಆ ಅರಣ್ಯದಲ್ಲಿಯ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?
4. ಇಂದು ಒಂದು ಯಂತ್ರವನ್ನು 2,50,000 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಕೊಳ್ಳಲಾಯಿತು. ಕಡಿತದ ದರ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ (ಶೇಕಡಾ) 10% ಇದ್ದರೆ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳನಂತರ ಯಂತ್ರದ ಬೆಲೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದು?
5. ಒಂದು ಅಸಲಿನ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 16 ದರದಿಂದ ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ರಾಸು 4036.80 ರೂಪಾಯಿ ಗಳು ಆಯಿತು ಹಾಗಾದರೆ, ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಆಗುವ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?
6. 15000 ರೂ. ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ.12 ದರದಿಂದ 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಸಾಲ ತೀರಿಸುವಾಗ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು?
7. ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 18 ದರದಿಂದ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಒಂದು ಅಸಲಿನ 2 ವರ್ಷಗಳ ರಾಸು 13,924 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಆಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ, ಅಸಲು ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?
8. ಪಟ್ಟಣದ ಒಂದು ಉಪನಗರದ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಶಿಷ್ಟದರದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು ಇಂದಿನ ಮತ್ತು ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರದ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 16000 ಮತ್ತು 17640 ಇದ್ದರೆ, ಆ ಜನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. 700 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 10 ದರದಿಂದ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 847 ರೂಪಾಯಿ ರಾಸು ಆಗುವುದು?
10. ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 18 ದರದಿಂದ ಆಗುವ 20,000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಮೇಲೆ. ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

❧❧❧

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 14.1 1. (1) 2205, 205 (2) 6298.56, 1298.56 (3) 4622.5, 622.5

2. 17561.60 3. 1768.2

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 14.2 1. 500 2. 242 3. 46305 4. 47500

5. 1036.8. 6. 21073.92 7. 10,000 8. ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೆ 5

9. N = 2 ವರ್ಷಗಳು 10. ₹ 128





ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಬಂಧಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಭುಜಗಳನ್ನು ಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ, ಮೀಟರ, ಕಿಲೋಮೀಟರ ಈ ಮೂಲ ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟರೆ ಅವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳನ್ನು ಚೌಸೆಮೀ, ಚೌಮೀ, ಚೌಕಿಮೀ ಈ ಮೂಲ ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಗುರುತ್ತಿದೆ. ಕಾರಣ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಚೌರಸದಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತಾರೆ.

$$(1) \text{ ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = (\text{ಭುಜ})^2$$

$$(3) \text{ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} \\ = \frac{1}{2} \times \text{ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜಗಳ ಗುಣಾಕಾರ}$$

$$(2) \text{ ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ}$$

$$(4) \text{ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \frac{1}{2} \times \text{ತಳ} \times \text{ಎತ್ತರ}$$

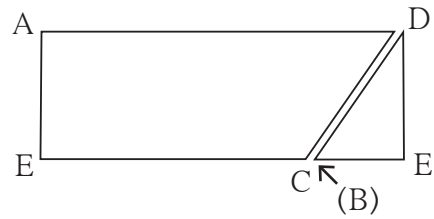
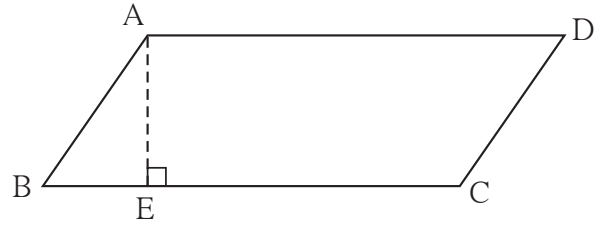


ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of a parallelogram)

ಕೃತಿ :

- ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನ ABCD ತೆಗೆಯಿರಿ. A ಬಿಂದು ವಿನಿಂದ ಭುಜ BCಯ ಮೇಲೆ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ΔAEB ಈ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ಅದನ್ನು ಸರಿಸುತ್ತ ಆಕೃತಿ II ರಲ್ಲಿ $\square ABCD$ ಯ ಉಳಿದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಜೋಡಿಸಿ ಇಡಿರಿ. ತಯಾರಾಗುವ ಆಕೃತಿ ಆಯತವಿದೆ ಎಂದು ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ.



- ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದಿಂದಲೇ ಈ ಆಯತ ತಯಾರಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸಮಾನ ಇದೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ತಳ ಅಂದರೆ ಆಯತದ ಒಂದು ಭುಜ (ಉದ್ದ) ಹಾಗೂ ಅದರ ಎತ್ತರ ಎಂದರೆ ಆಯತದ ಎರಡನೆಯ ಭುಜ (ಅಗಲ) ಆಗಿದೆ.

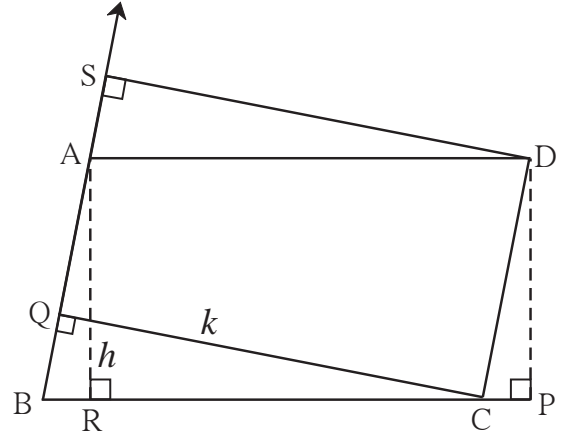
$$\therefore \text{ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \text{ತಳ} \times \text{ಎತ್ತರ}$$

ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ. ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜ ತಳ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ. ಆ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ ಇದನ್ನು ಆ ಚೌಕೋನದ ಸಂಗತ ಎತ್ತರ ಇರುತ್ತದೆ.

□ ABCD ಇದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನವಿದೆ.

ರೇಖೆ $DP \perp$ ಭುಜ BC, ರೇಖೆ $AR \perp$ ಭುಜ BC. ಭುಜ BC ಇದನ್ನು ತಳ ಎಂದು $l(AR) = l(DP) = h$. ರೇಖೆ $CQ \perp$ ಭುಜ AB ಇದ್ದು AB ಈ ಭುಜ ತಳ ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ ಆ ತಳದ ಸಂಗತ ಎತ್ತರ ಅಂದರೆ $l(QC) = k$ ಆಗುವುದು.

$\therefore A(\square ABCD) = l(BC) \times h = l(AB) \times k$.



❧ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❧

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ತಳ 8 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ತಳ \times ಎತ್ತರ = 8×5
= 40

\therefore ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 40 ಚೌಸೆಮೀ

ಉದಾ. (2) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 112 ಚೌಸೆಮೀ 10 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಎತ್ತರ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ತಳ \times ಎತ್ತರ $\therefore 112 = 10 \times$ ಎತ್ತರ

$$\frac{112}{10} = \text{ಎತ್ತರ}$$

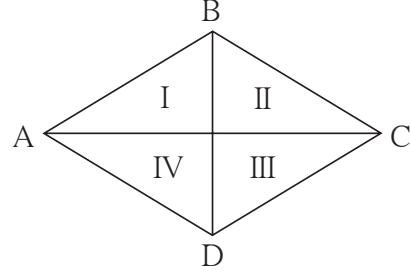
\therefore ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ 11.2 ಸೆಮೀ ಇದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ ಸಂಗ್ರಹ 15.1

1. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ತಳ 18 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ 11 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 29.6 ಚೌಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ತಳ 8 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಎತ್ತರ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 83.2 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 6.4 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ತಳದ ಉದ್ದಳತೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು?

ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of a rhombus)

ಕೃತಿ : ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.



$l(AC) = d_1$ ಮತ್ತು $l(BD) = d_2$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

□ ABCD ಇದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ ಇದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ನಾಲ್ಕು ಏಕರೂಪ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜ $\frac{1}{2} l(AC)$ ಹಾಗೂ $\frac{1}{2} l(BD)$ ದಷ್ಟು ಇರುತ್ತವೆ. ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳು ಸಮಾನ ಇವೆ.

$$l(AP) = l(PC) = \frac{1}{2} l(AC) = \frac{d_1}{2},$$

$$\text{ಅದರಂತೆ } l(BP) = l(PD) = \frac{1}{2} l(BD) = \frac{d_2}{2}$$

$$\therefore \text{ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ ABCD ಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = 4 \times A(\Delta APB)$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times l(AP) \times l(BP)$$

$$= 2 \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$\therefore \text{ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \frac{1}{2} \times \text{ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ}$$

❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❖

ಉದಾ.(1) ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 11.2 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ 7.5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

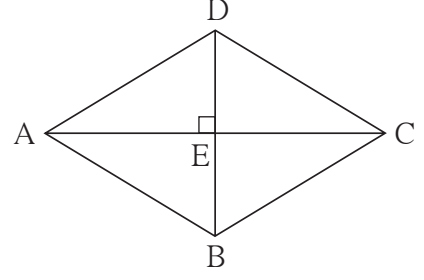
ಉತ್ತರ : ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2} \times$ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11.2}{1} \times \frac{7.5}{1} = 5.6 \times 7.5$$

$$= 42 \text{ ಚೌಸೆಮೀ.}$$

ಉದಾ.(2) ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 96 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ 12 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಭುಜದ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : □ ABCD ಇದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನ ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ. ಅದರ ಕರ್ಣ BDಯ ಉದ್ದಳತೆ 12 ಸೆಮೀ. ಇದೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 96 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಮೊದಲು ಕರ್ಣ ACದ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯೋಣ.



ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ = $\frac{1}{2} \times$ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಗುಣಾಕಾರ

$$\therefore 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times l(AC) = 6 \times l(AC)$$

$$\therefore l(AC) = 16$$

ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು E ಇದೆ. ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಕಾಟಕೋನದಲ್ಲಿ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ.

$\therefore \Delta ADE$ ದಲ್ಲಿ $m\angle E = 90^\circ$,

$$l(DE) = \frac{1}{2} l(DB) = \frac{1}{2} \times 12 = 6; \quad l(AE) = \frac{1}{2} l(AC) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ

$$\begin{aligned} l(AD)^2 &= l(AE)^2 + l(DE)^2 = 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 = 100 \end{aligned}$$

$$\therefore l(AD) = 10$$

\therefore ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಭುಜದ ಉದ್ದಳತೆ 10 ಸೆಮೀ. ಇದೆ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.2

1. ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆ 15 ಹಾಗೂ 24 ಸೆ.ಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 16.5 ಸೆಮೀ. ಹಾಗೂ 14.2 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಪರಿಮಿತಿ 100 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದು ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಳತೆ 48 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎಷ್ಟು ಬರಬಹುದು?
- 4^{*}. ಒಂದು ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಒಂದು ಕರ್ಣ 30 ಸೆಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 240 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ಚೌಕೋನದ ಪರಿಮಿತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

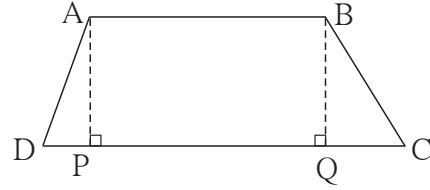
ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of a trapezium)

ಕೃತಿ : ರೇಖೆ $AB \parallel$ ರೇಖೆ DC ಇರುವ $\square ABCD$ ಈ ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ರೇಖೆ $AP \perp$ ಭುಜ DC ಮತ್ತು

ರೇಖೆ $BQ \perp$ ಭುಜ DC ತೆಗೆಯಿರಿ.

$l(AP) = l(BQ) = h$ ತಿಳಿಯುವಾ.



ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಎತ್ತರ h , ಅಂದರೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ, ಲಂಬ ತೆಗೆಯುವುದರಿಂದ $ABCD$ ಈ ಚೌಕೋನದ 3 ಭಾಗಗಳಾದವು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ΔDPA ಹಾಗೂ ΔBQC ಇವು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ. $ABQP$ ಇದು ಆಯತ ಇದೆ. ಬಿಂದು P ಮತ್ತು Q ಇವು ರೇಖೆ DC ಯ ಮೇಲಿವೆ.

ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ $ABCD$ ಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

$$= A(\Delta APD) + A(\square APQB) + A(\Delta BQC)$$

$$= \frac{1}{2} \times l(DP) \times h + l(PQ) \times h + \frac{1}{2} l(QC) \times h$$

$$= h \left[\frac{1}{2} DP + PQ + \frac{1}{2} QC \right]$$

$$= \frac{1}{2} \times h [l(DP) + 2l(PQ) + l(QC)]$$

$$= \frac{1}{2} \times h [l(DP) + l(PQ) + l(AB) + l(QC)] \dots Q \ l(PQ) = l(AB)$$

$$= \frac{1}{2} \times h [l(DP) + l(PQ) + l(QC) + l(AB)]$$

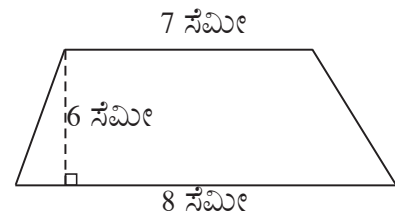
$$= \frac{1}{2} \times h [l(DC) + l(AB)]$$

$$A(\square ABCD) = \frac{1}{2} (\text{ಸಮಾಂತರ ಇರುವ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳತೆಯ ಬೇರೀಜು}) \times h$$

$$\therefore \text{ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \frac{1}{2} \times \text{ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು} \times \text{ಎತ್ತರ}$$

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

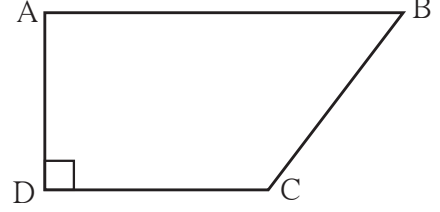
ಉದಾ. (1) ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ 6 ಸೆಮೀ. ಇದೆ ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳತೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 7 ಸೆಮೀ. ಹಾಗೂ 8 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ = ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಎತ್ತರ = 6 ಸೆಮೀ.
ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ (ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು) \times ಎತ್ತರ
= $\frac{1}{2}$ (7 + 8) \times 6 = 45 ಚೌಸೆಮೀ.

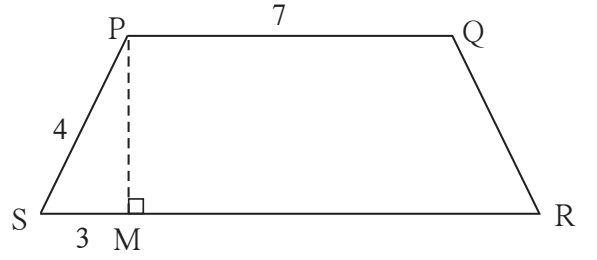
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.3

1. ಚೌಕೋನ ABCD ಯಲ್ಲಿ $l(AB) = 13$ ಸೆಮೀ.
 $l(DC) = 9$ ಸೆಮೀ., $l(AD) = 8$ ಸೆಮೀ.,
ಇದ್ದರೆ \square ABCDಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



2. ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 8.5 ಸೆಮೀ. ಹಾಗೂ 11.5 ಸೆಮೀ.
ಇದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 4.2 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3*. \square PQRS ಇದು ಸಮದ್ವಿಭುಜ ಸಮಲಂಬ
ಚೌಕೋನವಿದೆ $l(PQ) = 7$ ಸೆಮೀ.,
ರೆಖೆ $PM \perp$ ಭುಜ SR, $l(SM) = 3$ ಸೆಮೀ.,
ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ 4 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ
 \square PQRS ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

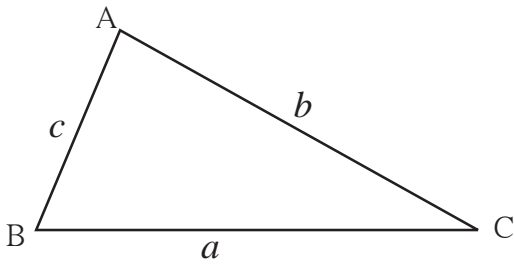


ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of a Triangle)

ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ ತಳ \times ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಎತ್ತರ ಕೊಡದಿದ್ದಾಗ ಆದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆಗ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವರು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.



Δ ABCಯ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ a, b, c ಇದೆ.

ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಅರ್ಧ ಪರಿಮಿತಿ ತೆಗೆಯೋಣ.

$$\text{ಅರ್ಧಪರಿಮಿತಿ} = s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

$$\text{ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

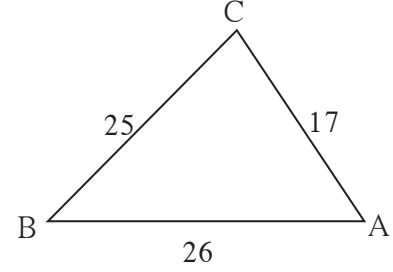
ಈ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ಹೀರೋನ ಸೂತ್ರ (Heron's Formula) ಎನ್ನುವರು.

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳು 17 ಸೆಮೀ. 25 ಸೆಮೀ. ಹಾಗೂ 26 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $a = 17, b = 25, c = 26$

$$\text{ಅರ್ಧ ಪರಿಮಿತಿ} = s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{17+25+26}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{34(34-17)(34-25)(34-26)} \\ &= \sqrt{34 \times 17 \times 9 \times 8} \\ &= \sqrt{17 \times 2 \times 17 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= \sqrt{17^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 3^2} \\ &= 17 \times 2 \times 2 \times 3 = 204 \text{ ಚೌ ಸೆಮೀ} \end{aligned}$$

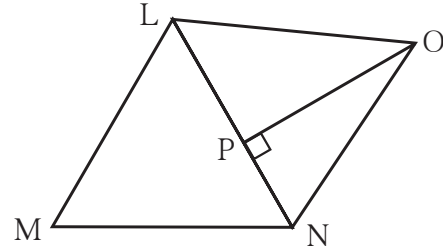


ಉದಾ.(2) ಒಂದು ಭೂಭಾಗದ ನಕಾಶೆ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

$$l(LM) = 60 \text{ ಮೀ. } l(MN) = 60 \text{ ಮೀ.}$$

$$l(LN) = 96 \text{ ಮೀ. } l(OP) = 70 \text{ ಮೀ.}$$

ಇದ್ದರೆ ಆ ಭೂಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ : ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ΔLMN ಹಾಗೂ ΔLON ತಯಾರಾಗಿರುವುದು ಕಾಣಿಸುವುದು. ΔLMN ದ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಗುರುತಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಹೀರೋನ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯೋಣ ΔLON ದಲ್ಲಿ ಭುಜ LN ಇದು ತಳ ಮತ್ತು $l(OP)$ ಇದು ಅದರ ಎತ್ತರ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ΔLON ದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯೋಣ ΔLMN ದ ಅರ್ಧಪರಿಮಿತಿ, $s = \frac{60+60+96}{2} = \frac{216}{2} = 108$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta LMN \text{ ದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} &= \sqrt{108(108-60)(108-60)(108-96)} \\ &= \sqrt{108 \times 48 \times 48 \times 12} \\ &= \sqrt{12 \times 9 \times 48 \times 48 \times 12} \end{aligned}$$

$$A(\Delta LMN) = 12 \times 3 \times 48 = 1728 \text{ ಚೌ ಮೀ.}$$

$$A(\Delta LNO) = \frac{1}{2} \text{ ತಳ} \times \text{ಎತ್ತರ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 96 \times 70$$

$$= 96 \times 35 = 3360 \text{ ಚೌಮೀ.}$$

$$\text{ಭೂಭಾಗ LMNOದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = A(\Delta LMN) + A(\Delta LNO)$$

$$= 1728 + 3360$$

$$= 5088 \text{ ಚೌಮೀ.}$$



ಸಮಾಂತರ ಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ತಳ × ಎತ್ತರ

ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2} \times$ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಗುಣಕಾರ

ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2} \times$ ಸಮಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು × ಎತ್ತರ

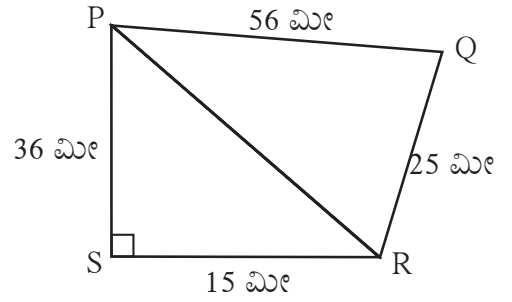
ABC ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳು a, b, c ಇದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುವ ಹೀರೋನ ಸೂತ್ರ

$$A(\Delta ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{ಆಗ } s = \frac{a+b+c}{2}$$

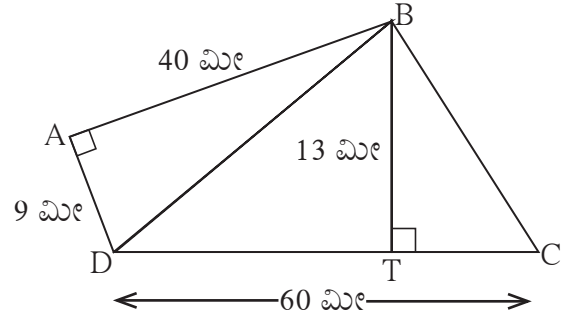
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.4

1. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳು 45 ಸೆಮೀ. 39 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ 42 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

2. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ
ಹಾಗೂ \square PQRS ದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



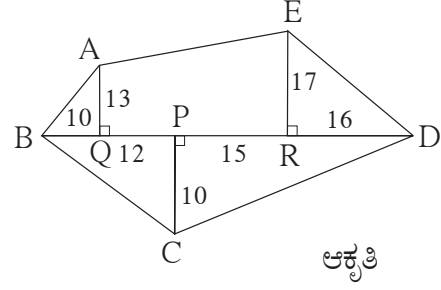
3. ಬದಿಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ, ಅದರ ಮೇಲಿಂದ \square ABCD ಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಅನಿಯಮಿತ ಆಕಾರದ ಸ್ಥಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

ಭೂಭಾಗ ಬೇಸಾಯ ಭೂಮಿ, ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಆಕಾರ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಅನಿಯಮಿತ ಬಹು ಭುಜಾಕೃತಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ವಿಭಜನೆ ತ್ರಿಕೋನ ಅಥವಾ ವಿಶಿಷ್ಟ ಚೌಕೋನದಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಬರುವುದು. ಹೀಗೆ ವಿಭಜನೆ ಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವರು ಎಂಬುದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಉದಾ. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ABCDE ಇದು ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಇದೆ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಅಳತೆಗಳು ಮೀಟರ್‌ನಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ಆಕೃತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ : ಇಲ್ಲಿ Δ AQB, Δ ERD ಇವು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ \square AQRE ಇದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನವಿದೆ.

Δ BCDಯ ತಳ BD ಮತ್ತು ಎತ್ತರ PC ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಕೃತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯೋಣ

$$A(\Delta AQB) = \frac{1}{2} \times l(BQ) \times l(AQ) = \frac{1}{2} \times 10 \times 13 = 65 \text{ ಚೌಮೀ.}$$

$$A(\Delta ERD) = \frac{1}{2} \times l(RD) \times l(ER) = \frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136 \text{ ಚೌಮೀ.}$$

$$\begin{aligned} A(\square AQRE) &= \frac{1}{2} [l(AQ) + l(ER)] \times l(QR) \\ &= \frac{1}{2} [13 + 17] \times (12 + 15) \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \times 27 = 15 \times 27 = 405 \text{ ಚೌಮೀ.} \end{aligned}$$

$$l(BD) = l(BP) + l(PD) = 10 + 12 + 15 + 16 = 53 \text{ ಮೀ.}$$

$$A(\Delta BCD) = \frac{1}{2} \times l(BD) \times l(PC) = \frac{1}{2} \times 53 \times 10 = 265 \text{ ಚೌಮೀ.}$$

\therefore ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ABCDE ಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

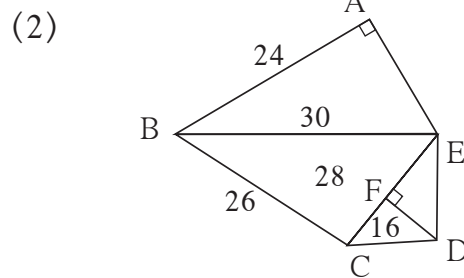
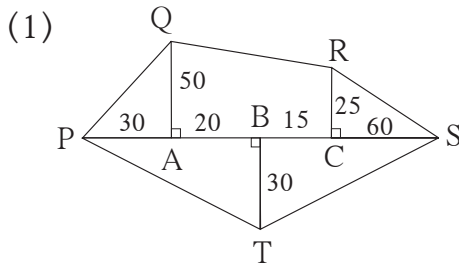
$$= A(\Delta AQB) + A(\square AQRE) + A(\Delta ERD) + A(\Delta BCD)$$

$$= 65 + 405 + 136 + 265$$

$$= 871 \text{ ಚೌಮೀ.}$$

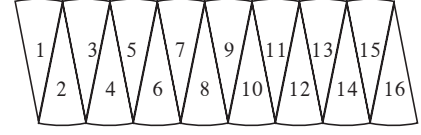
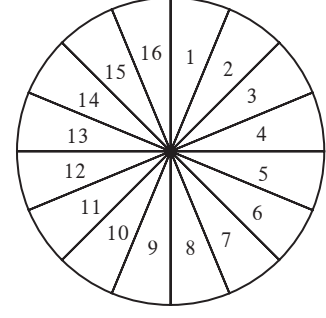
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.5

1. ಕೆಳಗಿನ ಭೂಖಂಡಗಳ ಆಕಾರಗಳ ಮೇಲಿಂದ ಅವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ (ಎಲ್ಲ ಅಳತೆಗಳು ಮೀಟರ್‌ನಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ)



ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of a circle)

ಕೃತಿ : ಒಂದು ದಪ್ಪ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ವರ್ತುಲ ತೆಗೆಯಿರಿ. ವರ್ತುಲಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಬೇರೆ ಮಾಡಿರಿ. ಮಡಿಕೆಮಾಡಿ ಅದರ 16 ಅಥವಾ 32 ಸಮಾನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿಭಜನೆ ಮಾಡಿರಿ. ಅಥವಾ 360° ದ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ವರ್ತುಲದ 18 ಅಥವಾ 20 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ. ಆಮೇಲೆ ಆ ಭಾಗಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವರ್ತುಲಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರಿ. ನಮಗೆ ಆಯತದ ಹಾಗೆ ಆಕೃತಿ ತಯಾರಾದದ್ದು ಕಂಡು ಬರುವುದು.



$$\text{ವರ್ತುಲದ ಪರಿಫೆ = } 2\pi r$$

\therefore ಆಯತದ ಉದ್ದ πr , ಅಂದರೆ ಅರ್ಧ ಪರಿಫೆದಷ್ಟು, ಮತ್ತು ಅಗಲ r ದಷ್ಟು ಇದೆ.

$$\therefore \text{ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \text{ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ} = \pi r \times r$$

$$\therefore \text{ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \pi r^2$$

ವರ್ತುಲದ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತಹೋದಂತೆ ದೊರೆಯುವ ಹೊಸ ಆಕೃತಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಆಯತಾಕೃತಿ ಆಗುವುದು.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ.(1) ಒಂದು ವರ್ತುಲದ ತ್ರಿಜ್ಯ 21 ಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಆ ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಉತ್ತರ : } \text{ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 21^2 \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{21}{1} \times \frac{21}{1} = 66 \times 21 = 1386 \text{ ಚೌಸೆಮೀ.} \end{aligned}$$

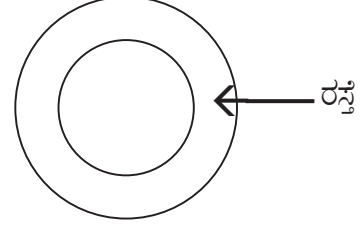
ಉದಾ.(2) ಒಂದು ವರ್ತುಲಾಕಾರದ ಮೈದಾನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 3850 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಮೈದಾನದ ತ್ರಿಜ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಉತ್ತರ : } \text{ವರ್ತುಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} &= \pi r^2 \\ 3850 &= \frac{22}{7} \times r^2 \\ r^2 &= \frac{3850 \times 7}{22} \quad r^2 = 1225 \quad r = 35 \text{ ಮೀ} \end{aligned}$$

\therefore ಮೈದಾನದ ತ್ರಿಜ್ಯ 35 ಮೀ. ಇದೆ.

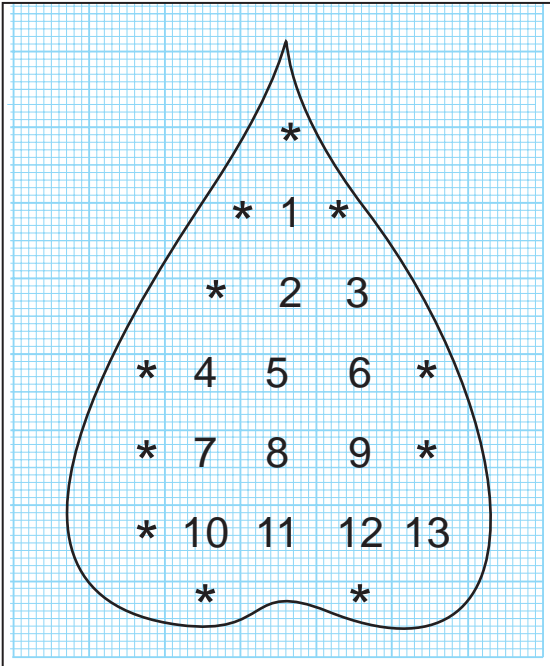
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.6

1. ಕೆಳಗಿನ ವರ್ತುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ವರ್ತುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
 (1) 28 ಸೆಮೀ. (2) 10.5 ಸೆಮೀ. (3) 17.5 ಸೆಮೀ.
2. ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲವು ವರ್ತುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ, ಆ ವರ್ತುಗಳ ವ್ಯಾಸ ತೆಗೆಯಿರಿ.
 (1) 176 ಸೆಮೀ. (2) 394.24 ಸೆಮೀ. (3) 12474 ಸೆಮೀ.
3. ಒಂದು ವರ್ತುಳಾಕಾರ ತೋಟದ ವ್ಯಾಸ 42 ಮೀ. ಇದೆ.
 ಆ ತೋಟದ ಸುತ್ತಲೂ 3.5ಮೀ. ಅಗಲದ ರಸ್ತೆ
 (ದಾರಿ) ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ರಸ್ತೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ಪರಿಘ 88 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ: ಅನಿಯಮಿತ ಆಕಾರದ ಆಕೃತಿಗಳ ಅಂದಾಜು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುವುದು.

ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಯಾವುದೇ ಬಂದಿತ ಆಕೃತಿಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದು. ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿ ಅಥವಾ ವಸ್ತುವಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೃಷ್ಠ ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಅದರ ಬದಿಗೆ (ಅಂಚು) ಪನ್ನಿಲದ ಸಹಾಯ ದಿಂದ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಲು ಚೌರಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಗೆ ಅಳೆಯುವುದು ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವುದು ಅದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೃತಿಯಿಂದ ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.



- (1) 1 ಚೌ.ಸೆಮೀ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇರುವ ಪೂರ್ಣ ಚೌರಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 13
 \therefore ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 13 ಚೌ.ಸೆಮೀ.
- (2) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ $\frac{1}{2}$ ಚೌ.ಸೆಮೀಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆದರೆ 1 ಚೌ.ಸೆಮೀಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇರುವ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 11
 \therefore ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಅಂದಾಜು 11 ಚೌ.ಸೆಮೀ
- (4) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ $\frac{1}{2}$ ಚೌ.ಸೆಮೀ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇರುವ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 0
 \therefore ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 0 ಚೌ.ಸೆಮೀ.

(4) ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ $\frac{1}{2}$ ಚೌಸಮೀಕೃತ ಕಡಿಮೆ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇರುವ ಭಾಗಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದ ವಿಚಾರಮಾಡಬಾರದು.

∴ ಅದರ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 0 ಚೌಸಮೀ

∴ ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯ ಅಂದಾಜು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

= 13 + 11 + 0 + 0 = 24 ಚೌಸಮೀ

ಕೃತಿ : ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ 28 ಮಿಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವರ್ತುಳ. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ, ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಚೌಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಈ ಮೂರು ಆಕೃತಿಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳನ್ನು ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲಿನ ಸಣ್ಣ ಚೌರಸಗಳನ್ನು ಆಳೆದು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವು ಸೂತ್ರದಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಚೌರಸಗಳು ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕದಿರುತ್ತವೆ ಅಷ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದ ಅಂದಾಜು ಹೆಚ್ಚು ಸರಿ ಇರುತ್ತವೆ.

೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.1	1. 198 ಚೌಸಮೀ	2. 3.7 ಸಮೀ	3. 13 ಸಮೀ
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.2	1. 180 ಚೌಸಮೀ	2. 117.15 ಚೌಸಮೀ	3. 336 ಚೌಸಮೀ 4. 68 ಸಮೀ
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.3	1. 88 ಚೌಸಮೀ	2. 42 ಸಮೀ	3. 40 ಚೌಸಮೀ
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.4	1. 756 ಚೌಸಮೀ	2. 690 ಚೌಸಮೀ	3. 570 ಚೌಸಮೀ
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.5	6. 000 ಚೌಮೀ	2. 776 ಚೌಮೀ	
ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 15.6	1. (1) 2464 ಚೌಸಮೀ	(2) 346.5 ಚೌಸಮೀ	(3) 962.5 ಚೌಸಮೀ
	2. (1) $2\sqrt{56}$ ಸಮೀ	(2) 22.4 ಸಮೀ	(3) 126 ಸಮೀ
	3. 500.50 ಚೌಮೀ	(4) 616 ಚೌಸಮೀ	

ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ:

ನಮ್ಮ ದೇಶವು ಅಳತೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಿದೆ.

ಸರ್ಕಾರದ ದಸ್ತಾವೇಜುಗಳಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಆರ್. ಹೆಕ್ಟರ ಈ ದಶಮಾನ ಮೂಲ ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ನೋಂದಾಯಿಸಿರುತ್ತಾರೆ.

100 ಚೌಮೀ = 1 ಆರ್, 100 ಆರ್ = 1 ಹೆಕ್ಟರ = 10,000 ಚೌಮೀ

ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಭೂಮಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಗುಂಟೆ, ಎಕರೆ, ಈ ಮೂಲ ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುವ ಪದ್ಧತಿ ಇಗಲೂ ಸಹ ರೂಢಿಯಲ್ಲಿ ಇದೆ 1 ಗುಂಟೆ ಈ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 1 ಆರ್‌ದಷ್ಟು, ಅಂದರೆ ಸುಮಾರು, 100 ಚೌಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. 1 ಎಕರೆ, ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸುಮಾರು, 0.4 ಹೆಕ್ಟರ ತುಂಬುವುದು.

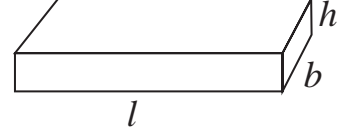
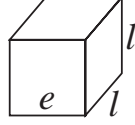




ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ = $2(l \times b + b \times h + l \times h)$

ಘನದ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ = $6l^2$



1 ಮೀ = 100 ಸೆಮೀ 1 ಚೌಮೀ = 100 × 100 ಚೌಸೆಮೀ = 10000 ಚೌಸೆಮೀ = 10⁴ ಚೌಸೆಮೀ

1 ಸೆಮೀ = 10 ಮೀಮೀ 1 ಚೌಸೆಮೀ = 10 × 10 ಚೌಸೆಮೀ = 100 ಚೌಸೆಮೀ = 10² ಚೌಸೆಮೀ

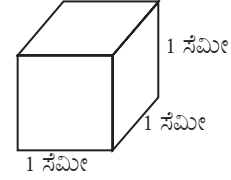


ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

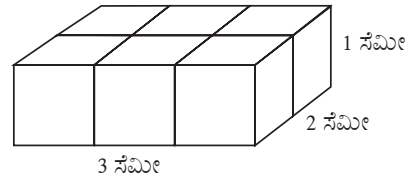
ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ, ಘನ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಚಿತಿ ಈ ತ್ರಿಮಿತಿಯ ಆಕಾರ ಅಂದರೆ. ಘನಾಕೃತಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ಘನಾಕೃತಿ ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿಯ ಸ್ಥಳವನ್ನು ವ್ಯಾಪಿಸುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಘನಾಕೃತಿಯು ಅವಕಾಶದಲ್ಲಿಯ ವ್ಯಾಪಿಸಿದ ಸ್ಥಳದ ಅಳತೆ ಎಂದರೆ ಆ ಘನಾಕೃತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ.

ಘನಫಲದ ಪ್ರಮಾಣಿತ ಮೂಲಧನ

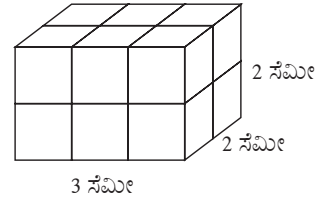
ಆಕೃತಿ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಘನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜ 1 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಈ ಘನವು ವ್ಯಾಪಿಸಿದ ಸ್ಥಳ ಇದು ಘನಫಲ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣಿತ ಮೂಲಮಾನ ಇದೆ. ಅದು 1 ಘನಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ, 1 ಘನಸೆಮೀ ಅಥವಾ 1 ಸೆಮೀ³ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.



ಕೃತಿ I: ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜ 1 ಸೆಮೀ ಇರುವ ಇಂತಹ ಅನೇಕ ಘನಗಳನ್ನು ದೊರಕಿಸಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, 6 ಘನ ಪರಸ್ಪರವಾಗಿ ಅಂಟಿಸಿ ಇಡಿರಿ. ಒಂದು ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ ತಯಾರಾಗುವುದು. ಈ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಉದ್ದ 3 ಸೆಮೀ. ಅಗಲ 2 ಸೆಮೀ. ಎತ್ತರ 1 ಸೆಮೀ ಇದೆ. 1 ಸೆಮೀ. ಭುಜದ ವಿರುವ 6 ಘನ ಕೂಡಿ ಆ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ ತಯಾರಾಗಿದೆ. ಈ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಘನಫಲ $3 \times 2 \times 1 = 6$ ಘನಸೆಮೀ ಇದೆ. ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ.



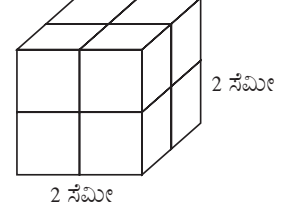
ಕೃತಿ II: ಬದಿಯ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಉದ್ದ 3 ಸೆಮೀ ಅಗಲ 2 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 2 ಸೆಮೀ. ಇದೆ. ಈ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯಲ್ಲಿ 1 ಘನ ಸೆಮೀ ಘನಫಲ ಇರುವ $3 \times 2 \times 2 = 12$ ಘನಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ



ಈ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಘನಫಲ 12 ಘನಸೆಮೀ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ × ಎತ್ತರ ಈ ಸೂತ್ರ ದೊರೆಯುವುದು. ಉದ್ದದ ಸಲುವಾಗಿ l ಅಗಲದ ಸಲುವಾಗಿ b ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಸಲುವಾಗಿ h ಈ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಘನಫಲ = $l \times b \times h$

ಕೃತಿ III :

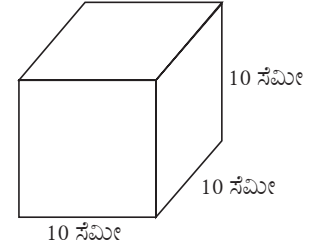
ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ 1 ಘಸೆಮೀ ಘನಫಲ ವಿರುವ 8 ಘನ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಅಂಟಿಸಿ ಇಡಲಾಯಿತು ಅದರಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಘನಾಕೃತಿಯ ಭುಜ 2 ಸೆಮೀ ಇರುವ ಘನ ಇದೆ. 8 ಘನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ.



ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಭುಜ l ಇದ್ದರೆ ಘನದ ಘನಫಲ = $l \times l \times l = l^3$ ಇರುವುದು

ದ್ರವದ ಘನಫಲ : ದ್ರವದ ಘನ ಪರಿಮಾಣ ಅಂದರೆ ದ್ರವದ ಘನಫಲ ಇರುವುದು ದ್ರವದ ಘನಪರಿಮಾಣ ಅಳೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಮಿಲಿಮೀಟರ ಮತ್ತು ಲೀಟರ ಈ ಮೂಲಮಾಪನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ.

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ 10 ಸೆಮೀ ಭುಜ ವಿರುವ ಒಂದು ಪೊಳ್ಳಾದ ಘನ ಇದೆ. ಇವುಗಳ ಘನಫಲ $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ಘಸೆಮೀ ಇದೆ ಈ ಘನ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದರೆ ಅದರಲ್ಲಿಯ ನೀರಿನ ಘನಪರಿಮಾಣ ಅಂದರೆ, ಘನಫಲ 1000 ಘಸೆಮೀ 1 ಲೀಟರ ಹೀಗೆ ಎನ್ನುವರು.



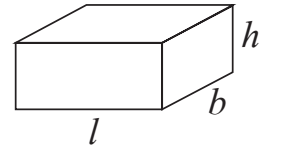
\therefore 1 ಲೀಟರ = 1000 ಮಿಲಿ, ಇದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ

\therefore 1 ಲೀಟರ = 1000 ಘಸೆಮೀ = 1000 ಮಿಲಿ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ 1 ಘಸೆಮೀ = 1 ಮಿಲಿ. ಇದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ. ಅಂದರೆ 1 ಸೆಮೀ ಭುಜವಿರುವ ಘನದಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಸುವ ನೀರಿನ ಘನ ಪರಿಮಾಣ 1 ಮಿಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

❏ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❏

ಉದಾ. (1) ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿ, ಆಕಾರದ ಮೀನುಗಳಿಡುವ ಕಾಜಿನ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರ, ಅಗಲ 40 ಸೆಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 50 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ ನೀರು ಹಿಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಸುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ ದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.
ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರ = 1000 ಸೆಮೀ ಅಗಲ 40 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 50 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ



$$\text{ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ} = l \times b \times h = 100 \times 40 \times 50 = 200000 \text{ ಘಸೆಮೀ}$$

$$200000 \text{ ಘಸೆಮೀ} = \frac{200000}{1000} = 200 \text{ ಲೀ. } (\because 1000 \text{ ಘಸೆಮೀ} = 1 \text{ ಲೀ})$$

\therefore ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 200 ಲೀಟರ ನೀರು ಹಿಡಿಸುವುದು

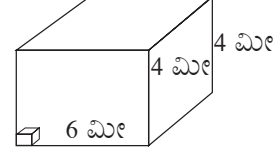
ಉದಾ. (2) ಒಂದು ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಗೋಡಾವನದ ಉದ್ದ 6 ಮೀ, ಅಗಲ 4 ಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4 ಮೀ ಇದೆ. ಆ ಗೋಡಾವನದಲ್ಲಿ 40 ಸೆಮೀ ಭುಜ ವಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಅತೀ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಹಿಡಿಯುವವು?

ಉತ್ತರ : ರಚಿಸಿದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಗೋಡಾವನದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣತುಂಬಿದ ಎಲ್ಲ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ ಇದು ಗೋಡಾವನದ ಘನ ಫಲದಷ್ಟು ಇರಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸುವಸಲುವಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳ ವಿಚಾರ ಮಾಡುವಾ.

(1) ಗೋಡಾವನದ ಘನಫಲಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾ.

(2) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ ತೆಗೆಯುವಾ.

(3) ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾ.



ಹಂತ (1) : ಗೋಡಾವನದ ಉದ್ದ 6 ಮೀ = 600 ಸೆಮೀ = ಎತ್ತರ = 4 ಮೀ = 400 ಸೆಮೀ

ಗೋಡಾವನದ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ \times ಅಗಲ \times ಎತ್ತರ = 600 \times 400 \times 400 ಘನಮೀ

ಹಂತ (2) : ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ = ಭುಜ³ = (40)³ = 40 \times 40 \times 40 ಘನಮೀ

ಹಂತ (3) : ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{\text{ಗೋಡಾವನದ ಘನಫಲ}}{\text{ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ}} = \frac{600 \times 400 \times 400}{40 \times 40 \times 40} = 1500$

\therefore ಆ ಗೋಡಾವನಲ್ಲಿ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚಂದರೆ, 1500 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಹಿಡಿಸುವವು

ಉದಾ. (3) ಬರ್ಫ ತಯಾರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಖವಾ ಮತ್ತು ಸಕ್ಕರೆ ಇವುಗಳ ಕರಗಿಸಿದ 5 ಲೀಟರ್ ಮಿಶ್ರಣ ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಟ್ರೇದಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ತುಂಬುವದು. ಟ್ರೇದ ಅಗಲ 40 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 2.5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಉದ್ದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ತುಂಬಿರಿ

ಹಂತ (1): ಟ್ರೇ ದ (ಸಂಗ್ರಹಕತೆ) ಧಾರಕತೆ = 5 ಲೀಟರ = ಘನಸೆಮೀ (\because 1 ಲೀ = 1000 ಘನಮೀ)

ಹಂತ (2) : ಮಿಶ್ರಣದ ಘನಫಲ = ಘನಸೆಮೀ

ಹಂತ (3) : ಆಯತಾಕೃತಿ ಟ್ರೇದ ಘನಫಲ = ಮಿಶ್ರಣದ ಘನಫಲ

ಉದ್ದ \times ಅಗಲ \times ಎತ್ತರ = ಘನಸೆಮೀ

ಉದ್ದ \times 40 \times 2.5 = ಘನಸೆಮೀ, \therefore ಟ್ರೇದ ಉದ್ದಳತೆ = $\frac{\text{ಘನಫಲ}}{40 \times 2.5} = \frac{\text{ಘನಫಲ}}{100} = 50$ ಸೆಮೀ

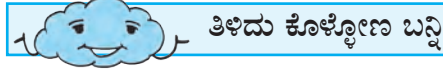


- ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಯ ಘನಫಲ = ಉದ್ದ \times ಅಗಲ \times ಎತ್ತರ = $l \times b \times h$
- ಘನದ ಘನಫಲ = ಭುಜ³ = l^3

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.1

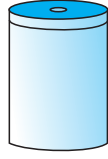
1. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ 20 ಸೆಮೀ, ಅಗಲ 10.5 ಸೆಮೀ 8 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ. ಅದರ ಘನಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಸಾಬಣದ ಘನಫಲ 150 ಘನಮೀ. ಇದೆ ಅದರ ಉದ್ದ 10 ಸೆಮೀ. ಮತ್ತು ಅಗಲ 5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ, ದಪ್ಪಳತೆ ಎಷ್ಟು ಇರಬಹುದು?
3. 6 ಮೀಟರ ಉದ್ದ, 2.5 ಮೀ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 0.5 ಮೀ ಅಗಲ ಅಳತೆಯ ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟುವುದಿದೆ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ 25 ಸೆಮೀ ಉದ್ದ 15 ಸೆಮೀ ಅಗಲ, ಮತ್ತು 10 ಸೆಮೀ ಎತ್ತರದ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು.

4. ಮಳೆಯ ನೀರು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಒಂದು ವಸಹಾತಿನಲ್ಲಿ 10ಮಿ ಉದ್ದ 6 ಮೀ ಅಗಲ, ಮತ್ತು 3 ಮೀ ಆಳ ಇರುವ ಅಳತೆಯ ಟಾಕಿ (ಹೌದು) ಕಟ್ಟಿ ಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಟಾಕಿಯ ಧಾರಕತೆ ಎಷ್ಟು ಇದೆ? ಆ ಟಾಕಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಸುವುದು?



ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಪೃಷ್ಠಫಲ (Surface area of a cylinder)

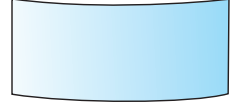
ವೃತ್ತಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಚಟ್ಟಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಅದರ ಎತ್ತರದಷ್ಟು ಅಗಲ ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಕಾಗದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅದು ಡಬ್ಬಿಯಸುತ್ತಲೂ ವಕ್ರ ಪೃಷ್ಠಭಾಗ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಮಟ್ಟುವಂತೆ ಸುತ್ತಿರಿ. ಕಾಗದದ ಉಳಿದ ಭಾಗ ಕತ್ತಿರಿಸಿ ಬೇರೆ ಮಾಡಿರಿ.



ವೃತ್ತಚಿತಿ



ಕಾಗದ ಹೊಚ್ಚಿದ ಡಬ್ಬಿ



ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಪರೀಘ=ಉದ್ದ

ಹೊಚ್ಚಿದ ಕಾಗದ ತೆಗೆಯಿರಿ ಅದು ಆಯತಾಕಾರ ಇರುವುದು ಕಾಣಿಸುವುದು. ಆ ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ, ಅಂದರೆ, ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಅಂದರೆ, ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ವಕ್ರಪೃಷ್ಠಫಲ.

ಆಯತದ ಉದ್ದ ಅಂದರೆ, ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಅಗಲ ಎಂದರೆ, ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ಎತ್ತರ ಇರುವುದು.

$$\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವಕ್ರ ಪೃಷ್ಠಫಲ} = \text{ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ}$$

$$= \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ಪರೀಘ} \times \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಎತ್ತರ}$$

$$\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಪೃಷ್ಠಫಲ} = 2\pi r \times h = 2\pi rh$$

ಬಂದಿಸ್ತ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ಪೃಷ್ಠ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಪೃಷ್ಠ ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಇರುತ್ತದೆ.

$$\therefore \text{ಬಂದಿಸ್ತ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ} = \text{ವಕ್ರಪೃಷ್ಠಫಲ} + \text{ಮೇಲಿನ ಪೃಷ್ಠದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} + \text{ತಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ}$$

$$\therefore \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ} = \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವಕ್ರಪೃಷ್ಠಫಲ} + 2 \times \text{ವರ್ತುಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ}$$

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r (h + r)$$

❖ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ❖

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ವೃತ್ತಚಿತ ಆಕಾರದ ನೀರಿನ ಟಾಕಿಯ ವ್ಯಾಸ 1 ಮೀಟರ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 2 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಟಾಕಿಗೆ ಮುಚ್ಚಳ ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ಮುಚ್ಚಳಸಹ ಟಾಕಿಗೆ ಒಳಗಿನಿಂದ ಮತ್ತು ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವುದಿದೆ. ಬಣ್ಣಿನ ಖರ್ಚು 80 ರೂಪಾಯಿ ಪ್ರತಿ ಚೌ.ಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಟಾಕಿಗೆ. ಬಣ್ಣವು ಹಚ್ಚುವ ಸಲುವಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಬರುವುದು? ($\pi = 3.14$)

ಉತ್ತರ : ಟಾಕಿಗೆ, ಒಳಗಿನಿಂದ ಮತ್ತು ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವುದಿದೆ. ಅಂದರೆ, ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇದು ಟಾಕಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲದ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಇದೆ.

ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ತಳದ ವ್ಯಾಸ 1 ಮೀಟರ

∴ ತ್ರಿಜ್ಯ 0.5 ಮೀ. ಮತ್ತು ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ಎತ್ತರ 2 ಮೀ ಇದೆ,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ} &= 2\pi r (h + r) = 2 \times 3.14 \times 0.5 (2.0 + 0.5) \\ &= 2 \times 3.14 \times 0.5 \times 2.5 = 7.85 \text{ ಚೌಮಿ}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = 2 \times 7.85 = 15.70 \text{ ಚೌಮಿ}$$

$$\therefore \text{ಟಾಕಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವ ಖರ್ಚು} = 15.70 \times 80 = 1256 \text{ ರೂಪಾಯಿಗಳು.}$$

ಉದಾ. (2) ಸತುವಿನ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರ ತಗಡಿನ ಉದ್ದ 3.3 ಮೀ. ಮತ್ತು 3 ಮೀ ಇದೆ. ಆ ತಗಡಿನಿಂದ 3.5 ಸೆಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮತ್ತು 30 ಸೆಮೀ ಉದ್ದದ ಆತೀ ಹೆಚ್ಚಿಂದರೆ ಎಷ್ಟು ನಳಿಕೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬರುವುದು?

ಉತ್ತರ: ಆಯತಾಕಾರ ತಗಡಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ

$$= 3.3 \times 3 \text{ ಚೌಮೀ} = 330 \times 300 \text{ ಚೌಸೆಮೀ}$$

ಒಂದು ನಳಿಕೆಯ ಉದ್ದ ಅಂದರೆ, ವೃತ್ತಿ ಚಿತಿಯ ಎತ್ತರ = $h = 30$ ಸೆಮೀ

∴ ನಳಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ = ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = 3.5$ ಸೆಮೀ

1 ಚೌ ಮೀ. = 10000 ಚೌಸೆಮೀ

ಒಂದು ನಳಿಕೆ ತಯಾರು ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಗಡು = ಒಂದು ನಳಿಯ ವಕ್ರ ಪೃಷ್ಠಫಲ

$$\begin{aligned}&= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \frac{30}{1} \\ &= 2 \times 22 \times 15 = 660 \text{ ಚೌಸೆಮಿ}\end{aligned}$$

$$\text{ತಗಡಿನಿಂದ ತಯಾರಾದ ನಳಿಕೆಗಳು} = \frac{\text{ತಗಡಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ}}{\text{ಒಂದು ನಳಿಕೆಯ ವಕ್ರಪೃಷ್ಠಫಲ}} = \frac{330 \times 300}{660} = 150$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.2

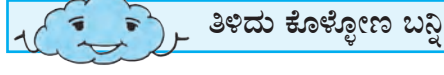
1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಮತ್ತು ಎತ್ತರ h ಇದೆ; ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವಕ್ರಪೃಷ್ಠ ಫಲ ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(1) r = 7 \text{ ಸೆಮೀ, } h = 10 \text{ ಸೆಮೀ} \quad (2) r = 1.4 \text{ ಸೆಮೀ, } h = 2.1 \text{ ಸೆಮೀ} \quad (3) r = 2.5 \text{ ಸೆಮೀ, } h = 7 \text{ ಸೆಮೀ}$$

$$(4) r = 70 \text{ ಸೆಮೀ, } h = 1.4 \text{ ಸೆಮೀ} \quad (5) r = 4.2 \text{ ಸೆಮೀ, } h = 14 \text{ ಸೆಮೀ}$$

2. ಎರಡೂ ಭುಜಗಳು ಮುಚ್ಚಿರುವ, 50 ಸೆಮೀ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 45 ಸೆಮೀ ಎತ್ತರದ ಟಾಕಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ ($\pi = 3.14$)

3. ಒಂದು ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವಕ್ರಪೃಷ್ಠಫಲ 660 ಚೌಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 21 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಮತ್ತು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ತಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತಿ ಆಕಾರದ ತಗಡಿನ ಡಬ್ಬಿಯ ವ್ಯಾಸ 28 ಸೆ.ಮೀ ಇದೆ. ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರ 20 ಸೆ.ಮೀ ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಒಂದು ಬದಿಯಿಂದ ತೆರೆದದ್ದು ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ, ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಬೇಕಾಗುವ ತಗಡಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆ ಡಬ್ಬಿಗೆ 2 ಸೆಮೀ ಎತ್ತರ ಮುಚ್ಚಳ ತಯಾರಿಸಲು ಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಚೌಸೆಮೀ ತಗಡು ಬೇಕಾಗುವದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ (Volume of a cylinder)

ವೃತ್ತ ಚಿತಿ ಆಕಾರದ ನೀರಿನ ಟಾಕಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ನೀರು ಹಿಡಿಸುವದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸಲುವಾಗಿ, ಆ ಟಾಕಿಯ ಘನಫಲ ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗುವದು.

ಯಾವುದೇ ಚಿತಿಯ ಘನಫಲ = ತಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ \times ಎತ್ತರ ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸೂತ್ರ ಇದೆ.

ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ತಳ ವರ್ತುಲಾಕಾರ ಇರುವದು ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ಘನಫಲ = $\pi r^2 h$

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) ಒಂದು ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಎತ್ತರ 10 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$)

ಉತ್ತರ: ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 5$ ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h = 10$ ಸೆಮೀ

$$\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = 3.14 \times 5^2 \times 10 = 3.14 \times 25 \times 10 = 785 \text{ ಘಸೆಮೀ}$$

ಉದಾ. (2) ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಟಾಕಿಯ ಎತ್ತರ 56 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ಟಾಕಿಯ ಧಾರಕತೆ 70.4 ಲೀಟರ್ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಟಾಕಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$)

ಉತ್ತರ: ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಆಕಾರದ ಟಾಕಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = r ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ

$$\text{ಟಾಕಿಯಲ್ಲಿಯ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = 70.4 \text{ ಲೀಟರ್}$$

$$\text{ಟಾಕಿಯ ಧಾರಕತೆ} = \text{ಟಾಕಿಯ ಘನಫಲ} = 70.4 \times 1000 \text{ ಘಸೆಮೀ} = 704 \times 100 \text{ ಘಸೆಮೀ}$$

$$1 \text{ ಲೀ} = 1000 \text{ ಮಿಲೀ} \therefore 70.4 \text{ ಲೀ} = 70400 \text{ ಮಿಲೀ}$$

$$\therefore \text{ಟಾಕಿಯ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = 70400$$

$$\therefore r^2 = \frac{70400}{\pi h} = \frac{70400 \times 7}{22 \times 56} = \frac{70400}{22 \times 8} = \frac{8800}{22} = 400$$

$$\therefore r = 20, \quad \therefore \text{ಟಾಕಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ } 20 \text{ ಸೆಮೀ ಇದೆ}$$

ಉದಾ. (3) ಒಂದು ಗಟ್ಟಿಯಾದ ತಾಮ್ರದ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 4.2 ಸೆ.ಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಎತ್ತರ 16 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಕರಗಿಸಿ 1.4 ಸೆಮೀ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 0.2 ಸೆಮೀ ದಪ್ಪ ಇರುವ ಎಷ್ಟು ತಟ್ಟೆಗಳು ತಯಾರು ಮಾಡಲು ಬರುವುದು?

ಉತ್ತರ: ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $R = 4.2$ ಸೆಮೀ ಎತ್ತರ = $H = 16$ ಸೆಮೀ

$$\text{ತಟ್ಟೆಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಘನಫಲ} = \pi R^2 H = \pi \times 4.2 \times 4.2 \times 16.0$$

$$\text{ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ} = 1.4 \div 2 = 0.7 \text{ ಸೆಮೀ}$$

$$\text{ತಟ್ಟೆಯ ದಪ್ಪಳತೆ} = \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಎತ್ತರ} = 0.2 \text{ ಸೆಮೀ}$$

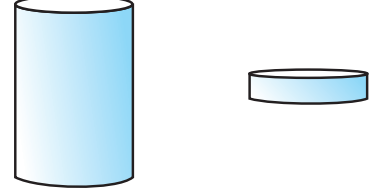
$$\text{ತಟ್ಟೆಯ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi \times 0.7 \times 0.7 \times 0.2$$

ಕರಗಿಸಿದ ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯಿಂದ n ತಟ್ಟೆಗಳು ತಯಾರಾಗುತ್ತವೆ, ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ

$$\therefore n \times \text{ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯ ಘನಫಲ} = \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ}$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ}}{\text{ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯ ಘನಫಲ}} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{R^2 h}{r^2 h} = \frac{4.2 \times 4.2 \times 16}{0.7 \times 0.7 \times 0.2} \\ &= \frac{42 \times 42 \times 160}{7 \times 7 \times 2} = 6 \times 6 \times 80 = 2880 \end{aligned}$$

\therefore 2880 ತಟ್ಟೆಗಳು ತಯಾರಾಗುತ್ತವೆ.



$$\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ವಕ್ರಪ್ರದೇಶಫಲ} = 2\pi r h \quad \text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪ್ರದೇಶಫಲ} = 2\pi r(h + r)$$

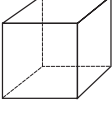
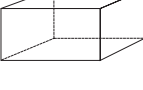
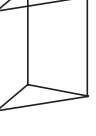
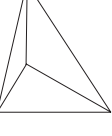

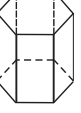
$$\text{ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h$$

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.3

- ಕೆಳಗೆ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ತಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ (r) ಮತ್ತು ಎತ್ತರ (h) ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
 - $r = 10.5$ ಸೆಮೀ, $h = 8$ ಸೆಮೀ
 - $r = 2.5$ ಮೀ, $h = 7$ ಮೀ
 - $r = 4.2$ ಸೆಮೀ, $h = 5$ ಸೆಮೀ
 - $r = 5.6$ ಸೆಮೀ, $h = 5$ ಸೆಮೀ
- ಉದ್ದ 90 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ 1.4 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ, ಇಂತಹ ಕಬ್ಬಿಣದ ಸಲಾಕೆಯ ತಯಾರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಕಬ್ಬಿಣ ಬೇಕಾಗುವುದು?
- ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಆಕಾರದ ಒಂದು ಹೌದಿನ ಒಳಗಿನ ಬದಿಯ ವ್ಯಾಸ 1.6 ಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಆಳ 0.7 ಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಹೌದಿನಲ್ಲಿ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ನೀರು ಹಿಡಿಸುವುದು?
- ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚಿತಿಯ ತಳದ ಪರಿಘ 132 ಸೆಮೀ ಇದ್ದು ಅದರ ಎತ್ತರ 25 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವೃತ್ತಚಿತಿಯ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು?

ಆಯಲರನ ಸೂತ್ರ

ಪೃಷ್ಠಗಳು (F), ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳು (V) ಮತ್ತು ಅಂಚು (E) ಇರುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಮನೋರಂಜಕ ಸೂತ್ರ ಬಹಳ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಲಿವೋನಾರ್ಡ್ ಆಯಲರ ಈ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತ ತಜ್ಞನು ಶೋಧಿಸಿದನು. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಅಂಚು ಮೂಲೆಗಳು ಹಾಗೂ ಪೃಷ್ಠಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು $V+F=E+2$ ಈ ಆಯಲರನ ಸೂತ್ರ ತಾಳೆ ಹಾಕಿನೋಡಿರಿ.

ಹೆಸರು	ಘನ	ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿ	ತ್ರಿಕೋನಚಿತಿ	ತ್ರಿಕೋನ ಸೂಚಿ	ಪಂಚಕೋನ ಸೂಚಿ	ಷಟ್ಕೋನ ಸೂಚಿ
ಆಕಾರ						
ಪೃಷ್ಠ (F)	6					8
ಶಿರೋಬಿಂದು (V)	8					12
ಅಂಚು (E)		12			10	

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.1

1. 1680 ಘನಮೀ 2. 3 ಸಮೀ 3. 2000 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು 4. 1,80,000 ಲೀ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.2

1. (1) 440 ಚೌಸಮೀ, 748 ಚೌಸಮೀ. (2) 18.48 ಚೌಸಮೀ, 30.80 ಚೌಸಮೀ
 (3) 110 ಚೌಸಮೀ, 149.29 ಚೌಸಮೀ (4) 616 ಚೌಸಮೀ, 31416 ಚೌಸಮೀ
 (5) 369.60 ಚೌಸಮೀ, 480.48 ಚೌಸಮೀ

2. 10,990 ಚೌಸಮೀ 3. 5 ಸಮೀ, 78.50 ಚೌಸಮೀ

4. 2376 ಚೌಸಮೀ ಮುಚ್ಚಳದ ಸಲುವಾಗಿ ಸರಿ ಸುಮಾರು 792 ಚೌಸಮೀ ತಗಡು ಬೇಕಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 16.3

1. (1) 2772 ಘನಮೀ (2) 137.5 ಘಮೀ (3) 277.2 ಘನಮೀ (4) 492.8 ಘನಮೀ
 2. 138.6 ಘನಮೀ 3. 1408 ಲೀ 4. 34650 ಘನಮೀ



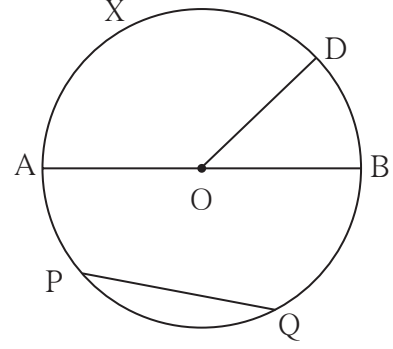


ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು O ಇದು ವರ್ತುಳ ಇದೆ

ಆಕೃತಿಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿಯ

- ರೇಖೆ OD ಇದು ವರ್ತುಳದ ಇದೆ.
- ರೇಖೆ AB ಇದು ವರ್ತುಳದ ಇದೆ.
- ರೇಖೆ PQ ಇದು ವರ್ತುಳದ ಇದೆ.
- ಇದು ಕೇಂದ್ರಿಯ ಕೋನ ಇದೆ.
- ಲಘುಕಂಸ : ಕಂಸ AXD, ಕಂಸ BD,,,
- ವಿಶಾಲಕಂಸ : ಕಂಸ PAB, ಕಂಸ PDQ,
- ಅರ್ಧವರ್ತುಳಕಂಸ : ಕಂಸ ADB,
- $m(\text{ಕಂಸ DB}) = m\angle \dots\dots\dots$
- $m(\text{ಕಂಸ DAB}) = 360^\circ - m\angle \dots\dots\dots$



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

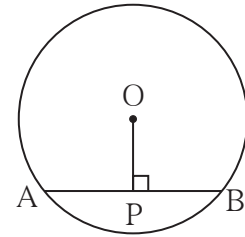
ವರ್ತುಳದ ಜ್ಯಾದ ಗುಣಧರ್ಮ (Properties of chord of a circle)

ಕೃತಿ I :

O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಳ ರೇಖೆ AB ಈ ಜ್ಯಾ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕೇಂದ್ರ Oದಿಂದ ಜ್ಯಾ ABಯ ಮೇಲೆ ರೇಖೆ OP ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ರೇಖೆ AP ಹಾಗೂ ರೇಖೆ PB ಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ.



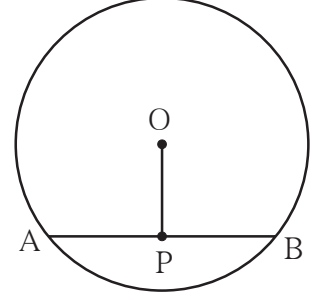
ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಐದು ವರ್ತುಳಗಳನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ತೆಗೆದು ಆ ಜ್ಯಾದ ಮೇಲೆ ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಜ್ಯಾದ ಆಗಿರುವ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು ಸಮಾನ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕರ್ಕಟಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ನಿಮ್ಮಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಧರ್ಮ ದೊರೆಯುವದು.

ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾದ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಕೃತಿ II :

ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬೇರೆಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ 5 ವರ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆ ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ದೊರಕಿಸಿರಿ. ವರ್ತುಗಳ ಕೇಂದ್ರ O ಹಾಗೂ ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ AB ಮತ್ತು ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿಗೆ P ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. $\angle APO$ ಹಾಗೂ $\angle BPO$ ಕಾಟಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಅಥವಾ ಕೋನ ಮಾಪಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವರ್ತುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಜ್ಯಾದ ಬಗ್ಗೆ ಇದೆ ಅನುಭವ ಬರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ನಿಮಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಧರ್ಮ ದೊರೆಯುವುದು.



ವರ್ತುಗಳ ಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ ಆ ವರ್ತುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು ಆ ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ ಲಂಬ ಇರುತ್ತದೆ.

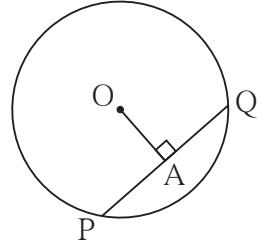
ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಉದಾ. (1) O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾ PQದ ಉದ್ದಳತೆ 7 ಸೆಮೀ ಇದೆ.

ರೇಖೆ $OA \perp$ ಜ್ಯಾ PQ, ಇದ್ದರೆ $I(AP)$ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ರೇಖೆ $OA \perp$ ಜ್ಯಾ PQ, \therefore ಬಿಂದು A ಇದು ಜ್ಯಾ PQದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಇದೆ.

$$\therefore I(PA) = \frac{1}{2} I(PQ) = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5 \text{ ಸೆಮೀ}$$



ಉದಾ. (2) ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ಒಂದು ವರ್ತುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ 10 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ವರ್ತುಗಳ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 6 ಸೆಮೀ ಅಂತರದ ಮೇಲಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ವರ್ತುಗಳ ಜ್ಯಾದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಇರುವ ಅಂತರ ಅಂದರೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆ ಜ್ಯಾದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆದ ಲಂಬ ರೇಖಾಖಂಡದ ಉದ್ದಳತೆ ಆಗಿದೆ.

O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಗಳ ರೇಖೆ AB ಇದು ಜ್ಯಾ ಇದೆ.

ರೇಖೆ $OP \perp$ ಜ್ಯಾ AB.

ವರ್ತುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ = $I(OB) = 10$ ಸೆಮೀ.

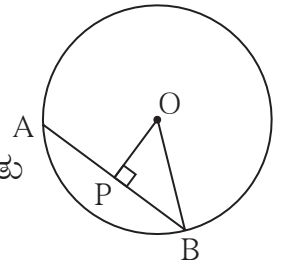
$I(OP) = 6$ ಸೆಮೀ. ಇಲ್ಲಿ ΔOPB ಈ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತಯಾರಾಯಿತು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯನುಸಾರವಾಗಿ.

$$[I(OP)]^2 + [I(PB)]^2 = [I(OB)]^2$$

$$\therefore 6^2 + [I(PB)]^2 = 10^2$$

$$\therefore [I(PB)]^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\therefore [I(PB)]^2 = (10 + 6)(10 - 6) = 16 \times 4 = 64$$



$$\therefore l(PB) = 8 \text{ ಸೆಮೀ}$$

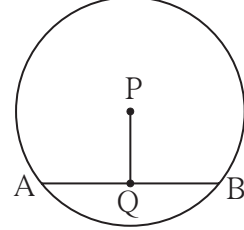
ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾದಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ, ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

$$\therefore l(AB) = 2l(PB) = 2 \times 8 = 16$$

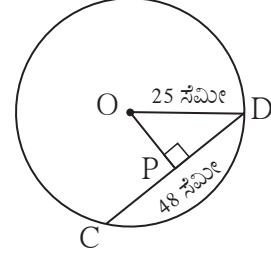
\therefore ಜ್ಯಾ ABಯ ಉದ್ದಳತೆ 16 ಸೆಮೀ ಇದೆ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 17.1

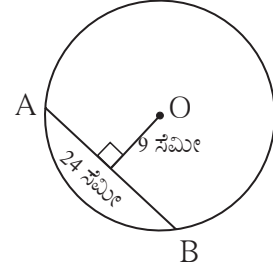
1. ಕೇಂದ್ರ P ಇರುವ ವರ್ತುಳದ ಜ್ಯಾ AB ಯ ಉದ್ದಳತೆ 13 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ರೇಖೆ $PQ \perp$ ಜ್ಯಾ AB ಇದ್ದರೆ $l(QB)$ ತೆಗೆಯಿರಿ.



2. ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ವರ್ತುಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 25 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ 48 ಸೆಮೀ ಉದ್ದಳತೆಯ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ತೆಗೆದರೆ ಅದು ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಇರುವುದು?



3. O ಕೇಂದ್ರ ವಿರುವ ವರ್ತುಳದ ಒಂದು ಜ್ಯಾ 24 ಸೆಮೀ ಉದ್ದಳತೆ ಹೊಂದಿದ್ದು ಅದು ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 ಸೆಮೀ ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ದ್ದರೆ ಆ ವರ್ತುಳದ ತ್ರಿ ಜ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.



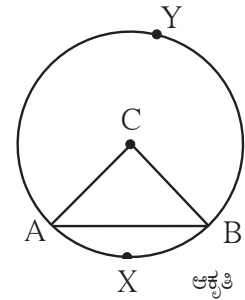
4. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ಕೇಂದ್ರ C ಇದ್ದು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ 10 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ವರ್ತುಳದ ಒಂದು ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದಳತೆ 12 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಜ್ಯಾ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಅಂತರದ ಮೇಲೆ ಇರುವುದು.



ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ

ವರ್ತುಳದ ಜ್ಯಾದ ಸಂಗತ ಕಂಸ (Arcs corresponding to chord of a circle)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ರೇಖೆ AB ಇದು ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ವರ್ತುಳದ ಜ್ಯಾ ಇದೆ. ಕಂಸ AXB ಇದು ಲಘುಕಂಸ AYC ಇದು ವಿಶಾಲಕಂಸವಿದೆ. ಈ ಎರಡು ಕಂಸಗಳಿಗೆ ಜ್ಯಾ ABಯ ಸಂಗತ ಕಂಸ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದರ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಜ್ಯಾ AB ಇದು AXB ಮತ್ತು ಕಂಸ AYCಗಳ ಸಂಗತ ಜ್ಯಾ ಇದೆ.



ಏಕರೂಪ ಕಂಸಗಳು (Congruent arcs)

ಒಂದೇ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿಯ ಎರಡು ಕಂಸಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

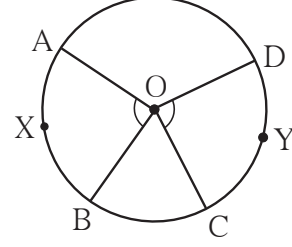
○ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ

$$\therefore m\angle AOB = m\angle COD$$

$$\therefore m(\text{ಕಂಸ } AXB) = m(\text{ಕಂಸ } CYD)$$

$$\therefore \text{ಕಂಸ } AXB \cong \text{ಕಂಸ } CYD \text{ ಇದನ್ನು ಟ್ರಿಸೆಂಗ್}$$

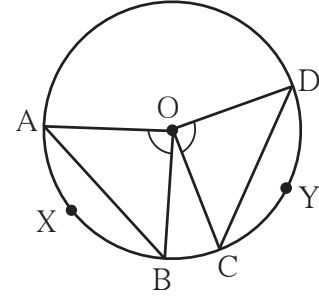
ಪೇಪರ್‌ದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.



ವರ್ತುಳದ ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಸಂಗತ ಕಂಸ ಇವುಗಳ ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನ ಕೃತಿಯಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಗಮನದಲ್ಲಿ ಇಡಿರಿ.

ಕೃತಿ I :

- (1) ○ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವರ್ತುಳ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (2) ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ $\angle COD$ ಹಾಗೂ $\angle AOB$ ಈ ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಕಂಸ AXB

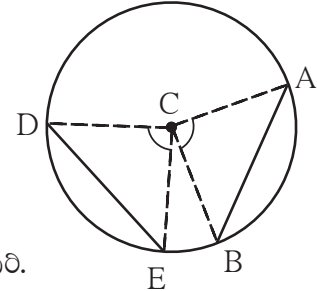


ಮತ್ತು AYB ಈ ಏಕರೂಪ ಕಂಸಗಳು ದೂರೆಯುವವು.

- (3) ಜ್ಯಾ AB ಹಾಗೂ CD ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (4) ಕರ್ಕಟಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಜ್ಯಾ AB ಹಾಗೂ ಜ್ಯಾ CD ಇವುಗಳ ಉದ್ದಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ವಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಕೃತಿ II :

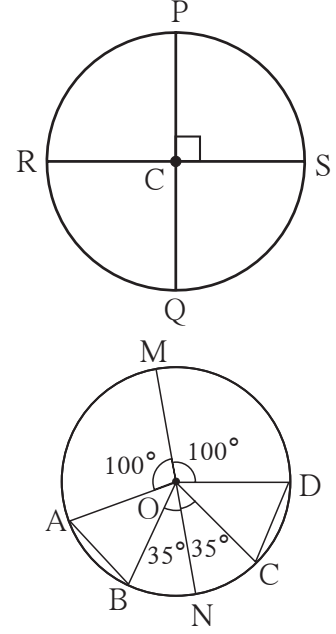
- (1) ಕೇಂದ್ರ C ಇರುವ ಒಂದು ವರ್ತುಳ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (2) ಈ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ರೇಖೆ AB ಮತ್ತು ರೇಖೆ DE ಈ ಏಕರೂಪ ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ರೇಖೆ CA, ರೇಖೆ CB, ರೇಖೆ CD, ರೇಖೆ CE ಈ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.
- (3) $\angle ACB$ ಹಾಗೂ $\angle DCE$ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.
- (4) ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಕಂಸ AB ಮತ್ತು DE ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ವಿರುತ್ತವೆ ಅಂದರೆ ಈ ಕಂಸಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.



ಒಂದು ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿಯ ಏಕರೂಪ ಕಂಸಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಜ್ಯಾಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ. ಒಂದು ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು ಏಕರೂಪ ವಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಗತ ಲಘುಕಂಸ ಹಾಗೂ ಸಂಗತ ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 17.2

1. ಕೇಂದ್ರ C ಇರುವ ವರ್ತುಲದ ರೇಖೆ PQ ಹಾಗೂ ರೇಖೆ RS ಈ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕಾಟಕೋನದಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಂಸ PS ಮತ್ತು ಕಂಸ SQ ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ. ಕಂಸ PS ದೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ಇರುವ ಇತರ ಕಂಸಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ.
2. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ವರ್ತುಲದ ರೇಖೆ MN ಇದು ವ್ಯಾಸ ಇದೆ. ಕೆಲವು ಕೇಂದ್ರಿಯ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ (1) $\angle AOB$ ಮತ್ತು $\angle COD$ ಗಳ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. (2) ಕಂಸ AB \cong ಕಂಸ CD ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. (3) ಜ್ಯಾ AB \cong ಜ್ಯಾ CD ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.



೩೩೩

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 17.1 1. 6.5 ಸೆಮೀ 2. 7 ಸೆಮೀ 3. 15 ಸೆಮೀ 4. 8 ಸೆಮೀ

ಉದಾಹರಣ ಸಂಗ್ರಹ 17.2 1. (1) ಕಂಸ PS ಮತ್ತು ಕಂಸ SQ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಕಾರಣ ಕಂಸಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು 90° ಇರುತ್ತವೆ. (2) ಕಂಸ PS \cong ಕಂಸ PR \cong ಕಂಸ RQ

2. (1) $m\angle AOB = m\angle COD = 45^\circ$

(2) ಕಂಸ AB \cong ಕಂಸ CD ಕಾರಣ ಕಂಸಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು 45° ಇರುತ್ತವೆ.

(3) ಜ್ಯಾ AB \cong ಜ್ಯಾ CD ಕಾರಣ ಏಕರೂಪ ಕಂಸಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಜ್ಯಾಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.



ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಸಂಗ್ರಹ 2

1. ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗಾಗಿ ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.
 - (1) ಒಂದು ವರ್ತುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 1386 ಚೌಸೆಮೀ. ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಪರಿಘ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು?

(A) 132 ಚೌಸೆಮೀ. (B) 132 ಸೆಮೀ. (C) 42 ಸೆಮೀ. (D) 21 ಚೌಸೆಮೀ.
 - (2) ಒಂದು ಘನದ ಭುಜ 4 ಮೀ ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟಿನಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು?

(A) ಎರಡು ಪಟ್ಟಿನಿಂದ (B) ಮೂರು ಪಟ್ಟಿನಿಂದ (C) ನಾಲ್ಕು ಪಟ್ಟಿನಿಂದ (D) ಎಂಟು ಪಟ್ಟಿನಿಂದ
2. ಪ್ರಣಾಲಿ 100 ಮೀಟರ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯ ರೂಢಿ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಳು. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಅವಳು 100 ಮೀಟರ 20 ಸಲ ಓಡಿದಳು ಪ್ರತಿ ಸಲ ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ತಗುಲಿದ ವೇಳೆ ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕಳಗಿನಂತಿದೆ.

18 , 17 , 17 , 16 , 15 , 16 , 15 , 14 , 16 , 15 ,
15 , 17 , 15 , 16 , 15 , 17 , 16 , 15 , 14 , 15 ಓಡಲು ಅವಳಿಗೆ ತಗುಲಿದ ವೇಳೆಯ ಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. $\triangle DEF$ ಮತ್ತು $\triangle LMN$ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳು $EDF \leftrightarrow LMN$ ಈ ಒಂದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಏಕರೂಪ ವಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಸಾರ ತಯಾರಾಗುವ ಏಕರೂಪ ಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ಏಕರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ಯಂತ್ರದ ಬೆಲೆ 2,50,000 ರೂಪಾಯಿ ಇದೆ. ಅದು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ 4% ದರದಿಂದ ಯಂತ್ರದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು?
5. $\square ABCD$ ಯಲ್ಲಿ $AB \parallel$ ಭುಜ DC , ರೇಖೆ $AE \perp$ ಭುಜ DC ಇದ್ದು $l(AB) = 9$ ಸೆಮಿ $l(AE) = 10$ ಸೆಮೀ, $A(\square ABCD) = 115$ ಸೆಮೀ², ಇದ್ದರೆ $l(DC)$ ತೆಗೆಯಿರಿ.
6. ವೃತ್ತಚಿತ್ರ ಆಕಾರದ ಒಂದ ಟಾಕಿಯ ತಳದ ವ್ಯಾಸ 1.75 ಮೀ ಮತ್ತು 3.2 ಮೀ. ಇದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಟಾಕಿಯ ಕ್ಷಮತೆ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಇದೆ. ? $(\pi = \frac{22}{7})$
7. ತ್ರಿಜ್ಯ 9.1 ಸೆಮೀ ಇರುವ ವರ್ತುಗಳ ಒಂದು ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದಳತೆ 16.8 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ, ಆ ಜ್ಯಾ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಅಂತರದ ಮೇಲಿದೆ?
8. ರೋಜಗಾರ ಹಮಿ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಈ ಊರುಗಳಲ್ಲಿ, ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿರುವ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿಯ ಪುರುಷ ಹಾಗೂ ಸ್ತ್ರೀ ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಊರು	A	B	C	D
ಸ್ತ್ರೀಯರು	150	240	90	140
ಪುರುಷ	225	160	210	110

- (1) ಈ ಮಾಹಿತಿ ವಿಭಜಿತ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.
- (2) ಈ ಮಾಹಿತಿ ಶತಮಾನ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

9. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$$(1) 17(x+4) + 8(x+6) = 11(x+5) + 15(x+3)$$

$$(2) \frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4} \quad (3) 5(1-2x) = 9(1-x)$$

10. ಮುಂದಿನ ಕೃತಿಕೊಟ್ಟ ಹಂತಗಳ ಅನುಸಾರ ಮಾಡಿರಿ.

(1) ಸಮಭುಜ \square ABCD ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣ AC ತೆಗೆಯಿರಿ.

(2) ಏಕರೂಪ ಘಟಕವನ್ನು ಸಮಾನ ಗುರುತಿನಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

(3) $\triangle ADC$ ಹಾಗೂ $\triangle ABC$ ಯಾವ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಹಾಗೂ ಯಾವ ಪರಿಷ್ಕೆಯಿಂದ ಏಕರೂಪವಾಗುವವು ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(4) $\angle DCA \cong \angle BCA$, ಅದರಂತೆ $\angle DAC \cong \angle BAC$ ತೋರಿಸಲು ಕಾರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

(5) ಮೇಲಿನ ಹಂತಗಳ ಮೇಲಿಂದ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬರುವ ಸಮಭುಜ ಚೌಕೋನದ ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

11. ಒಂದು ಹೊಲದ ಆಕಾರ ಚೌಕೋನಾಕಾರ ಇದೆ. ಅದರ ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳಿಗೆ P, Q, R, S ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟಿ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡ ಅಳತೆಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

$$l(PQ) = 170 \text{ ಮೀ}, l(QR) = 250 \text{ ಮೀ}, l(RS) = 100 \text{ ಮೀ},$$

$$l(PS) = 240 \text{ ಮೀ}, l(PR) = 260 \text{ ಮೀ}$$

ಈ ಹೊಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಹೆಕ್ಟರಗಳಲ್ಲಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. (1 ಹೆಕ್ಟರ = 10,000 ಚೌಮೀ)

12. ಒಂದು ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳ 50% ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮರಾಠಿ ವಿಷಯವಾಗಿವೆ. ಮರಾಠಿ ಪುಸ್ತಕಗಳ $\frac{1}{3}$ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಪುಸ್ತಕಗಳ 25% ಪುಸ್ತಕಗಳು ಗಣಿತದ್ದಾಗಿವೆ. ಉಳಿದ 560 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಇತರ ವಿಷಯಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ?

13. $(2x+1)$ ಈ ದ್ವಿಪದಿಯಿಂದ $(6x^3+11x^2-10x-7)$ ಈ ಬಹುಪದಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿರಿ. ಭಾಗಾಕಾರ ಹಾಗೂ ಶೇಷ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

1. (1) B (2) D 2. 15.7 ಸೆಕೆಂಡು

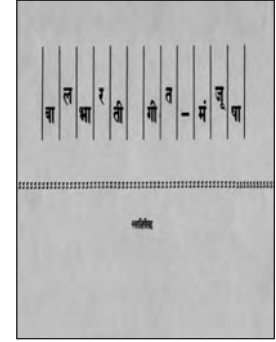
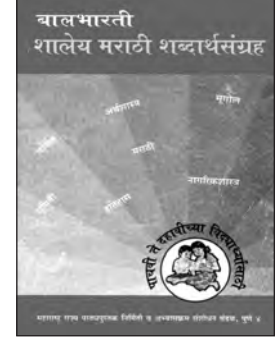
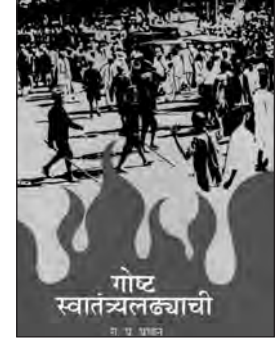
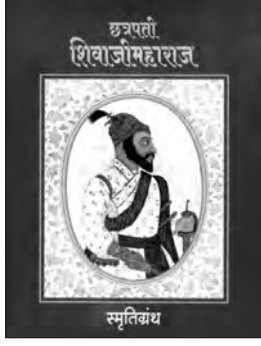
3. ಭುಜ $ED \cong$ ಭುಜ LM , ಭುಜ $DF \cong$ ಭುಜ MN , ಭುಜ $EF \cong$ ಭುಜ LN ,
 $\angle E \cong \angle L$, $\angle D \cong \angle M$, $\angle F \cong \angle N$

4. ₹ 2,21,184 5. 14 ಸೆಮೀ

6. 7700 7. 3.5 ಸೆಮೀ

9. (1) $x = 16$, (2) $y = \frac{9}{4}$ (3) $x = -4$ 11. 3.2 ಹೆಕ್ಟರು

12. 1920 13. ಭಾಗಾಕಾರ $3x^2 + 4x - 7$ ಶೇಷ 0



- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.



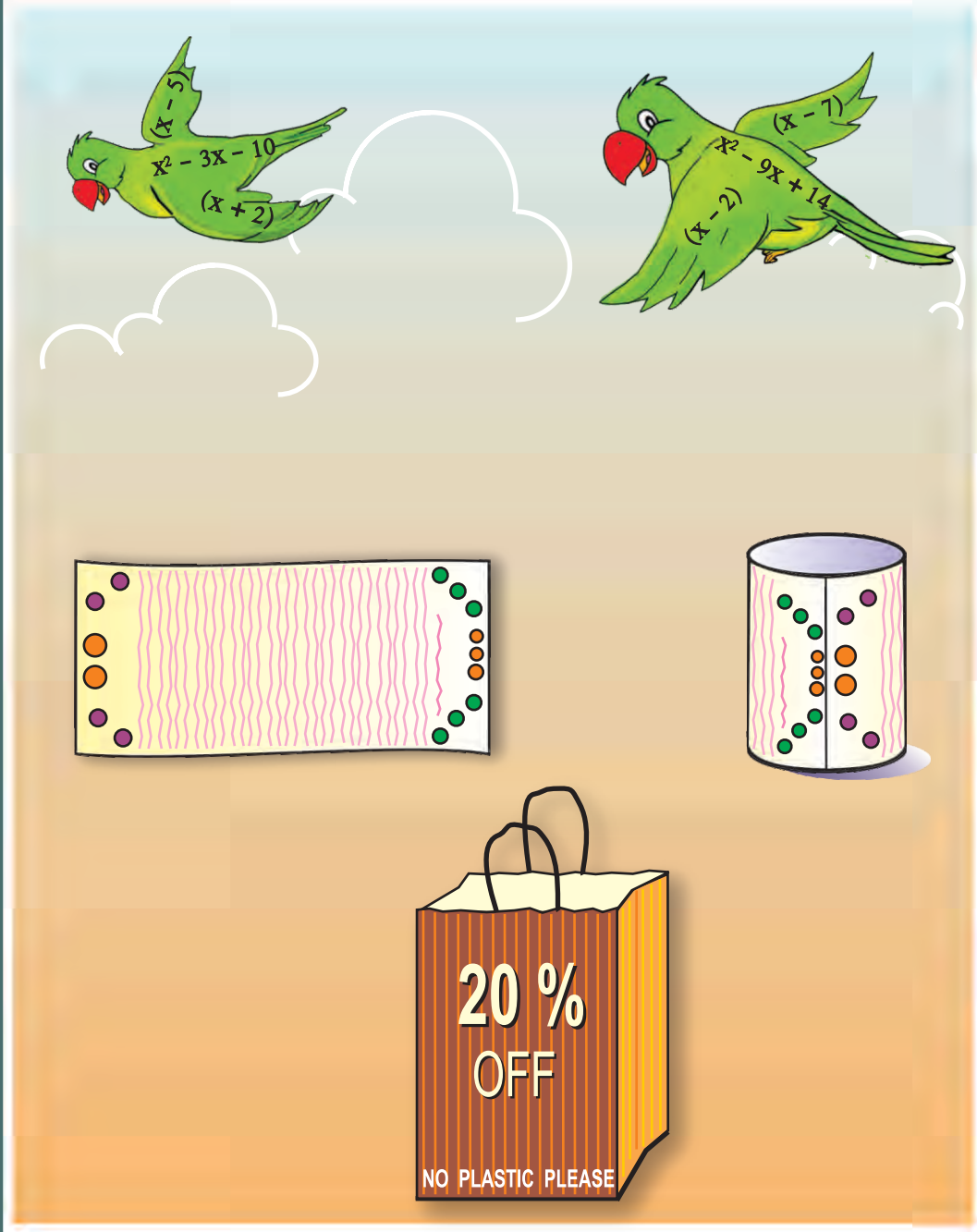
पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.



ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७९८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५



ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳಿ,
 ಪುಣೆ - 411004.

ಕನ್ನಡ ಗಣಿತ ಇ.ಒ.ವಿ

₹ 48.00