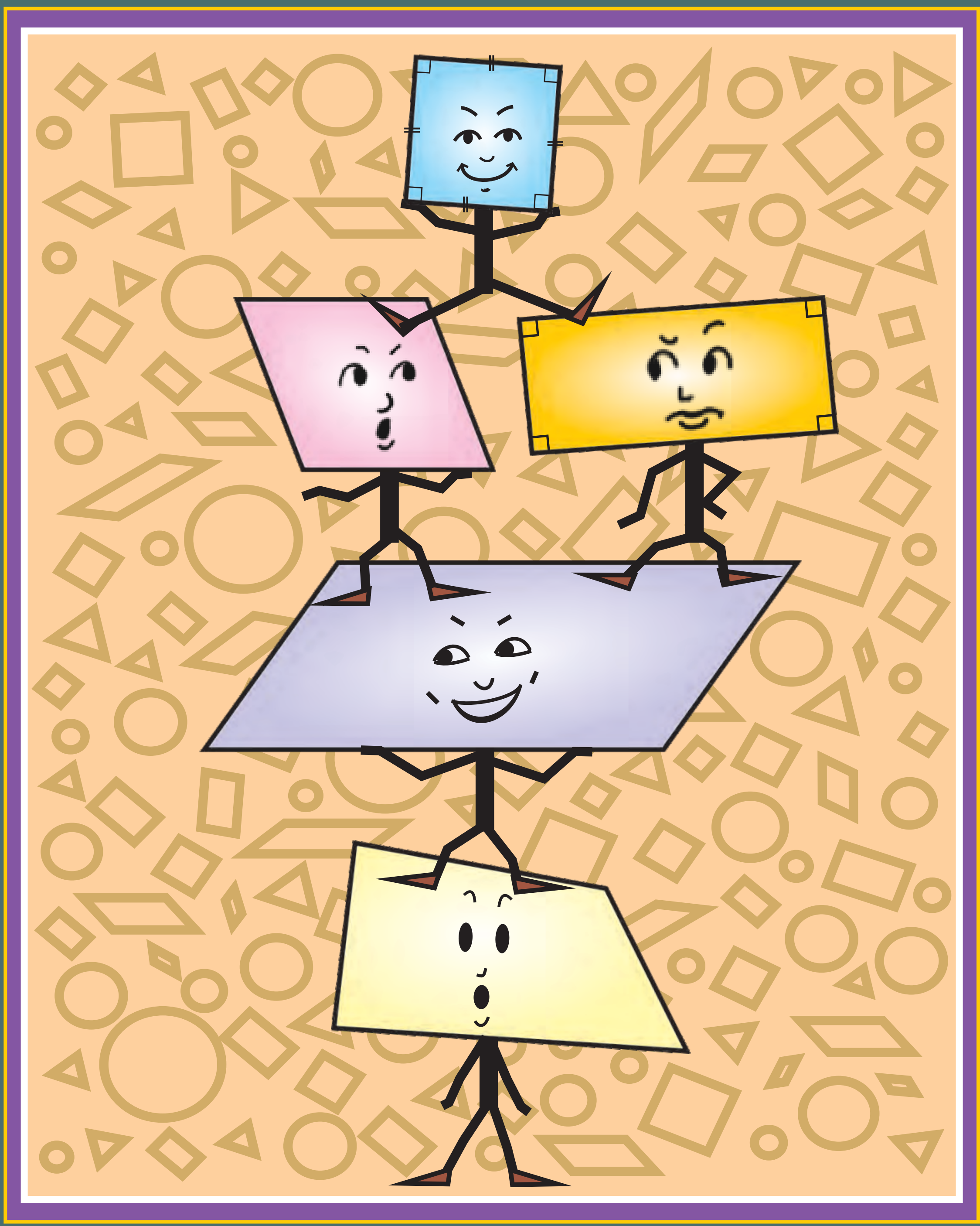
ગણિત

ધોરણ-આઠમું



ભારતનું સંવિધાન

ભાગ ૪ ક

નાગરિકોના મૂળભૂત કર્તવ્યો

અનુચ્છેદ ૫૧ ક

મૂળભૂત કર્તવ્ય – ભારતના પ્રત્યેક નાગરિકનું એ કર્તવ્ય છે કે તેણે –

(ક) સંવિધાનનું પાલન કરવું. સંવિધાનના આદર્શો, રાષ્ટ્રધ્વજ અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવો.

(ખ) સ્વાતંત્ર્ય ચળવળની પ્રેરણા આપનારા આદર્શોનું પાલન કરવું.

(ગ) દેશના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડતા સુરક્ષિત રાખવા પ્રયત્નશીલ રહેવું.

(ઘ) આપણા દેશનું રક્ષણ કરવું, દેશની સેવા કરવી.

(ઙ) દરેક પ્રકારના ભેદભાવને ભૂલીને એકતા અને બંધુત્વની ભાવના વિકસાવવી. સ્ત્રીઓના સન્માનને ઠેસ પહોંચાડનારી પ્રથાઓનો ત્યાગ કરવો.

(ચ) આપણી સંમિશ્ર સંસ્કૃતિના વારસાનું જતન કરવું.

(છ) નૈસર્ગિક પર્યાવરણનું જતન કરવું. સજીવ પ્રાણીઓ પ્રત્યે દયાભાવ રાખવો.

(જ) વૈજ્ઞાનિક દૃષ્ટિ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસાવૃત્તિ કેળવવી.

(ઝ) સાર્વજનિક માલમત્તાનું જતન કરવું. હિંસાનો ત્યાગ કરવો.

(ઞ) દેશની ઉત્તરોત્તર પ્રગતિ માટે વ્યક્તિગત તેમજ સામૂહિક કાર્યમાં ઉત્તમતા-શ્રેષ્ઠતાનું સ્તર જાળવી રાખવાનો પ્રયત્ન કરવો.

(ટ) ૬થી ૧૪ વય જૂથના બાળકોને તેમના વાલીએ શિક્ષણની તક પૂરી પાડવી.

શાસન નિર્ણય ક્રમાંક : અભ્યાસ - 2116/(પ્ર.ક્ર. 43/16) એસડી-4 દિનાંક 25-4-2016 અન્વયે સ્થાપિત થયેલ સમન્વય સમિતિની દિનાંક 29-12-2017 રોજની બેઠકમાં આ પાઠ્યપુસ્તક નિર્ધારિત કરવાની માન્યતા આપવામાં આવી છે.

ગણિત

ધોરણ-આઠમું

મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ, પુણે - 411 004.

તમારાં સ્માર્ટફોનમાં DIKSHA App દ્વારા પાઠ્યપુસ્તકનાં પહેલા પાનાં પરના Q.R. Codeથી ડિજિટલ પાઠ્યપુસ્તક અને દરેક પાઠમાં આપેલા Q.R. Codeથી તે સંબંધિત પાઠનાં અધ્યયન-અધ્યાપન માટે ઉપયોગી દૃશ્ય-શ્રાવ્ય સાહિત્ય ઉપલબ્ધ થશે.

પ્રથમાવૃત્તિ : 2018
પુનર્મુદ્રણ : 2022

ગણિત વિષયતજ્ઞ સમિતિ

ડૉ. મંગલા નારળીકર (અધ્યક્ષ)
ડૉ. જયશ્રી અત્રે (સદસ્ય)
શ્રી. વિનાયક ગોડબોલે (સદસ્ય)
શ્રીમતી પ્રાજક્તિ ગોખલે (સદસ્ય)
શ્રી. રમાકાંત સરોદે (સદસ્ય)
શ્રી. સંદીપ પંચભાઈ (સદસ્ય)
શ્રીમતી પૂજા જાધવ (સદસ્ય)
શ્રીમતી ઉજ્જ્વલા ગોડબોલે (સદસ્ય, સચિવ)

ગણિત વિષય - રાજ્ય અભ્યાસમંડળના સદસ્ય

શ્રીમતી જયશ્રી પુરંદરે	શ્રીમતી તરૂબેન પોપટ
શ્રી. રાજેન્દ્ર ચૌધરી	શ્રી. પ્રમોદ ઠોંબરે
શ્રી. સંદેશ સોનાવણે	ડૉ. ભારતી સહસ્રબુદ્ધે
શ્રી. જ્ઞાનેશ્વર માશાળકર	શ્રીમતી સ્વાતિ ધર્માધિકારી
શ્રીમતી સુવર્ણા દેશપાંડે	શ્રી. પ્રતાપ કાશિદ
શ્રી. શ્રીપાદ દેશપાંડે	શ્રી. મિલિંદ ભાકરે
શ્રી. સુરેશ દાતે	શ્રી. આણ્ણાપા પરીટ
શ્રી. ઉમેશ રેળે	શ્રી. ગણેશ કોલતે
શ્રી. બન્સી હાવળે	શ્રી. રામા વ્હન્યાળકર
શ્રીમતી રોહિણી શિર્કે	શ્રી. સુધીર પાટીલ
શ્રી. પ્રકાશ ઝેંડે	શ્રી. પ્રકાશ કાપસે
શ્રી. લક્ષ્મણ દાવણકર	શ્રી. રવિન્દ્ર ખંદારે
શ્રી. શ્રીકાંત રત્નપારખી	શ્રી. વસંત શેવાળે
શ્રી. સુનિલ શ્રીવાસ્તવ	શ્રી. અરવિંદકુમાર તિવારી
શ્રી. અન્સારી અબ્દુલ હમીદ	શ્રી. મલ્લેશામ બેથી
શ્રી. અન્સાર શેખ	શ્રીમતી આર્યા ભિડે

પ્રમુખ સંયોજક : ઉજ્જ્વલા શ્રીકાંત ગોડબોલે
પ્ર. વિશેષાધિકારી ગણિત,
પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, પુણે.

ભાષાંતર : શ્રીમતી તરૂબેન પોપટ

સમીક્ષક : ધીરેન મનસુખલાલ દોશી
ધર્મિકા ધીરેન દોશી

ભાષાંતર સંયોજક : કેતકી નિતેશ જાની
વિશેષાધિકારી,
ગુજરાતી વિભાગ
પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, પુણે.

મુખપૃષ્ઠ અને : શ્રી સંદીપ કોળી, ચિત્રકાર,
સંગણકીય આલેખન : મુંબઈ.

અક્ષર ગુંથણી : સમર્થ ગ્રાફિક્સ,
522, નારાયણ પેઠ, પુણે-30.

નિર્મિતિ : સચિન મેહતા
મુખ્ય નિર્મિતિ અધિકારી
સંજય કાંબળે
નિર્મિતિ અધિકારી
પ્રશાંત હરણે
સહાયક નિર્મિતિ અધિકારી

કાગળ : 70 જી.એસ.એમ. ક્રીમવ્હોવ્હ

મુદ્રણાદેશ : N/PB/2022-23/1,000

મુદ્રક : SHARP INDUSTRIES,RAIGAD

પ્રકાશક : શ્રી. વિવેક ઉત્તમ ગોસાવી, નિયંત્રક
પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ મંડળ,
પ્રભાદેવી, મુંબઈ - 25.

ભારતનું સંવિધાન

આમુખ

અમે ભારતના લોકો ભારતને એક સાર્વભૌમ સમાજવાદી બિનસાંપ્રદાયિક લોકતંત્રાત્મક પ્રજાસત્તાક તરીકે સંસ્થાપિત કરવાનો

તથા તેના સર્વ નાગરિકોને :

સામાજિક, આર્થિક અને રાજકીય ....ન્યાય

વિચાર, અભિવ્યક્તિ, માન્યતા,

ધર્મ અને ઉપાસનાની ....સ્વતંત્રતા

દરજ્જા અને તકની ....સમાનતા

પ્રાપ્ત થાય તેમ કરવાનો

અને તેઓ સર્વમાં

વ્યક્તિનું ગૌરવ અને રાષ્ટ્રની

એકતા અને અખંડતા સુદૃઢ કરે એવી ....બંધુતા

વિકસાવવાનો

ગંભીરતાપૂર્વક સંકલ્પ કરીને

અમારી સંવિધાનસભામાં ૨૬ નવેમ્બર, ૧૯૪૯ના રોજ આથી આ સંવિધાન અપનાવી, તેને અધિનિયમિત કરી અમને પોતાને અર્પિત કરીએ છીએ.

રાષ્ટ્રગીત

જનગણમન – અધિનાયક જય હે
ભારત – ભાગ્યવિધાતા.
પંજાબ, સિંધુ, ગુજરાત, મરાઠા,
દ્રાવિડ, ઉત્કલ, બંગ,
વિંધ્ય, હિમાચલ, યમુના, ગંગા,
ઉચ્છલ જલધિતરંગ,
તવ શુભ નામે જાગે, તવ શુભ આશિષ માગે,
ગાહે તવ જયગાથા.
જનગણ મંગલદાયક જય હે,
ભારત – ભાગ્યવિધાતા.
જય હે, જય હે, જય હે,
જય જય જય, જય હે.

પ્રતિજ્ઞા

ભારત મારો દેશ છે. બધા ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.

હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે. હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.

હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.

હું મારા દેશ અને દેશબાંધવો પ્રત્યે વફાદારી રાખવાની પ્રતિજ્ઞા લઉં છું. તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ સમાયેલું છે.

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થીમિત્રો,

આપ સહુનું આઠમા ધોરણમાં સ્વાગત !

ધોરણ એક થી સાત સુધીના ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકોનો તમે અભ્યાસ કર્યો છે. આઠમીનું પાઠ્યપુસ્તક તમારા હાથમાં આપતાં અમને આનંદ થાય છે.

ગણિત વિષય બરાબર સમજાય, મનોરંજક લાગે તે માટે પાઠ્યપુસ્તકમાં કેટલીક કૃતિઓ અને રચનાઓ આપી છે તે જરૂર કરજો. તે બાબત પરસ્પર ચર્ચા કરજો. તે પરથી ગણિતમાંના કેટલાંક ગુણધર્મો તમને સમજાશે.

પાઠ્યપુસ્તકમાંનું દરેક પ્રકરણ ધ્યાનપૂર્વક, બારીકાઈથી વાંચો એવી અપેક્ષા છે. એકાદ ઘટક, ઉપઘટક બરાબર સમજાય નહીં તો શિક્ષક, પાલક કે અન્ય વિદ્યાર્થી મિત્રોની મદદથી સમજી લો. તે માટે માહિતી તંત્રજ્ઞાનની મદદ લો. દરેક પ્રકરણને અંતે ક્યુ.આર.કોડ આપ્યાં છે તેનો પણ ઉપયોગ કરો.

પાઠમાંના ઘટકોનું વિવેચન સમજાય પછી મહાવરા માટે આપેલાં ઉદાહરણો ઉકેલો. મહાવરાથી જે તે ઘટકોનાં મહત્ત્વના મુદ્દા વધુ સારી રીતે સમજાશે અને ધ્યાનમાં રહેશે. મહાવરાસંગ્રહમાં આપેલાં ઉદાહરણો જેવા અનેક ઉદાહરણો તમે પણ તૈયાર કરી શકશો. મહાવરાસંગ્રહમાં આપેલાં કેટલાંક ઉદાહરણો તારાંકિત કર્યા છે જે થોડા આહ્વાનાત્મક છે. તે પણ જરૂરથી ઉકેલજો.

ગણિતના અભ્યાસમાં ઘણીવાર આપેલી માહિતી ઓછી દેખાતી હોય છતાં તર્કસંગત વિચાર કરીને તે પરથી અનેક નિષ્કર્ષ મેળવી શકાય છે. દા.ત. ત્રિકોણોની એકરૂપતાની કસોટીઓ. આગળના અભ્યાસમાં આ કસોટીઓનો તમને જરૂર ઉપયોગ થશે. તેનો ઝીણવટ ભર્યો અભ્યાસ કરો.

જીવનમાં આર્થિક વ્યવહારમાં વપરાતાં ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ, છૂટ-કમિશન, ચલન, નિયમિત તથા અનિયમિત વિવિધ આકૃતિઓનું ક્ષેત્રફળ, કેટલીક ત્રિપરિમાણી આકૃતિઓનું ઘનફળ વગેરે આ પુસ્તકમાં સમજાવ્યું છે.

ગણિતનો અભ્યાસ કરતી વખતે પહેલાંના ધોરણોમાં શીખેલું જ્ઞાન વાપરવું પડે છે. તેથી મહત્ત્વના સૂત્રો, ગુણધર્મો વગેરે 'આ મને સમજાયું' એ શીર્ષક હેઠળ આપ્યાં છે, તે પાકા કરો અને ખાસ ધ્યાનમાં રાખો.

આઠમીનું વર્ષ એટલે પ્રાથમિક શિક્ષણનું અંતિમ વર્ષ છે. માટે સરસ અભ્યાસ કરીને માધ્યમિક શિક્ષણ માટે ધોરણ નવમાં આત્મવિશ્વાસથી પ્રવેશો, તે માટે તમને હાર્દિક શુભેચ્છા !

(ડૉ. સુનિલ મગર)
સંચાલક
મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ
અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ, પુણે.

પુણે
તા. : ૧૮ એપ્રિલ ૨૦૧૮, અખાત્રીજ
ભારતીય સૌર દિનાંક : ૨૮ ચૈત્ર ૧૯૪૦

અધ્યયન નિષ્પત્તિ

સૂચવેલી શૈક્ષણિક પ્રક્રિયા	અધ્યયન નિષ્પત્તિ
અધ્યયન કરનારને એકલા/જોડીમાં/સમૂહમાં તક આપીને કૃતિ કરવા પ્રવૃત્ત કરવા. • સંમેય સંખ્યા પરની સર્વ ક્રિયાઓ દર્શાવતાં ઉદાહરણો શોધવા અને ક્રિયાઓમાં રહેલો આકૃતિબંધ (Patterns) શોધવો. • વર્ગસંખ્યા, વર્ગમૂળ, ઘનસંખ્યા, ઘનમૂળનાં આકૃતિબંધ શોધીને પૂર્ણાંકો માટેનાં ઘાતસંબંધી નિયમો શોધવા. • સાદા સમીકરણો તૈયાર કરી શકે તેવી પરિસ્થિતિ/ઉદાહરણો પૂરાં પાડવા. સાદી રીત વાપરી તે ઉકેલવા માટે પ્રોત્સાહન આપવું. • સંખ્યાના વિતરણના ગુણધર્મ પર આધારિત, બે બૈજિક પદો અથવા બહુપદીઓના ગુણાકારનો અનુભવ આપવો અને જુદી જુદી બૈજિક નિત્ય સમાનતાઓનું પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો દ્વારા સામાન્યીકરણ કરવું. • બે સંખ્યાના અવયવ પાડવા આ પૂર્વજ્ઞાન પરથી સમર્પક કૃતિની મદદથી બૈજિક પદાવલિના અવયવોનો પરિચય કરાવવો. • જેમાં શતમાનનો ઉપયોગ અંતર્ભૂત છે એવા છૂટ, નફો-તોટો (ખોટ), સાદું વ્યાજ, ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ વગેરે માટે ઘટનાઓ પૂરી પાડવી. • ફરીને ફરી સાદું વ્યાજ શોધીને તે પરથી ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજનું સૂત્ર મેળવવું. તે માટે વિવિધ ઉદાહરણો તૈયાર કરી આપવા. • એક રાશિ, બીજી રાશિ પર અવલંબે છે એવી વિવિધ ઘટના પૂરી પાડવી. બન્ને રાશિઓ પૈકી એક વધે તો બીજી વધે અથવા એક વધે તો બીજી ઘટે તે ઓળખવા માટે પ્રોત્સાહન આપવું. દા.ત. વાહનની ઝડપ વધે તો તેટલું જ અંતર કાપવા માટે ઓછો સમય લાગે છે. • જુદાં-જુદાં પ્રકારના ચતુષ્કોણના ખૂણા અને બાજુઓ માપવી તેમના વચ્ચેના સંબંધનો આકૃતિબંધ શોધવો. તેનું સામાન્યીકરણ (Generalization) કરવું. નિયમ શોધવો અને ઉદાહરણો દ્વારા ચકાસવો.	**અધ્યયનાર્થી,** 08.71.01 આકૃતિબંધ દ્વારા સંમેય સંખ્યાના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારના ગુણધર્મોનું સામાન્યીકરણ કરે છે. 08.71.02 આપેલી બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચેની વધુમાં વધુ સંમેય સંખ્યાઓ શોધે છે. 08.71.03 વિવિધ રીતે વર્ગ, ઘન, વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ શોધે છે. 08.71.04 સંખ્યાના ઘાતાંક પૂર્ણાંક હોય તેવા ઉદાહરણો ઉકેલે છે. 08.71.05 ચલનો ઉપયોગ કરીને કોયડા અને રોજિંદા જીવનના ઉદાહરણો ઉકેલે છે. 08.71.06 બૈજિક રાશિઓનો ગુણાકાર કરે છે. દા.ત. $(2x + 5)(3x^2 + 7)$નું વિસ્તરણ કરે છે. 08.71.07 રોજિંદા જીવનની સમસ્યાઓ ઉકેલવા માટે બૈજિક નિત્ય સમાનતાનો ઉપયોગ કરે છે. 08.71.08 છૂટ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજના ઉદાહરણોમાં, નફો કે ખોટ શોધવા માટે શતમાનની સંકલ્પનાનો ઉપયોગ કરે છે. 08.71.09 છાપેલી કિંમત અને પ્રત્યક્ષ છૂટ આપી હોય તો સેંકડે છૂટ શોધે છે અથવા વેચાણ કિંમત અને નફો આપ્યો હોય તો સેંકડે નફો શોધે છે. 08.71.10 સમ ચલન અને વ્યસ્ત ચલન પર આધારિત ઉદાહરણો ઉકેલે છે. 08.71.11 ચતુષ્કોણના ખૂણાના માપના સરવાળાનો ગુણધર્મ વાપરી ઉદાહરણો ઉકેલે છે. 08.71.12 સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો ચકાસે છે અને તેમના વચ્ચેનો સંબંધ સકારણ સ્પષ્ટ કરે છે. 08.71.13 કંપાસ અને પટ્ટીની મદદથી વિવિધ ચતુષ્કોણોની રચના કરે છે. 08.71.14 આકૃતિબંધની મદદથી ઑયલરના સૂત્રનો તાળો મેળવે છે.

સૂચવેલી શૈક્ષણિક પ્રક્રિયા	અધ્યયન નિષ્પત્તિ
• સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો - તેની રચના કરી તેમાં વિકર્ણો દોરી, બાજુ અને ખૂણા માપીને ચકાસી જોવા તેના કારણો આપવા. • ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી વિવિધ ચતુષ્કોણ રચનાનું પ્રાત્યક્ષિક બતાવવું. • આલેખ કાગળ પર સમલંબ ચતુષ્કોણ અને અન્ય બહુભુજાકૃતિઓ દોરવી અને વિદ્યાર્થીઓએ ચોરસ એકમો ગણીને તેનું ક્ષેત્રફળ નક્કી કરવું. • ત્રિકોણ અને લંબચોરસ તથા ચોરસના ક્ષેત્રફળનો ઉપયોગ કરીને સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવું. • ઘન, લંબઘન, નળાકાર વગેરે ત્રિમિતીય આકૃતિના પૃષ્ઠો ઓળખવા. • ઘન, લંબઘન, નળાકારના પૃષ્ઠફળના સૂત્ર લંબચોરસ, ચોરસ અને વર્તુળના ક્ષેત્રફળના સૂત્રોનો ઉપયોગ કરીને શોધવું. • ઘન અને લંબઘનનું ઘનફળ ઘન એકમ વાપરીને શોધવું. • સામગ્રી ભેગી કરવી, તેનું વર્ગીકરણ કરવું અને સ્તંભાલેખ દોરવા. • આપેલી સામગ્રીની પ્રાતિનિધીક કિંમત શોધવી એટલે કે મધ્ય શોધવો. • એકરૂપતાની કસોટીઓ નક્કી કરી અને આકૃતિઓ એકમેક પર મૂકીને એકરૂપતાના ગુણધર્મનો તાળો મેળવવો.	08.71.15 ચોકઠાવાળો કાગળ (ગ્રીડ પેપર) અથવા આલેખપત્ર વાપરીને બહુભુજાકૃતિ અને સમલંબ ચતુષ્કોણનું અંદાજે ક્ષેત્રફળ શોધવું. તેમજ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને તાળો મેળવે છે. 08.71.16 બહુભુજાકૃતિઓનું (બહુકોણનું) ક્ષેત્રફળ શોધે છે. 08.71.17 લંબઘન અને નળાકાર વસ્તુઓનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધે છે. 08.71.18 સ્તંભાલેખનું વાંચન કરે છે અને અર્થઘટન કરે છે. 08.71.19 બે સમાંતર રેખા અને છેદિકાને લીધે તૈયાર થતાં ખૂણાની જોડીઓનાં ગુણધર્મો ચકાસે છે. 08.71.20 બાબાબા, ખૂબાખૂ, ખૂખૂબા, બાખૂબા, કર્ણભુજા કસોટી વાપરીને ત્રિકોણની એકરૂપતા સ્પષ્ટ કરે છે. 08.71.21 આલેખપત્ર અથવા ચોકઠાં કાગળ વાપરીને બંધ આકૃતિઓનું અંદાજે ક્ષેત્રફળ શોધે છે. 08.71.22 રોજિંદા વ્યવહારમાં આંકડાકીય માહિતી પરથી મધ્ય શોધે છે. 08.71.23 આપેલી રેખાને સમાંતર રેખા દોરવાની રચના કરે છે.

શિક્ષકો માટે માર્ગદર્શક મુદ્દા :

ધોરણ આઠના પાઠ્યપુસ્તકનો ઉપયોગ વર્ગમાં પ્રશ્નોત્તરો, કૃતિઓ, ચર્ચા અને વિદ્યાર્થીઓ સાથે સંવાદ આવા વિવિધ માધ્યમોથી થાય તે જરૂરી છે. તે માટે પુસ્તકનું ઝીણવટ ભર્યું વાંચન કરવું. વાચતી વખતે અધ્યાપનની દૃષ્ટિએ મહત્ત્વના લાગતાં વાક્યો અધોરેખિત કરવા. તેનો સંદર્ભ સમજવા માટે આગલાં સંદર્ભ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો. તે માટે ક્યુ.આર.કોડ પર આપેલી માહિતીનો પણ ઉપયોગ થશે.

પુસ્તકમાં આપણું પરિસર, ભૂગોળ, વિજ્ઞાન, અર્થશાસ્ત્ર, વગેરે વિષયોનો ગણિત સાથે સમન્વય સાધ્યો છે. આવા અનેક વિષયોમાં ગણિતની સંકલ્પનાઓનો ઉપયોગ થાય છે. તે શિક્ષકે વિદ્યાર્થીને બતાવવું શિક્ષકે ઉપક્રમ, પ્રકલ્પ તથા પ્રાત્યક્ષિકો કરાવવા. જેથી ગણિતનો વ્યાવહારિક ઉપયોગ સ્પષ્ટ થશે અને તે શીખવા પાછળનો હેતુ વિદ્યાર્થી સમજશે. ગણિતની સંકલ્પનાઓનું સ્પષ્ટીકરણ સરળ ભાષામાં આપ્યું છે. મહાવરાસંગ્રહમાં આપેલાં ઉદાહરણો પર આધારિત અનેક ઉદાહરણો શિક્ષકોએ તૈયાર કરવા અને વિદ્યાર્થીઓને ઉકેલવા માટે આપવા. તેમજ વિદ્યાર્થીઓને પણ નવા ઉદાહરણો તૈયાર કરવા માટે પ્રોત્સાહન આપવું.

વિદ્યાર્થીઓ માટે કેટલાંક આહ્વાનાત્મક પ્રશ્નો તારાંકિત કર્યા છે. 'વધુ માહિતી માટે' આ શીર્ષક હેઠળ આપેલી માહિતી ગણિતના આગળના અભ્યાસ માટે નિશ્ચિત ઉપયોગી થશે. ગણિત ધોરણ-આઠનું પાઠ્યપુસ્તક આપને જરૂર ગમશે એવી અમને આશા છે.

અનુક્રમણિકા

વિભાગ 1

	પ્રકરણ	પૃષ્ઠ ક્ર.
1.	સંમેય અને અસંમેય સંખ્યા	01 થી 06
2.	સમાંતર રેખા અને છેદિકા	07 થી 13
3.	ઘાતાંક અને ઘનમૂળ	14 થી 18
4.	ત્રિકોણના શિરોલંબ અને મધ્યગા	19 થી 22
5.	વિસ્તરણ સૂત્રો	23 થી 28
6.	બૈજિક રાશિના અવયવો	29 થી 34
7.	ચલન	35 થી 40
8.	ચતુષ્કોણ રચના અને ચતુષ્કોણના પ્રકાર	41 થી 50
9.	છૂટ અને કમિશન	51 થી 58
•	સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 1	59 થી 60

વિભાગ 2

10.	બહુપદીઓનો ભાગાકાર	61 થી 66
11.	આંકડાશાસ્ત્ર	67 થી 74
12.	એકચલ સમીકરણો	75 થી 80
13.	ત્રિકોણોની એકરૂપતા	81 થી 87
14.	ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ	88 થી 93
15.	ક્ષેત્રફળ	94 થી 105
16.	પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ	106 થી 113
17.	વર્તુળ - જીવા અને ચાપ	114 થી 118
•	સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 2	119 થી 120

1 સંમેય અને અસંમેય સંખ્યા

યાદ કરીએ.

આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યા સમૂહ, પૂર્ણ સંખ્યા સમૂહ અને પૂર્ણાંક સંખ્યા સમૂહનો પરિચય મેળવ્યો છે.

પ્રાકૃતિક સંખ્યા સમૂહ	પૂર્ણ સંખ્યા સમૂહ	પૂર્ણાંક સંખ્યા સમૂહ
1,2,3,4,...	0,1,2,3,4, ...	...,−4,−3,−2,−1, 0, 1, 2, 3,...

સંમેય સંખ્યા સમૂહ

$\frac{-25}{3}$, $\frac{10}{-7}$, −4, 0, 3, 8, $\frac{32}{3}$, $\frac{67}{5}$, વગેરે.

સંમેય સંખ્યા સમૂહ : $\frac{m}{n}$ ના રૂપમાં દર્શાવેલી સંખ્યાને સંમેય સંખ્યા કહે છે. અહીં m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. પરંતુ n શૂન્ય હોતો નથી.

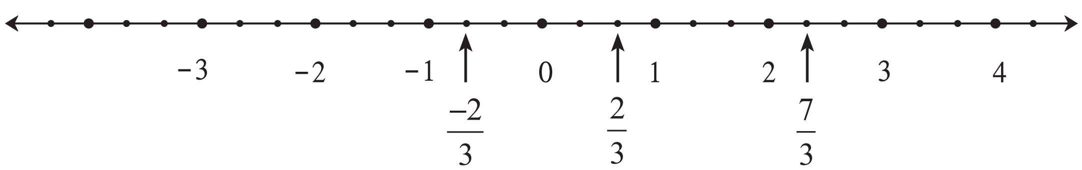
બે સંમેય સંખ્યાઓ દરમ્યાન અસંખ્ય સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે, તે આપણે શીખ્યા છીએ.

જાણી લઈએ.

સંખ્યારેખા પર સંમેય સંખ્યા દર્શાવવી (To show rational numbers on a number line)

$\frac{7}{3}$, 2, $\frac{-2}{3}$ આ સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવવી તે જોઈએ.

સૌ પ્રથમ એક સંખ્યારેખા દોરીએ.



- 2 એ સંમેય સંખ્યા પૂર્ણાંક સંખ્યા પણ છે. તે સંખ્યારેખા પર દર્શાવીએ.
- $\frac{7}{3} = 7 \times \frac{1}{3}$, માટે શૂન્યની જમણી બાજુએ દરેક એકમના ત્રણ સમાન ભાગ કરીએ. શૂન્યથી સાતમું બિંદુ $\frac{7}{3}$ સંખ્યા દર્શાવે છે અથવા $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$, માટે સંખ્યા 2 પછી $\frac{1}{3}$ એકમ અંતરે આવેલું બિંદુ

$\frac{7}{3}$ સંખ્યા દર્શાવે છે.

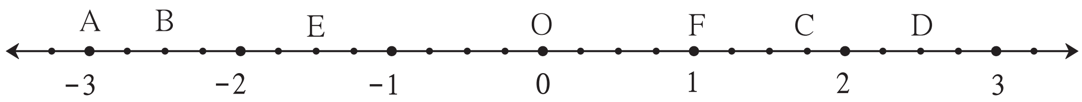
- સંખ્યારેખા પર $\frac{-2}{3}$ સંખ્યા દર્શાવવા માટે, પહેલા $\frac{-2}{3}$ એ સંખ્યા દર્શાવી. 0 ની ડાબી બાજુએ તેટલાં જ અંતરે $\frac{-2}{3}$ એ સંખ્યા દર્શાવી શકાશે.

મહાવરાસંગ્રહ 1.1

1. સંખ્યારેખા પર નીચેની સંમેય સંખ્યા દર્શાવો. દરેક ઉદાહરણ માટે અલગ સંખ્યારેખા દોરવી.

(1) $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$ (2) $\frac{7}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-4}{5}$ (3) $\frac{-5}{8}, \frac{11}{8}$ (4) $\frac{13}{10}, \frac{-17}{10}$

2. આપેલી સંખ્યારેખા જોઈને પૂછેલા પ્રશ્નોના જવાબ આપો.



(1) B બિંદુ કઈ સંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે ? (2) $1\frac{3}{4}$ આ સંખ્યા કયા બિંદુ વડે દર્શાવી છે ?

(3) 'D બિંદુ $\frac{5}{2}$ આ સંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે.' આ વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે લખો.

જાણી લઈએ.

સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચેનો ક્રમસંબંધ (નાના-મોટા પણું) (Comparison of rational numbers)

સંખ્યારેખા પર સંખ્યાની દરેક જોડીમાં ડાબી બાજુની સંખ્યા, જમણી બાજુની સંખ્યા કરતાં નાની હોય છે. તે આપણે જાણીએ છીએ. તેમજ સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને એક જ શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણીએ તો પણ છેદને એક જ શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણીએ તો પણ સંખ્યા તેની તે જ રહે છે. તેની કિંમત બદલાતી નથી. એટલે કે, $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$, $(k \neq 0)$.

ઉદા. (1) $\frac{5}{4}$ અને $\frac{2}{3}$ વચ્ચે નાના-મોટાપણું નક્કી કરો. <, =, > પૈકી યોગ્ય ચિહ્ન મૂકો.

ઉકેલ : $\frac{5}{4} = \frac{5\times3}{4\times3} = \frac{15}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$

$\frac{15}{12} > \frac{8}{12}$ $\therefore \frac{5}{4} > \frac{2}{3}$

ઉદા. (2) $\frac{-7}{9}, \frac{4}{5}$ આ સંમેય સંખ્યાની તુલના કરો.

ઉકેલ : ઋણ સંખ્યા હંમેશા ધન સંખ્યા કરતાં નાની જ હોય છે. માટે $-\frac{7}{9} < \frac{4}{5}$.

બે ઋણ સંખ્યાની તુલના કરવા માટે

a, b ધન સંખ્યાઓ છે. જો $a < b$, તો $-a > -b$ અનુભવ કરીએ.

$2 < 3$ પરંતુ $-2 > -3$

$\frac{5}{4} < \frac{7}{4}$ પરંતુ $\frac{-5}{4} > \frac{-7}{4}$

આ સંખ્યારેખા પર તપાસી જુઓ.

ઉદા. (3) $\frac{-7}{3}, \frac{-5}{2}$ ની તુલના કરો.

ઉકેલ : પહેલાં $\frac{7}{3}$ અને $\frac{5}{2}$ વચ્ચે તુલના કરીએ.

$\frac{7}{3} = \frac{7\times2}{3\times2} = \frac{14}{6}$, $\frac{5}{2} = \frac{5\times3}{2\times3} = \frac{15}{6}$ અને $\frac{14}{6} < \frac{15}{6}$

$\therefore \frac{7}{3} < \frac{5}{2}$ $\therefore \frac{-7}{3} > \frac{-5}{2}$

ઉદા. (4) $\frac{3}{5}$ અને $\frac{6}{10}$ સંમેય સંખ્યાઓ છે. તેની તુલના કરો.

ઉકેલ : $\frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}$ $\therefore \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

સંમેય સંખ્યાની તુલના કરવા માટે નીચેનાં નિયમો ઉપયોગી છે.

$\frac{a}{b}$ અને $\frac{c}{d}$ આ સંમેય સંખ્યાઓમાં જો b અને d ધન સંખ્યાઓ હોય અને,

(1) જો $a \times d < b \times c$ તો $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

(2) જો $a \times d = b \times c$ તો $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(3) જો $a \times d > b \times c$ તો $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

મહાવરાસંગ્રહ 1.2

1. નીચેની સંખ્યાઓ વચ્ચે નાના-મોટા પણું નક્કી કરો.

(1) $-7, -2$ (2) $0, \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7}, 0$ (4) $\frac{-5}{4}, \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29}, \frac{141}{29}$

(6) $-\frac{17}{20}, \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$

જાણી લઈએ.

સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ રૂપ (Decimal representation of rational numbers)

સંમેય સંખ્યાના અંશને છેદ વડે ભાગતી વખતે દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ કરવાથી તે સંખ્યાનું દશાંશ રૂપ મળે છે. દા.ત. $\frac{7}{4}$ =1.75, અહીં 7 ને 4 વડે ભાગતાં શેષ શૂન્ય આવી એટલે ભાગાકારની ક્રિયા પૂર્ણ થઈ.

સંમેય સંખ્યાના આ દશાંશ રૂપને ખંડિત દશાંશ રૂપ કહે છે.

આપણને ખબર છે કે, દરેક સંમેય સંખ્યા અખંડ આવર્તી દશાંશ રૂપમાં લખી શકાય છે.

દા.ત., (1) $\frac{7}{6} = 1.1666... = 1.1\dot{6}$ (2) $\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\dot{3}$

(3) $\frac{-5}{3} = -1.666... = -1.\dot{6}$

(4) $\frac{22}{7} = 3.142857142857... = 3.\overline{142857}$ (5) $\frac{23}{99} = 0.2323... = 0.\overline{23}$

તેમજ $\frac{7}{4} = 1.75 = 1.75000... = 1.75\dot{0}$ આ રીતે શૂન્યનો ઉપયોગ કરીને ખંડિત રૂપને અખંડ આવર્તી રૂપમાં લખી શકાય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 1.3

1. નીચેની સંમેય સંખ્યાઓ દશાંશ રૂપમાં લખો.

(1) $\frac{9}{37}$ (2) $\frac{18}{42}$ (3) $\frac{9}{14}$ (4) $\frac{-103}{5}$ (5) $-\frac{11}{13}$

જાણી લઈએ.

અસંમેય સંખ્યા (Irrational numbers)

સંમેય સંખ્યા સિવાય બીજી પણ અનેક સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર હોય છે. તે સંમેય હોતી નથી એટલે કે અસંમેય હોય છે. $\sqrt{2}$ આ એવી જ એક અસંમેય સંખ્યા છે.

આપણે $\sqrt{2}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવીએ.

- સંખ્યારેખા પર A બિંદુ સંખ્યા 1 દર્શાવે છે. સંખ્યારેખાને બિંદુ A માંથી એક લંબરેખા l દોરો.

  રેખા l પર P બિંદુ એવી રીતે લ્યો કે, OA = AP = 1 એકમ હોય.
- રેખ OP દોરો. Δ OAP કાટકોણ ત્રિકોણ તૈયાર થયો.

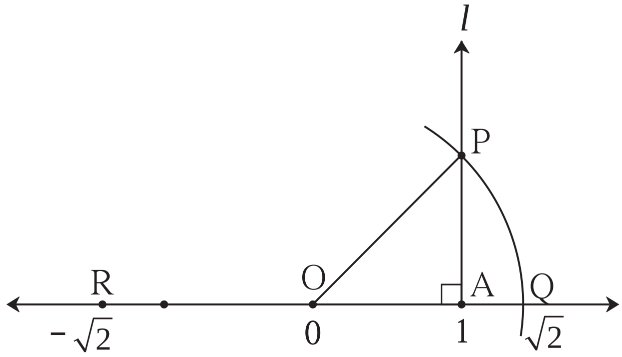
પાયથાગોરસના પ્રમેય મુજબ,

$OP^2 = OA^2 + AP^2$

$= 1^2 + 1^2 = 1+1 = 2$

$OP^2 = 2$

$\therefore$ $OP = \sqrt{2}$ ...(બન્ને બાજુનું વર્ગમૂળ લેતાં)



- હવે O કેન્દ્ર અને OP જેટલી ત્રિજ્યા લઈને એક ચાપ દોરો. તે ચાપ, સંખ્યારેખાને જ્યાં છેદે તે બિંદુને Q નામ આપો. તેથી OQ અંતર પણ $\sqrt{2}$ થશે.

એટલે કે $\sqrt{2}$ એ સંખ્યા, સંખ્યારેખા પર બિંદુ Q વડે દર્શાવી છે.

OQ જેટલું જ અંતર, કંપાસમાં લઈને O ની ડાબી બાજુએ R બિંદુ સ્થાપન કરીએ તો તે બિંદુ એ સંખ્યા $-\sqrt{2}$ દર્શાવી હશે.

$\sqrt{2}$ એ અસંમેય સંખ્યા છે તે આપણે પછીના ધોરણમાં સાબિત કરીશું. અસંમેય સંખ્યાનું દશાંશ રૂપ અખંડિત અનંત અનાવર્તી હોય તે પણ આપણે હવે પછીના ધોરણમાં શીખીશું.

ધ્યાનમાં લો કે -

પાછળના ધોરણમાં આપણ π સંખ્યા સંમેય નથી, તે શીખ્યા છીએ. એટલે જ તે સંખ્યા અસંમેય છે. આપણે વ્યવહારમાં π ની કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 લઈએ છીએ. પરંતુ $\frac{22}{7}$ અને 3.14 સંખ્યા સંમેય છે.

જે સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર બિંદુ વડે દર્શાવી શકાય છે. તેવી સંખ્યાને વાસ્તવિક સંખ્યા કહે છે. બધી સંમેય સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય છે. એટલે કે, બધી સંમેય સંખ્યાઓ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે. તે જ રીતે અસંખ્ય અસંમેય સંખ્યાઓ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.

$\sqrt{2}$ આ અસંમેય સંખ્યા છે. $3\sqrt{2}$, $7 + \sqrt{2}$, $3 - \sqrt{2}$ વગેરે બધી સંખ્યાઓ અસંમેય જ છે તે ધ્યાનમાં રાખો. કારણ કે, જો $3\sqrt{2}$ સંમેય હોય તો $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ એ પણ સંમેય સંખ્યા જ હોય પરંતુ આ સત્ય નથી.

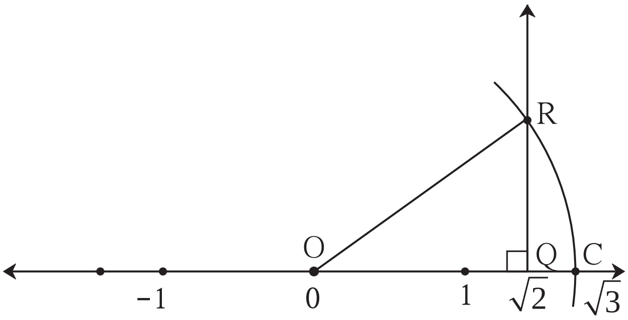
સંમેય સંખ્યા, સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવવી તે આપણે જોયું. તે જ પ્રમાણે $\sqrt{2}$ આ અસંમેય સંખ્યા આપણે સંખ્યારેખા પર દર્શાવી. તે જ રીતે $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ . . . જેવી અનેક અસંમેય સંખ્યાઓ આપણે સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકીએ છીએ.

મહાવરાસંગ્રહ 1.4

1. $\sqrt{2}$ આ સંખ્યા સંખ્યારેખા પર દર્શાવી છે. તેના આધારે $\sqrt{3}$ આ સંખ્યા સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા માટે નીચેની કૃતિપૂર્ણ કરો.

કૃતિ :

- સંખ્યારેખા પર Q બિંદુ એ ..... સંખ્યા દર્શાવે છે. બિંદુમાંથી એક લંબરેખા દોરેલી છે. તે રેખા પર 1 એકમ લંબાઈ દર્શાવતું બિંદુ R છે.



- OR જોડવાથી Δ ORQ કાટકોણ ત્રિકોણ બને છે.
- l (OQ) = $\sqrt{2}$, l(QR) = 1

  $\therefore$ પાયથાગોરસના પ્રમેય પરથી,

$$[l(OR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

$$= \boxed{}^2 + \boxed{}^2 = \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \boxed{} \qquad \therefore l(OR) = \boxed{}$$

OR જેટલું જ અંતર લઇને દોરેલા ચાપ સંખ્યારેખાને જ્યાં છેદે છે. તે બિંદુ ને C નામ આપો. બિંદુ C $\sqrt{3}$ એ સંખ્યા દર્શાવે છે.

2. સંખ્યારેખા પર $\sqrt{5}$ આ સંખ્યા દર્શાવો. **3★.** સંખ્યારેખા પર $\sqrt{7}$ આ સંખ્યા દર્શાવો.

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 1.1

2. (1) $\frac{-10}{4}$ (2) C (3) સત્ય

મહાવરાસંગ્રહ 1.2

1. (1) $-7 < -2$ (2) $0 > \frac{-9}{5}$ (3) $\frac{8}{7} > 0$ (4) $\frac{-5}{4} < \frac{1}{4}$ (5) $\frac{40}{29} < \frac{141}{29}$

(6) $\frac{-17}{20} < \frac{-13}{20}$ (7) $\frac{15}{12} > \frac{7}{16}$ (8) $\frac{-25}{8} < \frac{-9}{4}$ (9) $\frac{12}{15} > \frac{3}{5}$ (10) $\frac{-7}{11} > \frac{-3}{4}$

મહાવરાસંગ્રહ 1.3

(1) $0.\overline{243}$ (2) $0.\overline{428571}$ (3) $0.6\overline{428571}$ (4) -20.6

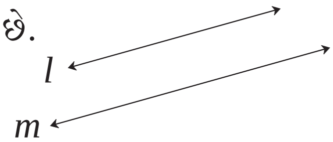
(5) $-0.\overline{846153}$

2 સમાંતર રેખા અને છેદિકા

યાદ કરીએ.

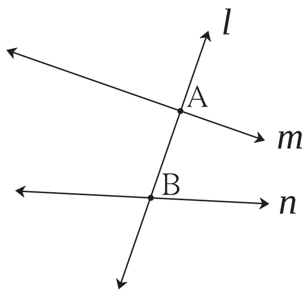
એક જ સમતલમાં હોય અને પરસ્પર છેદતી ન હોય તેવી રેખાઓને સમાંતર રેખા કહે છે.

'રેખા l અને રેખા m સમાંતર છે, તે 'રેખા $l \parallel$ રેખા m' એમ લખાય છે.



જાણી લઈએ.

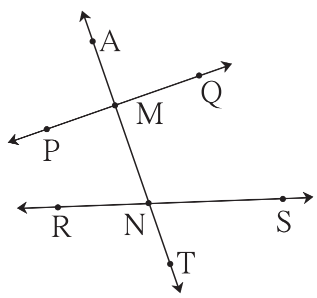
છેદિકા (Transversal)



બાજુની આકૃતિમાં રેખા m અને રેખા n ને રેખા l અનુક્રમે બિંદુ A અને બિંદુ B એમ બે ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે છે. રેખા m અને રેખા n ની છેદિકા રેખા l છે.

જો કોઈ રેખા આપેલી બે રેખાઓને ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે તો તે રેખાને 'છેદિકા' કહે છે.

છેદિકાને લીધે બનતાં ખૂણા (Angles made by transversal)



બાજુની આકૃતિમાં છેદિકાને લીધે બિંદુ M પાસે ચાર અને બિંદુ N પાસે ચાર એમ કુલ 8 ખૂણા બને છે. આઠેય ખૂણાઓમાં દરેક ખૂણાની એક ભુજા છેદિકા પર અને બીજી ભુજા બેમાંથી એક રેખા પર હોય છે. આ પરથી ખૂણાની જોડીઓ નક્કી કરવામાં આવે છે. તેનો અભ્યાસ કરીએ.

- **સંગતકોણો (Corresponding angles)**

જે જોડીમાંના ખૂણાઓની છેદિકા પરની ભુજાઓ એક જ દિશા દર્શાવે અને છેદિકા પર ન હોય તેવી ભુજાઓ છેદિકાની એક જ બાજુએ હોય, તે સંગતકોણોની જોડી હોય છે.

- **અંતઃકોણો (Interior angles)**

જે જોડીમાંના ખૂણાઓ આપેલી બે રેખાઓની અંદરની બાજુએ અને છેદિકાની એક જ બાજુએ હોય છે. તે અંતઃકોણોની જોડી હોય છે.

ઉપરની આકૃતિમાં સંગતકોણોની જોડીઓ –

(i) $\angle AMP$ અને $\angle MNR$

(ii) $\angle PMN$ અને $\angle RNT$

(iii) $\angle AMQ$ અને $\angle MNS$

(iv) $\angle QMN$ અને $\angle SNT$

ઉપરની આકૃતિમાં અંતઃકોણોની જોડીઓ –

(i) $\angle PMN$ અને $\angle MNR$

(ii) $\angle QMN$ અને $\angle MNS$

• વ્યુત્ક્રમકોણો (Alternate angles)

જે જોડીમાંના ખૂણાઓ છેદિકાની વિરૂધ્ધ બાજુએ હોય અને છેદિકા પરની ભુજાઓ વિરૂધ્ધ દિશા દર્શાવે તે વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડી હોય છે.

આકૃતિમાં બે જોડીઓ આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણોની અને બે જોડીઓ બાહ્ય વ્યુત્ક્રમકોણોની હોય છે.

આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણો

(રેખાની અંદરની બાજુએ આવેલાં ખૂણા)

(i) $\angle PMN$ અને $\angle MNS$

(ii) $\angle QMN$ અને $\angle MNR$

બાહ્ય વ્યુત્ક્રમકોણો

(રેખાની બહારની બાજુએ આવેલાં ખૂણા)

(i) $\angle AMP$ અને $\angle TNS$

(ii) $\angle AMQ$ અને $\angle TNR$

મહાવરાસંગ્રહ 2.1

1. બાજુની આકૃતિ જુઓ. આકૃતિમાં ખૂણાના નામ એક જ અક્ષર વડે દર્શાવ્યા છે. તે પરથી ખાલી ચોકઠાં ભરો.

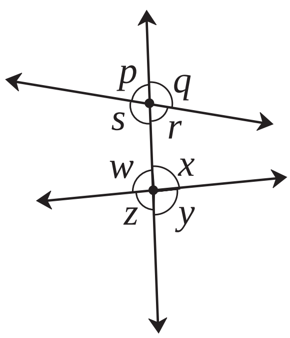
સંગતકોણોની જોડીઓ.

(1) $\angle p$ અને $\square$ (2) $\angle q$ અને $\square$

(3) $\angle r$ અને $\square$ (4) $\angle s$ અને $\square$

આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડીઓ.

(5) $\angle s$ અને $\square$ (6) $\angle w$ અને $\square$

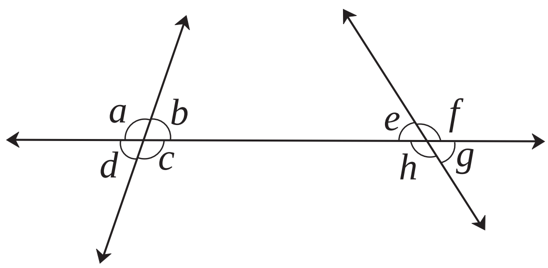


2. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલાં ખૂણા જુઓ. તે પરથી નીચેની જોડીઓ દર્શાવતાં ખૂણા લખો.

(1) આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણો

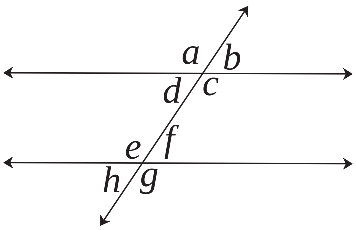
(2) સંગતકોણો

(3) અંતઃકોણો

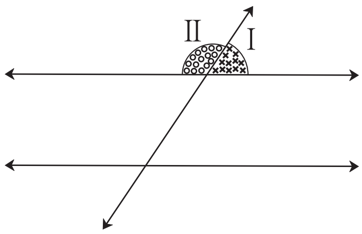


સમાંતર રેખાની છેદિકાને લીધે બનતા ખૂણાનાં ગુણધર્મ
(Properties of angles formed by two parallel lines and transversal)

કૃતિ (I) : નોટબુકના કાગળ પર આકૃતિ (A)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે સમાંતર રેખા અને તેની છેદિકા દોરો. ટ્રેસપેપરની મદદથી તે જ આકૃતિની એક પ્રતિકૃતિ કોરા કાગળ પર દોરો. આકૃતિ (B) માં દર્શાવ્યા મુજબ ભાગ I અને ભાગ II જુદાં રંગે રંગો. તે બે ભાગ કાતરથી કાપી લો.



(A)



(B)

ભાગ I અને ભાગ II દર્શાવતાં ખૂણા સુરેખકોણો છે. તે ધ્યાનમાં લો. હવે ભાગ I અને ભાગ II આકૃતિ A ના આઠેય ખૂણાઓ પર વારાફરતી મૂકીને જુઓ.

ભાગ I સાથે બંધબેસે છે ?

કયા કયા ખૂણાઓ ભાગ II સાથે બંધબેસે છે ?

એવું દેખાય છે કે, $\angle b \cong \angle d \cong \angle f \cong \angle h$, કારણ આ બધાં ખૂણા ભાગ I સાથે બંધ બેસે છે.

$\angle a \cong \angle c \cong \angle e \cong \angle g$, કારણ આ બધાં ખૂણા ભાગ II સાથે બંધ બેસે છે.

નોટબુકમાં નિરીક્ષણ કરી નોંધ કરો. તે નીચે પ્રમાણે છે તે ચકાસો.

(1) $\angle a \cong \angle e,\ \angle b \cong \angle f,\ \angle c \cong \angle g,\ \angle d \cong \angle h$

(આ સંગતકોણોની જોડીઓ છે.)

(2) $\angle d \cong \angle f$ અને $\angle e \cong \angle c$ (આ આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડીઓ છે.)

(3) $\angle a \cong \angle g$ અને $\angle b \cong \angle h$ (આ બાહ્ય વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડીઓ છે.)

(4) $\angle d + \angle e = 180^\circ$ અને $\angle c + \angle f = 180^\circ$

(આ આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડીઓ છે.)

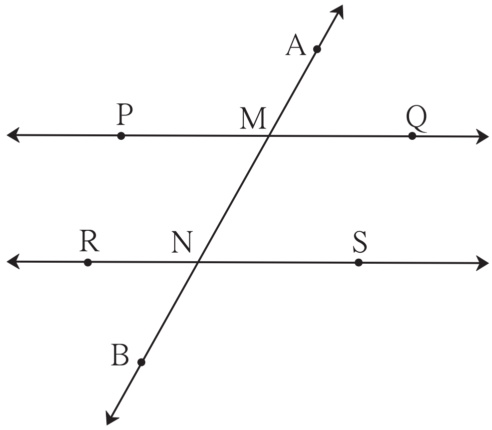
બે સમાંતર રેખાને એક છેદિકા છેદે ત્યારે 8 ખૂણાઓ બને છે.

આ આઠ ખૂણાઓ પૈકી એક ખૂણાનું માપ આપ્યું હોય તો બાકીના સાત ખૂણાના માપ શોધી શકાય કે ?

જાણી લઈએ.

(1) સંગતકોણોને ગુણધર્મ (Property of corresponding angles)

સમાંતર રેખાની છેદિકાને લીધે બનતાં સંગતકોણોની જોડીમાંના ખૂણાઓ પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.
બાજુની આકૃતિમાં રેખા PQ || રેખા RS છે.
રેખા AB તેમની છેદિકા છે.



સંગતકોણો

$\angle AMP \cong \angle MNR$ $\quad$ $\angle PMN \cong \angle RNB$

$\angle AMQ \cong \angle MNS$ $\quad$ $\angle QMN \cong \angle SNB$

(2) વ્યુત્ક્રમકોણોનો ગુણધર્મ (Property of alternate angles)

સમાંતર રેખાની છેદિકાને લીધે બનતાં વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડીમાંના ખૂણા પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

આંતર્ વ્યુત્ક્રમકોણો	બાહ્ય વ્યુત્ક્રમકોણો
$\angle PMN \cong \angle MNS$	$\angle AMP \cong \angle SNB$
$\angle QMN \cong \angle MNR$	$\angle AMQ \cong \angle RNB$

(3) અંતઃકોણોનો ગુણધર્મ (Property of interior angles)

સમાંતર રેખાની છેદિકાને લીધે બનતાં અંતઃકોણોની દરેક જોડીમાંના ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.

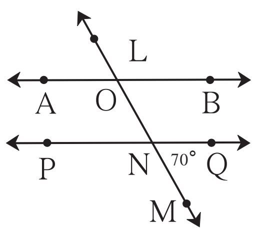
અંતઃકોણો

$\angle PMN + \angle MNR = 180^\circ$

$\angle QMN + \angle MNS = 180^\circ$

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) બાજુની આકૃતિમાં રેખા AB || રેખા PQ અને રેખા LM તેની છેદિકા છે. $\angle MNQ = 70^\circ$, તો $\angle AON$ નું માપ શોધો.



ઉકેલ :

રીત I

$\angle MNQ = \angle ONP = 70^\circ$ ....(વિરુદ્ધ ખૂણા)

$\angle AON + \angle ONP = 180^\circ$ ....(અંતઃકોણો)

$\therefore \angle AON = 180^\circ - \angle ONP$

$= 180^\circ - 70^\circ$

$= 110^\circ$

રીત II

$\angle MNQ = 70^\circ$

$\therefore \angle NOB = 70^\circ$....(સંગતકોણ)

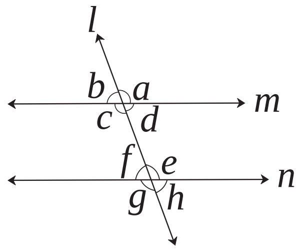
$\angle AON + \angle NOB = 180^\circ$ (સુરેખકોણ)

$\therefore \angle AON + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle AON = 110^\circ$

(આ બે રીત ઉપરાંત અન્ય રીતે વિચાર કરીને પણ ઉપરનો પ્રશ્ન ઉકેલી શકાય છે.)

ઉદા. **(2)** બાજુની આકૃતિમાં રેખા $m \parallel$ રેખા n અને રેખા l તેની છેદિકા છે. જો $\angle b = (x + 15)^\circ$ અને $\angle e = (2x + 15)^\circ$ તો x ની કિંમત શોધો.



ઉકેલ : $\angle b \cong \angle f$ .... (સંગતકોણો) $\therefore \angle f = \angle b = (x + 15)^\circ$

$\angle f + \angle e = 180^\circ$ .... (સુરેખકોણ)

સમીકરણમાં કિંમત મૂકતાં,

$x + 15 + 2x + 15 = 180^\circ$ $\therefore 3x + 30 = 180^\circ$

$\therefore 3x = 180^\circ - 30^\circ$ .... (બન્ને બાજુમાંથી 30 બાદ કરતાં)

$x = \frac{150^\circ}{3}$ .... (બન્ને બાજુએ 3 વડે ભાગતાં)

$\therefore x = 50^\circ$

આ મને સમજાયું.

બે સમાંતર રેખાને એક છેદિકા છેદે ત્યારે બનતી

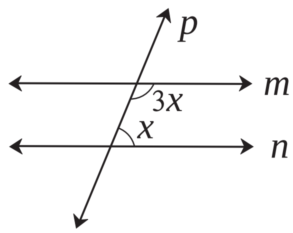
- સંગતકોણોની જોડમાંના ખૂણા એકરૂપ હોય છે.
- વ્યુત્ક્રમકોણોની જોડમાંના ખૂણા એકરૂપ હોય છે.
- અંતઃકોણોની દરેક જોડમાંના ખૂણા પરસ્પર પૂરક હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 2.2

1. યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરો.

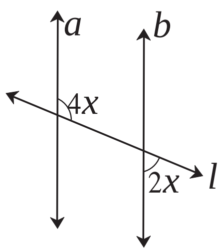
(1) બાજુની આકૃતિમાં જો રેખા $m \parallel$ રેખા n હોય અને રેખા p તેની છેદિકા હોય તો x ની કિંમત શોધો.

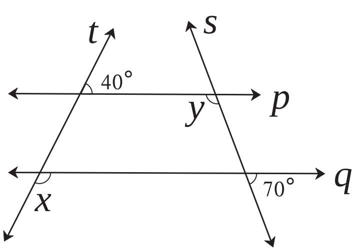
(A) 135° (B) 90° (C) 45° (D) 40°



(2) બાજુની આકૃતિમાં રેખા $a \parallel$ રેખા b અને રેખા l તેની છેદિકા છે. તો x ની કિંમત શોધો.

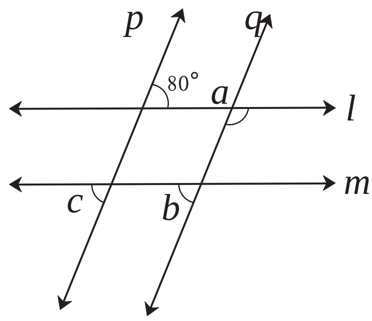
(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°



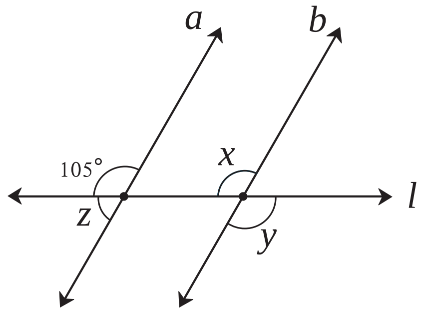


2. બાજુની આકૃતિમાં રેખા $p \parallel$ રેખા q છે. રેખા t અને રેખા s તેની છેદિકા છે. તો આપેલાં માપ પરથી $\angle x$ અને $\angle y$ ના માપ શોધો.

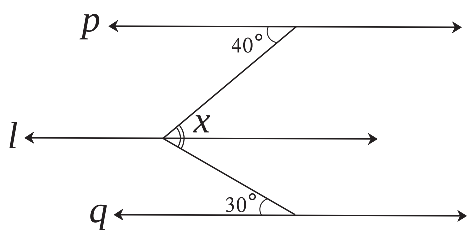
3. બાજુની આકૃતિમાં રેખા $p \parallel$ રેખા q અને રેખા $l \parallel$ રેખા m છે. આપેલાં ખૂણાના માપ પરથી $\angle a, \angle b, \angle c$ ના માપ શોધો. કારણો લખો.



4★. બાજુની આકૃતિમાં રેખા $a \parallel$ રેખા b. તેમની છેદિકા એ રેખા l છે. આપેલાં ખૂણાના માપ પરથી $\angle x, \angle y, \angle z$ ના માપ શોધો.



5★. બાજુની આકૃતિમાં રેખા $p \parallel$ રેખા $l \parallel$ રેખા q છે. તો આપેલી માહિતી પરથી $\angle x$ નું માપ શોધો.



આ ધ્યાનમાં લઈએ :

બે સમતલીય રેખાઓને એક છેદિકા છેદે અને બનતાં

- સંગતકોણોની એક જોડ એકરૂપ હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય છે.
- વ્યુત્ક્રમકોણોની એક જોડ એકરૂપ હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય છે.
- અંતઃકોણોની એક જોડ પૂરક હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય છે.

આપેલી રેખાને સમાંતર રેખા દોરવી (To draw a line parallel to the given line)

રચના (I) : આપેલી રેખાને તેની બહારના બિંદુમાંથી કાટખૂણિયાની મદદથી સમાંતર રેખા દોરવી.

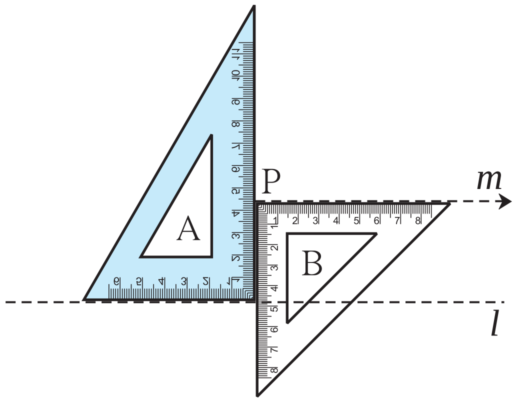
રીત I : રચનાનાં પગથિયા :

(1) રેખા l દોરો. (2) રેખા l ની બહાર બિંદુ P લો.

(3) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે કાટખૂણિયા ગોઠવો. કાટખૂણિયુ A અને B પકડી રાખો. કાટખૂણિયા B ની ધાર બિંદુ P પર છે તે ધાર પર રેખા દોરો.

(4) તે રેખાને m નામ આપો.

(5) રેખા m, એ રેખા l ને સમાંતર છે.



રીત II : **રચનાના પગથિયા :**

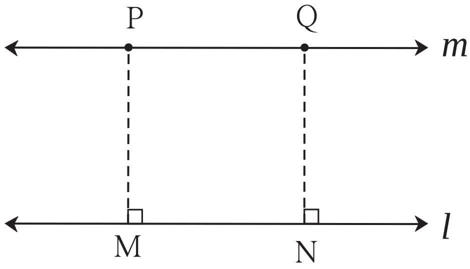
(1) રેખા l દોરો. તેની બહાર બિંદુ P લો.

(2) બિંદુ P માંથી રેખા l પર રેખા PM લંબ દોરો.

(3) રેખા l પર બીજુ એક બિંદુ N લો.

(4) બિંદુ N માંથી રેખા NQ એ રેખા l ને લંબ દોરો.

NQ = MP લો.



(5) બિંદુ P અને Q માંથી પસાર થતી રેખા m દોરો. જે રેખા l ને સમાંતર છે.

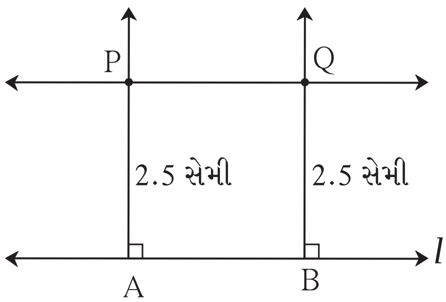
રચના (II): આપેલી રેખાને આપેલા અંતરે સમાંતર રેખા દોરવી.

ઉદા. રેખા l ને 2.5 સેમી અંતરે હોય તેવી સમાંતર રેખા દોરો.

રીત : **રચનાના પગથિયા :**

(1) રેખા l દોરો. (2) રેખા l પર A અને B બે બિંદુઓ લો.

(3) બિંદુ A અને બિંદુ B માંથી રેખા l ને બે લંબ રેખાઓ દોરો.



(4) તે રેખાઓ પર, બિંદુ A અને બિંદુ B માંથી 2.5 સેમી અંતરે બિંદુ P અને Q લો.

(5) રેખા PQ દોરો. (6) રેખા PQ એ રેખા l થી 2.5 સેમી અંતરે આવેલી સમાંતર રેખા છે.

મહાવરાસંગ્રહ 2.3

1. રેખા l દોરો. તેની બહાર બિંદુ A લો. બિંદુ Aમાંથી પસાર થતી અને રેખા l ને સમાંતર હોય તેવી રેખા દોરો.
2. રેખા l દોરો. તેની બહાર બિંદુ T લો. બિંદુ T માંથી પસાર થતી અને રેખા l ને સમાંતર હોય તેવી રેખા દોરો.
3. રેખા m અને તેનાથી 4 સેમી અંતરે અને તેને સમાંતર હોય તેવી રેખા n દોરો.

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 2.1 **1.** (1) $\angle w$ (2) $\angle x$ (3) $\angle y$ (4) $\angle z$ (5) $\angle x$ (6) $\angle r$

2. (1) $\angle c$ અને $\angle e$, $\angle b$ અને $\angle h$ (2) $\angle a$ અને $\angle e$, $\angle b$ અને $\angle f$, $\angle c$ અને $\angle g$, $\angle d$ અને $\angle h$

(3) $\angle c$ અને $\angle h$, $\angle b$ અને $\angle e$.

મહાવરાસંગ્રહ 2.2 **1.** (1) C (2) D **2.** $\angle x = 140^\circ$, $\angle y = 110^\circ$

3. $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$, $\angle c = 80^\circ$

4. $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 105^\circ$, $\angle z = 75^\circ$

5. $\angle x = 70^\circ$

DIIVUX

3 ઘાતાંક અને ઘનમૂળ

યાદ કરીએ.

પાછલાં ધોરણમાં આપણે ઘાતાંક અને તેના નિયમોનો અભ્યાસ કર્યો છે.

- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ આ ગુણાકારના રૂપમાં લખેલી સંખ્યા ટૂંકમાં આપણે 2^5 એમ લખીએ છીએ. અહીં 2 એ પાયો અને 5 એ ઘાતાંક છે. 2^5 એ ઘાતાંકિત સંખ્યા છે.
- ઘાતાંકના નિયમો : m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તો,

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (iii) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (iv) $a^0 = 1$

(v) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (vi) $(a^m)^n = a^{mn}$ (vii) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (viii) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

- ઘાતાંકના નિયમો વાપરીને નીચેના ચોકઠાંમાં યોગ્ય સંખ્યા ભરો.

(i) $3^5 \times 3^2 = 3^{\square}$ (ii) $3^7 \div 3^9 = 3^{\square}$ (iii) $(3^4)^5 = 3^{\square}$

(iv) $5^{-3} = \frac{1}{5^{\square}}$ (v) $5^0 = \square$ (vi) $5^1 = \square$

(vii) $(5 \times 7)^2 = 5^{\square} \times 7^{\square}$ (viii) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{\square^3}{\square^3}$ (ix) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$

જાણી લઈએ.

ઘાતાંક સંમેય હોય તેવી સંખ્યાનો અર્થ (The number with rational index)

(I) સંખ્યાનો ઘાતાંક $\frac{1}{n}$ ના રૂપમાં હોય તેવી સંમેય સંખ્યાનો અર્થ.

સંખ્યાનો ઘાતાંક $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}$ આવા રૂપમાં સંમેય સંખ્યા હોય તેવી સંખ્યાનો અર્થ જોઇએ.
એકાદ સંખ્યાનો વર્ગ દર્શાવવા માટે તેના ઘાતાંક સ્થાને જેમ 2 લખાય છે. તેમ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ દર્શાવવા માટે તેના ઘાતાંક સ્થાને $\frac{1}{2}$ લખાય છે.

દા.ત., 25 નું વર્ગમૂળ એ $\sqrt{\ }$ આ કરણી ચિહ્ન વાપરીને આપણે $\sqrt{25}$ લખીએ છીએ. ઘાતાંક વાપરીને તે સંખ્યા $25^{\frac{1}{2}}$ એમ લખાય છે. એટલે કે $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$.

સામાન્ય રીતે a નો વર્ગ a^2 એમ લખાય છે. જ્યારે a નું વર્ગમૂળ $\sqrt[2]{a}$ અથવા $\sqrt{a}$ અથવા $a^{\frac{1}{2}}$ એમ લખાય છે.

આ જ રીતે a નો ઘન એ a^3 એમ લખાય છે. જ્યારે a નું ઘનમૂળ એ $\sqrt[3]{a}$ અથવા $a^{\frac{1}{3}}$ એમ લખાય છે.

જેમ કે, $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

$\therefore$ 64 નું ઘનમૂળ $\sqrt[3]{64}$ અથવા $(64)^{\frac{1}{3}}$ એમ લખાય છે. ધ્યાનમાં રાખો કે, $64^{\frac{1}{3}} = 4$

હવે $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$. એટલે 3 નો 5 મો ઘાત 243 છે.

આથી ઉલ્ટું 243 નું પાંચમું મૂળ એ $(243)^{\frac{1}{5}}$ એમ અથવા $\sqrt[5]{243}$ એમ લખાય છે. $\therefore$ $(243)^{\frac{1}{5}} = 3$

સામાન્ય રીતે a નું n મું મૂળ એ $a^{\frac{1}{n}}$ એમ લખાય છે.

ઉદાહરણાર્થ, (i) $128^{\frac{1}{7}}$ =128 નું 7 મું મૂળ , (ii) $900^{\frac{1}{12}}$ = 900 નું 12 મું મૂળ, વગેરે.

ધ્યાનમાં રાખો કે, $10^{\frac{1}{5}} = x$ સંખ્યા હોય તો $x^5 = 10$.

મહાવરાસંગ્રહ 3.1

1. ઘાતાંક વાપરીને આપેલી સંખ્યા લખો.

(1) 13 નું પાંચમું મૂળ (2) 9 નું છઠ્ઠું મૂળ (3) 256 નું વર્ગમૂળ

(4) 17 નું ઘનમૂળ (5) 100 નું આઠમું મૂળ (6) 30 નું સાતમું મૂળ

2. નીચેની ઘાતાંકિત સંખ્યા કઈ સંખ્યાનું કેટલામું મૂળ છે તે લખો.

(1) $(81)^{\frac{1}{4}}$ (2) $49^{\frac{1}{2}}$ (3) $(15)^{\frac{1}{5}}$ (4) $(512)^{\frac{1}{9}}$ (5) $100^{\frac{1}{19}}$ (6) $(6)^{\frac{1}{7}}$

(II) સંખ્યાનો ઘાતાંક $\frac{m}{n}$ ના રૂપમાં હોય તેવી સંમેય સંખ્યાનો અર્થ.

આપણને ખબર છે કે, $8^2 = 64$,

64 નું ઘનમૂળ = $(64)^{\frac{1}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 4$

$\therefore$ 8 ના વર્ગનું ઘનમૂળ = 4 .... (I)

તેમજ, 8 નું ઘનમૂળ = $8^{\frac{1}{3}} = 2$

$\therefore$ 8 ના ઘનમૂળનો વર્ગ = $\left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$ ....(II)

(I) અને (II) પરથી,

8 ના વર્ગનું ઘનમૂળ = 8 ના ઘનમૂળનો વર્ગ ; એટલે કે, $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2$ એ ધ્યાનમાં આવે છે.

ઘાતાંક પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય ત્યારે ઘાતાંકના જે નિયમો છે. તે જ નિયમ, ઘાતાંક સંમેય હોય તેવી સંખ્યા માટે પણ છે. $\therefore$ $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$ આ નિયમ વાપરીને $(8^2)^{\frac{1}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 8^{\frac{2}{3}}$

આ પરથી $8^{\frac{2}{3}}$ નો અર્થ બે પ્રકારે લખી શકાય છે.

(i) $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}}$ = 8 ના વર્ગનું ઘનમૂળ. (ii) $8^{\frac{2}{3}} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2$ = 8 ના ઘનમૂળનો વર્ગ.

તે જ પ્રમાણે $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^4\right)^{\frac{1}{5}}$ એટલે '27 ના ચોથા ઘાતનું પાંચમું મૂળ',

અને $27^{\frac{4}{5}} = \left(27^{\frac{1}{5}}\right)^4$ એટલે '27 ના પાંચમાં મૂળનો ચોથો ઘાત' આ રીતે બે અર્થ થાય છે.

સામાન્ય રીતે $a^{\frac{m}{n}}$ આ સંખ્યાનો અર્થ બે રીતે વ્યક્ત કરી શકાય છે.

$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}}$ એટલે a ના m ઘાતનું n મું મૂળ અથવા

$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$ એટલે a ના n ના મૂળનો m ઘાત.

મહાવરાસંગ્રહ 3.2

1. નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

ક્રમાંક	સંખ્યા	કેટલામાં મૂળનો કેટલામો ઘાત	કેટલામા ઘાતનું કેટલામું મૂળ
(1)	$(225)^{\frac{3}{2}}$	225 ના વર્ગમૂળનો ઘન	225 ના ઘનનું વર્ગમૂળ
(2)	$(45)^{\frac{4}{5}}$		
(3)	$(81)^{\frac{6}{7}}$		
(4)	$(100)^{\frac{4}{10}}$		
(5)	$(21)^{\frac{3}{7}}$		

2. ઘાતાંક સંમેય સંખ્યા રૂપે વ્યક્ત કરો.

(1) 121 ના પાંચમા ઘાતનું વર્ગમૂળ

(2) 324 ના ચોથા મૂળનો ઘન

(3) 264 ના વર્ગનું પાંચમું મૂળ

(4) 3 ના ઘનમૂળનો ઘન

યાદ કરીએ.

- $4 \times 4 = 16$ એટલે જ $4^2 = 16$, તેમજ $(-4) \times (-4)$એટલે જ $(-4)^2 = 16$ આ પરથી 16 આ ઘન સંખ્યાને બે વર્ગમૂળો છે એક ધન અને બીજું ઋણ. સંકેતાનુસાર 16 નું ધન વર્ગમૂળ $\sqrt{16}$ એમ, તો 16 નું ઋણ વર્ગમૂળ $-\sqrt{16}$ એમ લખાય છે. $\sqrt{16} = 4$ અને $-\sqrt{16} = -4$.
- દરેક ધન સંખ્યાને બે વર્ગમૂળો હોય છે.
- 'શૂન્ય' આ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ શૂન્ય જ આવે છે.

જાણી લઈએ.

ઘન અને ઘનમૂળ (Cube and Cube Root)

એકાદ સંખ્યા ત્રણ વખત લઈને ગુણાકાર કરતાં આવતું ગુણનફળ એ જ તે સંખ્યાનો ઘન હોય છે.

ઉદાહરણાર્થ, $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$. એટલે કે 216 એ સંખ્યા '6 નો ઘન' છે.

સંમેય સંખ્યાનો ઘન કરવો.

ઉદા. (1) 17 નો ઘન કરો.

$17^3 = 17 \times 17 \times 17$

$= 4913$

ઉદા. (2) (-6) નો ઘન કરો.

$(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6)$

$= -216$

ઉદા. (3) $\left(-\frac{2}{5}\right)$ નો ઘન કરો.

$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$

$= -\frac{8}{125}$

ઉદા. (4) (1.2) નો ઘન કરો.

$(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2$

$= 1.728$

ઉદા. (5) (0.02) નો ઘન કરો.

$(0.02)^3 = 0.02 \times 0.02 \times 0.02$

$= 0.000008$

મગજ ચલાવો.

ઉદા.(1) માં 17 ઘન સંખ્યા છે તેનો ઘન 4913 એ પણ ઘન જ છે.

ઉદા.(2) માં -6 નો ઘન -216 અને ઉદા. (3)માં પણ $\left(-\frac{2}{5}\right)$નો ઘન $-\frac{8}{125}$ છે. આ રીતે હજી બીજી સંખ્યાઓ લઈને ઘન કરી જુઓ. તે પરથી સંખ્યાનું ચિહ્ન અને તેના ઘનનું ચિહ્ન વચ્ચે શો સંબંધ દેખાય આવે છે તે શોધો.

ઉદા.(4) અને (5) માં આપેલી સંખ્યામાં દશાંશ ચિહ્ન પછી આવતાં અંકોની સંખ્યા અને તેના ઘનમાં આવતાં દશાંશ ચિહ્ન પછીના અંકો વચ્ચે કોઈ સંબંધ દેખાય આવે છે કે ?

ઘનમૂળ કાઢવું

આપેલી સંખ્યાનું મૂળ અવયવ પધ્ધતિથી વર્ગમૂળ કેવી રીતે કાઢવું તે આપણે જોયું છે.

તેજ પધ્ધતિથી ઘનમૂળ કાઢીએ.

ઉદા. (1) 216 નું ઘનમૂળ કાઢો.

ઉકેલ : પ્રથમ 216 નાં મૂળ અવયવ પાડો. $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

3 અને 2 આ બન્ને અવયવો ત્રણ-ત્રણ વખત આવ્યા છે. તેથી નીચે પ્રમાણે એક એક વખત લઈને સમૂહ બનાવીએ.

$\therefore\ 216 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \quad = (3 \times 2)^3 = 6^3$

$\therefore\ \sqrt[3]{216} = 6$ એટલે કે $(216)^{\frac{1}{3}} = 6$

ઉદા. (2) -1331 નું ઘનમૂળ શોધો.

ઉકેલ : -1331 નું ઘનમૂળ કાઢવા માટે પ્રથમ 1331 ના મૂળ અવયવો પાડીએ.

$1331 = 11 \times 11 \times 11 = 11^3$

$-1331 = (-11) \times (-11) \times (-11)$
$= (-11)^3$

$\therefore \sqrt[3]{-1331} = -11$

ઉદા. (4) $\sqrt[3]{0.125}$ શોધો.

ઉકેલ : $\sqrt[3]{0.125} = \sqrt[3]{\dfrac{125}{1000}}$

$= \dfrac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{1000}}$

$= \dfrac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{10^3}} \quad \cdots \left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

$= \dfrac{5}{10} \quad \cdots \left(a^m\right)^{\frac{1}{m}} = a$

$= 0.5$

ઉદા. (3) 1728 નું ઘનમૂળ શોધો.

ઉકેલ : $1728 = 8 \times 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6$

$\therefore 1728 = 2^3 \times 6^3 = (2 \times 6)^3$ .... $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 6 = 12$ (ધ્યાનમાં લો કે, -1728 નું ઘનમૂળ -12 આવે છે.)

મહાવરાસંગ્રહ 3.3

1. આપેલી સંખ્યાના ઘનમૂળ શોધો.

(1) 8000 (2) 729 (3) 343 (4) -512 (5) -2744 (6) 32768

2. ઘનમૂળ શોધો. (1) $\sqrt[3]{\dfrac{27}{125}}$ (2) $\sqrt[3]{\dfrac{16}{54}}$

3. જો $\sqrt[3]{729} = 9$ તો $\sqrt[3]{0.000729}$ = કેટલા ?

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 3.1 (1) $13^{\frac{1}{5}}$ (2) $9^{\frac{1}{6}}$ (3) $256^{\frac{1}{2}}$ (4) $17^{\frac{1}{3}}$ (5) $100^{\frac{1}{8}}$ (6) $30^{\frac{1}{7}}$

2. (1) 81 નું ચોથુ મૂળ (2) 49 નું વર્ગમૂળ (3) 15 નું પાંચમું મૂળ
(4) 512 નું નવમું મૂળ (5) 100 નું ઓગણીસમું મૂળ (6) 6 નું સાતમું મૂળ

મહાવરાસંગ્રહ 3.2 **1.** (2) 45 ના પાંચમા મૂળનો ચોથો ઘાત, 45 ના ચોથા ઘાતનું પાંચમું મૂળ
(3) 81 ના 7મા મૂળનો 6ઠ્ઠો ઘાત, 81 ના 6ઠ્ઠા ઘાતનું 7મું મૂળ
(4) 100 ના 10મા મૂળનો 4થો ઘાત, 100 ના 4થા ઘાતનું 10 મું મૂળ
(5) 21 ના 7મા મૂળનો 3જો ઘાત, 21 ના 3જા ઘાતનું 7મું મૂળ.

2. (1) $(121)^{\frac{5}{2}}$ (2) $(324)^{\frac{3}{4}}$ (3) $(264)^{\frac{2}{5}}$ (4) $3^{\frac{3}{3}}$

મહાવરાસંગ્રહ 3.3 **1.** (1) 20 (2) 9 (3) 7 (4) -8 (5) -14 (6) 32

2. (1) $\dfrac{3}{5}$ (2) $\dfrac{2}{3}$ **3.** 0.09

DISUHK

4 ત્રિકોણના શિરોલંબ અને મધ્યગા

યાદ કરીએ.

પાછલાં ધોરણમાં આપણે ત્રિકોણના ખૂણાના દુભાજકો એક સંપાતી (સંગામી) હોય છે, ત્રિકોણની બાજુઓનાં લંબદુભાજકો પણ એકસંપાતી (સંગામી) હોય છે. આ સંપાતબિંદુઓને અનુક્રમે અંતઃકેન્દ્ર અને પરિકેન્દ્ર કહે છે તે પણ આપણે જાણીએ છીએ.

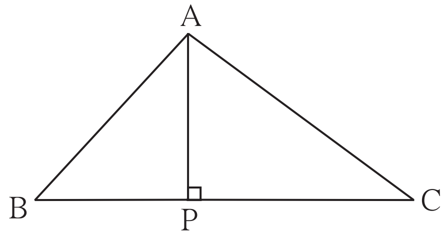
કૃતિ :

એક રેખા દોરો. રેખાની બહાર એક બિંદુ લો. કાટખૂણિયાની મદદથી તે બિંદુમાંથી રેખા પર લંબ દોરો.

જાણી લઈએ.

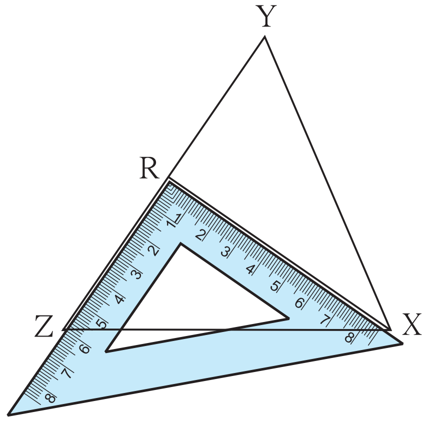
શિરોલંબ (Altitude)

ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી તેની સામેની બાજુ પર દોરેલા લંબ-રેખાખંડને તે ત્રિકોણનો શિરોલંબ કહે છે. Δ ABC માં રેખ AP, પાયા BC પર દોરેલો શિરોલંબ છે.

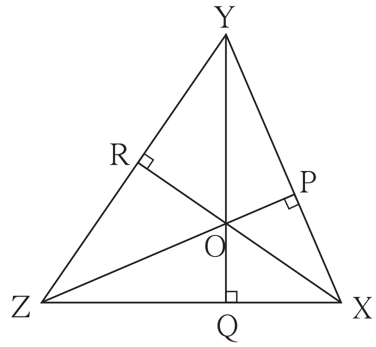


ત્રિકોણના શિરોલંબ દોરવા :

1. Δ XYZ કોઈપણ એક ત્રિકોણ દોરો.
2. પાયા YZ ની સામેના શિરોબિંદુ X માંથી કાટખૂણિયાની મદદથી લંબ દોરો. તે YZ ને જ્યાં છેદે તે બિંદુને R નામ આપો. રેખ XR, પાયા YZ પરનો શિરોલંબ છે.
3. હવે પાયો XZ ધ્યાનમાં લો. તેની સામેના શિરોબિંદુ Y માંથી રેખા XZ પર લંબ દોરો. રેખ YQ $\perp$ રેખ XZ.
4. રેખ XY એ પાયો ધ્યાનમાં લો. તેની સામેના શિરોબિંદુ Z માંથી રેખ XY પર લંબ દોરો. રેખ ZP $\perp$ રેખ XY.



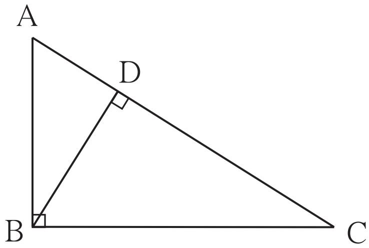
રેખ XR, રેખ YQ, રેખ ZP એ Δ XYZ ના શિરોલંબ છે. આ ત્રણેય શિરોલંબ એક સંપાતી (એક સંગામી) છે તે ધ્યાનમાં લો. **આ છેદનબિંદુને શિરોલંબ સંપાત (સંગામી) અથવા લંબ સંપાત (સંગામી) કહે છે. તેને 'O' અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે.** તેને લંબકેન્દ્ર પણ કહે છે.



ત્રિકોણના લંબસંપાત (સંગામી) બિંદુનું સ્થાન :

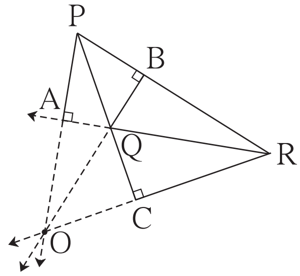
કૃતિ I :

કોઈપણ એક કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેના ત્રણેય શિરોલંબ દોરો. તે ક્યા બિંદુમાં મળે છે ? તે લખો.



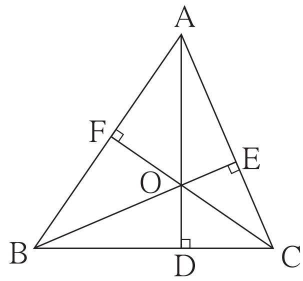
કૃતિ II :

કોઈપણ એક ગુરૂકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેના ત્રણેય શિરોલંબ દોરો. તે પરસ્પર મળે છે કે ? આ શિરોલંબને સમાવતી રેખાઓ દોરો. તે ત્રિકોણના બાહ્યભાગમાં એક જ બિંદુમાંથી પસાર થાય છે તે અનુભવો.



કૃતિ III :

એક લઘુકોણ Δ ABC દોરો. તેના ત્રણેય શિરોલંબ દોરો. શિરોલંબ સંપાતબિંદુનું સ્થાન ક્યાં છે ? તે જુઓ. તે અનુભવો.



આ મને સમજાયું.

ત્રિકોણના શિરોલંબ એક જ બિંદુમાંથી પસાર થાય છે. એટલે કે તે શિરોલંબ એક સંપાતી (Concurrent) હોય છે. તેમના સંપાત (સંગામી) બિંદુને લંબકેન્દ્ર (Orthocentre) કહે છે. તે 'O' અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

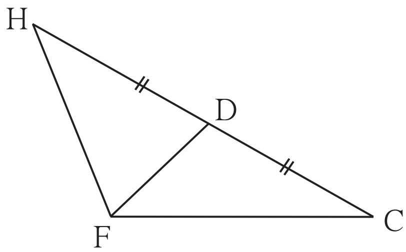
- કાટકોણ ત્રિકોણનું શિરોલંબ સંપાત બિંદુ (લંબકેન્દ્ર) કાટખૂણો બનાવતાં શિરોબિંદુ પર હોય છે.
- ગુરૂકોણ ત્રિકોણનું શિરોલંબ સંપાત બિંદુ (લંબકેન્દ્ર) ત્રિકોણના બાહ્યભાગમાં હોય છે.
- લઘુકોણ ત્રિકોણનું શિરોલંબ સંપાત બિંદુ (લંબકેન્દ્ર) ત્રિકોણના આંતરભાગમાં હોય છે.

જાણી લઈએ.

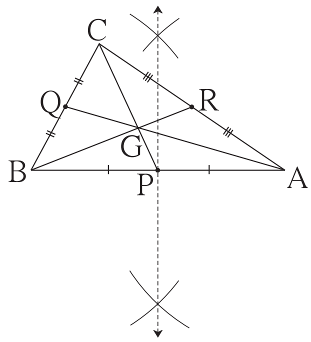
મધ્યગા (Median)

ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ અને તેની સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડતાં રેખાખંડને ત્રિકોણની તે બાજુ પરની મધ્યગા કહે છે.

Δ HCF માં રેખ FD એ પાયા HC પર મધ્યગા છે.



ત્રિકોણની મધ્યગાઓ દોરવી :



1. Δ ABC દોરો.
2. બાજુ AB નો મધ્યબિંદુ મેળવો. તેને P નામ આપો. રેખ CP દોરો.
3. બાજુ BC નો મધ્યબિંદુ મેળવો. તેને Q નામ આપો. રેખ AQ દોરો.
4. બાજુ AC નો મધ્યબિંદુ મેળવો. તેને R નામ આપો. રેખ BR દોરો.

Δ ABC ની રેખ PC, રેખ QA અને રેખ BR મધ્યગાઓ છે.

તે એકસંપાતી (સંગામી) છે. તે ધ્યાનમાં લો. મધ્યગાના સંપાતબિંદુને **'મધ્યગાસંપાત'** કહે છે. તે G અક્ષર વડે દર્શાવાય છે.

કૃતિ IV : એક કાટકોણ ત્રિકોણ, એક ગુરૂકોણ ત્રિકોણ અને એક લઘુકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેની મધ્યગાઓ દોરો. મધ્યગા એક સંપાતી (સંગામી) હોય છે તે અનુભવો.

ત્રિકોણના મધ્યગાસંપાત (સંગામી) બિંદુનો ગુણધર્મ :

- Δ ABC એ કોઇપણ એક મોટો ત્રિકોણ દોરો.
- Δ ABC ની બધી મધ્યગાઓ રેખ AR, રેખ BQ અને રેખ CP દોરો. તેના સંપાતબિંદુને G નામ આપો.

આકૃતિ પરથી રેખાખંડોની લંબાઈ માપો અને નીચેના ચોકઠામાં લખો.

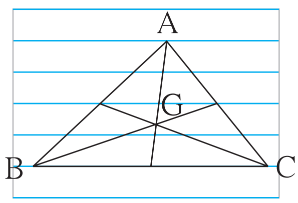
l(AG) = ☐	l(GR) = ☐	l(AG) : (GR) = ☐ : ☐
l(BG) = ☐	l(GQ) = ☐	l(BG) : (GQ) = ☐ : ☐
l(CG) = ☐	l(GP) = ☐	l(CG) : (GP) = ☐ : ☐

આ બધા ગુણોત્તરો લગભગ 2:1 છે તે અનુભવો.

આ મને સમજાયું.

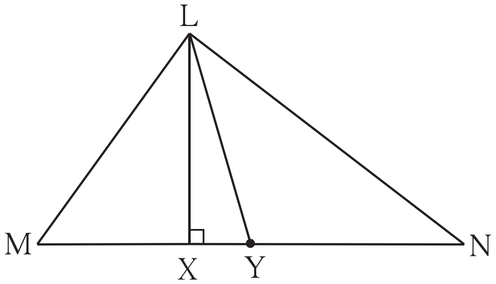
ત્રિકોણની ત્રણેય મધ્યગાઓ એક સંપાતી (સંગામી) હોય છે. તેમનાં સંપાત (સંગામી) બિંદુને મધ્યગાસંપાત અથવા ગુરૂત્વકેન્દ્ર (Centroid) કહે છે. તે G અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે. કોઇપણ ત્રિકોણમાં G નું સ્થાન હંમેશા ત્રિકોણના આંતરભાગમાં હોય છે. મધ્યગા સંપાત(સંગામી) બિંદુને લીધે મધ્યગાનું 2:1 ના પ્રમાણમાં વિભાજન થાય છે.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.



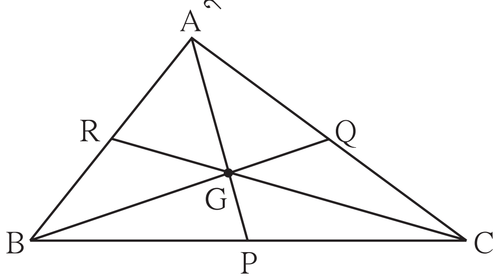
એક વિદ્યાર્થીએ નોટબુકના પાના પરની પાંચ સમાંતર રેખાઓનો વિચાર કરીને Δ ABC દોર્યો અને બાજુમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે G એ મધ્યગા સંપાતબિંદુ (ગુરૂત્વકેન્દ્ર) શોધ્યું. તો તેણે શોધેલું G નું સ્થાન બરોબર છે કે તે કેવી રીતે નક્કી કરશો ?

મહાવરાસંગ્રહ 4.1

1. 

Δ LMN માં ...... એ શિરોલંબ છે અને ...... એ મધ્યગા છે. (ખાલી જગ્યામાં રેખાખંડના યોગ્ય નામ લખો.)

2. Δ PQR એક લઘુકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેના ત્રણેય શિરોલંબ દોરો. સંપાત (સંગામી) બિંદુને 'O' નામ આપો.
3. Δ STV એક ગુરૂકોણ ત્રિકોણ દોરો અને ત્રણેય મધ્યગાઓ દોરી મધ્યગા સંપાત (ગુરૂત્વકેન્દ્ર) દર્શાવો.
4. Δ LMN એક ગુરૂકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બધાં શિરોલંબ દોરો. સંપાત (સંગામી) બિંદુને 'O' વડે દર્શાવો.
5. Δ XYZ એક કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બધી મધ્યગાઓ દોરો. સંપાત (સંગામી) બિંદુ G વડે દર્શાવો.
6. કોઈપણ એક સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ દોરો. તેની બધી મધ્યગા અને બધાં શિરોલંબ દોરો. તેમના સંપાત (સંગામી) બિંદુ માટેનું તમારૂં નિરીક્ષણ લખો.
7. ખાલી જગ્યા પૂરો.



Δ ABC નું G એ ગુરૂત્વકેન્દ્ર (મધ્યગા સંપાત સંગામી બિંદુ) છે.

(1) જો l(RG) = 2.5 તો l(GC) = ...

(2) જો l(BG) = 6 તો l(BQ) = ...

(3) જો l(AP) = 6 તો l(AG) = ... અને l(GP) = ...

આ કરી જુઓ.

(I) : કોઈપણ એક સમભુજ ત્રિકોણ દોરો. તે ત્રિકોણમાં પરિકેન્દ્ર (C), અંતઃકેન્દ્ર (I), ગુરૂત્વકેન્દ્ર (G) અને લંબકેન્દ્ર (O) શોધો. તમારૂં નિરીક્ષણ લખો.

(II): કોઈપણ માપનો એક સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ દોરો. તેનાં ગુરૂત્વકેન્દ્ર, લંબકેન્દ્ર, પરિકેન્દ્ર અને અંતઃકેન્દ્ર સમરેખ છે તે તપાસો.

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 4.1

1. રેખ LX ; રેખ LY

7. (1) 5, (2) 9, (3) 4, 2

DJ2QYB

5 વિસ્તરણ સૂત્રો

યાદ કરીએ.

પહેલાના ધોરણમાં, આપણે વિસ્તરણ સૂત્રનો અભ્યાસ કર્યો છે.

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, (ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,

(iii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

ઉપરના સૂત્રોનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ચોકઠામાં યોગ્ય પદ લખો.

(i) $(x+2y)^2 = x^2 + \square + 4y^2$

(ii) $(2x-5y)^2 = \square - 20xy + \square$

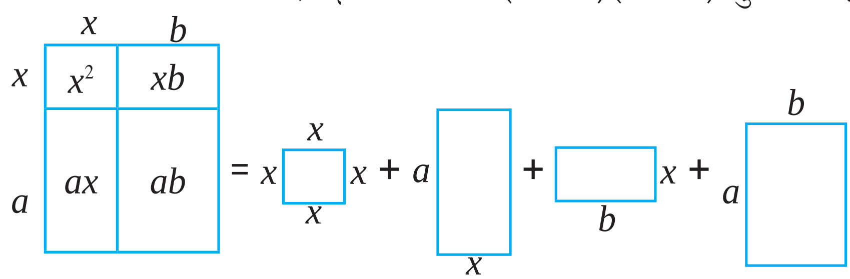
(iii) $(101)^2 = (100+1)^2 = \square + \square + 1^2 = \square$

(iv) $(98)^2 = (100-2)^2 = 10000 - \square + \square = \square$

(v) $(5m+3n)(5m-3n) = \square - \square = \square - \square$

જાણી લઈએ.

કૃતિ : લંબચોરસ અને ચોરસના ક્ષેત્રફળની મદદથી $(x+a)(x+b)$ નું વિસ્તરણ કરો.



$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(I) $(x+a)(x+b)$ નું વિસ્તરણ (Expansion of $(x+a)(x+b)$)

$(x+a)$ અને $(x+b)$ એ એકપદ સમાન હોય તેવી દ્વિપદીઓ છે. આ દ્વિપદીઓનો ગુણાકાર કરીએ.

$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b) = x^2 + bx + ax + ab$

$= x^2 + (a+b)x + ab$

$\therefore \boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$

વિસ્તરણ કરો.

ઉદા. (1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + (2 \times 3) = x^2 + 5x + 6$

ઉદા. (2) $(y + 4)(y - 3) = y^2 + (4 - 3)y + (4) \times (-3) = y^2 + y - 12$

ઉદા. (3) $(2a + 3b)(2a - 3b) = (2a)^2 + [(3b) + (-3b)]2a + [3b \times (-3b)]$

$$= 4a^2 + 0 \times 2a - 9b^2 = 4a^2 - 9b^2$$

ઉદા. (4) $\left(m+\frac{3}{2}\right)\left(m+\frac{1}{2}\right) = m^2 + \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)m + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = m^2 + 2m + \frac{3}{4}$

ઉદા. (5) $(x - 3)(x - 7) = x^2 + (-3 - 7)x + (-3)(-7) = x^2 - 10x + 21$

મહાવરાસંગ્રહ 5.1

1. વિસ્તરણ કરો.

(1) $(a + 2)(a - 1)$ (2) $(m - 4)(m + 6)$ (3) $(p + 8)(p - 3)$

(4) $(13 + x)(13 - x)$ (5) $(3x + 4y)(3x + 5y)$ (6) $(9x - 5t)(9x + 3t)$

(7) $\left(m+\frac{2}{3}\right)\left(m-\frac{7}{3}\right)$ (8) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (9) $\left(\frac{1}{y}+4\right)\left(\frac{1}{y}-9\right)$

જાણી લઈએ.

(II) $(a + b)^3$ નું વિસ્તરણ (Expansion of $(a + b)^3$)

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)(a + b)^2$$
$$= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$$
$$= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2)$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$\therefore \boxed{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

આ વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને નીચે કેટલાંક ઉદાહરણોનો ઉકેલ આપ્યો છે. તેનો અભ્યાસ કરીએ,

ઉદા. (1) $(x + 3)^3$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ અહીં $a = x$ અને $b = 3$ છે.

$\therefore\ (x+3)^3 = (x)^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times (3)^2 + (3)^3$

$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

ઉદા. **(2)** $(3x+4y)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(4y) + 3(3x)(4y)^2 + (4y)^3$

$= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 4y + 3 \times 3x \times 16y^2 + 64y^3$

$= 27x^3 + 108x^2y + 144xy^2 + 64\,y^3$

ઉદા. **(3)** $\left(\frac{2m}{n}+\frac{n}{2m}\right)^3 = \left(\frac{2m}{n}\right)^3 + 3\left(\frac{2m}{n}\right)^2\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n}{2m}\right)^2 + \left(\frac{n}{2m}\right)^3$

$= \frac{8m^3}{n^3} + 3\left(\frac{4m^2}{n^2}\right)\left(\frac{n}{2m}\right) + 3\left(\frac{2m}{n}\right)\left(\frac{n^2}{4m^2}\right) + \frac{n^3}{8m^3}$

$= \frac{8m^3}{n^3} + \frac{6m}{n} + \frac{3n}{2m} + \frac{n^3}{8m^3}$

ઉદા. **(4)** $(41)^3 = (40+1)^3 = (40)^3 + 3 \times (40)^2 \times 1 + 3 \times 40 \times (1)^2 + (1)^3$

$= 64000 + 4800 + 120 + 1 \quad = 68921$

મહાવરાસંગ્રહ 5.2

1. વિસ્તરણ કરો.

(1) $(k+4)^3$ (2) $(7x+8y)^3$ (3) $(7+m)^3$ (4) $(52)^3$

(5) $(101)^3$ (6) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ (7) $\left(2m+\frac{1}{5}\right)^3$ (8) $\left(\frac{5x}{y}+\frac{y}{5x}\right)^3$

કૃતિ : a અને b બાજુ હોય તેવા બે ઘન તૈયાર કરો. લંબાઈ અને પહોળાઈ a અને ઊંચાઈ b હોય તેવા ત્રણ લંબઘન તેમજ લંબાઈ અને પહોળાઈ b અને ઊંચાઈ a હોય તેવા હજુ ત્રણ લંબઘન તૈયાર કરો. આ બધી ઘનાકૃતિઓ યોગ્ય રીતે ગોઠવીને $(a+b)$ બાજુ હોય તેવો ઘન તૈયાર કરો.

જાણી લઈએ.

(III) $(a-b)^3$ નું વિસ્તરણ (Expansion of $(a-b)^3$)

$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)(a-b)^2$

$= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\therefore \quad \boxed{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

ઉદા. (1) વિસ્તરણ કરો. $(x - 2)^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ અહીં, $a = x$ અને $b = 2$ લઈને,

$(x - 2)^3 = (x)^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times (2)^2 - (2)^3$

$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

ઉદા. (2) $(4p - 5q)^3$ નું વિસ્તરણ કરો.

$(4p - 5q)^3 = (4p)^3 - 3(4p)^2(5q) + 3(4p)(5q)^2 - (5q)^3$

$(4p - 5q)^3 = 64p^3 - 240p^2q + 300pq^2 - 125q^3$

ઉદા. (3) વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી 99 નો ઘન કરો. $(99)^3 = (100 - 1)^3$

$(99)^3 = (100)^3 - 3 \times (100)^2 \times 1 + 3 \times 100 \times (1)^2 - 1^3$

$= 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 9,70,299$

ઉદા. (4) સાદું રૂપ આપો.

(i) $(p + q)^3 + (p - q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$

$= 2p^3 + 6pq^2$

(ii) $(2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

$= [(2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3]$

$- [(2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3]$

$= (8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3) - (8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3)$

$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - 8x^3 + 36x^2y - 54xy^2 + 27y^3$

$= 72x^2y + 54y^3$

આ મને સમજાયું.

(i) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

(ii) $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

મહાવરાસંગ્રહ 5.3

1. વિસ્તરણ કરો.

(1) $(2m - 5)^3$ (2) $(4 - p)^3$ (3) $(7x - 9y)^3$ (4) $(58)^3$

(5) $(198)^3$ (6) $\left(2p-\frac{1}{2p}\right)^3$ (7) $\left(1-\frac{1}{a}\right)^3$ (8) $\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{x}\right)^3$

2. સાદું રૂપ આપો.

(1) $(2a + b)^3 - (2a - b)^3$ (2) $(3r - 2k)^3 + (3r + 2k)^3$

(3) $(4a - 3)^3 - (4a + 3)^3$ (4) $(5x - 7y)^3 + (5x + 7y)^3$

જાણી લઈએ.

(IV) $(a + b+ c)^2$ નું વિસ્તરણ [Expansion of $(a + b+ c)^2$]

$$(a + b + c)^2 = (a + b + c) \times (a + b + c)$$
$$= a\,(a + b + c) + b\,(a + b + c) + c\,(a + b + c)$$
$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$\therefore$ $\boxed{(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac}$ આ સૂત્ર મળશે.

ઉદા. (1) વિસ્તરણ કરો. $(p + q + 3)^2$

$= p^2 + q^2 + (3)^2 + 2 \times p \times q + 2 \times q \times 3 + 2 \times p \times 3$

$= p^2 + q^2 + 9 + 2pq + 6q + 6p$ $= p^2 + q^2 + 2pq + 6q + 6p + 9$

ઉદા. (2) વર્ગ વિસ્તરણના દરેક પગથિયે આપેલાં ચોકઠામાં યોગ્ય પદ લખો.

$(2p + 3m + 4n)^2$

$= (2p)^2 + (3m)^2 + \boxed{} + 2 \times 2p \times 3m + 2 \times \boxed{} \times 4n + 2 \times 2p \times \boxed{}$

$= \boxed{} + 9m^2 + \boxed{} + 12pm + \boxed{} + \boxed{}$

ઉદા. (3) સાદું રૂપ આપો. $(l + 2m + n)^2 + (l - 2m + n)^2$

$= l^2 + 4m^2 + n^2 + 4lm + 4mn + 2ln + l^2 + 4m^2 + n^2 - 4lm - 4mn + 2ln$

$= 2l^2 + 8\,m^2 + 2n^2 + 4ln$

મહાવરાસંગ્રહ 5.4

1. વિસ્તરણ કરો. (1) $(2p + q + 5)^2$ (2) $(m + 2n + 3r)^2$

(3) $(3x + 4y - 5p)^2$ (4) $(7m - 3n - 4k)^2$

2. સાદું રૂપ આપો. (1) $(x - 2y + 3)^2 + (x + 2y - 3)^2$

(2) $(3k - 4r - 2m)^2 - (3k + 4r - 2m)^2$ (3) $(7a - 6b + 5c)^2 + (7a + 6b - 5c)^2$

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 5.1 (1) $a^2 + a - 2$ (2) $m^2 + 2m - 24$ (3) $p^2 + 5p - 24$

(4) $169 - x^2$ (5) $9x^2 + 27xy + 20y^2$ (6) $81x^2 - 18xt - 15t^2$

(7) $m^2 - \frac{5}{3}m - \frac{14}{9}$ (6) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (9) $\frac{1}{y^2} - \frac{5}{y} - 36$

મહાવરાસંગ્રહ 5.2 (1) $k^3 + 12k^2 + 48k + 64$ (2) $343x^3 + 1176x^2y + 1344xy^2 + 512y^3$

(2) $343 + 147m + 21m^2 + m^3$ (4) 140608 (5) 1030301

(6) $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ (7) $8m^3 + \frac{12m^2}{5} + \frac{6m}{25} + \frac{1}{125}$

(8) $\frac{125x^3}{y^3} + \frac{15x}{y} + \frac{3y}{5x} + \frac{y^3}{125x^3}$

મહાવરાસંગ્રહ 5.3 **1.** (1) $8m^3 - 60m^2 + 150m - 125$ (2) $64 - 48p + 12p^2 - p^3$

(3) $343x^3 - 1323x^2y + 1701xy^2 - 729y^3$ (4) 1,95,112

(5) 77,62,392 (6) $8p^3 - 6p + \frac{3}{2p} - \frac{1}{8p^3}$

(7) $1 - \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^3}$ (8) $\frac{x^3}{27} - x + \frac{9}{x} - \frac{27}{x^3}$

2. (1) $24a^2b + 2b^3$ (2) $54r^3 + 72rk^2$

(3) $-288a^2 - 54$ (4) $250x^3 + 1470xy^2$

મહાવરાસંગ્રહ 5.4 **1.** (1) $4p^2 + q^2 + 25 + 4pq + 10q + 20p$

(2) $m^2 + 4n^2 + 9r^2 + 4mn + 12nr + 6mr$

(3) $9x^2 + 16y^2 + 25p^2 + 24xy - 40py - 30px$

(4) $49m^2 + 9n^2 + 16k^2 - 42mn + 24nk - 56km$

2. (1) $2x^2 + 8y^2 + 18 - 24y$ (2) $32rm - 48kr$

(3) $98a^2 + 72b^2 + 50c^2 - 120bc$

DJBLZV

6 બૈજિક રાશિનાં અવયવો

યાદ કરીએ.

આગલાં ધોરણમાં આપણે $ax + ay$ અને $a^2 - b^2$ના રૂપમાં હોય તેવી બૈજિક રાશિના અવયવો કેવી રીતે પડે છે તેનો અભ્યાસ કર્યો છે.

દા.ત. (1) $4xy + 8xy^2 = 4xy(1 + 2y)$

(2) $p^2 - 9q^2 = (p)^2 - (3q)^2 = (p + 3q)(p - 3q)$

જાણી લઈએ.

વર્ગ ત્રિપદીના અવયવો (Factors of a quadratic trinomial)

$ax^2 + bx + c$ રૂપે લખેલી બૈજિક રાશિને 'વર્ગ ત્રિપદી' કહે છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore$ $x^2 + (a + b)x + ab$ નાં $(x + a)$ અને $(x + b)$ એ બે અવયવો છે.

$x^2 + 5x + 6$ આ ત્રિપદીના અવયવો શોધવા માટે તેની તુલના $x^2 + (a + b)x + ab$ આ ત્રિપદી સાથે કરતાં, $a + b = 5$ અને $ab = 6$. તેથી 6 ના એવા અવયવ પાડીએ કે જેનો સરવાળો 5 આવે અને ત્રિપદી $x^2 + (a + b)x + ab$ ના રૂપમાં લખીને તેના અવયવ પાડીએ.

$x^2 + 5x + 6 = x^2 + (3 + 2)x + 3 \times 2$ .... $x^2 + (a + b)x + ab$

$= \underline{x^2 + 3x} + \underline{2x + 2 \times 3}$ .... $(3 + 2)$ નાં x ગુણીને મળતાં ચાર પદનાં બે જૂથ કરીને અવયવ પાડીએ.

$= x(x + 3) + 2(x + 3) \quad = (x + 3)(x + 2)$

આપેલી વર્ગ ત્રિપદીના અવયવ પાડવા માટે નીચેના ઉદાહરણોનો અભ્યાસ કરો.

ઉદા. (1) $2x^2 - 9x + 9$ ના અવયવ પાડો.

ઉકેલ : વર્ગપદનો સહગુણક અને સ્થિરપદનો ગુણાકાર છે. અહીં ગુણાકાર $2 \times 9 = 18$ છે.

હવે 18 ના એવા અવયવ પાડીએ કે, તેનો સરવાળો મધ્યમ પદના સહગુણક જેટલો એટલે કે, -9 છે.

$18 = (-6) \times (-3)$; $(-6) + (-3) = -9$

$-9x$ આ પદ $-6x - 3x$ એમ લખીએ.

$2x^2 - 9x + 9$

$= \underline{2x^2 - 6x} - \underline{3x + 9}$

$= 2x\,\underline{(x - 3)} - 3\underline{(x - 3)}$

$= (x - 3)(2x - 3)$

$\therefore$ $2x^2 - 9x + 9 = (x - 3)(2x - 3)$

ઉદા. (2) $2x^2 + 5x - 18$ ના અવયવ પાડો.

ઉકેલ : $2x^2 + 5x - 18$

-36

$+9 \quad -4$

$= \underline{2x^2 + 9x} \underline{-4x - 18}$

$= x(\underline{2x + 9}) - 2(\underline{2x + 9})$

$= (2x + 9)(x - 2)$

ઉદા. (3) $x^2 - 10x + 21$ ના અવયવ પાડો.

ઉકેલ : $x^2 - 10x + 21$

$+21$

$-7 \quad -3$

$= \underline{x^2 - 7x} - \underline{3x + 21}$

$= x(\underline{x - 7}) - 3(\underline{x - 7})$

$= (x - 7)(x - 3)$

ઉદા. (4) $2y^2 - 4y - 30$ ના અવયવ પાડો.

ઉકેલ : $2y^2 - 4y - 30$

$= 2(y^2 - 2y - 15)$ .... બધા પદમાંથી 2 સામાન્ય અવયવ કાઢતાં.

$= 2(\underline{y^2 - 5y} + \underline{3y - 15})$ ....

-15

$-5 \quad +3$

$= 2[y(\underline{y - 5}) + 3(\underline{y - 5})]$

$= 2(y - 5)(y + 3)$

મહાવરાસંગ્રહ 6.1

1. અવયવ પાડો.

(1) $x^2 + 9x + 18$	(2) $x^2 - 10x + 9$	(3) $y^2 + 24y + 144$
(4) $5y^2 + 5y - 10$	(5) $p^2 - 2p - 35$	(6) $p^2 - 7p - 44$
(7) $m^2 - 23m + 120$	(8) $m^2 - 25m + 100$	(9) $3x^2 + 14x + 15$
(10) $2x^2 + x - 45$	(11) $20x^2 - 26x + 8$	(12) $44x^2 - x - 3$

જાણી લઈએ.

$a^3 + b^3$ ના અવયવ (Factors of $a^3 + b^3$)

આપણે જાણીએ છીએ કે, $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

જમણી બાજુની રાશિમાંથી $3ab$ સામાન્ય અવયવ લઈને આ જ વિસ્તરણ સૂત્ર નીચે પ્રમાણે માંડી શકાશે.

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

હવે, $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$.......... બાજુઓની અદલબદલ કરતાં,

$\therefore\ a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = [(a + b)(a + b)^2] - 3ab(a + b)$

$= (a + b)[(a + b)^2 - 3ab] = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab)$

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$\therefore\ \boxed{\mathbf{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}}$

બે ઘનના સરવાળાના અવયવો દર્શાવતાં ઉપરોક્ત સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને કેટલીક રાશિઓનાં અવયવ પાડીએ.

ઉદા. (1) $x^3 + 27y^3 = x^3 + (3y)^3$

$$= (x + 3y)\,[x^2 - x(3y) + (3y)^2]$$

$$= (x + 3y)\,[x^2 - 3xy + 9y^2]$$

ઉદા. (2) $8p^3 + 125q^3 = (2p)^3 + (5q)^3 = (2p + 5q)\,[(2p)^2 - 2p \times 5q + (5q)^2]$

$$= (2p + 5q)\,(4p^2 - 10pq + 25q^2)$$

ઉદા. (3) $m^3 + \dfrac{1}{64m^3} = m^3 + \left(\dfrac{1}{4m}\right)^3 = \left(m + \dfrac{1}{4m}\right)\left[m^2 - m \times \dfrac{1}{4m} + \left(\dfrac{1}{4m}\right)^2\right]$

$$= \left(m + \frac{1}{4m}\right)\left(m^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16m^2}\right)$$

ઉદા. (4) $250p^3 + 432q^3 = 2(125p^3 + 216q^3)$

$$= 2\,[(5p)^3 + (6q)^3] = 2(5p + 6q)\,(25p^2 - 30pq + 36q^2)$$

મહાવરાસંગ્રહ 6.2

1. અવયવ પાડો. (1) $x^3 + 64y^3$ (2) $125p^3 + q^3$ (3) $125k^3 + 27m^3$ (4) $2l^3 + 432m^3$
(5) $24a^3 + 81b^3$ (6) $y^3 + \dfrac{1}{8y^3}$ (7) $a^3 + \dfrac{8}{a^3}$ (8) $1 + \dfrac{q^3}{125}$

જાણી લઈએ.

$a^3 - b^3$ ના અવયવ (Factors of $a^3 - b^3$)

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

હવે, $a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b) = (a - b)^3$ .... બાજુઓની અદલબદલ કરતાં,

$\therefore \quad a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab\,(a - b)$

$$= [(a - b)(a - b)^2 + 3ab\,(a - b)]$$

$$= (a - b)\,[(a - b)^2 + 3ab]$$

$$= (a - b)\,(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab)$$

$$= (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$$

$\therefore \quad \boxed{\mathbf{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}}$

બે ઘનની બાદબાકીના અવયવ દર્શાવતાં ઉપરોક્ત સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને કેટલીક રાશિઓનાં અવયવ પાડીએ.

ઉદા. (1) $x^3 - 8y^3 = x^3 - (2y)^3$

$$= (x - 2y)\,[x^2 + x(2y) + (2y)^2)]$$
$$= (x - 2y)\,(x^2 + 2xy + 4y^2)$$

ઉદા. (2) $27p^3 - 125q^3 = (3p)^3 - (5q)^3 \quad = (3p - 5q)\,(9p^2 + 15pq + 25q^2)$

ઉદા. (3) $54p^3 - 250q^3 = 2\,[27p^3 - 125q^3] = 2\,[(3p)^3 - (5q)^3]$

$$= 2(3p - 5q)(9p^2 + 15pq + 25q^2)$$

ઉદા. (4) $a^3 - \dfrac{1}{a^3} = \left(a - \dfrac{1}{a}\right)\left[a^2 + a \times \dfrac{1}{a} + \left(\dfrac{1}{a}\right)^2\right] = \left(a - \dfrac{1}{a}\right)\left(a^2 + 1 + \dfrac{1}{a^2}\right)$

ઉદા. (5) સાદું રૂપ આપો : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3)$

ઉકેલ : $(a - b)^3 - (a^3 - b^3) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - a^3 + b^3 = -\,3a^2b + 3ab^2$

ઉદા. (6) સાદું રૂપ આપો : $(2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

ઉકેલ : $a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$ આ સૂત્ર પરથી,

$\therefore (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

$$= [(2x + 3y) - (2x - 3y)]\,[(2x + 3y)^2 + (2x + 3y)(2x - 3y) + (2x - 3y)^2]$$
$$= [2x + 3y - 2x + 3y]\,[4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4x^2 - 9y^2 + 4x^2 - 12xy + 9y^2]$$
$$= 6y\,(12x^2 + 9y^2) = 72x^2y + 54y^3$$

આ મને સમજાયું.

(i) $a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$ (ii) $a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$

મહાવરાસંગ્રહ 6.3

1. અવયવ પાડો. (1) $y^3 - 27$ (2) $x^3 - 64y^3$ (3) $27m^3 - 216n^3$ (4) $125y^3 - 1$

(5) $8p^3 - \dfrac{27}{p^3}$ (6) $343a^3 - 512b^3$ (7) $64x^3 - 729y^3$ (8) $16a^3 - \dfrac{128}{b^3}$

2. સાદું રૂપ આપો. (1) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ (2) $(3a + 5b)^3 - (3a - 5b)^3$

(3) $(a + b)^3 - a^3 - b^3$ (4) $p^3 - (p + 1)^3$

(5) $(3xy - 2ab)^3 - (3xy + 2ab)^3$

જાણી લઈએ.

ગુણોત્તરીય બૈજિક રાશિ (Rational algebraic expressions)

A અને B આ બે બૈજિક રાશિઓ હોય તો, $\frac{A}{B}$ ને ગુણોત્તરીય બૈજિક રાશિ કહે છે. ગુણોત્તરીય બૈજિક રાશિને સાદું રૂપ આપતી વખતે કરવી પડતી ક્રિયાઓ જેમકે સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર વગેરે સંમેય સંખ્યાઓ પર થતી ક્રિયાઓ પ્રમાણે જ કરવામાં આવે છે. બૈજિક રાશિઓનો ભાગાકાર કરતી વખતે 'છેદ' અથવા 'ભાજક' શૂન્ય હોઈ શકે નહીં, તે ધ્યાનમાં લ્યો.

ઉદા. (1) સાદું રૂપ આપો. $\frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12} \times \frac{a-4}{a^2-4}$

ઉકેલ : $\frac{a^2+5a+6}{a^2-a-12} \times \frac{a-4}{a^2-4}$

$= \frac{(a+3)(a+2)}{(a-4)(a+3)} \times \frac{(a-4)}{(a+2)(a-2)}$

$= \frac{1}{a-2}$

ઉદા. (2) $\frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16} \times \frac{14x-8}{x+2}$

ઉકેલ : $\frac{7x^2+18x+8}{49x^2-16} \times \frac{14x-8}{x+2}$

$= \frac{(7x+4)(x+2)}{(7x+4)(7x-4)} \times \frac{2(7x-4)}{(x+2)}$

$= 2$

ઉદા. (3) સાદું રૂપ આપો. $\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3}$

ઉકેલ : $\frac{x^2-9y^2}{x^3-27y^3} = \frac{(x+3y)(x-3y)}{(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)} \quad = \frac{x+3y}{x^2+3xy+9y^2}$

મહાવરાસંગ્રહ 6.4

1. સાદું રૂપ આપો.

(1) $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2} \times \frac{m^2+mn+n^2}{m^3-n^3}$ (2) $\frac{a^2+10a+21}{a^2+6a-7} \times \frac{a^2-1}{a+3}$ (3) $\frac{8x^3-27y^3}{4x^2-9y^2}$

(4) $\frac{x^2-5x-24}{(x+3)(x+8)} \times \frac{x^2-64}{(x-8)^2}$ (5) $\frac{3x^2-x-2}{x^2-7x+12} \div \frac{3x^2-7x-6}{x^2-4}$ (6) $\frac{4x^2-11x+6}{16x^2-9}$

(7) $\frac{a^3-27}{5a^2-16a+3} \div \frac{a^2+3a+9}{25a^2-1}$ (8) $\frac{1-2x+x^2}{1-x^3} \times \frac{1+x+x^2}{1+x}$

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 6.1

1. (1) $(x + 6)(x + 3)$ (2) $(x - 9)(x - 1)$ (3) $(y + 12)(y + 12)$

(4) $5(y + 2)(y - 1)$ (5) $(p - 7)(p + 5)$ (6) $(p + 4)(p - 11)$

(7) $(m - 15)(m - 8)$ (8) $(m - 20)(m - 5)$ (9) $(x + 3)(3x + 5)$

(10) $(x + 5)(2x - 9)$ (11) $2(5x - 4)(2x - 1)$ (12) $(11x - 3)(4x + 1)$

મહાવરાસંગ્રહ 6.2

1. (1) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$ (2) $(5p + q)(25p^2 - 5pq + q^2)$

(3) $(5k + 3m)(25k^2 - 15km + 9m^2)$ (4) $2(l + 6m)(l^2 - 6lm + 36m^2)$

(5) $3(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ (6) $\left(y+\frac{1}{2y}\right)\left(y^2-\frac{1}{2}+\frac{1}{4y^2}\right)$

(7) $\left(a+\frac{2}{a}\right)\left(a^2-2+\frac{4}{a^2}\right)$ (8) $\left(1+\frac{q}{5}\right)\left(1-\frac{q}{5}+\frac{q^2}{25}\right)$

મહાવરાસંગ્રહ 6.3

1. (1) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$ (2) $(x - 4y)(x^2 + 4xy + 16y^2)$

(3) $(3m - 6n)(9m^2 + 18mn + 36n^2)$ (4) $(5y - 1)(25y^2 + 5y + 1)$

(5) $\left(2p-\frac{3}{p}\right)\left(4p^2+6+\frac{9}{p^2}\right)$ (6) $(7a - 8b)(49a^2 + 56ab + 64b^2)$

(7) $(4x - 9y)(16x^2 + 36xy + 81y^2)$ (8) $16\left(a-\frac{2}{b}\right)\left(a^2+\frac{2a}{b}+\frac{4}{b^2}\right)$

2. (1) $6x^2y + 2y^3$ (2) $270a^2b + 250b^3$ (3) $3a^2b + 3ab^2$

(4) $-3p^2 - 3p - 1$ (5) $-108x^2y^2ab - 16a^3b^3$

મહાવરાસંગ્રહ 6.4

1. (1) $\frac{1}{m+n}$ (2) $a + 1$ (3) $\frac{4x^2+6xy+9y^2}{2x+3y}$

(4) 1 (5) $\frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x-3)^2(x-4)}$

(6) $\frac{x-2}{4x+3}$ (7) $5a + 1$ (8) $\frac{1-x}{1+x}$

DJK12T

7 ચલન

યાદ કરીએ.

એક ડઝન નોટબુકની કિંમત 240 રૂપિયા હોય તો 3 નોટબુકની કિંમત કેટલી ? 9 નોટબુકની કિંમત કેટલી? 24 નોટબુકની કિંમત કેટલી ? 50 નોટબુકની કિંમત કેટલી ? આ શોધવા માટે નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

નોટબુકની સંખ્યા (x)	12	3	9	24	50	1
કિંમત (રૂપિયામાં) (y)	240	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{20}$

ઉપરનાં કોઠામાં દરેક જોડીમાં નોટબુકની સંખ્યા (x) અને તેની કિંમત (y) નો ગુણોત્તર $\frac{1}{20}$ છે જે અચળ છે. નોટબુકની સંખ્યા અને તેની કિંમત સમપ્રમાણમાં છે. આવા ઉદાહરણોમાં બે માંથી એક સંખ્યા વધે તો બીજી તે જ પ્રમાણમાં વધે છે.

જાણી લઈએ.

સમચલન (Direct variation)

x અને y સમપ્રમાણમાં છે. આ જ વિધાન, x અને y સમચલનમાં છે અથવા x અને y વચ્ચે સમચલન છે એમ લખાય છે. તેમ જ આ વિધાન ચિહ્ન વાપરીને $x \propto y$ એમ લખાય છે.

[α (આલ્ફા) એ 'ચલન' દર્શાવવા માટે વાપરેલો ગ્રીક અક્ષર છે.]

$x \propto y$ એ સમીકરણના રૂપમાં $x = ky$ એમ લખાય છે. અહીં k અચળ પદ (સ્થિરાંક) છે.

$x = ky$ અથવા $\frac{x}{y} = k$ આ માંડણી એ સમચલનનું સમીકરણ છે. k એ ચલનનો અચળ (સ્થિરાંક) છે.

નીચેના વિધાનો ચલનનું ચિહ્ન વાપરીને કેવી રીતે લખ્યા છે, તે જુઓ.

(i) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ તેની ત્રિજ્યાના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = A, ત્રિજ્યા = r આ ચલ વાપરીને ઉપરોક્ત વિધાન $A \propto r^2$ એમ લખાય છે.

(ii) પ્રવાહીનું દબાણ (p) એ તે પ્રવાહીની ઊંડાઈ (d) સાથે સમચલનમાં હોય છે. આ વિધાન $p \propto d$ એમ લખાય છે.

સમચલનની ચિહ્નાંકિત માંડણી સમજવા માટે નીચેના ઉદાહરણોનો અભ્યાસ કરો.

ઉદા. **(1)** x એ y સાથે સમચલનમાં છે, $x = 5$ હોય ત્યારે $y = 30$, છે તો ચલનનો અચળાંક (સ્થિરાંક) શોધો. ચલનનું સમીકરણ લખો.

ઉકેલ : x એ y સાથે સમચલનમાં છે, એટલે $x \propto y$

$\therefore\ x = ky$ .... k એ ચલનનો અચળાંક છે.

$x = 5$ ત્યારે $y = 30$ આપ્યું છે.

$\therefore\ 5 = k \times 30\ \therefore\ k = \frac{1}{6}$ (ચલનનો અચળાંક)

આ પરથી $x = ky$ એટલે જ $x = \frac{y}{6}$ અથવા $y = 6x$ આ સમીકરણ મળે છે.

ઉદા. (2) શીંગદાણા (મગફળી) ની કિંમત તેના વજનના સમપ્રમાણમાં છે. 5 કિગ્રા. શીંગદાણાની કિંમત ₹ 450 છે, તો 1 ક્વિન્ટલ શીંગદાણાની કિંમત કેટલી ? (1 ક્વિન્ટલ = 100 કિગ્રા.)

ઉકેલ : શીંગદાણાની કિંમત ₹ x અને તેનું વજન y કિગ્રા ધારીએ.

x અને y વચ્ચે સમચલન છે. એટલે કે, જ્યારે $x \propto y$ ત્યારે $x = ky$

પરંતુ $x = 450$ હોય ત્યારે $y = 5$ તે આપેલું છે, તે પરથી k શોધીએ.

$x = ky$ $\quad\therefore\ 450 = 5k$ $\quad\therefore\ k = 90$ (ચલનનો અચળાંક)

ચલનનો સમીકરણ $x = 90y$.

$\therefore\ y = 100$ હોય ત્યારે $x = 90 \times 100 = 9000$

$\therefore$ 1 ક્વિન્ટલ શીંગદાણા (મગફળી) ની કિંમત રૂપિયા 9000 થશે.

મહાવરાસંગ્રહ 7.1

1. ચલનનું ચિહ્ન વાપરીને લખો.

(1) વર્તુળનો પરીઘ (c) તેની ત્રિજ્યા (r) ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

(2) મોટરમાં ભરેલું પેટ્રોલ (l) અને તેણે કાપેલું અંતર (d)સમચલનમાં હોય છે.

2. સફરજનની કિંમત અને સફરજનની સંખ્યા વચ્ચે સમચલન છે. તે પરથી નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

સફરજનની સંખ્યા (x)	1	4	. . .	12	. . .
સફરજનની કિંમત (y)	8	32	56	. . .	160

3. જો $m \propto n$ અને $m = 154$ ત્યારે $n = 7$, તો $n = 14$ હોય ત્યારે m ની કિંમત શોધો.

4. n એ m સાથે સમચલનમાં છે. તો નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

m	3	5	6.5	. . .	1.25
n	12	20	. . .	28	. . .

5. y એ x ના વર્ગમૂળના સમપ્રમાણમાં બદલે છે. જ્યારે $x = 16$ ત્યારે $y = 24$ તો, ચલનનો અચળાંક (સ્થિરાંક) અને ચલનનું સમીકરણ શોધો.

6. સોયાબીનનો પાક ઉતારવા માટે 4 મજૂરોને ₹ 1000 મજૂરી આપવી પડે છે. જો મજૂરીની રકમ અને મજૂરોની સંખ્યા સમચલનમાં હોય તો 17 મજૂરોને કેટલી મજૂરી આપવી પડે?

યાદ કરીએ.

કવાયત માટે વિદ્યાર્થીઓની હરોળ બનાવી છે. દરેક હરોળમાંના વિદ્યાર્થીની સંખ્યા અને હરોળની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે.

હરોળમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	40	10	24	12	$\boxed{8}$
હરોળની સંખ્યા	6	24	$\boxed{10}$	$\boxed{20}$	30

ઉપરના કોઠા પરથી દેખાય આવે છે કે, દરેક જોડીમાં હરોળમાંના વિદ્યાર્થીની સંખ્યા અને બનતી હરોળની સંખ્યાનો ગુણાકાર 240 છે. આ ગુણાકાર અચળ (સ્થિરાંક) તે પરથી દરેક હરોળમાંના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને હરોળની સંખ્યા વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે.

જ્યારે બે સંખ્યાઓ પૈકી એક સંખ્યા વધે તો બીજી તે જ પ્રમાણમાં ઘટે છે. ત્યારે તે બે સંખ્યા વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. દા.ત.એક સંખ્યા બમણી થાય તો બીજી અડધી થાય છે.

જાણી લઈએ.

વ્યસ્ત ચલન (Inverse variation)

x અને y આ સંખ્યાઓ વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે. એ જ વિધાન x અને y વ્યસ્ત ચલનમાં છે એમ લખાય છે. x અને y વ્યસ્ત ચલનમાં હોય ત્યારે $x \times y$ એ સ્થિરપદ કે અચળ હોય છે. તેને જ k માનીને ઉદાહરણ ઉકેલવા સહેલાં પડે છે.

x અને y વ્યસ્ત ચલનમાં છે તે $x \propto \frac{1}{y}$ એમ લખાય છે.

$x \propto \frac{1}{y}$ એટલે જ $x = \frac{k}{y}$ અથવા $x \times y = \text{k}$ આ માંડણી વ્યસ્ત ચલનનું સમીકરણ દર્શાવે છે અને k એ ચલનનો અચળાંક છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. **(1)** જો a અને b વ્યસ્ત ચલનમાં છે તો નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

a	6	12	15	. . .
b	20	. . .	. . .	4
$a \times b$	120	120	. . .	. . .

ઉકેલ : (i) $a \propto \frac{1}{b}$ એટલે કે, $a \times b = \text{k}$ .... k એ ચલનનો અચળાંક છે.

$a = 6$ ત્યારે $b = 20$ $\therefore \text{k} = 6 \times 20 = 120$

(ii) $a = 12$ ત્યારે $b = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore 12 \times b = 120$

$\therefore \quad b = 10$

(iii) $a = 15$ ત્યારે $b = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore 15 \times b = 120$

$\therefore \quad b = 8$

(iv) $b = 4$ ત્યારે $a = ?$

$a \times b = 120$

$\therefore a \times 4 = 120$

$\therefore \quad a = 30$

ઉદા. (2) $f \propto \frac{1}{d^2}$, $d = 5$ ત્યારે $f = 18$

તો (i) $d = 10$ હોય ત્યારે f ની કિંમત શોધો. (ii) $f = 50$ હોય ત્યારે d શોધો.

ઉકેલ : $f \propto \frac{1}{d^2}$ $\quad \therefore f \times d^2 = k$, $\quad d = 5$ ત્યારે $f = 18$ આ પરથી k શોધીએ.

$18 \times 5^2 = k$ $\quad \therefore k = 18 \times 25 = 450$ (ચલનનો અચળાંક)

(i) $d = 10$ તો $f = ?$

$f \times d^2 = 450$

$\therefore f \times 10^2 = 450$

$\therefore f \times 100 = 450$

$\therefore \quad f = 4.5$

(ii) $f = 50$, $d = ?$

$f \times d^2 = 450$

$\therefore 50 \times d^2 = 450$

$\therefore \quad d^2 = 9$

$\therefore \quad d = 3$ અથવા $d = -3$

મહાવરાસંગ્રહ 7.2

1 . એક કામ પૂર્ણ કરવા માટે લગાડેલાં મજૂરોની સંખ્યા અને કામ પૂર્ણ થવા માટે લાગતાં દિવસોની સંખ્યાની આ માહિતી નીચેના કોઠામાં આપી છે. તે પરથી કોઠો પૂર્ણ કરો.

મજૂરોની સંખ્યા	30	20		10	
દિવસો	6	9	12		36

2. નીચેના દરેક ઉદાહરણમાં ચલનનો અચળાંક શોધો અને તે પરથી ચલનનું સમીકરણ લખો.

(1) $p \propto \frac{1}{q}$; $p = 15$ ત્યારે $q = 4$ $\qquad$ (2) $z \propto \frac{1}{w}$; જ્યારે $z = 2.5$ ત્યારે $w = 24$

(3) $s \propto \frac{1}{t^2}$; જ્યારે $s = 4$ ત્યારે $t = 5$ $\qquad$ (4) $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$; જ્યારે $x = 15$ ત્યારે $y = 9$

3. વાડીમાંથી ઉતારેલા બધાં સફરજન પેટીમાં ભરવાના છે. દરેક પેટીમાં 24 સફરજન ભરીએ તો 27 પેટીઓ ભરાય છે. પણ જો દરેક પેટીમાં 36 સફરજન ભરીએ તો એવી કેટલી પેટીઓ ભરાશે ?

4. નીચેના વિધાનો ચલનનું ચિહ્ન વાપરીને લખો.

(1) ધ્વનિની તરંગ લંબાઈ (l) અને આવૃત્તિ (f) વચ્ચે વ્યસ્ત ચલન હોય છે.

(2) દિવાના પ્રકાશની તીવ્રતા(I) અને એ દિવો તથા પડદા વચ્ચેનું અંતર (d) ના વર્ગના વ્યસ્તપ્રમાણમાં હોય છે.

5. $x \; \alpha \; \frac{1}{\sqrt{y}}$ અને $x = 40$ ત્યારે $y = 16$, તો $x = 10$ હોય ત્યારે y કેટલાં ?

6. x અને y આ બે રાશીઓ વચ્ચે વ્યસ્ત ચલન છે. $x = 15$ ત્યારે $y = 10$ છે, $x = 20$ હોય ત્યારે $y =$ કેટલાં?

જાણી લઈએ.

કાળ, કામ, વેગ (Time, Work, Speed)

એકાદ બાંધકામ પુરૂં કરવા માટે નીમેલાં મજૂરોની સંખ્યા અને તેમને કામ કરવા માટે લાગતા સમય સંબંધી. ઉદાહરણો વ્યસ્ત ચલનના હોય છે. તેમજ વ્યસ્ત ચલનના કેટલાંક ઉદાહરણો વાહનનો વેગ અને ચોક્કસ અંતર કાપવા માટે લાગતાં સમય સંબંધી પણ હોય છે. આવા ઉદાહરણોને કાળ, કામ, વેગ સંબંધી ઉદાહરણો કહે છે.

ચલનનો ઉપયોગ કરીને આ પ્રકારના ઉદાહરણો કેવી રીતે ઉકેલવા તે જોઈએ.

ઉદા. (1) એક ખેતરમાં પાકેલી શીંગો ઉતારવાનું કામ 15 સ્ત્રીઓ 8 દિવસમાં પૂરૂં કરે છે. તો તે જ કામ 6 દિવસમાં પૂરૂં કરવા કેટલી સ્ત્રીઓ કામ પર હોવી જોઈએ ?

ઉકેલ : કામ પૂરૂ કરવા માટે લાગતાં દિવસો અને સ્ત્રીઓની સંખ્યા વચ્ચે વ્યસ્તચલન હોય છે. દિવસોની સંખ્યા d અને સ્ત્રીઓની સંખ્યા n ધારીએ.

$d \; \alpha \; \frac{1}{n}$ $\quad \therefore \; d \times n = \mathrm{k}$ $\quad$ (k અચળાંક છે.)

જ્યારે $n = 15$, ત્યારે $d = 8$ $\quad \therefore \; \mathrm{k} = d \times n = 15 \times 8 = 120$ (ચલનનો અચળાંક)

હવે $d = 6$ ત્યારે n કેટલાં ? તે શોધીએ.

$d \times n = 120$

$\therefore \; d \times n = 120$ $\quad \therefore \; 6 \times n = 120,$ $\quad \therefore \; n = 20$

$\therefore$ કામ 6 દિવસમાં પૂરૂં કરવા માટે 20 સ્ત્રીઓ કામ પર હોવી જોઈએ.

ઉદા. (2) એક વાહનનો સરાસરી વેગ 48 કિમી પ્રતિ કલાક હોય ત્યારે ચોક્કસ અંતર કાપવા માટે 6 કલાક લાગે છે. જો તે વાહનનો વેગ કલાકે 72 કિમી હોય તો તેટલું જ અંતર કાપવા માટે કેટલો સમય લાગશે ?

ઉકેલ : ધારો કે વાહનનો વેગ પ્રતિ કલાકે s કિમી અને લાગતો સમય t કલાક. વેગ અને સમય વચ્ચે વ્યસ્ત ચલન હોય છે.

$s \propto \frac{1}{t}$ $\therefore s \times t = k$ (k અચળાંક છે.)

$k = s \times t = 48 \times 6 = 288$ (ચલનનો અચળાંક) હવે $s = 72$ ત્યારે t તે શોધીએ.

$s \times t = 288$ $\therefore 72 \times t = 288$ $\therefore t = \frac{288}{72} = 4$

$\therefore$ વેગ કલાકે 72 કિમી થાય ત્યારે તેટલું જ અંતર કાપવા માટે 4 કલાક લાગશે.

મહાવરાસંગ્રહ 7.3

1. નીચેનાં પૈકી ક્યા વિધાનો વ્યસ્ત ચલન દર્શાવે છે ?

   (1) મજૂરોની સંખ્યા અને તેમને કામ પુરૂં કરવા માટે લાગતો સમય.

   (2) હોજ ભરવા માટેના એક સરખા નળની સંખ્યા અને તેના વડે અને હોજ ભરવા માટે લાગતો સમય.

   (3) વાહનમાં ભરેલું પેટ્રોલ અને તેની કિંમત.

   (4) વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ અને તેની ત્રિજ્યા.

2. જો 15 મજૂરોને એક ભીંત બાંધવા માટે 48 કલાક લાગે છે. તો 30 કલાકમાં કામ પૂરૂં કરવા માટે કેટલા મજૂરો જોઈશે ?

3. થેલીમાં દૂધ ભરવાના યંત્રદ્વારા દર 3 મિનિટમાં અર્ધા લિટરની 120 થેલીઓ ભરાય છે. તો 1800 થેલીઓ ભરવા માટે કેટલો સમય લાગશે ?

4. એક મોટરની ઝડપ દર કલાકે 60 કિમી/કલાક છે ત્યારે ચોક્કસ અંતર કાપવા 8 કલાક લાગે છે. જો તેટલું જ અંતર સાડાસાત કલાકમાં કાપવું હોય તો મોટરની ઝડપ કેટલી વધારવી પડશે ?

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 7.1 1. (1) $c \propto r$ (2) $l \propto d$ 2. x અનુક્રમે 7 અને 20, $y = 96$ 3. 308
4. $m = 7, n$ અનુક્રમે 26 અને 5 5. $k = 6$, $y = 6\sqrt{x}$ 6. ₹ 4250

મહાવરાસંગ્રહ 7.2 1. મજૂરોની સંખ્યા અનુક્રમે 15 અને 5, દિવસો = 18 2. (1) $k = 60$, $pq = 60$
(2) $k = 60$, $zw = 60$ (3) $k = 100$, $st^2 = 100$ (4) $k = 45$, $x\sqrt{y} = 45$
3. 18 પેટીઓ 4. (1) $l \propto \frac{1}{f}$ (2) $I \propto \frac{1}{d^2}$ 5. $y = 256$ 6. $y = 7.5$

મહાવરાસંગ્રહ 7.3 1. વ્યસ્ત ચલન (1), (2) 2. 24 મજૂર 3. 45 મિનિટ
4. 4 કિમી/કલાક

DJUE46

8 ચતુષ્કોણ રચના અને ચતુષ્કોણના પ્રકાર

યાદ કરીએ.

- આપેલાં માપ અનુસાર ત્રિકોણની રચના કરો.

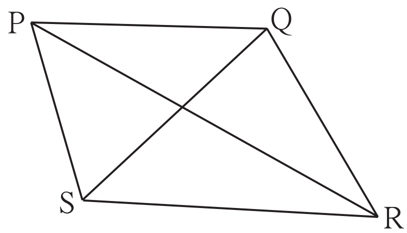
(1) Δ ABC : l (AB) = 5 સેમી, l (BC) = 5.5 સેમી, l (AC) = 6 સેમી

(2) Δ DEF : $\angle$ D = 35°, $\angle$ F = 100°, l (DF) = 4.8 સેમી

(3) Δ MNP : l (MP) = 6.2 સેમી, l (NP) = 4.5 સેમી, $\angle$ P = 75°

(4) Δ XYZ : $\angle$ Y = 90°, l (XY) = 4.2 સેમી, l (XZ) = 7 સેમી

- કોઈપણ ચતુષ્કોણને ચાર ખૂણા, ચાર બાજુ અને બે વિકર્ણો એમ કુલ 10 ઘટકો હોય છે.



જાણી લઈએ.

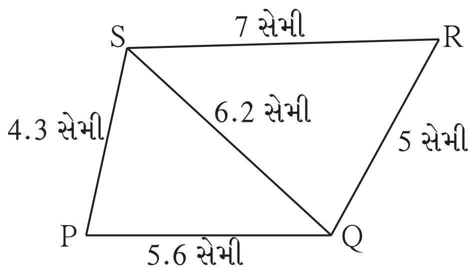
ચતુષ્કોણ રચના (Construction of a quadrilateral)

ચતુષ્કોણના દસ ઘટકો પૈકી વિશિષ્ટ પાંચ ઘટકોના માપ આપ્યાં હોય તો ચતુષ્કોણની રચના કરી શકાય છે. **આ રચનાનો આધાર ત્રિકોણ રચના જ છે.** તે નીચેના ઉદાહરણો પરથી સમજી લો.

(I) ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ અને એક વિકર્ણ આપ્યો હોય ત્યારે ચતુષ્કોણ રચના કરવી.

ઉદા. □ PQRS એવો દોરો કે, l(PQ) = 5.6 સેમી, l(QR) = 5 સેમી, l (PS) = 4.3 સેમી, l (RS) = 7 સેમી, l (QS) = 6.2 સેમી

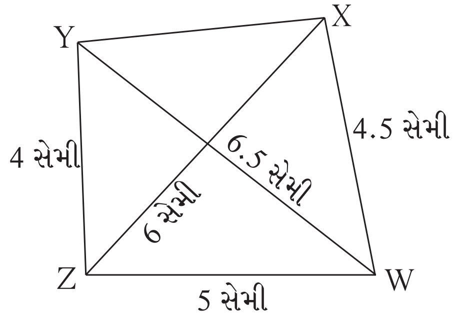
ઉકેલ : સૌ પ્રથમ કાચી આકૃતિ દોરીએ. તેમાં આપેલાં ઘટકોની માહિતી દર્શાવીએ. આકૃતિ પરથી સહજ દેખાય છે કે Δ SPQ અને Δ SRQ ની બધી બાજુઓની લંબાઈ આપેલી છે. તે પ્રમાણે Δ SPQ અને Δ SRQ દોરતાં, આપેલા માપનો □ PQRS મળશે. આ ચતુષ્કોણ રચના તમે પોતે કરો.



(II) ચતુષ્કોણની ત્રણ બાજુઓ અને બે વિકર્ણો આપ્યાં હોય ત્યારે ચતુષ્કોણ રચના કરવી.

ઉદા. □ WXYZ એવો દોરો કે, l (YZ) = 4 સેમી, l (ZX) = 6 સેમી, l (WX) = 4.5 સેમી, l (ZW) = 5 સેમી, l (YW) = 6.5 સેમી.

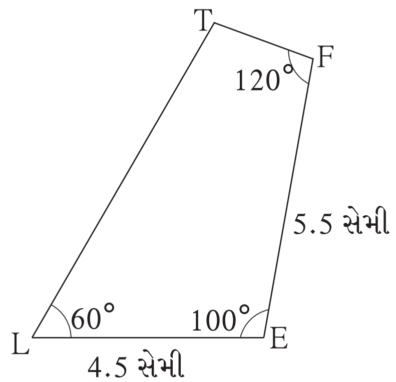
ઉકેલ : પ્રથમ કાચી આકૃતિ દોરીએ. તેમાં આપેલી માહિતી દર્શાવીએ. આકૃતિ પરથી દેખાય છે કે Δ WXZ અને Δ WZY ની બધી બાજુઓની લંબાઈ આપેલી છે. તે પ્રમાણે Δ WXZ અને Δ WZY દોરો પછી રેખ XY દોરો એટલે આપેલાં માપનો □ WXYZ મળશે. આ રચના કરીને જુઓ.



(III) ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બે બાજુએ અને કોઈપણ ત્રણ ખૂણાના માપ આપ્યાં હોય તેવા ચતુષ્કોણની રચના કરવી.

ઉદા. □ LEFT એવો દોરો કે, l (EL) = 4.5 સેમી, l (EF) = 5.5 સેમી, $\angle$ L = 60°, $\angle$ E = 100°, $\angle$ F = 120°

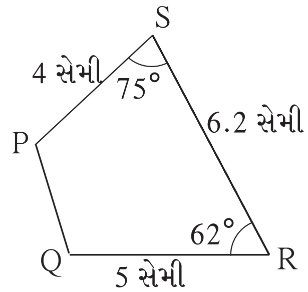
ઉકેલ : સૌ પ્રથમ કાચી આકૃતિ દોરી તેમાં આપેલી બધી માહિતી દર્શાવો. આકૃતિમાંની માહિતી પરથી ધ્યાનમાં આવશે કે 4.5 સેમી લંબાઈનો રેખ LE દોરો અને બિંદુ E પાસે 100° માપનો ખૂણો બનાવતો રેખ EF દોરો. તેથી ચતુષ્કોણમાં બિંદુ L, E અને F એમ ત્રણ બિંદુઓ મળશે. હવે બિંદુ L પાસે 60° માપનો ખૂણો અને બિંદુ F પાસે 120° માપના ખૂણો બનાવતાં બે કિરણો દોરો. તેમનું છેદન બિંદુ એ જ બિંદુ T હશે. આ ચતુષ્કોણ રચના જાતે કરો.



(IV) ચતુષ્કોણની ત્રણ બાજુએ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ખૂણા આપ્યા હોય ત્યારે ચતુષ્કોણની રચના કરવી.

ઉદા. □ PQRS એવો દોરો કે, l (QR) = 5 સેમી, l (RS) = 6.2 સેમી, l (SP) = 4 સેમી, $\angle$ R = 62°, $\angle$ S = 75°

ઉકેલ : સૌ પ્રથમ કાચી આકૃતિ દોરી તેમાં આપેલી બધી માહિતી દર્શાવો. તે પરથી તમારા ધ્યાનમાં આવશે કે, આપેલી લંબાઈનો રેખ QR દોરીને બિંદુ R પાસે 62° માપનો ખૂણો બનાવતો રેખ RS 6.2 સેમીનો દોરો.



આમ ચતુષ્કોણના Q, R અને S બિંદુઓ નિશ્ચિત થયા. હવે રેખ RS ના પાસે 75°નો ખૂણો બનાવતો. રેખ SP દોરો. જેના પર 4 સેમી અંતરે બિંદુ P મળશે. રેખ PQ દોરતાં આપેલાં માપનો □ PQRS તૈયાર થશે. આ ચતુષ્કોણની રચના તમે કરી શકશો.

મહાવરાસંગ્રહ 8.1

1. નીચે આપેલા માપ હોય તેવા ચતુષ્કોણોની રચના કરો.

(1) □ MORE માં $l(\text{MO}) = 5.8$ સેમી, $l(\text{OR}) = 4.4$ સેમી, $\angle M = 58°$, $\angle O = 105°$, $\angle R = 90°$.

(2) □ DEFG એવો દોરો કે, $l(\text{DE}) = 4.5$ સેમી, $l(\text{EF}) = 6.5$ સેમી, $l(\text{DG}) = 5.5$ સેમી, $l(\text{DF}) = 7.2$ સેમી, $l(\text{EG}) = 7.8$ સેમી.

(3) □ ABCD માં $l(\text{AB}) = 6.4$ સેમી, $l(\text{BC}) = 4.8$ સેમી, $\angle A = 70°$, $\angle B = 50°$, $\angle C = 140°$.

(4) □ LMNO દોરો $l(\text{LM}) = l(\text{LO}) = 6$ સેમી, $l(\text{ON}) = l(\text{NM}) = 4.5$ સેમી, $l(\text{OM}) = 7.5$ સેમી.

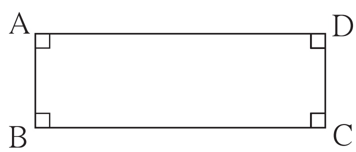
યાદ કરીએ.

ચતુષ્કોણની બાજુઓ અને ખૂણા પર જુદી જુદી શરતો લાદવાથી ચતુષ્કોણથી જુદા-જુદા પ્રકાર મળે છે. લંબચોરસ (કાટકોણ ચતુષ્કોણ) અને ચોરસ આ બે પ્રકાર તમે જાણો છો. ચતુષ્કોણના આ બે પ્રકાર ઉપરાંત બીજા પ્રકારોનો અભ્યાસ કૃતિ દ્વારા કરીએ.

લંબચોરસ (Rectangle)

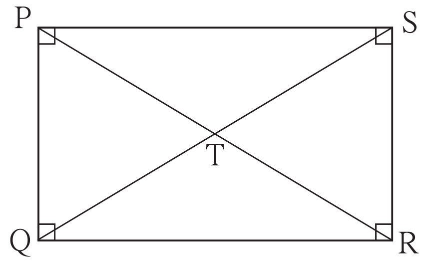
જે ચતુષ્કોણના ચારેય ખૂણા કાટકોણ હોય તેને લંબચોરસ કહે છે.

ચતુષ્કોણ દોરવા માટે પાંચ ઘટકોમાં પાસપાસેની બે બાજુઓ તો આપેલી હોય જ છે. આમ સંલગ્ન બે બાજુઓ અને ત્રણ ખૂણા ખબર હોય તો તમે ચતુષ્કોણ રચના કરી શકો છો.



વ્યાખ્યા પ્રમાણે લંબચોરસના બધા ખૂણા કાટકોણ હોય છે. એટલે ફક્ત પાસપાસેની બે બાજુઓ ખબર હોય તો તમે તે માપનો લંબચોરસ દોરી શકશો.

કૃતિ I : તમારી સગવડ મુજબ યોગ્ય માપની પાસપાસેની બાજુઓ લઈ એક લંબચોરસ PQRS દોરો. તેના વિકર્ણમાં છેદનબિંદુને T નામ આપો. વિભાજક અને પટ્ટીની મદદથી...



(1) બાજુ QR અને બાજુ PS આ સામસામેની બાજુઓની (સમ્મુખ બાજુઓની) લંબાઈ માપો.

(2) બાજુ PQ અને બાજુ SR ની લંબાઈ માપો.

(3) વિકર્ણ PR અને વિકર્ણ QS ની લંબાઈ માપો.

(4) વિકર્ણ PR ના રેખ PT અને રેખ TR ની લંબાઈ માપો.

(5) રેખ QT અને રેખ TS એ વિકર્ણ QS ના ભાગની લંબાઈ માપો.

તમને મળેલાં માપ નોંધો. નિરીક્ષણ કરો અને વર્ગમાંના અન્ય વિદ્યાર્થીઓએ આ પ્રમાણે નોંધેલાં માપ પરસ્પર બતાવી ચર્ચા કરો. ચર્ચાના અંતે નીચેના ગુણધર્મો તમારા ધ્યાનમાં આવશે.

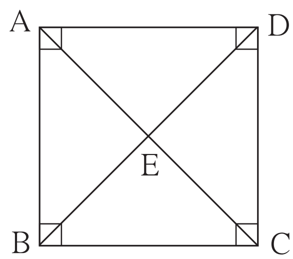
- લંબચોરસની સામસામેની બાજુઓ પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.
- લંબચોરસના વિકર્ણો એકરૂપ હોય છે.
- લંબચોરસ વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.

ચોરસ (Square)

જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુઓ એકરૂપ હોય અને બધાં ખૂણાઓ કાટકોણ હોય તેવા ચતુષ્કોણને ચોરસ કહે છે.

કૃતિ II : બાજુની યોગ્ય લંબાઈ લઈને ચોરસ ABCD દોરો તેના વિકર્ણોના છેદન બિંદુને E નામ આપો. ભૂમિતિના સાધનો વાપરીને...

(1) વિકર્ણ AC અને વિકર્ણ BD ની લંબાઈ માપો.



(2) બિંદુ E ને લીધે થયેલાં દરેક વિકર્ણના બન્ને ભાગની લંબાઈ માપો.

(3) બિંદુ E પાસે બનેલાં બધાં ખૂણા માપો.

(4) ચોરસના દરેક ખૂણાના વિકર્ણોને લીધે થયેલાં ભાગ માપો. (જેમ કે $\angle ADB$ અને $\angle CDB$).

તમને અને તમારા વર્ગમાંના અન્યોને મળેલાં માપનું નિરીક્ષણ કરો, ચર્ચા કરો.

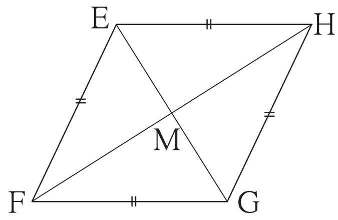
તમને ચોરસના નીચે પ્રમાણે ગુણધર્મ મળશે.

- ચોરસના વિકર્ણો સમાન લંબાઈના એટલે કે એકરૂપ હોય છે.
- ચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.
- ચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર કાટકોણમાં છેદે છે.
- ચોરસના વિકર્ણો સામસામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

સમભુજ ચતુષ્કોણ (Rhombus)

જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુઓ સરખી લંબાઈની (એકરૂપ) તેને સમભુજ ચતુષ્કોણ કહે છે.

કૃતિ III : બાજુની યોગ્ય લંબાઈ અને ખૂણાનું યોગ્ય માપ લઈને EFGH સમભુજ ચતુષ્કોણ દોરો. તેના વિકર્ણો દોરો અને તેનાં છેદનબિંદુને M નામ આપો.



(1) ચતુષ્કોણનાં સંમુખકોણો (સામસામેના ખૂણા) તેમજ બિંદુ M પાસે બનતાં ખૂણા માપો.

(2) ચતુષ્કોણના પ્રત્યેક ખૂણાના વિકર્ણને લીધે થતાં બન્ને ભાગ માપો.

(3) બન્ને વિકર્ણોની લંબાઈ માપો. બિંદુ M ને લીધે થયેલાં વિકર્ણોના ભાગ માપો.

બાજુ અને ખૂણાનાં માપ પરથી સમભુજ ચતુષ્કોણનાં નીચેના ગુણધર્મો મળી આવે છે.

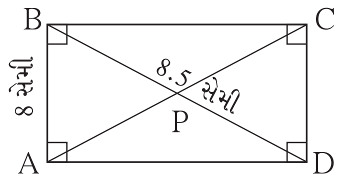
- સંમુખકોણો એકરૂપ હોય છે.
- સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો સંમુખકોણોને દુભાગે છે.
- સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે.

વર્ગમાંના ઈતર વિદ્યાર્થીઓને પણ આ જ ગુણધર્મો મળી આવે છે તે જોઈ શકશો.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) લંબચોરસ ABCD ના વિકર્ણોનું છેદનબિંદુ P છે. (i) $l(AB) = 8$ સેમી તો $l(DC) =$ કેટલા ?, (i) $l(BP) = 8.5$ સેમી તો $l(BD)$ અને $l(BC)$ શોધો.

ઉકેલ : એક કાચી આકૃતિ દોરીને તેમાં માહિતી દર્શાવીએ.



(i) લંબચોરસની સંમુખભુજાઓ એકરૂપ હોય છે.

$\therefore\ l(DC) = l(AB) = 8$ સેમી

(ii) લંબચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.

$\therefore\ l(BD) = 2 \times l(BP) = 2 \times 8.5 = 17$ સેમી

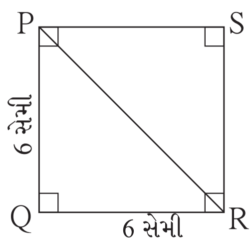
Δ BCD કાટકોણ ત્રિકોણ છે. તેથી પાયથાગોરસ પ્રમેયનુસાર,

$l(BC)^2 = l(BD)^2 - l(CD)^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$

$$\therefore\ l(BC) = \sqrt{225} = 15 \text{ સેમી}$$

ઉદા. (2) બાજુ 6 સેમી બાજુવાળા ચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે □ PQRS એ 6 સેમી બાજુવાળો ચોરસ છે. રેખ PR વિકર્ણ છે.



Δ PQR માં, પાયથાગોરસના પ્રમેયનુસાર, $l(PR)^2 = l(PQ)^2 + l(QR)^2$

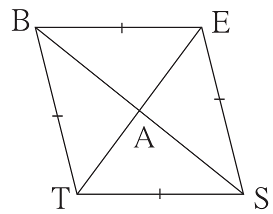
$= (6)^2 + (6)^2 = 36 + 36 = 72$

$\therefore\ l(PR) = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ $\therefore$ વિકર્ણની લંબાઈ $6\sqrt{2}$ સેમી છે.

ઉદા. (3) $\square$ BEST એ સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર બિંદુ A માં છેદે છે.

(i) જો $\angle BTS = 110°$, તો $\angle TBS$ શોધો.

(ii) જો $l(TE) = 24$, $l(BS) = 70$, તો $l(TS)=$ કેટલા ?



ઉકેલ : $\square$ BEST ની કાચી આકૃતિ દોરી વિકર્ણોનું છેદનબિંદુ A દર્શાવીએ.

(i) સમભુજ ચતુષ્કોણના સંમુખકોણો એકરૂપ હોય છે.

$\therefore\ \angle BES = \angle BTS = 110°$

હવે, $\angle BTS + \angle BES + \angle TBE + \angle TSE = 360°$

$\therefore 110° + 110° + \angle TBE + \angle TSE = 360°$

$\therefore\ \angle TBE + \angle TSE = 360° - 220° = 140°$

$\therefore\ 2\angle TBE = 140°$...... $\because$ સમભુજ ચતુષ્કોણના સંમુખકોણો એકરૂપ હોય છે.

$\therefore\ \angle TBE = 70°$

$\therefore\ \angle TBS = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ ... $\because$ સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો સમ્મુખકોણોને દુભાગે છે.

(ii) સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણો દુભાગે છે.

$\therefore\ \Delta$ TAS માં, $\angle TAS = 90°$

$l(TA) = \frac{1}{2}\ l(TE) = \frac{1}{2} \times 24 = 12$, $l(AS) = \frac{1}{2}\ l(BS) = \frac{1}{2} \times 70 = 35$

પાયથાગોરસના પ્રમેયનુસાર,

$l(TS)^2 = l(TA)^2 + l(AS)^2 = (12)^2 + (35)^2 = 144 + 1225 = 1369$

$\therefore\ l(TS) = \sqrt{1369} = 37$

મહાવરાસંગ્રહ 8.2

1. $l(AB) = 6.0$ સેમી અને $l(BC) = 4.5$ સેમી હોય તેવો લંબચોરસ ABCD દોરો.
2. બાજુ 5.2 સેમી હોય તેવો ચોરસ WXYZ દોરો..
3. બાજુ 4 સેમી અને $\angle K = 75°$ હોય તેવો સમભુજ $\square$ KLMN દોરો.
4. એક લંબચોરસનો વિકર્ણ 26 સેમી છે અને એક બાજુ 24 સેમી છે તો તેની બીજી બાજુ શોધો.

5. સમભુજ □ABCD નાં વિકર્ણની લંબાઈ 16 સેમી અને 12 સેમી છે. તો તે સમભુજ ચતુષ્કોણની બાજુ અને પરિમિતિ શોધો.

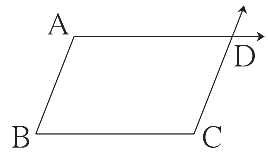
6. બાજુ 8 સેમીવાળા ચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

7. એક સમભુજ ચતુષ્કોણના એક ખૂણાનું માપ 50° છે, તો તેના બાકીના ખૂણાનાં માપ શોધો.

સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ (Parallelogram)

ચતુષ્કોણના આ પ્રકારના નામ પરથી જ તેની વ્યાખ્યા તમે સહેલાઈથી કહી શકશો.

જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ (સંમુખભુજાઓ) બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર હોય તેને સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ કહે છે.

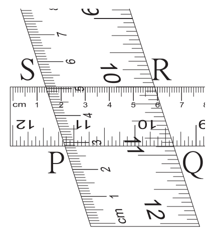


સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ કેવી રીતે દોરી શકાશે ?

બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે રેખ AB અને રેખ BC એ પરસ્પર કોઈપણ માપનો ખૂણો કરતાં રેખાખંડ દોરો.

'રેખાની બહાર આવેલાં બિંદુમાંથી તે રેખાને સમાંતર રેખા દોરવાની' રચના તમે કરી છે. તેનો ઉપયોગ કરીને બિંદુ C માંથી રેખ AB ને સમાંતર રેખા દોરો. તેમજ બિંદુ A માંથી રેખ BC ને સમાંતર રેખા દોરો. તેમના છેદન બિંદુને D નામ આપો. આમ □ABCD સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ થશે. ધ્યાનમાં લો કે, સમાંતર રેખાની છેદિકા વડે બનતાં અંતઃકોણો પરસ્પર પૂરક હોય છે. તેથી આકૃતિમાં, $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle B + \angle C = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$ અને $\angle D + \angle A = 180°$ એટલે કે, સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનો ખૂણાનો ગુણધર્મ આ પ્રમાણે છે. • સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના (સંલગ્ન) ખૂણાઓ પરસ્પર પૂરક હોય છે.

આ પ્રકારે બીજાં ગુણધર્મો જાણવા માટે □ PQRS એ કોઈપણ એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ આપેલી કૃતિ પ્રમાણે દોરો. ઓછી વતી પહોળાઈની બે માપપટ્ટીઓ લો. તે પૈકી એક માપપટ્ટી કાગળ પર મૂકી તેની ધારે ધારે પેન્સિલથી લીટી દોરો બીજી એક માપપટ્ટી લઈ તેના પર થોડી ત્રાંસી મૂકી તેની કિનારે પેન્સિલથી લીટી દોરો. તેથી સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ મળશે. તેના વિકર્ણો દોરી, છેદનબિંદુને T નામ આપો.



(1) આ ચતુષ્કોણનાં સંમુખ કોણો માપીને લખો. (2) સંમુખ બાજુઓની જોડીઓની લંબાઈ માપીને લખો. (3) વિકર્ણોની લંબાઈ માપીને લખો. (4) બિંદુ T ને લીધે થયેલાં વિકર્ણોનાં દરેક ભાગની લંબાઈ માપીને લખો.

આ માપનથી તમને સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના નીચેના ગુણધર્મો મળશે.

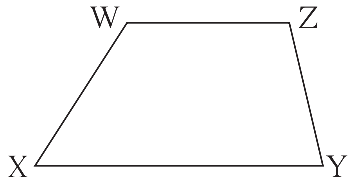
- સંમુખકોણોના માપ સમાન હોય છે. એટલે કે સંમુખકોણો એકરૂપ હોય છે.
- સંમુખબાજુઓ સમાન લંબાઈની એટલે કે એકરૂપ હોય છે. • વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.

આ રીતે જુદા જુદાં સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ દોરીને આ ગુણધર્મો ચકાસી જુઓ.

સમલંબ ચતુષ્કોણ (Trapezium)

જે ચતુષ્કોણમાં સંમુખ બાજુઓની એક જ જોડ સમાંતર હોય, તેને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે.

આકૃતિમાંના □ WXYZ માં રેખ WZ અને રેખ XY એ સંમુખ ભુજાઓની એક જોડ સમાંતર છે. વ્યાખ્યાનુસાર, □ WXYZ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.



સમાંતર રેખાની છેદિકાથી બનતાં અંત:કોણોના ગુણધર્મ પ્રમાણે,

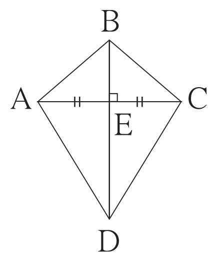
$\angle W + \angle X = 180^\circ$ અને $\angle Y + \angle Z = 180^\circ$

સમલંબ ચતુષ્કોણમાં પાસપાસેના ખૂણાઓની ચાર જોડ પૈકી બે જોડ પરસ્પર પૂરક હોય છે.

પતંગ (Kite)

આકૃતિમાં આપેલ □ ABCD જુઓ. આ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ BD એ, વિકર્ણ AC નો લંબદુભાજક છે.

જેનો એક વિકર્ણ, બીજા વિકર્ણનો લંબદુભાજક હોય તેવા ચતુષ્કોણને 'પતંગ' કહે છે.



આકૃતિમાં રેખ AB ≅ રેખ CB અને રેખ AD ≅ રેખ CD છે તે વિભાજકની મદદથી ચકાસી જુઓ.

તેમજ, $\angle BAD$ અને $\angle BCD$ માપો તે એકરૂપ છે તે તપાસી જુઓ.

તે પરથી પતંગમાં નીચેના બે ગુણધર્મો હોય છે.

- પાસપાસેની બાજુઓની બે જોડીઓ એકરૂપ હોય છે.
- સંમુખકોણોની એક જોડ એકરૂપ હોય છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના ખૂણાઓના માપ $(5x - 7)^\circ$ અને $(4x + 25)^\circ$ છે તો તેમના માપ શોધો.

ઉકેલ : સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના ખૂણા પૂરક હોય છે.

$\therefore (5x - 7) + (4x + 25) = 180$

$\therefore 9x + 18 = 180$

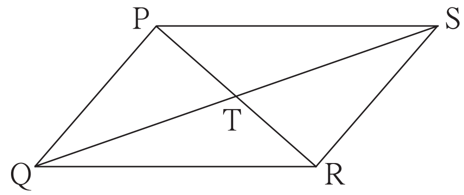
$\therefore 9x = 180 - 18 = 162$

$\therefore x = 18$

$\therefore$ એક ખૂણાનું માપ $= (5x - 7)^\circ = 5 \times 18 - 7 = 90 - 7 = 83^\circ$ અને

બીજા ખૂણાનું માપ $= (4x + 25)^\circ = 4 \times 18 + 25 = 72 + 25 = 97^\circ$

ઉદા. (2) બાજુની આકૃતિમાં □ PQRS સમાંતરભુજ છે. તેનાં વિકર્ણોનું છેદનબિંદુ T છે. તો આકૃતિના આધારે નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો.



(i) જો l(PS) = 5.4 સેમી, તો l(QR) = કેટલા ?

(ii) જો l(TS) = 3.5 સેમી, તો l(QS) = કેટલા ?

(iii) $\angle QRS = 118^\circ$, તો $\angle QPS$ = કેટલા ?

(iv) $\angle SRP = 72^\circ$ તો $\angle RPQ$ = કેટલા ?

ઉકેલ : સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ PQRS માં ,

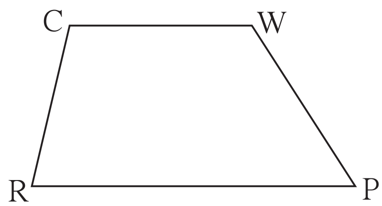
(i) $l(QR) = l(PS) = 5.4$ સેમી .... સંમુખબાજુઓ એકરૂપ

(ii) $l(QS) = 2 \times l(TS) = 2 \times 3.5 = 7$ સેમી .... વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.

(iii) $\angle QPS = \angle QRS = 118^\circ$ .... સંમુખકોણો એકરૂપ

(iv) $\angle RPQ = \angle SRP = 72^\circ$ .... વ્યુત્ક્રમકોણો એકરૂપ

ઉદા. (3) □ CWPR ના ક્રમિક ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 7:9:3:5 છે તો તેના ખૂણાના માપ શોધી, તે પરથી ચતુષ્કોણનો પ્રકાર ઓળખો.



ઉકેલ : ધારો કે, $\angle C : \angle W : \angle P : \angle R = 7:9:3:5$

$\therefore$ $\angle C$, $\angle W$, $\angle P$ અને $\angle R$ ના માપ અનુક્રમે $7x$, $9x$, $3x$, $5x$ ધારીએ.

$\therefore$ $7x + 9x + 3x + 5x = 360^\circ$

$\therefore$ $24x = 360^\circ$ $\therefore$ $x = 15$

$\therefore$ $\angle C = 7 \times 15 = 105^\circ$, $\angle W = 9 \times 15 = 135^\circ$

$\angle P = 3 \times 15 = 45^\circ$ અને $\angle R = 5 \times 15 = 75^\circ$

$\therefore$ $\angle C + \angle R = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ $\therefore$ બાજુ CW $\parallel$ બાજુ RP

$\angle C + \angle W = 105^\circ + 135^\circ = 240^\circ \neq 180^\circ$

$\therefore$ બાજુ CR એ બાજુ WP ને સમાંતર નથી.

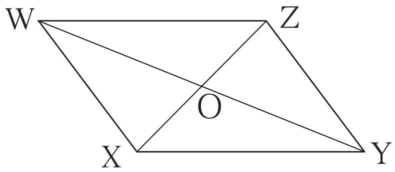
$\therefore$ □ CWPR માં સંમુખબાજુની એક જ જોડ સમાંતર છે.

$\therefore$ □ CWPR સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

મહાવરાસંગ્રહ 8.3

1. એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના સંમુખકોણોનાં માપ $(3x - 2)^\circ$ અને $(50 - x)^\circ$ છે. તો તેના દરેક ખૂણામાં માપ શોધો.

2. બાજુમાં સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિ પરથી નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો.



(1) જો l(WZ) = 4.5 સેમી તો l(XY) = ?

(2) જો l(YZ) = 8.2 સેમી તો l(XW) = ?

(3) જો l(OX) = 2.5 સેમી તો l(OZ) = ?

(4) જો l(WO) = 3.3 સેમી તો l(WY) = ?

(5) જો $\angle$ WZY = 120° તો $\angle$ WXY = ? અને $\angle$ XWZ = ?

3. ☐ ABCD સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ એવો દોરો કે, l(BC) = 7 સેમી, $\angle$ABC = 40°, l(AB) = 3 સેમી.

4. એક ચતુષ્કોણના ચાર ક્રમશઃ આવતાં ખૂણાના માપ 1:2:3:4 છે તો તે ક્યા પ્રકારનો ચતુષ્કોણ છે ? તે સકારણ લખો. તે ચતુષ્કોણના દરેક ખૂણાના માપ શોધો.

5. ☐ BARC એવો દોરો કે, l(BA) = l(BC) = 4.2 સેમી, l(AC) = 6.0 સેમી, l(AR) = l(CR) = 5.6 સેમી.

6*. ☐ PQRS એવો દોરો કે, l(PQ) = 3.5 સેમી, l(QR) = 5.6 સેમી, l(RS) = 3.5 સેમી, $\angle$ Q = 110°, $\angle$ R = 70°.

☐ PQRS સમાંતરભુજ છે એમ આપેલું હોય તો ઉપરના પૈકી કઈ માહિતી આપવી જરૂરી નથી તે લખો.

ૡૡૡ

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 8.2

4. 10 સેમી 5. બાજુ10 સેમી અને પરિમિતિ 40 સેમી 6. $8\sqrt{2}$ સેમી 7. 130°, 50°, 130°

મહાવરાસંગ્રહ 8.3

1. 37°, 143°, 37°, 143°
2. (1) 4.5 સેમી (2) 8.2 સેમી (3) 2.5 સેમી (4) 6.6 સેમી (5) 120°, 60°
4. 36°, 72°, 108°, 144°, સમલંબ ચતુષ્કોણ.

DK4A5T

9 છૂટ અને કમિશન

યાદ કરીએ.

નીચેના ખાલી ચોકઠામાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

1. $\frac{12}{100}$ = સેંકડે $\boxed{}$ = $\boxed{}$% 2. સેંકડે 47 = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ 3. 86% = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

4. 300 ના સેંકડે 4 = 300 × $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$ 5. 1700 ના 15% = 1700 × $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = $\boxed{}$

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.

આ પ્રકારની જાહેરાતો તમે જોઈ હશે. સેલમાં અનેક વસ્તુઓની કિંમત પર છૂટ અથવા રિબેટ આપવામાં આવે છે. આપણે ત્યાં સામાન્ય રીતે જુલાઈ મહિનામાં ખાસ કરીને કપડાં પર સેલ શરૂ થાય છે. તેના કારણો શોધી ને ચર્ચા કરો.

જાણી લઈએ.

છૂટ (Discount)

શ્રી. સુરેશે જૂન અને જુલાઈ મહિનામાં કરેલું સાડીઓનું વેચાણ અને થયેલો નફો નીચેના કોઠામાં જુઓ :

મહિનો	સાડીની મૂળ કિંમત (રૂપિયા)	સાડીની વેચાણ કિંમત (રૂપિયા)	એક સાડી પર થયેલો નફો (રૂપિયા)	વેંચાયેલી સાડીઓની સંખ્યા	કુલ નફો (રૂપિયા)
જૂન	200	250	50	40	50 × 40 = 2000
જુલાઈ(સેલ)	200	230	30	100	30 × 100 = 3000

કોઠા પરથી તમારા ધ્યાનમાં આવશે કે જુલાઈ મહિનામાં સાડીઓ પર સેલ જાહેર કરીને દરેક સાડી પર 20 રૂપિયા છૂટ આપી છે. તેથી તેમનો એક સાડી પરનો નફો જૂન મહિના કરતાં જુલાઈ મહિનામાં ઓછો થયો હોવા છતાં જૂલાઇમાં વધુ સાડીઓનું વેચાણ થયું તેથી કુલ વેચાણ વધ્યું.

વેચાણ માટેની વસ્તુઓ પર તે વસ્તુની કિંમત છાપેલી હોય છે. તેને **'છાપેલી કિંમત'** (Marked Price) કહે છે. દુકાનદાર છાપેલી કિંમત પર છૂટ આપે છે.

વસ્તુ વેચતી વખતે, દુકાનદાર છાપેલી કિંમત કરતાં જેટલી રકમ ઓછી છે તે રકમને **'છૂટ'** કહે છે. છૂટ આપ્યા પછીની કિંમત (લે) એટલે વેચાણ કિંમત = છાપેલી કિંમત – છૂટ

સામાન્ય રીતે છૂટનો દર શતમાનમાં એટલે કે સેંકડે આપવામાં આવે છે.

'સેંકડે 20 છૂટ' નો અર્થ છે, વસ્તુની છાપેલી કિંમતના 20% ઓછી કિંમતે વસ્તુ વેંચવી.

એટલે જો વસ્તુની છાપેલી કિંમત 100 રૂપિયા હોય તો તેના પર 20 રૂપિયા છૂટ આપતાં તેની વેચાણ કિંમત 100 – 20 = 80 રૂપિયા થશે.

આવા વ્યવહારમાં x % છૂટ હોય તો $\dfrac{x}{100} = \dfrac{\text{વસ્તુની કિંમત પર છૂટ}}{\text{છાપેલી કિંમત}}$ આ સંબંધ હોય છે.

$\therefore$ વસ્તુની છાપેલી કિંમત પર મળતી છૂટ $= \dfrac{\text{છાપેલી કિંમત} \times x}{100}$

આ ધ્યાનમાં લઈએ :

આજકાલ દુકાનોમાં જઈને ખરીદી કરવા કરતાં પુસ્તકો, કપડાં, મોબાઈલ વગેરે વસ્તુઓની ખરીદી-વિક્રી, ઑનલાઈન કરી શકાય છે. જે કંપનીઓ 'ઑનલાઈન' વેંચાણ કરે છે. તેમનો દુકાન સજાવટ તથા અન્ય વ્યવસ્થાપકીય ખર્ચ ઓછો હોવાથી ઑનલાઈન ખરીદી પર તેઓ છૂટ આપે છે અને વસ્તુઓ ઘર પહોંચ આપે છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક પુસ્તકની છાપેલી કિંમત 360 રૂપિયા છે. દુકાનદારે તે પુસ્તક 360 રૂપિયામાં વેંચ્યુ તો તેણે સેંકડે છૂટ કેટલી આપી ?

ઉકેલ : છાપેલી કિંમત = ₹ 360, વેચાણ કિંમત= ₹ 306. $\therefore$ છૂટ = 360 – 306 = ₹ 54.

વસ્તુની છાપેલી કિંમત 360 રૂપિયા, ત્યારે છૂટ 54 રૂપિયા.

$\therefore$ વસ્તુની છાપેલી કિંમત 100 રૂપિયા ત્યારે છૂટ x માનીએ. $\dfrac{\text{છૂટ}}{\text{છાપેલી કિંમત}} = \dfrac{x}{100}$

$$\therefore \frac{54}{360} = \frac{x}{100} \qquad \therefore \quad x = \frac{54 \times 100}{360} = 15$$

$\therefore$ પુસ્તકની છાપેલી કિંમત પર સેંકડે 15 કે 15%છૂટ આપી.

ઉદા. (2) એક ખુરશીની છાપેલી કિંમત 1200 રૂપિયા છે. તેના પર 10% છૂટ મળે તો કુલ છૂટ કેટલી ? વસ્તુની વેચાણ કિંમત કેટલી ?

ઉકેલ :

રીત I

છાપેલી કિંમત = 1200 રૂપિયા. છૂટ = 10%

$\dfrac{\text{છૂટ}}{\text{છાપેલી કિંમત}}$ આ ગુણોત્તર શોધીએ.

ખુરશીની છાપેલી કિંમત પર x રૂપિયા છૂટ મળે છે તેમ ધારીએ.

$\therefore \quad \dfrac{x}{1200} = \dfrac{10}{100}$

$\therefore \quad x = \dfrac{10}{100} \times 1200$

$\therefore \quad x = 120$

$\therefore$ કુલ છૂટ = 120 રૂપિયા

વેચાણ કિંમત = છાપેલી કિંમત − છૂટ

= 1200 − 120

= 1080

$\therefore$ ખુરશીની વેચાણ કિંમત 1080 રૂપિયા.

રીત II

છાપેલી કિંમત પર 10% છૂટ એટલે જો છાપેલી કિંમત ₹ 100 તો વેચાણ કિંમત ₹ 90.

$\therefore$ છાપેલી કિંમત 1200 રૂપિયા તો

વેચાણ કિંમત x ધારતાં.

$\therefore \quad \dfrac{x}{1200} = \dfrac{90}{100}$

$\therefore \quad x = \dfrac{90}{100} \times \dfrac{1200}{1}$

$\therefore \quad x = 1080$

$\therefore$ ખુરશીની વેચાણ કિંમત 1080 રૂપિયા

$\therefore$ કુલ છૂટ = 1200 − 1080

= 120 રૂપિયા

ઉદા. (3) છાપેલી કિંમત પર 20% છૂટ આપીને એક સાડી 1120 રૂપિયામાં વેંચી. તો તે સાડીની છાપેલી કિંમત કેટલી હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે સાડીની છાપેલી કિંમત 100 રૂપિયા છે, તેના પર 20% છૂટ આપી. તેથી ગ્રાહકને તે સાડી 100 − 20 = 80 રૂપિયામાં વેંચી. એટલે કે, જ્યારે વેચાણ કિંમત 80 રૂપિયા ત્યારે છાપેલી કિંમત 100 રૂપિયા તો વેચાણ કિંમત 1120 રૂપિયા હોય ત્યારે છાપેલી કિંમત x રૂપિયા માનીએ.

$\therefore \quad \dfrac{80}{100} = \dfrac{1120}{x}$

$\therefore \quad x = \dfrac{1120 \times 100}{80}$

$= 1400$

$\therefore$ સાડીની છાપેલી કિંમત 1400 રૂપિયા હતી.

ઉદા. **(4)** દુકાનદાર એક વસ્તુ કેટલા રૂપિયામાં વેંચવી તે નક્કી કરીને તેના પર 30% વધારીને તે કિંમત વસ્તુ પર છાપે છે. વસ્તુ વેંચતી વખતે ગ્રાહકને 20% છૂટ આપે છે. તો દુકાનદારને તેણે નક્કી કરેલી કિંમત કરતાં કેટલા ટકા વધુ કે ઓછી કિંમત મળે છે ? તે શોધો.

ઉકેલ : કિંમતમાં વધારો કરી વધુ નફો મેળવવાની ટકાવારી તેણે મનમાં ઠરાવેલી કિંમત પર આધારિત છે. તેથી ઠરાવેલી કિમત 100 રૂપિયા લેવાથી ઉકેલ સહેલો થશે. $\therefore$ ધારો કે ઠરાવેલી કિંમત 100 રૂપિયા.

તેના પર 30% વધારીને છાપે છે. $\therefore$ છાપેલી કિંમત = 130 રૂપિયા.

છૂટ = 130 ના 20% $= 130 \times \dfrac{20}{100} = 26$ રૂપિયા

$\therefore$ વેચાણ કિંમત $= 130 - 26 = 104$ રૂપિયા

$\therefore$ ઠરાવેલી કિંમત 100 છે. ત્યારે તેને 104 રૂપિયા મળ્યા.

એટલે કે, દુકાનદારને તેણે નક્કી કરેલી કિંમત કરતાં 4% વધુ કિંમત મળી.

ઉદા. **(5)** એક વસ્તુ પર દુકાનદાર ગ્રાહકને 8% છૂટ આપે છે. છતાં તેને 15% નફો થાય છે. જો તે વસ્તુની છાપેલી કિંમત 1750 રૂપિયા હોય તો તે વસ્તુ દુકાનદારે કેટલા રૂપિયામાં ખરીદી હશે ?

ઉકેલ : વસ્તુની છાપેલી કિંમત = 1750 રૂપિયા, સેંકડે છૂટ = 8

$\therefore$ છૂટ $= 1750 \times \dfrac{8}{100} = 140$ રૂપિયા

વસ્તુની વેચાણ કિંમત $= 1750 - 140 = 1610$ રૂપિયા

નફો 15% થયો એટલે વસ્તુની ખરીદ કિંમત 100 રૂપિયા તો વેચાણ કિંમત 115 રૂપિયા.

એટલે જ, વેચાણ કિંમત 115 રૂપિયા ત્યારે ખરીદ કિંમત 100 રૂપિયા.

અને વેચાણ કિંમત 1610 રૂપિયા ત્યારે ખરીદ કિંમત x રૂપિયા ધારતાં.

$\therefore \dfrac{x}{100} = \dfrac{1610}{115} \qquad \therefore \quad x = \dfrac{1610 \times 100}{115} = 1400$

$\therefore$ વસ્તુની ખરીદ કિંમત = 1400 રૂપિયા.

આ મને સમજાયું.

- વેચાણ કિંમત = છાપેલી કિંમત − છૂટ
- છૂટ સેંકડે x હોય તો $\dfrac{x}{100} = \dfrac{\text{મળતી છૂટ}}{\text{છાપેલી કિંમત}}$

મહાવરાસંગ્રહ 9.1

1. જો છાપેલી કિંમત = ₹ 1700, વેચાણ કિંમત = ₹ 1540 તો છૂટ શોધો.
2. જો છાપેલી કિંમત = ₹ 990, છૂટ સેંકડે 10, તો વેચાણ કિંમત શોધો.
3. જો વેચાણ કિંમત = ₹ 900, છૂટ સેંકડે 20, તો છાપેલી કિંમત કેટલી ?
4. એક પંખાની છાપેલી કિંમત 3000 રૂપિયા છે. દુકાનદારે ઉત્સવ નિમિત્તે 12% છૂટ આપી તો આપેલી છૂટ અને પંખાની વેચાણ કિંમત શોધો.
5. 2300 રૂપિયા છાપેલી કિંમતનું મિક્સર ગ્રાહકને 1955 રૂપિયામાં મળે છે તો ગ્રાહકને મળેલી સેંકડે છૂટ શોધો.
6. દુકાનદાર એક ટીવી પર સેંકડે 11 છૂટ આપે છે તેથી ગ્રાહકને તે ટીવી 22,250 રૂપિયામાં મળે છે. તો ટીવીની છાપેલી કિંમત શોધો.
7. છાપેલી કિંમત પર 10% છૂટ હોય ત્યારે ગ્રાહકને કુલ છૂટ 17 રૂપિયા મળે છે. તો ગ્રાહકને તે વસ્તુ કેટલા રૂપિયામાં પડી હશે ? તે શોધવા નીચેની કૃતિ ખાલી ચોકઠાં ભરીને પૂર્ણ કરો.

   કૃતિ : ધારો કે, વસ્તુની છાપેલી કિંમત 100 રૂપિયા છે.

   એટલે ગ્રાહકને તે વસ્તુ $\boxed{} - \boxed{} = 90$ રૂપિયામાં મળે છે.

   તેથી છૂટ $\boxed{}$ રૂપિયા ત્યારે વેચાણ કિંમત $\boxed{}$ રૂપિયા.

   તો છૂટ $\boxed{}$ રૂપિયા ત્યારે વેચાણ કિંમત x રૂપિયા ધારતાં.

   $\therefore \dfrac{x}{\boxed{}} = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $\qquad \therefore x = \dfrac{\boxed{} \times \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$

   $\therefore$ ગ્રાહકને તે વસ્તુ 153 રૂપિયામાં પડી હશે.

8. દુકાનદાર એક વસ્તુ એક વિશેષ કિંમતે વેંચવાનું નક્કી કરે છે અને નક્કી કરેલ કિંમત કરતાં 25% વધારીને છાપે છે. વસ્તુ વેંચતી વખતે 20% તો દુકાનદારને તેણે નક્કી કરેલ કિંમત અને વેંચાણ કિંમતમાં સેંકડે કેટલાનો ફરક પડ્યો ?

જાણી લઈએ.

કમિશન (Commission)

વસ્તુનું ઉત્પાદન કરતી કંપનીને પોતાના માલનું વેચાણ પોતે કરવું શક્ય ન હોય. ત્યારે તે કંપની કેટલીક

વ્યક્તિઓને પોતાનો માલ વેંચવાની જવાબદારી સોંપે છે. દા.ત.પુસ્તકો, કાપડ, સાબુ, વગેરે. આ સેવા આપવા માટે માટે તે વ્યક્તિને રોકડ રકમ રૂપે મહેનતાણું આપવામાં આવે છે. તેને કમિશન કહે છે અને આ કામ કરતી વ્યક્તિને ‘કમિશન એજન્ટ’ કહે છે. કમિશન સેંકડે આપવામાં આવે છે. તેના દર વસ્તુ પ્રમાણે જુદાં-જુદાં હોય છે.

જમીન (ભૂખંડ), ઘર, ઢોર-ઢાંખરના માલિકોને આ બધાનાં વેચાણ માટે સહેલાઈથી ગ્રાહક મળશે જ એવું નથી. તેથી વેચાણકારને અને ખરીદદારને સાથે લાવવાનું કામ જે વ્યક્તિ કરે છે. તેને મધ્યસ્થી અથવા દલાલ અથવા કમિશન એજન્ટ કહે છે.

અનાજ, શાકભાજી, ફળ-ફૂલ વગેરે ખેતીના માલનું વેચાણ જે વ્યક્તિ મારફતે થાય છે તેને ‘દલાલ’ અથવા ‘આડતિયા’ કહે છે. આ કામને માટે તેમને જે કમિશન મળે છે દલાલ, જેનો માલ વેંચે છે તેના તરફથી અથવા તો જે ખરીદી કરે છે તેના તરફથી અથવા બન્ને તરફથી મળે છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક દલાલ મારફત શ્રીમતીએ 2,50,000 રૂપિયાની કિંમતની જમીનનો ટુકડો (ભૂખંડ) સદાશિવને વેંચ્યો. દલાલે બન્ને પાસેથી 2% પ્રમાણે દલાલી લીધી, તો દલાલને કુલ કેટલી દલાલી મળી ?

ઉકેલ : ભૂખંડની કિંમત = 2,50,000

$\therefore$ દલાલી $= 250000 \times \frac{2}{100} = 5000$ રૂપિયા

દલાલી બન્ને જણા પાસેથી લીધી. $\therefore$ કુલ દલાલી $= 5000 + 5000 = 10000$ રૂપિયા

ઉદા. (2) સુખદેવે 10 ક્વિન્ટલ ઘઉં દલાલ મારફત પ્રતિ ક્વિન્ટલ 4050 રૂપિયાના દરે વેંચ્યા. દલાલને 1% દરે દલાલી આપી, તો ઘઉં વેંચીને સુખદેવને કેટલી રકમ મળી તે શોધો.

ઉકેલ : ઘઉંની વેંચાણ કિંમત $= 10 \times 4050 = 40500$ રૂપિયા, દલાલીનો દર 1% છે.

$\therefore$ આપેલી દલાલી $= 40500 \times \frac{1}{100} = 405$ રૂપિયા

$\therefore$ ઘઉં વેંચ્યા પછી મળેલી રકમ = ઘઉંની વેંચાણ કિંમત − દલાલી

$= 40500 - 405 = 40,095$ રૂપિયા

$\therefore$ ઘઉં વેંચીને સુખદેવને મળ્યા $= 40,095$ રૂપિયા.

રિબેટ (Rebate)

ખાદી ગ્રામોદ્યોગ ભંડાર, હાથસાળની દુકાનો, હસ્તકલા વસ્તુ વેચાણ કેન્દ્ર, મહિલા બચત ગટ વગેરે કેટલાંક વિશેષ પ્રસંગ નિમિત્તે ગ્રાહકને છૂટ આપે છે. દા.ત.ગાંધી જયંતિ નિમિત્તે ખાદીના કપડાં પર છૂટ આપવામાં આવે છે.

આ માટે દુકાનદાર છાપેલી કિંમત પર જેટલી રકમ ઓછી આપે છે. તેટલી રકમ તેને શાસન પાસેથી મળે, આ યોજના હેઠળ ગ્રાહકને મળતી છૂટને 'રિબેટ' કહે છે.

આવક વેરો ભરતી વ્યક્તિના આવક નિશ્ચિત મર્યાદા સુધી હોય તો તેને આવકવેરામાં છૂટ મળે છે. આ છૂટને પણ રિબેટ કહે છે. ટૂંકમાં રિબેટ પણ એક પ્રકારની છૂટ જ છે. તે વિશેષ શરતોનુસાર માન્યતા પ્રાપ્ત સંસ્થા અથવા શાસન તરફથી આપવામાં આવે છે.

ગણેલું ઉદાહરણ

ઉદા. હાથસાળ મંડળની એક દુકાનમાંથી નીચે પ્રમાણે વસ્તુઓ ખરીદી.

(i) 2 ચાદર, દરેકના 375 રૂપિયા, (ii) 2 શેતરંજીઓ, દરેકના 525 રૂપિયા

આ ખરીદી પર સેંકડે 15 રિબેટ મળ્યું તો રિબેટની કુલ રકમ કેટલી ? સુધીરે દુકાનદારને કેટલી રકમ આપી ?

ઉકેલ : 2 ચાદરની કિંમત $= 2 \times 375 =$ ₹ 750. 2 શેતરંજીઓની કિંમત $= 2 \times 525 =$ ₹ 1050.

ખરીદ કરેલી વસ્તુની કુલ કિંમત $= 750 + 1050 = 1800$ રૂપિયા.

ખરીદ કિંમત પર મળતું કુલ રિબેટ $= 1800 \times \frac{15}{100} = 270$ રૂપિયા.

$\therefore$ સુધીરે દુકાનદારને આપેલી રકમ $= 1800 - 270 = 1530$ રૂપિયા.

મહાવરાસંગ્રહ 9.2

1. જૉને એક પ્રકાશકના 4500 રૂપિયાની કિંમતના પુસ્તકો વેંચી આપ્યા. તે માટે તેને સેંકડે 15 કમિશન મળ્યું. તો જૉનને કુલ કેટલું કમિશન મળ્યું ? તે શોધવા માટે નીચેની કૃતિ પૂર્ણ કરો.

પુસ્તકની વેચાણ કિંમત $= \boxed{}$ કમિશનનો દર $= \boxed{}$

મળેલું કમિશન $= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times \boxed{}$ $\therefore$ કમિશન $= \boxed{}$ રૂપિયા

2. રફિકે સેંકડે 4 ના દરે દલાલી આપીને દલાલ મારફતે 15,000 રૂપિયાના ફૂલો વેંચ્યા, તો દલાલી શોધો. દલાલી આપ્યા પછી રફિકને મળેલી રકમ શોધો.

3. એક ખેડૂતે 9200 રૂપિયાની કિંમતનો માલ દલાલ મારફત વેંચ્યો. તેને 2% પ્રમાણે દલાલી આપવી પડી. તો દલાલને કેટલી રકમ મળી?

4. ખાદી ભંડારમાંથી ઉમાતાઈએ નીચેની વસ્તુઓ ખરીદી કરી.

(i) 3 સાડીઓ દરેકના 560 રૂપિયા. (ii) મધની 6 બાટલીઓ દરેકના 90 રૂપિયા.

આ ખરીદી પર સેંકડે 12 પ્રમાણે રિબેટ મળ્યું, તો ઉમાતાઈને આ વસ્તુઓ કેટલામાં પડી ?

5. આપેલી માહિતીના આધારે નીચેના ખાલી ચોકઠામાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

એક દલાલ મારફત શ્રીમતી દીપાંજલિએ 7,50,000 રૂપિયાની કિંમતનું એક ઘર શ્રીમતી લીલાબેન પાસેથી ખરીદ કર્યું. દલાલે બન્ને પાસેથી 2% પ્રમાણે દલાલી લીધી તો...

(1) શ્રીમતી દીપાંજલિએ ઘર ખરેદી માટે $\boxed{} \times \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$ રૂપિયા દલાલી આપી.

(2) શ્રીમતી લીલાબેને ઘરના વેચાણ માટે $\boxed{}$ રૂપિયા દલાલી આપી.

(3) આ વ્યવહારમાં દલાલને $\boxed{}$ રૂપિયા દલાલી મળી.

(4) શ્રીમતી દીપાંજલિને આ ઘર $\boxed{}$ રૂપિયામાં પડ્યું.

(5) શ્રીમતી લીલાબેનને ઘરના વેચાણ પછી $\boxed{}$ રૂપિયા મળ્યું.

ૹૹૹ

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 9.1

1. ₹ 160 2. ₹ 891 3. ₹ 1125 4. છૂટ ₹ 360, વેચાણ કિંમત ₹ 2,640
5. 15% 6. ₹ 25,000 8. 0 %.

મહાવરાસંગ્રહ 9.2

1. ₹ 675 2. દલાલી ₹ 600, રફિકને મળતી રકમ ₹ 14,400
3. ₹ 184 4. ₹ 1,953.60
5. (1) 15,000 (2) 15,000 (3) 30,000
(4) 7,35,000 (5) 7,65,000

DKD676

સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 1

1. નીચેના પ્રશ્નોનાં પર્યાયી ઉત્તરો આપ્યાં છે તે પૈકી યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરીને લખો.

(1) $\square$ PQRS માં $\angle P = \angle R = 108°$ અને $\angle Q = \angle S = 72°$ તો નીચેના પૈકી કઈ બાજુઓ સમાંતર છે ?

(A) બાજુ PQ અને બાજુ QR (B) બાજુ PQ અને બાજુ SR

(C) બાજુ SR અને બાજુ SP (D) બાજુ PS અને બાજુ PQ

(2) નીચેના વિધાનો વાંચો. તે પરથી તેની નીચેના પર્યાયોમાંથી યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરો.

(i) લંબચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર લંબદુભાજક હોય છે.

(ii) સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પરના લંબદુભાજક હોય છે.

(iii) સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પરના લંબદુભાજક હોય છે.

(iv) પતંગના વિકર્ણો પરસ્પરના દુભાજક હોય છે.

(A) વિધાન (ii) અને (iii) સત્ય છે. (B) ફક્ત વિધાન (ii) સત્ય છે.

(C) વિધાન (ii) અને (iv) સત્ય છે. (D) વિધાન (i), (iii), (iv) સત્ય છે.

(3) $19^3 = 6859$ તે પરથી $\sqrt[3]{0.006859}$ = કેટલાં ?

(A) 1.9 (B)19 (C) 0.019 (D)0.19

2. નીચેની સંખ્યાના ઘનમૂળ શોધો.

(1) 5832 (2) 4096

3. $m \alpha n$, જ્યારે $m = 25$ ત્યારે $n = 15$ તે પરથી

(1) $n = 87$ હોય ત્યારે m કેટલાં ? (2) $m = 155$ હોય ત્યારે n = ?

4. x અને y વચ્ચે વ્યસ્ત ચલન છે. જ્યારે $x = 12$ ત્યારે $y = 30$ હોય છે.

(1) જો $x = 15$ તો y = કેટલાં ? (2) જો $y = 18$ તો x = ?

5. એક રેખા l દોરો. તે રેખાથી 3.5 સેમી અંતરે એક સમાંતર રેખા દોરો.

6. $(256)^{\frac{5}{7}}$ આ સંખ્યા કઈ સંખ્યાના કેટલામા મૂળનો કેટલામો ઘાત છે તે લખો.

7. વિસ્તરણ કરો.

(1) $(5x-7)(5x-9)$ (2) $(2x-3y)^3$ (3) $(a + \frac{1}{2})^3$

8. એક ગુરૂકોણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બધી મધ્યગાઓ દોરીને તેનું ગુરૂત્વકેન્દ્ર દર્શાવો.

9. Δ ABC દોરો જેમાં l (BC) = 5.5 સેમી $\angle ABC = 90°$, l (AB) = 4 સેમી આ ત્રિકોણનું 'લંબકેન્દ્ર' દર્શાવો.

10. બસનો વેગ કલાકે 48 કિમી હોય ત્યારે એક ગામથી બીજે ગામ જવા માટે 5 કલાક લાગે છે. બસનો વેગ કલાકે 8 કિમી ઓછો કરીએ તો તેટલાં જ પ્રવાસ માટે કેટલાં કલાક લાગશે ? તે શોધો. ચલનનો પ્રકાર ઓળખી ઉદાહરણ ઉકેલો.

11. Δ ABC ની રેખ AD અને રેખ BE મધ્યગાઓ છે. G તેમનું ગુરૂત્વકેન્દ્ર (મધ્યગા સંપાતબિંદુ) છે. જો l(AG) = 5 સેમી તો l(GD) = કેટલાં અને જો l(GE) = 2 સેમી તો l(BE) = કેટલાં ?

12. નીચેની સંમેય સંખ્યાને દશાંશ રૂપે લખો.

(1) $\frac{8}{13}$ (2) $\frac{11}{7}$ (3) $\frac{5}{16}$ (4) $\frac{7}{9}$

13. અવયવ પાડો.

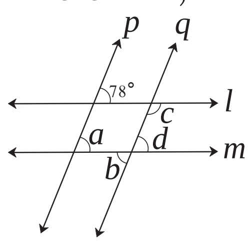
(1) $2y^2-11y+5$ (2) $x^2-2x-80$ (3) $3x^2-4x+1$

14. એક ટીવીની કિંમત 50,000 રૂપિયા છે. તે ટીવી. દુકાનદારે 15% છૂટ આપીને વેંચ્યું તો તે ગ્રાહકને કેટલામાં મળ્યુ હશે ?

15. રાજાભાઉએ પોતાનો ફ્લેટ દલાલ મારફત વસંતરાવને 88,00,000 રૂપિયામાં વેંચ્યો. દલાલ ને બન્ને પાસેથી 2% ના દરે દલાલી મળી, તો દલાલને કુલ કેટલા રૂપિયા દલાલી મળી ?

16. $\square$ ABCD સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ એવો દોરો કે, જેમાં l(DC) = 5.5 સેમી, $\angle D = 45°$, l(AD) = 4 સેમી.

17. આકૃતિમાં રેખા $l \parallel$ રેખા m તેમજ રેખા $p \parallel$ રેખા q છે, તો તે પરથી $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ ના માપ શોધો.



ઉત્તરસૂચિ

1. (i) B (ii) B (iii) D 2. (1)18 (2) 16 3. (1) 145 (2) 93

4. (1) 24 (2) 20 6. 256 ના સાતમા મૂળનો પાંચમો ઘાત

7. (1) $25x^2-80x+63$ (2) $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$ (3) $a^3+\frac{3a^2}{2}+\frac{3a}{4}+\frac{1}{8}$

10. વ્યસ્ત ચલન, 6 કલાક 11. l(GD) = 2.5 સેમી, l(BE)= 6 સેમી

12. (1) $0.\overline{615384}$ (2) $1.\overline{571428}$ (3) 0.3125 (4) $0.\dot{7}$

13. (1) $(y-5)(2y-1)$ (2) $(x-10)(x+8)$ (3) $(x-1)(3x-1)$

14. ₹42500 15. ₹ 352000 17. 78°, 78°, 102°, 78°

10 બહુપદીઓનો ભાગાકાર

યાદ કરીએ.

પહેલાંના ધોરણોમાં બૈજિક રાશિઓના સરવાળા, બાદબાકી અને ગુણાકારની ક્રિયા કેવી રીતે કરવી તે આપણે શીખ્યા છીએ.

નીચેનાં ઉદાહરણોમાં ખાલી ચોકઠાં ભરો.

(1) $2a + 3a = \boxed{}$ (2) $7b - 4b = \boxed{}$

(3) $3p \times p^2 = \boxed{}$ (4) $5m^2 \times 3m^2 = \boxed{}$

(5) $(2x + 5y) \times \dfrac{3}{x} = \boxed{}$ (6) $(3x^2 + 4y) \times (2x + 3y) = \boxed{}$

જાણી લઈએ.

બહુપદીનો પરિચય (Introduction to polynomial)

એક ચલવાળી બૈજિક રાશિમાં દરેક પદનો ઘાતાંક પૂર્ણ સંખ્યા હોય તો, તે રાશિ એક ચલવાળી બહુપદી હોય છે.

દા.ત., $x^2 + 2x + 3$; $3y^3 + 2y^2 + y + 5$ આ એક ચલવાળી બહુપદી છે.

બહુપદી એક વિશેષ બૈજિક રાશિ જ હોય છે. તેથી બહુપદીનાં સરવાળા, બાદબાકી અને ગુણાકાર બૈજિક રાશિ પ્રમાણે જ કરવામાં આવે છે.

દા.ત., (1) $(3x^2 - 2x) \times (4x^3 - 3x^2)$

$= 3x^2(4x^3 - 3x^2) - 2x(4x^3 - 3x^2)$

$= 12x^5 - 9x^4 - 8x^4 + 6x^3$

$= 12x^5 - 17x^4 + 6x^3$

(2) $(4x - 5) - (3x^2 - 7x + 8)$

$= 4x - 5 - 3x^2 + 7x - 8$

$= -3x^2 - 4x + 7x - 5 - 8$

$= -3x^2 + 11x - 13$

બહુપદીનો ઘાત (Degree of a polynomial)

નીચેના ઉદાહરણમાં આપેલી બહુપદીમાં ચલનો સૌથી મોટો ઘાતાંક ચોકઠામાં લખો.

ઉદા. (1) $3x^2 + 4x$ આ બહુપદીમાં ચલનો સૌથી મોટો ઘાતાંક $\boxed{2}$ છે.

ઉદા. (2) $7x^3 + 5x + 4x^5 + 2x^2$ આ બહુપદીમાં ચલનો સૌથી મોટો ઘાતાંક $\boxed{}$ છે.

આપેલી બહુપદીમાં ચલના સૌથી મોટાં ઘાતાંકને બહુપદીનો ઘાત કહે છે.

આ મને સમજાયું.

- એક ચલવાળી બૈજિક રાશિના દરેક પદમાંના ચલનો ઘાતાંક પૂર્ણ સંખ્યા હોય તો તે રાશિને બહુપદી કહે છે.
- બહુપદીમાં ચલનો સૌથી મોટો ઘાતાંક એટલે બહુપદીનો ઘાત.

જાણી લઈએ.

(I) એકપદીને એકપદી વડે ભાગવું (To divide a monomial by a monomial)

ઉદા. (1) $15p^3 \div 3p$ આ ભાગાકાર કરો.

ઉકેલ : ભાગાકાર એ ગુણાકારની ઉલટ ક્રિયા છે.

$\therefore$ $15p^3 \div 3p$ આ ભાગાકાર કરવા માટે, $3p$ આ એકપદીને કઈ એકપદી વડે ગુણતાં, ગુણાકાર $15p^3$ આવશે, આ વિચાર કરવો પડશે.

$3p \times 5p^2 = 15p^3 \quad \therefore \quad 15p^3 \div 3p = 5p^2$

આ ઉદાહરણની માંડણી બાજુમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કરી શકાય છે.

$$\begin{array}{r|l} & 5p^2 \\ \hline 3p\,) & 15p^3 \\ & -15p^3 \\ \hline & 0 \end{array}$$

ઉદા. (2) ભાગાકાર કરો અને ચોકઠામાં યોગ્ય પદ લખો.

(i) $(-36x^4) \div (-9x)$ (ii) $(5m^2) \div (-m)$ (iii) $(-20y^5) \div (2y^3)$

$$\begin{array}{r|l} & \boxed{} \\ \hline -9x\,) & -36x^4 \\ & \boxed{} \\ \hline & \boxed{} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \boxed{} \\ \hline -m\,) & 5m^2 \\ & \boxed{} \\ \hline & \boxed{} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & \boxed{} \\ \hline 2y^3\,) & -20y^5 \\ & \boxed{} \\ \hline & \boxed{} \end{array}$$

બહુપદીને એકપદી વડે ભાગવું (To divide a polynomial by a monomial)

નીચેના ઉદાહરણોનો અભ્યાસ કરો અને બહુપદીને એકપદી વડે ભાગવાની રીત સમજી લો.

ઉદા. (1) $(6x^3 + 8x^2) \div 2x$

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2 + 4x \\ \hline 2x\,) & 6x^3 + 8x^2 \\ & -6x^3 \\ \hline & 0 + 8x^2 \\ & \quad\; -8x^2 \\ \hline & \quad\quad 0 \end{array}$$

સ્પષ્ટીકરણ –

(i) $2x \times \boxed{3x^2} = 6x^3$

(ii) $2x \times \boxed{4x} = 8x^2$

$\therefore$ ભાગફળ $= 3x^2 + 4x$ અને શેષ $= 0$

ઉદા. **(2)** $(15y^4 + 10y^3 - 3y^2) \div 5y^2$

ઉકેલ :

$$
\begin{array}{r}
3y^2 + 2y - \frac{3}{5} \\
5y^2 \overline{\big)\, 15y^4 + 10y^3 - 3y^2} \\
\underline{-15y^4 \qquad\qquad\qquad\quad} \\
0 + 10y^3 - 3y^2 \\
\underline{-10y^3 \qquad} \\
0 - 3y^2 \\
\underline{\mp 3y^2} \\
0
\end{array}
$$

સ્પષ્ટીકરણ –

(i) $5y^2 \times \boxed{3y^2} = 15y^4$

(ii) $5y^2 \times \boxed{2y} = 10y^3$

(iii) $5y^2 \times \boxed{\frac{-3}{5}} = -3y^2$

$\therefore$ ભાગફળ $= 3y^2 + 2y - \frac{3}{5}$ અને શેષ $= 0$

ઉદા. **(3)** $(12p^3 - 6p^2 + 4p) \div 3p^2$

ઉકેલ :

$$
\begin{array}{r}
4p - 2 \\
3p^2 \overline{\big)\, 12p^3 - 6p^2 + 4p} \\
\underline{-12p^3 \qquad\qquad\quad} \\
0 - 6p^2 + 4p \\
\underline{\mp 6p^2 \qquad} \\
0 + 4p
\end{array}
$$

સ્પષ્ટીકરણ –

(i) $3p^2 \times \boxed{4p} = 12p^3$

(ii) $3p^2 \times \boxed{-2} = -6p^2$

$\therefore$ ભાગફળ $= 4p - 2$ અને શેષ $= 4p$

ઉદા. **(4)** $(5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6) \div x^2$

ઉકેલ :

$$
\begin{array}{r}
5x^2 - 3x + 4 \\
x^2 \overline{\big)\, 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6} \\
\underline{-5x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \\
0 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6 \\
\underline{\mp 3x^3 \qquad\qquad\qquad\quad} \\
0 + 4x^2 + 2x - 6 \\
\underline{-4x^2 \qquad\qquad} \\
0 + 2x - 6
\end{array}
$$

સ્પષ્ટીકરણ –

(i) $x^2 \times \boxed{5x^2} = 5x^4$

(ii) $x^2 \times \boxed{-3x} = -3x^3$

(iii) $x^2 \times \boxed{4} = 4x^2$

$\therefore$ ભાગફળ $= 5x^2 - 3x + 4$ અને શેષ $= 2x - 6$

બહુપદીનો ભાગાકાર ક્ર્યા પછી જ્યારે શૂન્ય આવે અથવા શેષમાં રહેતી બહુપદીનો ઘાત ભાજકમાંની બહુપદીના ઘાત કરતાં નાનો આવે ત્યારે ભાગાકારની ક્રિયા પૂર્ણ થાય છે.

ઉપરના ઉદા. (3) માં, શેષ $4p$ નો ઘાત $3p^2$ એ ભાજક બહુપદીના ઘાત કરતાં નાનો છે. તેમજ ઉદા. (4) માં શેષ $2x - 6$ નો ઘાત, ભાજક બહુપદી x^2 એ ભાજક બહુપદીના ઘાત કરતાં નાનો છે તે ધ્યાનમાં લો.

મહાવરાસંગ્રહ 10.1

1. ભાગાકાર કરો. ભાગફળ અને શેષ લખો.

(1) $21m^2 \div 7m$ (2) $40a^3 \div (-10a)$

(3) $(-48p^4) \div (-9p^2)$ (4) $40m^5 \div 30m^3$

(5) $(5x^3 - 3x^2) \div x^2$ (6) $(8p^3 - 4p^2) \div 2p^2$

(7) $(2y^3 + 4y^2 + 3) \div 2y^2$ (8) $(21x^4 - 14x^2 + 7x) \div 7x^3$

(9) $(6x^5 - 4x^4 + 8x^3 + 2x^2) \div 2x^2$ (10) $(25m^4 - 15m^3 + 10m + 8) \div 5m^3$

જાણી લઈએ.

બહુપદીને દ્વિપદી વડે ભાગવું (To divide a polynomial by a binomial)

બહુપદીને દ્વિપદી વડે ભાગવાની રીત, બહુપદીને એકપદી વડે ભાગવાની રીત પ્રમાણે જ હોય છે.

ઉદા. (1) $(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$

ઉકેલ :

$$\begin{array}{r|l} & x + 2 \\ \hline x + 2 & x^2 + 4x + 4 \\ & \underset{-}{x^2} \underset{-}{+} 2x \\ \hline & 0 + 2x + 4 \\ & \underset{-}{+} 2x \underset{-}{+} 4 \\ \hline & 0 \end{array}$$

સ્પષ્ટીકરણ –

(i) પ્રથમ ભાજ્યને અને ભાજકને ઘાતાંકના ઉતરતા ક્રમમાં લખવા.
ભાજકના પહેલાં પદને x વડે ગુણતાં ભાજ્યનું પહેલું પદ મળવું જોઇએ.
$\therefore$ ભાજકને x વડે ગુણો

(ii) $(x + 2) \times \boxed{2} = 2x + 4$

$\therefore$ ભાગફળ $= x + 2$ અને શેષ $= 0$

ઉદા. **(2)** $(y^4 + 24y - 10y^2) \div (y + 4)$

ઉકેલ : અહીં ભાજ્ય બહુપદીને ઘાત 4 છે. તેમાંના ઘાતાંક ઉતરતા ક્રમમાં નથી. તેમજ ઘાતાંક 3 હોય તેવું પદ નથી તે $0y^3$ માનીશું અને ભાજ્ય બહુપદીને ઘાતાંકના ઉતરતા ક્રમમાં લખીશું અને પછી ભાગાકાર કરીશું.

$$
\begin{array}{r|l}
 & y^3 - 4y^2 + 6y \\
\hline
y + 4 & y^4 + 0y^3 - 10y^2 + 24y \\
 & \underline{\overset{}{\underset{-}{}}y^4 \underset{-}{+} 4y^3} \\
 & 0 - 4y^3 - 10y^2 + 24y \\
 & \underline{\underset{+}{-} 4y^3 \underset{+}{-} 16y^2} \\
 & 0 + 6y^2 + 24y \\
 & \underline{\underset{-}{}6y^2 \underset{-}{+} 24y} \\
 & 0
\end{array}
$$

સ્પષ્ટીકરણ -

(i) $(y + 4) \times y^3 = y^4 + 4y^3$

(ii) $(y + 4) \times -4y^2 = -4y^3 - 16y^2$

(iii) $(y + 4) \times 6y = 6y^2 + 24y$

$\therefore$ ભાગફળ $= y^3 - 4y^2 + 6y$ અને શેષ $= 0$

ઉદા. **(3)** $(6x^4 + 3x^2 - 9 + 5x + 5x^3) \div (x^2 - 1)$

ઉકેલ :

$$
\begin{array}{r|l}
 & 6x^2 + 5x + 9 \\
\hline
x^2 - 1 & 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 5x - 9 \\
 & \underline{\underset{-}{}6x^4 \qquad \underset{+}{-} 6x^2} \\
 & 0 + 5x^3 + 9x^2 + 5x - 9 \\
 & \underline{\underset{-}{+} 5x^3 \qquad \underset{+}{-} 5x} \\
 & 0 + 9x^2 + 10x - 9 \\
 & \underline{\underset{-}{}9x^2 \qquad \underset{+}{-} 9} \\
 & 0 + 10x + 0
\end{array}
$$

સ્પષ્ટીકરણ -

(i) $(x^2 - 1) \times 6x^2 = 6x^4 - 6x^2$

(ii) $(x^2 - 1) \times 5x = 5x^3 - 5x$

(iii) $(x^2 - 1) \times 9 = 9x^2 - 9$

$\therefore$ ભાગફળ $= 6x^2 + 5x + 9$ અને શેષ $= 10x$

આ મને સમજાયું.

- બહુપદીઓનો ભાગાકાર કર્યા પછી જ્યારે શેષ શૂન્ય આવે અથવા શેષમાં રહેલી બહુપદીનો ઘાત, ભાજકમાં આવેલી બહુપદીના ઘાત કરતાં નાનો હોય ત્યારે ભાગાકારની ક્રિયા પૂર્ણ થાય છે.
- ભાજ્યની માંડણી ઘાતાંકના ઉતરતાં ક્રમમાં કરવી. જો એકાદ ઘાતનું પદ ન હોય તો તે ઘાતપદનો સહગુણક 0 લઈને તે પદ ઉમેરવું ઘાતાંકોનો ઉતરતો ક્રમ લેવો સગવડ ભર્યું છે.

મહાવરાસંગ્રહ 10.2

1. ભાગાકાર કરો. ભાગફળ અને શેષ લખો..

(1) $(y^2 + 10y + 24) \div (y + 4)$ (2) $(p^2 + 7p - 5) \div (p + 3)$

(3) $(3x + 2x^2 + 4x^3) \div (x - 4)$ (4) $(2m^3 + m^2 + m + 9) \div (2m - 1)$

(5) $(3x - 3x^2 - 12 + x^4 + x^3) \div (2 + x^2)$

(6★) $(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1) \div (a^3 - 2)$

(7★) $(4x^4 - 5x^3 - 7x + 1) \div (4x - 1)$

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 10.1

1. $3m$, 0 **2.** $-4a^2$, 0 **3.** $\frac{16}{3}p^2$, 0 **4.** $\frac{4}{3}m^2$, 0

5. $5x - 3$, 0 **6.** $4p - 2$, 0 **7.** $y + 2$, 3 **8.** $3x$, $-14x^2 + 7x$

9. $3x^3 - 2x^2 + 4x + 1$, 0 **10.** $5m - 3$, $10m + 8$

મહાવરાસંગ્રહ 10.2

1. $y + 6$, 0 **2.** $p + 4$, -17 **3.** $4x^2 + 18x + 75$, 300

4. $m^2 + m + 1$, 10 **5.** $x^2 + x - 5$, $x - 2$

6. $a - 1$, $a^2 + a - 1$ **7.** $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} - \frac{29}{16}$, $\frac{-13}{16}$

DKH294

11 આંકડાશાસ્ત્ર

યાદ કરીએ.

ઉદા. નિનાદે એક પુસ્તકના દરરોજ વાંચેલા પાનાની સંખ્યા 60, 50, 54, 46, 50 છે. તો તે પરથી તેણે દરરોજ વાંચેલા પાનાની સરાસરી શોધો.

ઉકેલ : $$\text{સરાસરી} = \frac{\text{બધાં પ્રાપ્તાંકોનો સરવાળો}}{\text{પ્રાપ્તાંકોની કુલ સંખ્યા}}$$

$$= \frac{60 + \square + \square + \square + 50}{\square} = \frac{\square}{\square} = \square$$

$\therefore$ દરરોજ વાંચેલા પાનાની સરાસરી $\square$ છે.

આ સરાસરીને મધ્ય અથવા મધ્યમાન કહે છે.

જાણી લઈએ.

ઉપરના ઉદાહરણમાં રોજ વાંચેલાં પાનાની સંખ્યા એ આંકડાકીય માહિતી છે. તે પરથી નિનાદ દરરોજ સરાસરી 52 પાના વાંચે છે. એવું તારણ (નિષ્કર્ષ) નીકળે છે.

આ રીતે ઘટના વિશે કે સમસ્યા વિશે આંકડાકીય માહિતી ભેગી કરવી, તેનો અભ્યાસ કરવો અને નિષ્કર્ષ મેળવવા એ એક સ્વતંત્ર જ્ઞાનશાખા છે તેને **'આંકડાશાસ્ત્ર'** કહે છે.

મધ્ય (Mean)

આપણે જોયું કે 60, 50, 54, 46 અને 50 ની સરાસરી 52 આવે છે. આ સરાસરીને આંકડાશાસ્ત્રની પરિભાષામાં મધ્ય કહે છે. આંકડાકીય સામગ્રીનો મધ્ય શોધવા માટે સામગ્રીમાં આપેલી સંખ્યાનો સરવાળો કરી તેને સંખ્યાની કુલ સંખ્યા વડે ભાગવામાં આવે છે.

મધ્ય શોધવાની આ રીતનો આપણે વધુ અભ્યાસ કરીશું તે માટે નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ.

ઉદા. એક શાળાના ધોરણ 8 ના 37 વિદ્યાર્થીઓને ગણિતની એક 10 ગુણની કસોટીમાં મળેલાં ગુણ નીચે પ્રમાણે છે. તે પરથી ગુણનો મધ્ય શોધો.

2, 4, 4, 8, 6, 7, 3, 8, 9, 10, 10, 8, 9, 7, 6, 5, 4, 6, 7, 8, 4, 8, 9, 7, 6, 5, 10, 9, 7, 9, 10, 9, 6, 9, 9, 4, 7.

ઉકેલ : આ ઉદાહરણમાં સામગ્રીની સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવામાં ઘણો સમય લાગશે. આપણને ખબર છે કે 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 × 5 = 35. આ પ્રમાણે એક સંખ્યામાં તેની તે જ સંખ્યા મેળવવાની ક્રિયા સહેલી બને છે તે ધ્યાનમાં લો. આનો જ ઉપયોગ કરીને સામગ્રીમાંની સંખ્યાનો સરવાળો કરવો સગવડ ભર્યું થશે. તેથી સામગ્રીમાંની સંખ્યાનું નીચે પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરી. સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીએ.

ગુણ, x_i (પ્રાપ્તાંક)	તાળાની નિશાનીઓ	વિદ્યાર્થી સંખ્યા (આવૃત્તિ) f_i	$f_i \times x_i$
2	|	1	1 × 2 =2
3	|	1	1 × 3 =3
4	~~||||~~	5	5 × 4 =20
5	||	2	2 × 5 =10
6	~~||||~~	5	5 × 6 = 30
7	~~||||~~ |	6	6 × 7 = 42
8	~~||||~~	5	5 × 8 = 40
9	~~||||~~ |||	8	8 × 9 = 72
10	||||	4	4 × 10 = 40
		N = 37	$\Sigma f_i x_i = 259.$

મધ્ય $= \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{\text{N}}$

$= \dfrac{259}{37}$

$= 7$

ઉપર પ્રમાણે કોઠો તૈયાર કરીને સામગ્રીનો મધ્ય કાઢવા માટે નીચેના પગથિયા ધ્યાનમાં લો.

- પહેલાં સ્તંભમાં $x_1 < x_2 < x_3 \ldots$ એમ ચઢતા ક્રમમાં પ્રાપ્તાંક લખો. તે x_i વડે દર્શાવ્યાં છે.
- બીજા સ્તંભમાં તાળાની નિશાનીઓ કરો.
- ત્રીજા સ્તંભમાં દરેક પ્રાપ્તાંક સંબંધી તાળાની નિશાનીઓ ગણીને આવૃત્તિ લખો. તે આવૃત્તિ f_i વડે દર્શાવી છે. તેની નીચે બધી આવૃત્તિનો સરવાળો લખો. જે જે વિદ્યાર્થીઓની કુલસંખ્યા = કુલ આવૃત્તિ N વડે દર્શાવી છે.
- છેલ્લાં સ્તંભમાં $f_i \times x_i$ આ ગુણાકાર લખો. તેમાં સૌથી નીચે બધા ગુણાકારોનો સરવાળો લખો. $f_i \times x_i$ આ બધાં ગુણાકારોનો સરવાળો $\Sigma f_i \times x_i$ થી દર્શાવાય છે. Σ (સિગ્મા) આ ચિહ્ન 'સરવાળો' આ અર્થે વપરાય છે. મધ્ય $\overline{x}$ (એક્સ બાર) વડે દર્શાવાય છે.

$\therefore$ મધ્ય $\overline{x} = \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{\text{N}}$

ઉદા. રાજાપૂર ગામનાં 30 ખેડૂતોનું દર એકરે સોયાબીનનું ઉત્પાદન ક્વિન્ટલમાં નીચે પ્રમાણે છે.

9, 7.5, 8, 6, 5.5, 7.5, 5, 8, 5, 6.5, 5, 5.5, 4, 4, 8,

6, 8, 7.5, 6, 9, 5.5, 7.5, 8, 5, 6.5, 5, 9, 5.5, 4, 8.

આ માહિતી પરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો તૈયાર કરો અને સોયાબીનના દર એકરે ઉત્પાદનનો મધ્ય શોધો.

ઉકેલ :

દર એકરે ઉત્પાદન (ક્વિન્ટલ) (પ્રાપ્તાંક) x_i	તાળાની નિશાનીઓ	ખેડૂતોની સંખ્યા (આવૃત્તિ) f_i	$f_i \times x_i$
4	|||	3	12
5	~~||||~~	5	25
5.5	||||	4	22
6	|||	3	18
6.5	||	2	13
7.5	||||	4	30
8	~~||||~~ |	6	48
9	|||	3	27
		N = 30	$\Sigma f_i x_i = 195.$

મધ્ય $\overline{X} = \dfrac{\Sigma f_i \times x_i}{N} = \dfrac{195}{30} = 6.5$

દર એકરે સોયાબીનના ઉત્પાદનનો મધ્ય 6.5 ક્વિન્ટલ છે.

મહાવરાસંગ્રહ 11.1

1. ધોરણ 8ના 30 વિદ્યાર્થીઓએ વાવેલાં વૃક્ષોની સંખ્યા નીચેના આવૃત્તિ વિતરણ કોઠામાં છે. તે પરથી વાવેલાં વૃક્ષોનો મધ્ય શોધવા નીચેની કૃતિ પૂર્ણ કરો.

વૃક્ષોની સંખ્યા (પ્રાપ્તાંક) x_i	વિદ્યાર્થી સંખ્યા (આવૃત્તી) f_i	$f_i \times x_i$
1	4	4
2	6	$\boxed{}$
3	12	$\boxed{}$
4	8	$\boxed{}$
	N = $\boxed{}$	$\Sigma f_i x_i = \boxed{}$

મધ્ય $\overline{X} = \dfrac{\boxed{}}{N}$

$= \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

$= \boxed{}$

$\therefore$ દરેકે વાવેલાં વૃક્ષોનો મધ્ય $\boxed{}$ છે.

2. એકલારા ગામના 25 કુટુંબોએ મે મહિનામાં વાપરેલી વિદ્યુત યુનિટસ્‌માં નીચેના કોઠા પ્રમાણે છે. કોઠો પૂર્ણ કરી આપેલાં પ્રશ્નોના જવાબ લખો.

વાપરેલી વિદ્યુત (યુનિટસ્) (પ્રાપ્તાંક) x_i	કુટુંબોની સંખ્યા (આવૃત્તિ) f_i	$f_i \times x_i$
30	7	....
45	2	....
60	8	....
75	5	....
90	3	....
	N = ...	$\Sigma f_i x_i$ =.......

(1) 45 યુનિટ વિદ્યુત વાપરતાં હોય તેવા કુલ કુટુંબ કેટલાં ?

(2) જેની આવૃત્તિ 5 હોય તે પ્રાપ્તાંક કયો ?

(3) N = કેટલા ? $\Sigma f_i x_i$ = કેટલા ?

(4) તે પરથી મે મહિનામાં દરેક કુટુંબોએ વાપરેલી વિદ્યુતનો મધ્ય શોધો.

3. 'ભિલાર' ગામના 40 કુટુંબોમાં સભ્યોની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે. 1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 2, 3, 2, 1, 4, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 5, 5, 4, 6, 2, 3, 5, 6, 4, 2. તે પરથી 40 કુટુંબના સભ્યોની સંખ્યાને મધ્ય, આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવીને શોધો.

4. 'મૉડેલ હાયસ્કૂલ, નાંદપૂર' આ શાળાએ રજૂ કરેલાં છેલ્લાં 20 વરસમાં રાજ્યસ્તરીય વિજ્ઞાન અને ગણિત પ્રકલ્પોની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે. તે પરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો તૈયાર કરી. સામગ્રીનો મધ્ય શોધો.

2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 2, 3, 2.

જાણી લઈએ.

પાછલાં ધોરણોમાં આપણે સાદી સ્તંભાકૃતિ અને સંયુક્ત સ્તંભાકૃતિ અભ્યાસ કર્યો છે. હજુ કેટલીક સ્તંભાકૃતિઓનો અભ્યાસ કરીએ.

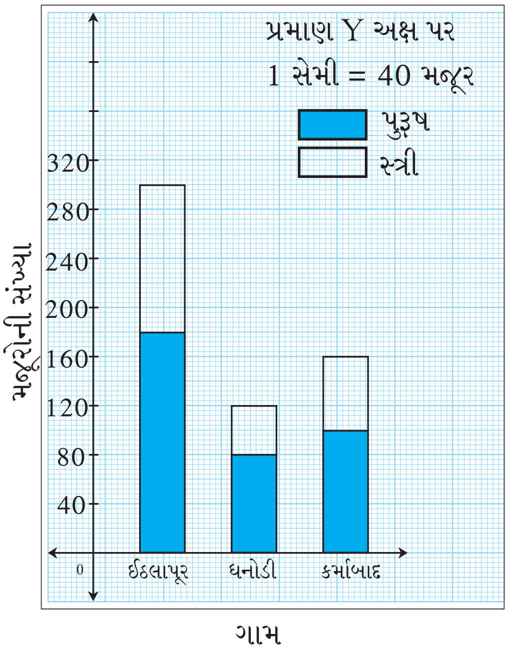
વિભાજીત સ્તંભાકૃતિ (Subdivided bar diagram)

સામગ્રીમાંની માહિતીનું તુલનાત્મક વિશ્લેષણ જોડ સ્તંભાકૃતિ પ્રમાણે જ વિભાજીત સ્તંભાકૃતિ વડે પણ કરી શકાય છે. અહીં બે કે બેથી વધુ ઘટકોની માહિતી એક જ સ્તંભમાં બતાવવામાં આવે છે. વિભાજીત સ્તંભાકૃતિ દોરવાના પગથિયાં જોઈએ.

ગામ	ઈઠલાપૂર	ધનોડી	કર્માબાદ
પુરૂષ મજૂર	180	80	100
સ્ત્રી મજૂર	120	40	60
કુલ મજૂર	300	$\boxed{}$	$\boxed{}$

- પ્રથમ સામગ્રી પરથી ઉપર પ્રમાણે માહિતીનો કોઠો તૈયાર કરો.

- આલેખ પત્ર પર X-અક્ષ અને Y-અક્ષ દોરો.
- X-અક્ષ પર સમાન અંતર રાખી ગામના નામ લખો.
- Y-અક્ષ પર મજૂરોની સંખ્યા લો. 1 સેમી = 40 મજૂર આ પ્રમાણ લો.
- ઈઠલાપૂર ગામમાં મજૂરોની કુલ સંખ્યા 300 છે. આ સંખ્યા એક જ સ્તંભ દોરીને દર્શાવો.

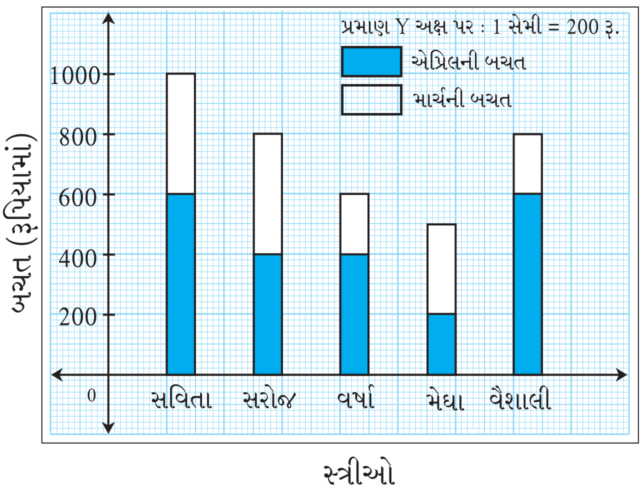


- તેમાં પુરૂષ મજૂરો એ કુલ મજૂરો દર્શાવતાં સ્તંભનો જ એક ભાગ છે. તે નિશાની કરી દર્શાવો.
- સ્તંભનો બાકીનો ભાગ સ્ત્રી મજૂરોની સંખ્યા દર્શાવે છે. તે જુદી નિશાની વડે દર્શાવો.
- આ રીતે ધનોડી અને કર્માબાદ ગામ માટેના વિભાજીત સ્તંભ દોરો.

ઉપરના પગથિયા પ્રમાણે દોરેલો વિભાજીત સ્તંભાલેખ બાજુમાં આલેખ પર કાઢી બતાવ્યો છે તેનું નિરીક્ષણ કરો.

મહાવરાસંગ્રહ 11.2

1. આપેલ સ્તંભાકૃતિનું નિરીક્ષણ કરી પ્રશ્નનાં જવાબ લખો.



(1) આ સ્તંભાકૃતિ ક્યા પ્રકારની સ્તંભાકૃતિ છે ?

(2) વૈશાલીની એપ્રિલ માહિનાની બચત કેટલી છે ?

(3) સરોજની માર્ચ અને એપ્રિલ મહિનાની કુલ બચત કેટલી છે ?

(4) સવિતાની કુલ બચત, મેઘાની કુલ બચત કરતાં કેટલી વધારે છે ?

(5) કોની એપ્રિલ માહિનાની બચત સૌથી ઓછી છે ?

2. એક શાળામાંના ધોરણ 5-મી થી 8-મી સુધીના છોકરાં અને છોકરીઓની સંખ્યા નીચેના કોઠામાં આપી છે. તે પરથી વિભાજીત સ્તંભાલેખ દોરો. (પ્રમાણ : Y અક્ષ પર 1 સેમી = 10 વિદ્યાર્થીઓ લો.)

ધોરણ	5-મું	6-ઠ્ઠું	7-મું	8-મું
છોકરાંઓ	34	26	21	25
છોકરીઓ	17	14	14	20

3. નીચેનાં કોઠામાં ચાર ગામમાં 2016 અને 2017 ની સાલમાં વાવેલાં વૃક્ષોની સંખ્યા આપી છે. કોઠામાં આપેલી માહિતી વિભાજીત સ્તંભાલેખમાં દર્શાવો.

ગામ / વર્ષ	કર્જત	વડગાંવ	શિવાપૂર	ખંડાળા
2016	150	250	200	100
2017	200	300	250	150

4. નીચેના કોઠામાં ત્રણ શહેરોમાં ધોરણ-8ના વિદ્યાર્થીઓ શાળામાં જવા માટે વાપરતાં સાધનો અને પગે ચાલીને જનારાની માહિતી આપી છે. આ માહિતી દર્શાવતો વિભાજીત સ્તંભાલેખ દોરો.

(પ્રમાણ : Y અક્ષ પર 1 સેમી = 500 વિદ્યાર્થીઓ લો.)

શહેર / સાધનો	પૈઠણ	યેવલા	શહાપૂર
સાઈકલથી	3250	1500	1250
બસ અને ઑટોથી	750	500	500
પગે ચાલીને	1000	1000	500

જાણી લઈએ.

શતમાન સ્તંભાલેખ (Percentage bar diagram)

આર્વી ગામમાં વાવેલાં 60 વૃક્ષો પૈકી 42 વૃક્ષો વિકસિત થયાં અને મોર્શી ગામમાં વાવેલાં 75 વૃક્ષો પૈકી 45 વૃક્ષો વિકસિત થયાં. તેમજ બાર્શી ગામમાં વાવેલાં 90 પૈકી 45 વિકસિત થયાં.

કયા ગામમાં કરેલું વૃક્ષારોપણ વધારે યશસ્વી થયું તે સમજવા માટે ફક્ત સંખ્યાઓ પૂરતી નથી તે માટે વિકસિત થયેલાં વૃક્ષોનું શતમાન એટલે કે સેંકડે પ્રમાણ કાઢવું પડશે. જેમ કે,

આર્વીમાં વિકસિત થયેલાં વૃક્ષોનું સેંકડે પ્રમાણ $= \frac{42}{60} \times 100 = 70.$

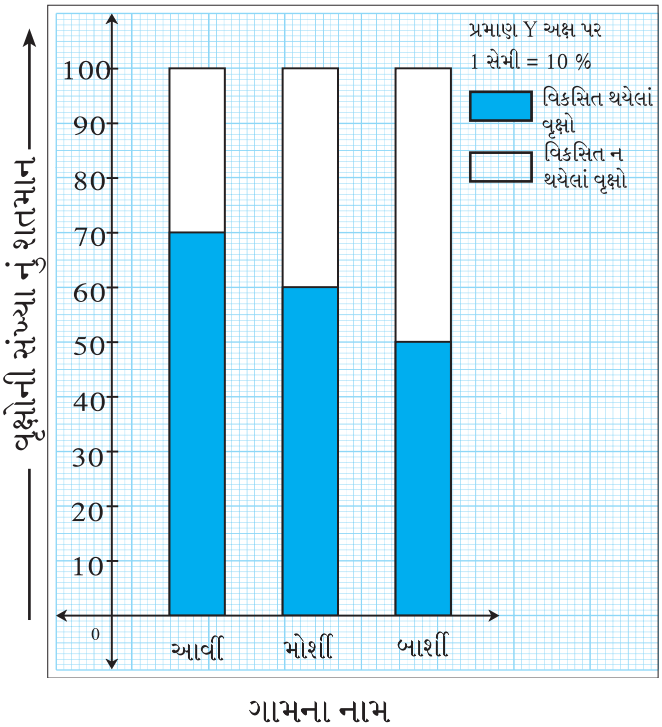
મોર્શીમાં વિકસિત થયેલાં વૃક્ષોનું સેંકડે પ્રમાણ $= \frac{45}{75} \times 100 = 60.$

આ શતમાન પરથી ધ્યાનમાં આવશે કે, આર્વી ગામમાં વિકસિત થયેલાં વૃક્ષોની સંખ્યા ઓછી હોવા છતાં તેનું શતમાન વધારે છે. એટલે કે, શતમાન પરથી થોડી જુદાં પ્રકારની માહિતી મળે છે. આપેલી માહિતીને શતમાનમાં રૂપાંતરિત કરીને જે વિભાજીત સ્તંભાલેખ દોરવામાં આવે છે તેને શતમાન સ્તંભાલેખ કહે છે. આમ

શતમાન સ્તંભાલેખ એ વિભાજીત સ્તંભાલેખનું વિશિષ્ટ રૂપે છે. આ શતમાન સ્તંભાલેખ નીચેના પગથિયાને આધારે દોરીએ.

- પહેલાં નીચે પ્રમાણે કોઠો બનાવો.

ગામ	આર્વી	મોર્શી	બાર્શી
વાવેલાં વૃક્ષો	60	75	90
વિકસિત થયેલાં વૃક્ષો	42	45	45
વિકસિત થયેલાં વૃક્ષોનું શતમાન	$\frac{42}{60} \times 100 = \boxed{70}$	$\frac{45}{75} \times 100 = \boxed{60}$	$\frac{45}{90} \times 100 = \boxed{50}$



- શતમાન સ્તંભાલેખમાં (સ્તંભાકૃતિમાં) બધા સ્તંભ 100 એકમ ઊંચાઈના હોય છે.
- દરેક સ્તંભમાં વિકસિત વૃક્ષોનું શતમાન દર્શાવીએ એટલે બાકી રહેલો ભાગ અવિકસિત વૃક્ષો દર્શાવે છે.
- શતમાન સ્તંભાલેખ એ એક પ્રકારનો વિભાજીત સ્તંભાલેખ હોવાથી બાકીની કૃતિ વિભાજીત સ્તંભાલેખ દોરવાની કૃતિ પ્રમાણે જ હોય છે.

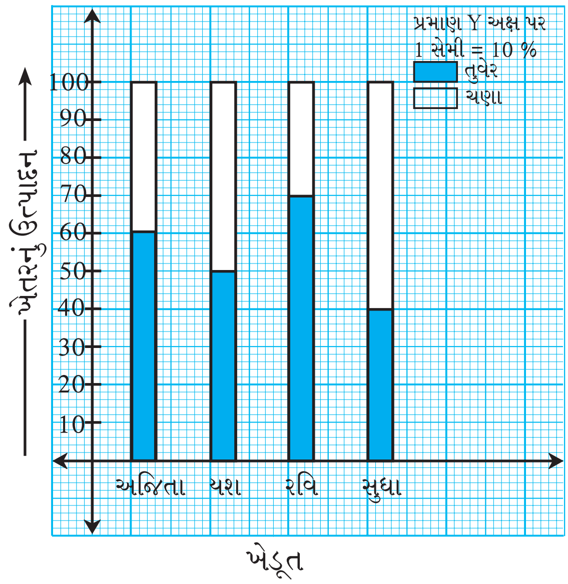
ઉપરના પગથિયાનુસાર બાજુમાં શતમાન સ્તંભાલેખ દોર્યો છે તેનું નિરીક્ષણ કરો.

મહાવરાસંગ્રહ 11.3

1. નીચેના કોઠામાં આપેલી માહિતી દર્શાવતો શતમાન સ્તંભાલેખ દોરો.

ધોરણ 8 ની શ્રેણી	A	B	C	D
ગણિતમાં ગ્રેડ A મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	45	33	10	15
કુલ વિદ્યાર્થીઓ	60	55	40	75

2. નીચેના સ્તંભાલેખનું નિરીક્ષણ કરી પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો.



(1) આપેલો સ્તંભાલેખ ક્યા પ્રકારનો છે ?

(2) અજિતાના ખેતરનું તુવેરનું ઉત્પાદન કુલ ઉત્પાદનના કેટલા ટકા છે ?

(3) યશ અને રવિ પૈકી કોના ખેતરનું ચણાનું ઉત્પાદન સેંકડે કેટલું વધારે છે ?

(4) તુવેરનાં ઉત્પાદનમાં સૌથી ઓછું શતમાન કોનું છે ?

(5) સુધાના તુવેર અને ચણાના એમ બન્ને ઉત્પાદનનું સેંકડે પ્રમાણ લખો.

3. કેટલીક શાળામાં ધોરણ 10ના વિદ્યાર્થીઓનું સર્વેક્ષણ કરીને મેળવેલી માહિતી નીચેના કોઠામાં આપી છે. આ માહિતી શતમાન સ્તંભાલેખ દ્વારા દર્શાવો.

શાળા	I	II	III	IV
વિજ્ઞાન શાખા તરફ રૂચિ	90	60	25	16
વાણિજ્ય શાખા તરફ રૂચિ	60	20	25	24

ઉપક્રમ : શતમાન સ્તંભાલેખ તેમજ વિભાજીત સ્તંભાલેખની તુલનાત્મક ચર્ચા કરો. તેનો ઉપયોગ કરી વિજ્ઞાન ભૂગોળ વગેરે વિષયમાં આવતાં આલેખની માહિતી મેળવો.

૨૨૯

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 11.1 1. 2.8 **2.** (1) 2 (2) 75 (3) N = 25, $\Sigma f_i \times x_i = 1425$ (4) 57
3. 3.9 4. 2.75

મહાવરાસંગ્રહ 11.2 – 1. (1) વિભાજીત સ્તંભાલેખ (2) ₹ 600 (3) ₹ 800
(4) ₹ 500 (5) મેઘાની

મહાવરાસંગ્રહ 11.3 – **2.** (1) શતમાન સ્તંભાલેખ (2) 60%
(3) યશનું ઉત્પાદન 20% વધારે (4) સુધાનું
(5) 40% અને 60%

DKVXAR

12 એકચલ સમીકરણો

યાદ કરીએ.

પાછલાં ધોરણોમાં આપણે એક ચલવાળાં સમીકરણોનો અભ્યાસ કર્યો છે.

- સમીકરણમાં આપેલાં ચલ માટે જે કિંમત મૂકવાથી સમીકરણની બન્ને બાજુઓ સમાન સંતુલિત થાય છે. તે કિંમત એટલે તે **સમીકરણનો** ઉકેલ છે.
- સમીકરણ ઉકેલવું એટલે તેમાંના ચલની કિંમત શોધવી.
- સમીકરણની બન્ને બાજુએ સમાન ક્રિયા કરતાં મળતું નવું સમીકરણ સત્ય હોય છે. આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને આપણે નવાં સહેલાં (સરળ) સમીકરણો તૈયાર કરીને સમીકરણ છોડાવીએ છીએ.

  સમીકરણની બન્ને બાજુ પર કરવાની ક્રિયાઓ :

  (i) બન્ને બાજુ સમાન સંખ્યા ઉમેરવી. (ii) બન્ને બાજુમાંથી સમાન સંખ્યા બાદ કરવી.

  (iii) બન્ને બાજુ સમાન સંખ્યા વડે ગુણવું. (iv) બન્ને બાજુ સમાન સંખ્યા વડે ભાગવું.

નીચેના સમીકરણો ઉકેલવા માટે ચોકઠાંમાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

ઉદા. (1) $x + 4 = 9$

$\therefore\ x + 4 - \square = 9 - \square$

$\therefore\ x = \square$

ઉદા. (2) $x - 2 = 7$

$\therefore\ x - 2 + \square = 7 + \square$

$\therefore\ x = \square$

ઉદા. (3) $\frac{x}{3} = 4$

$\therefore\ \frac{x}{3} \times \square = 4 \times \square$

$\therefore\ x = \square$

ઉદા. (4) $4x = 24$

$\therefore\ \frac{4x}{\square} = \frac{24}{\square}$

$\therefore\ x = \square$

જાણી લઈએ.

એકચલ સમીકરણનો ઉકેલ (Solution of equations in one variable)

ક્યારેક સમીકરણ છોડાવવા માટે (ઉકેલવા માટે) એક કરતાં વધુ ક્રિયાઓ કરવી પડે છે. આવા સમીકરણોની બન્ને બાજુ પર ક્રિયા કરીને ઉકેલ શોધવાના કેટલાંક પ્રકાર જોઈએ.

ઉદા. (1) નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

(i) $2(x - 3) = \frac{3}{5}(x + 4)$

ઉકેલ : બન્ને બાજુ 5 વડે ગુણતાં.

$10(x - 3) = 3(x + 4)$

$\therefore\ 10x - 30 = 3x + 12$

બન્ને બાજુમાં 30 ઉમેરતાં.

$\therefore\ 10x - 30 + 30 = 3x + 12 + 30$

$10x = 3x + 42$

બન્ને બાજુમાંથી 3x બાદ કરતાં.

$\therefore\ 10x - 3x = 3x + 42 - 3x$

$\therefore\ 7x = 42$

બન્ને બાજુને 7 વડે ભાગતાં,

$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$

$\therefore\ x = 6$

(ii) $9x - 4 = 6x + 29$

ઉકેલ : બન્ને બાજુએ 4 ઉમેરતાં.

$9x - 4 + 4 = 6x + 29 + 4$

$\therefore\ 9x = 6x + 33$

બન્ને બાજુમાંથી 6x બાદ કરતાં.

$\therefore 9x - 6x = 6x + 33 - 6x$

$\therefore\ 3x = 33$

બન્ને બાજુને 3 વડે ભાગતાં,

$\therefore\ \frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$

$\therefore\ x = 11$

(iii) $\frac{2}{3} + 5a = 4$

ઉકેલ : રીત I

$\frac{2}{3} + 5a = 4$

દરેક પદને 3 વડે ગુણતાં,

$3 \times \frac{2}{3} + 3 \times 5a = 4 \times 3$

$\therefore\ 2 + 15a = 12$

$\therefore\ 15a = 12 - 2$

$\therefore\ 15a = 10$

$\therefore\ a = \frac{10}{15}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

રીત II

બન્ને બાજુમાંથી $\frac{2}{3}$ બાદ કરતાં,

$\frac{2}{3} + 5a - \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{12-2}{3}$

$\therefore\ 5a = \frac{10}{3}$

બન્ને બાજુને 5 વડે ભાગતાં,

$\frac{5a}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$

$\therefore\ a = \frac{2}{3}$

જો A, B, C, D શૂન્યેતર રાશિ માટે $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ તો બન્ને બાજુ B × D વડે ગુણતાં AD = BC આ સમીકરણ મળે છે. તેનો ઉપયોગ કરીને ઉદાહરણો ઉકેલીએ.

(iv) $\dfrac{(x-7)}{(x-2)} = \dfrac{5}{4}$

ઉકેલ : $\dfrac{(x-7)}{(x-2)} = \dfrac{5}{4}$

$\therefore\ 4(x - 7) = 5(x - 2)$

$\therefore\ 4x - 28 = 5x - 10$

$\therefore\ 4x - 5x = -10 + 28$

$\therefore\ -x = 18$

$\therefore\ x = -18$

(v) $\dfrac{8m-1}{2m+3} = 2$

ઉકેલ : $\dfrac{8m-1}{2m+3} = \dfrac{2}{1}$

$1(8m - 1) = 2(2m + 3)$

$\therefore\ 8m - 1 = 4m + 6$

$\therefore\ 8m - 4m = 6 + 1$

$\therefore\ 4m = 7$

$\therefore\ m = \dfrac{7}{4}$

મહાવરાસંગ્રહ 12.1

1. દરેક સમીકરણ માટે ચલની કિંમતો આપી છે. તે સમીકરણનો ઉકેલ છે કે ? તે નક્કી કરો.

(1) $x - 4 = 3$, $x = -1, 7, -7$ (2) $9m = 81$, $m = 3, 9, -3$

(3) $2a + 4 = 0$, $a = 2, -2, 1$ (4) $3 - y = 4$, $y = -1, 1, 2$

2. નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

(1) $17p - 2 = 49$ (2) $2m + 7 = 9$ (3) $3x + 12 = 2x - 4$

(4) $5(x - 3) = 3(x + 2)$ (5) $\dfrac{9x}{8} + 1 = 10$ (6) $\dfrac{y}{7} + \dfrac{y-4}{3} = 2$

(7) $13x - 5 = \dfrac{3}{2}$ (8) $3(y + 8) = 10(y - 4) + 8$ (9) $\dfrac{x-9}{x-5} = \dfrac{5}{7}$

(10) $\dfrac{y-4}{3} + 3y = 4$ (11) $\dfrac{b+(b+1)+(b+2)}{4} = 21$

જાણી લઈએ.

શાબ્દિક ઉદાહરણો (Word Problems)

શાબ્દિક ઉદાહરણમાંની માહિતીમાં યોગ્ય બાબત માટે ચલ ધારીને તે માહિતી બૈજિક રાશિના રૂપમાં કેવી રીતે લખાય છે ? તે જોઈએ.

મારી ઉંમર x વર્ષ છે.

મારા પિતાની ઉંમર મારી ઉંમર કરતાં 32 વર્ષ વધુ છે.
$\therefore$ પિતાની ઉંમર $\boxed{}$ વર્ષ

મારી દાદીની ઉંમર મારી ઉંમરના ચાર ગણા કરતાં 10 થી વધારે છે.
$\therefore$ દાદીની ઉંમર $(4x + 10)$ વર્ષ

મારી બહેનની ઉંમર મારી ઉંમરથી 4 વર્ષ ઓછી છે.
$\therefore$ બહેનની ઉંમર $\boxed{}$ વર્ષ

મારા મિત્રની ઉંમર, મારી ઉંમરના અરધા કરતાં 5 વધારે છે.
$\therefore$ મિત્રની ઉંમર $\boxed{}$ વર્ષ

મારી માતાની ઉંમર મારી ઉંમર કરતાં ત્રણગણી છે.
$\therefore$ માતાની ઉંમર $\boxed{}$ વર્ષ

આ પહેલાં આપેલી માહિતીનુસાર મારા મિત્રની ઉંમર 12 વર્ષ હોય તો મારી ઉંમર કેટલી ?

મારી ઉંમર = x વર્ષ $\therefore$ મિત્રની ઉંમર= $\frac{x}{2} + 5$

$\frac{x}{2} + 5 = 12$ ...... (આપે છે.)

$\therefore\ x + 10 = 24$ ...... (દરેક પદને 2 વડે ગુણતાં)

$\therefore\ x = 24 - 10$

$\therefore\ x = 14$

$\therefore$ મારી ઉંમર 14 વર્ષ છે. આ માહિતી પરથી અન્ય સભ્યોની ઉંમર શોધો.

કૃતિ : ચોકઠામાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

પહોળાઈના ત્રણગણી લંબાઈ

હું લંબચોરસ છું.
મારી પરિમિતિ 40 સેમી.

પહોળાઈ x

લંબચોરસની પરિમિતિ = 40

$2(\square\ x + \square\ x) = 40$

$2 \times \square\ x = 40$

$\square\ x = 40$

$x = \square$

$\therefore$ લંબચોરસની પહોળાઈ = $\square$ સેમી અને લંબચોરસની લંબાઈ = $\square$ સેમી

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) જોસેફનું વજન, તેના નાના ભાઈના વજન કરતાં બમાણુ છે. બન્નેનું મળીને કુલ વજન 63 કિગ્રા છે તો જોસેફનું વજન શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, જોસેફના નાના ભાઈનું વજન x કિગ્રા છે.

$\therefore$ જોસેફનું વજન તેના ભાઈના વજનથી બમણું = $2x$

$\therefore$ આપેલી માહિતીનુસાર $x + 2x = 63$

$\therefore\ 3x = 63 \qquad \therefore\ x = 21$

$\therefore$ જોસેફનું વજન = $2x = 2 \times 21 = 42$ કિગ્રા.

ઉદા. (2) એક અપૂર્ણાંકનો અંશ, તેના છેદ કરતાં 5થી મોટો છે. અંશ અને છેદ બન્નેમાં 4 ઉમેરતાં મળતો અપૂર્ણાંક $\frac{6}{5}$ છે. તો મૂળ અપૂર્ણાંક શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, અપૂર્ણાંકનો છેદ x છે.

$\therefore$ તે અપૂર્ણાંકનો અંશ, છેદથી 5 વધારે એટલે $x + 5$ છે.

$\therefore$ તે અપૂર્ણાંક $\frac{x+5}{x}$ છે.

તેના અંશ અને છેદમાં 4 ઉમેરતાં નવો અપૂર્ણાંક $\frac{6}{5}$ મળે છે.

$\therefore \quad \frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$

$\therefore \quad \frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$

$\therefore \; 5(x + 9) = 6(x + 4)$

$\therefore \; 5x + 45 = 6x + 24$

$\therefore \; 45 - 24 = 6x - 5x$

$\therefore \quad 21 = x$

$\therefore$ અપૂર્ણાંકનો છેદ 21, અંશ = 21 + 5 = 26

$\therefore$ અપૂર્ણાંક = $\frac{26}{21}$

ઉદા. (3) રત્ના પાસેની રકમ, રફિક પાસેની રકમના ત્રણ ગણા કરતાં 200 રૂપિયાથી વધારે છે. રત્ના પાસેના 300 રૂપિયા લઈને રફિકને આપીએ, તો રત્ના પાસેની રકમ રફિક પાસેની રકમના $\frac{7}{4}$ ગણી થાય છે. તો રફિક પાસે મૂળ કેટલી રકમ હતી ? તે શોધવા નીચેની કૃતિ પૂર્ણ કરો.

ઉકેલ : રત્ના પાસેની રકમ, રફિક પાસેની રકમના ત્રણ ગણા કરતાં 200 રૂપિયા વધારે છે.

ધારો કે રફિક પાસેની રકમ x રૂપિયા છે. $\therefore$ રત્ના પાસેના $\boxed{}$ રૂપિયા

$\therefore$ રત્ના પાસેના 300 રૂપિયા લઇને રફિકને આપ્યા, તેથી રત્ના પાસે $\boxed{}$ રૂપિયા બાકી રહ્યાં.

$\therefore$ અને રફિક પાસે $(x + 300)$ રૂપિયા થયાં.

રત્ના પાસેની નવી રકમ, રફિક પાસેની નવી રકમના $\frac{7}{4}$ ગણી થઈ.

$$\frac{\text{રત્ના પાસેની રકમ}}{\text{રફિક પાસેની રકમ}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\therefore \quad \frac{3x-100}{x+300} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\therefore \quad 4\boxed{} = 7\boxed{}$$

$\therefore \quad 12x - 400 = 7x + 2100$

$\therefore \quad 12x - 7x = \boxed{}$

$\therefore \quad 5x = \boxed{}$

$\therefore \quad x = \boxed{}$

$\therefore$ રફિક પાસે $\boxed{}$ રૂપિયા હતાં.

મહાવરાસંગ્રહ 12.2

1. માતાની ઉંમર, તેના પુત્રની ઉંમર કરતાં 25 વર્ષ વધુ છે. 8 વર્ષ પછી પુત્રની ઉંમરનો, તે વખતની માતાની ઉંમર સાથેનો ગુણોત્તર $\frac{4}{9}$ થશે તો પુત્રની ઉંમર શોધો.

2. એક અપૂર્ણાંકનો છેદ, અંશ કરતાં 12 વધારે છે. તેના અંશમાંથી 2 બાદ કરી, છેદમાં 7 ઉમેરતાં તૈયાર થતો અપૂર્ણાંક $\frac{1}{2}$ સાથે સમમૂલ્ય થાય છે. તો તે અપૂર્ણાંક કયો ?

3. પિતળની મિશ્રધાતુમાં તાંબુ અને જસતનું પ્રમાણ 13:7 છે તો 700 ગ્રામ વજનના પિત્તળના વાસણમાં જસત કેટલું વપરાયું હશે ?

4★. ત્રણ ક્રમિક (ક્રમસર) પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો 45 કરતાં વધુ પણ 54થી ઓછો છે તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

5. બે અંકી સંખ્યામાં દશકનો અંક, એકમના અંકથી બમણો છે. અંકોની અદલાબદલી કરવાથી મળતી સંખ્યા અને મૂળ સંખ્યાનો સરવાળો 66 છે તો તે સંખ્યા શોધો.

6★. એક નાટ્યગૃહમાં નાટકની 200 રૂપિયાવાળી અને 100 રૂપિયાવાળી કેટલીક ટિકીટો વેંચાઈ ગઈ. 200 રૂપિયાવાળી ટિકીટોની સંખ્યા, 100 રૂપિયાવાળી ટિકીટોની સંખ્યા કરતાં 20 વધારે વહેંચાઈ હતી. બન્ને પ્રકારની ટિકીટોના વેચાણથી નાટ્યગૃહને 37,000 રૂપિયા મળ્યાં. તો 100 રૂપિયાવાળી કેટલી ટિકીટો વહેંચાઈ હશે.

7. ત્રણ ક્રમિક (ક્રમસર) પ્રાકૃતિક સંખ્યા પૈકી સૌથી નાની સંખ્યાનાં પાંચ ગણા, સૌથી મોટી સંખ્યાના 4 ગણા કરતાં 9 વધારે છે, તો તે સંખ્યાઓ કઈ ?

8. રાજુએ એક સાઈકલ 8% નફાથી અમિતને વહેંચી. અમિતે તેના પર 54 રૂપિયા ખર્ચ કરીને રીપેઅર (મરામત) કરાવી લીધી. પછી તેણે તે સાઈકલ નિખિલને 1134 રૂપિયામાં વેંચી દીધી. ત્યારે અમિતને નફો કે ખોટ થઈ નહીં. તો રાજુએ તે સાઈકલ કેટલામાં ખરીદી હશે ?

9. એક ક્રિકેટવીરે એક મૅચમાં 180 રન કર્યા અને બીજી મૅચમાં 257 રન કર્યા. ત્રીજી મૅચમાં તેણે કેટલાં રન કરવા જોઈએ જેથી તેના રનની સરાસરી 230 થાય ?

10. સુધીરની ઉંમર વિરુની ઉંમરના ત્રણગણા કરતાં 5 વધુ છે. અનિલની ઉંમર, સુધીરની ઉંમર કરતાં અડધી છે. સુધીરની ઉંમર અને વિરુની ઉંમરનો સરવાળો તથા અનિલની ઉંમરના ત્રણ ગણાનો ગુણોત્તર 5:6 છે. તો વિરુની ઉંમર શોધો.

ઙઙઙ

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 12.1 1. સમીકરણનો ઉકેલ હોય તે કિંમત : (1) $x = 7$ (2) $m = 9$ (3) $a = -2$ (4) $y = -1$ 2. (1) $p = 3$ (2) $m = 1$ (3) $x = -16$ (4) $x = \frac{21}{2}$ (5) $x = 8$ (6) $y = 7$ (7) $x = \frac{1}{2}$ (8) $y = 8$ (9) $x = 19$ (10) $y = \frac{8}{5}$ (11) $b = 27$

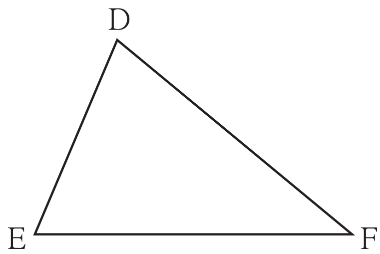
મહાવરાસંગ્રહ 12.2 1. 12 વર્ષ 2. $\frac{23}{35}$ 3. 245 ગ્રામ 4. 15, 16, 17 અથવા 16, 17, 18 5. 42 6. 110 7. 17, 18, 19 8. ₹ 1000 9. 253 10. 5 વર્ષ

DL5TCE

13 ત્રિકોણોની એકરૂપતા

યાદ કરીએ.

બાજુની આકૃતિ પરથી નીચેનાં પ્રશ્નોના જવાબ લખો.



(i) બાજુ DE સામેનો ખૂણો ક્યો ?

(ii) $\angle E$ કઈ બાજુની સામેનો ખૂણો છે ?

(iii) બાજુ DE અને બાજુ DF માં સમાવિષ્ટ ખૂણો કયો ?

(iv) $\angle E$ અને $\angle F$ માં સમાવિષ્ટ બાજુ કઈ ?

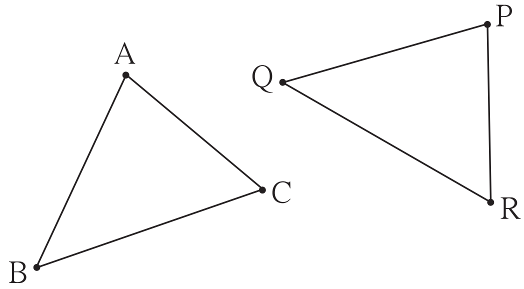
(v) બાજુ DE સાથે સંલગ્ન ખૂણા કયા ?

- જે આકૃતિઓ એકબીજા પર બંધ બેસતી આવે તેને એકરૂપ આકૃતિઓ કહે છે.
- જે રેખાખંડોની લંબાઈ સમાન હોય તે રેખાખંડો એકરૂપ હોય છે.
- જે ખૂણાના માપ સમાન હોય તે ખૂણા એકરૂપ હોય છે.

જાણી લઈએ.

ત્રિકોણોની એકરૂપતા (Congruence of triangles)

કૃતિ : બાજુમાં આપેલાં બે ત્રિકોણ જુઓ ટ્રેસિંગ પેપર ઉપર Δ ABC દોરી લો. અને તે જ પેપર Δ PQR પર મૂકી જુઓ. બિંદુ A ને બિંદુ P પર, બિંદુ B ને બિંદુ Q પર અને બિંદુ C ને બિંદુ R પર મૂકીને જુઓ. બન્ને ત્રિકોણ એકબીજા સાથે બરાબર બંધ બેસે છે. એટલે કે તે એકરૂપ ત્રિકોણો છે.

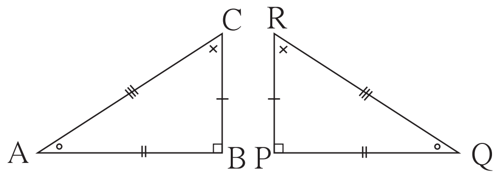


કૃતિમાં Δ ABC ને Δ PQR પર મૂકવાની એક રીત આપી છે. પરંતુ જો બિંદુ A ને બિંદુ Q પર, બિંદુ B ને R પર અને બિંદુ C ને P પર મૂકીએ તો તે ત્રિકોણ બરાબર બંધ બેસતો નથી. એટલે વિશિષ્ટ રીતે જ તે પરસ્પર બંધ બેસે છે. આ રીતે બિંદુ મેળવવાની રીત એક-એક સંગતતાથી દર્શાવવામાં આવે છે. બિંદુ P નું સંગતબિંદુ છે તે $A \leftrightarrow P$ એમ લખાય છે. અહીં, $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$ આ સંગતતાથી આ બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. આ રીતે ત્રિકોણો એકરૂપ થાય પછી $\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$ તેમજ રેખ AB $\cong$ રેખ PQ, રેખ BC $\cong$ રેખ QR, રેખ CA $\cong$ રેખ RP એમ છ એકરૂપતા મળે છે.

Δ ABC અને Δ PQR એ ABC $\leftrightarrow$ PQR આ સંગતતાનુસાર એકરૂપ છે, એમ કહેવાય છે અને જે Δ ABC $\cong$ Δ PQR એમ લખાય છે. આ રીતના લખાણમાં A $\leftrightarrow$ P, B $\leftrightarrow$ Q અને C $\leftrightarrow$ R એ શિરોબિંદુઓ વચ્ચેની એક-એક સંગતતા અને તેના લીધે ઉપર પ્રમાણે મળતી છ એકરૂપતા અંતર્ભૂત છે. તેથી બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે તે લખતી વખતે શિરોબિંદુઓનો ક્રમ એકરૂપતા માટેની એક-એક સંગતતા પાળે છે તે ધ્યાનમાં લેવું.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.

Δ ABC અને Δ PQR આ એકરૂપ ત્રિકોણોમાં એકરૂપ ઘટકો સરખી નિશાની વડે દર્શાવ્યાં છે.



અનિલ, રેહાની અને સુરજીતે ત્રિકોણોની એકરૂપતાનું લેખન નીચે પ્રમાણે કર્યું હતું.

અનિલનું લેખન : Δ ABC $\cong$ Δ QPR

રેહાનાનું લેખન : Δ BAC $\cong$ Δ PQR

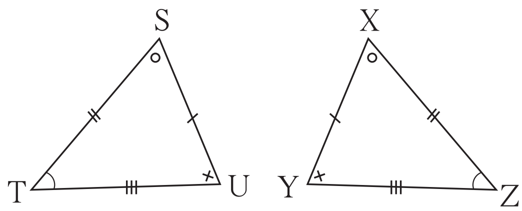
સુરજીતનું લેખન : Δ ABC $\cong$ Δ PQR

આ ત્રણ પૈકી કયું લેખન બરાબર છે ? તેના પર ચર્ચા કરો.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) બાજુની આકૃતિમાં ત્રિકોણોના સરખી નિશાની વડે દર્શાવેલાં ઘટકો એકરૂપ છે.

(i) શિરોબિંદુની જે એક-એક સંગતાથી આ ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે તે સંગતતાનુસાર ત્રિકોણોની એકરૂપતાના બે પ્રકાર લખો.



(ii) Δ XYZ $\cong$ Δ STU આ લેખન બરોબર છે કે નહીં, તે સકારણ લખો.

ઉકેલ : નિરીક્ષણ કરતાં આપેલા ત્રિકોણ STU $\leftrightarrow$ XZY આ એક એક સંગતતાથી એકરૂપ છે.

(i) એક રીતે : Δ STU $\cong$ Δ XZY, બીજી રીતે : Δ UST $\cong$ Δ YXZ

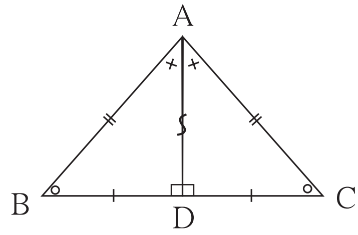
આ જ એકરૂપતા હજુ જુદી જુદી રીતે લખવાનો પ્રયત્ન કરો.

(ii) આ ત્રિકોણોની એકરૂપતા Δ XYZ $\cong$ Δ STU એમ લખીએ, તો બાજુ ST $\cong$ બાજુ XY છે એવો અર્થ થાય જે ખોટું છે.

$\therefore$ Δ XYZ $\cong$ Δ STU આ લેખન ખોટું છે.

(Δ XYZ ≅ Δ STU આમ લખવાથી અનેક ભૂલો થાય છે તે વિદ્યાર્થીઓને શોધવી. પરંતુ જવાબ કેમ ખોટો છે તે દર્શાવવા માટે એક ભૂલ પૂરતી છે.)

ઉદા. (2) નીચેની આકૃતિમાં, ત્રિકોણની જોડીમાં સમાન નિશાની વડે દર્શાવેલાં ઘટકો એકરૂપ છે. આ ત્રિકોણો શિરોબિંદુની કઈ એક-એક સંગતતાથી ત્રિકોણ એકરૂપ થશે તે લખો અને ત્રિકોણોની એકરૂપતાને ચિહ્ન વડે દર્શાવો.



ઉકેલ : ΔABD અને ΔACD માં બાજુ AD સામાન્ય રેખાખંડ છે.

દરેક રેખાખંડ પોતાને એકરૂપ હોય છે.

સંગતતા : A ↔ A, B ↔ C, D ↔ D. Δ ABD ≅ Δ ACD

નોંધ : સામાન્ય બાજુ પર ‘ ร ’ આવી નિશાની કરવાની પદ્ધતિ છે.

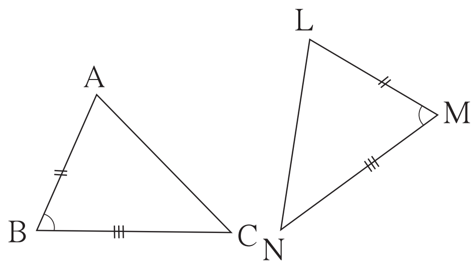
જાણી લઈએ.

એકાદ જોડીમાંના ત્રિકોણો એકરૂપ છે તે દર્શાવવા માટે ઉપર પ્રમાણે છ સમાનતા દર્શાવવી આવશ્યક નથી. એક ત્રિકોણના ત્રણ વિશિષ્ટ ઘટકો બીજા ત્રિકોણના સંગત ઘટકો સાથે એકરૂપ હોય, ત્યારે બાકીના ત્રણ ઘટકોની જોડીઓ પણ પરસ્પર એકરૂપ થાય છે, એટલે કે આ ત્રણ વિશિષ્ટ ઘટકો, એકરૂપતાની કસોટી નિશ્ચિત કરે છે.

આપણે કેટલાંક ત્રિકોણની રચના કરતાં શીખ્યા છીએ. જે ત્રણ ઘટકો આપવાથી ત્રિકોણની એજ આકૃતિ દોરી શકાય તે જ ઘટકો, એકરૂપતાની કસોટીઓ નિશ્ચિત કરે છે. તે આપણે ચકાસીએ.

(1) બે બાજુઓ અને સમાવિષ્ટ ખૂણો - બાખૂબા કસોટી

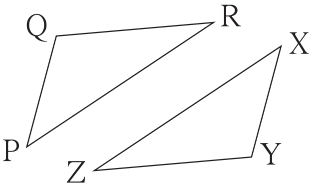
બાજુની બે જોડીઓ એકરૂપ હોય અને તેમાં સમાવિષ્ટ ખૂણાઓ પણ એકરૂપ હોય એવા બે ΔABC અને ΔLMN દોરો.



ΔABC અને ΔLMN માં l(AB) = l(LM), l(BC) = l(MN), $m\angle ABC = m\angle LMN$

ΔABC ટ્રેસિંગ પેપર પર દોરો અને ટ્રેસિંગ પેપર ΔLMN પર એવી રીતે મૂકો કે, જેથી શિરોબિંદુ A એ શિરોબિંદુ L પર, બાજુ AB એ બાજુ LM પર અને ∠B એ ∠M પર તેમજ બાજુ BC એ બાજુ MN પર આવે. આમ ΔABC ≅ ΔLMN છે તે દેખાશે.

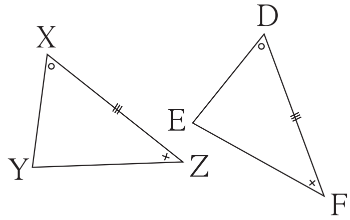
(2) ત્રણ સંગત બાજુ : બાબાબા કસોટી



$l(PQ) = l(XY), l(QR) = l(YZ), l(RP) = l(ZX)$ એવા બે ΔPQR અને ΔXYZ દોરો.

ટ્રેસિંગ પેપર પર ΔPQR દોરી લો તેને ΔXYZ પર $P \leftrightarrow X, Q \leftrightarrow Y, R \leftrightarrow Z$ આ એક-એક સંગતતાનુસાર મૂકો.$\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ દેખાશે.

(3) બે ખૂણા અને સમાવિષ્ટ બાજુ : ખૂબાખૂ કસોટી



ΔXYZ અને ΔDEF એવી રીતે દોરો કે,

$l(XZ) = l(DF), \angle X \cong \angle D$ અને $\angle Z \cong \angle F$

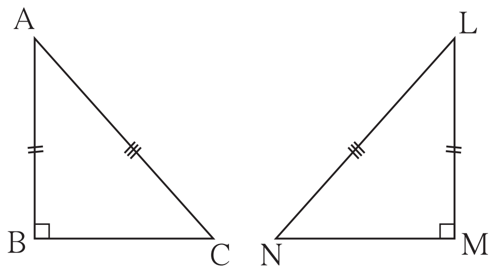
ટ્રેસિંગ પેપર પર ΔXYZ દોરીને તે પેપરને અને ΔDEF પર $X \leftrightarrow D, Y \leftrightarrow E, Z \leftrightarrow F$ આ સંગતતાનુસાર મૂકો જેથી $\Delta XYZ \cong \Delta DEF$ થશે.

(4) ખૂખૂબા (બાખૂખૂ) કસોટી :

બે ત્રિકોણોમાં સંગતકોણોની બે જોડીઓ એકરૂપ હોય તો બાકીના ખૂણા એકરૂપ થાય છે. કારણ દરેક ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો $180°$ હોય છે. તેથી એક ત્રિકોણના કોઈપણ બે ખૂણા અને એક ખૂણાની પાસેથી બાજુ, બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણા અને સંગત બાજુ સાથે એકરૂપ હોય તો ખૂખૂબા કસોટીની શરત પૂરી થાય છે અને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે.

(5) કાટકોણ ત્રિકોણોની કર્ણ-ભુજા-કસોટી :

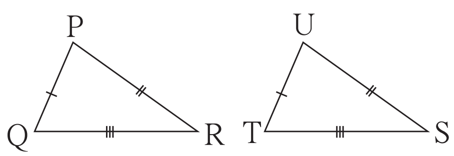
કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ (ભુજા) આપી હોય ત્યારે એકજ કાટકોણ ત્રિકોણ મળે છે. એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના સંગત ઘટકો સાથે એકરૂપ હોય તેવા બે કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો. ઉપર આપેલી રીત પ્રમાણે ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે તે અનુભવો.



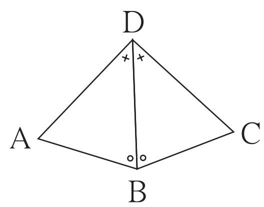
ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. **(1)** નીચેની આકૃતિમાં પ્રત્યેક જોડીમાંના ત્રિકોણોના એકરૂપ ઘટકો સરખી નિશાનીથી દર્શાવ્યા છે. તો પ્રત્યેક જોડીમાંના ત્રિકોણ કઈ કસોટીથી અને શિરોબિંદુની કઈ એક-એક સંગતતાનુસાર એકરૂપ છે. તે લખો.

(i)



(ii)

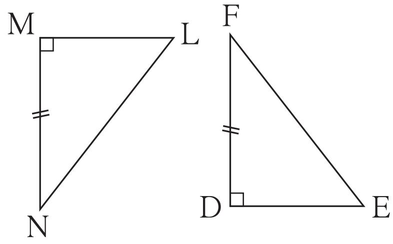


ઉકેલ : (i) બા-બા-બા કસોટીથી, PQR $\leftrightarrow$ UTS આ સંગતતાનુસાર

(ii) ખૂ-બા-ખૂ કસોટીથી, DBA $\leftrightarrow$ DBC આ સંગતતાનુસાર

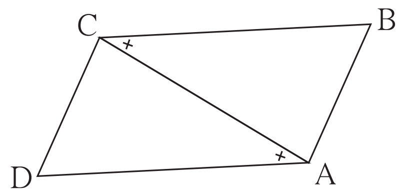
ઉદા. **(2)** નીચેની આકૃતિઓમાં પ્રત્યેક જોડીમાંના ત્રિકોણોના એકરૂપ ઘટકો સમાન નિશાની વડે બતાવ્યા છે અને તેની નીચે ત્રિકોણોની એકરૂપતાની કસોટી લખેલી છે. તે કસોટીથી ત્રિકોણો એકરૂપ થવા માટે કઈ માહિતી આપવી જરૂરી છે તે માહિતી આપ્યા પછી ત્રિકોણો શિરોબિંદુની કઈ એક-એક સંગતતાથી એકરૂપ તે લખો.

(i)



કર્ણભુજા કસોટી

(ii)



ખૂબાખૂ કસોટી

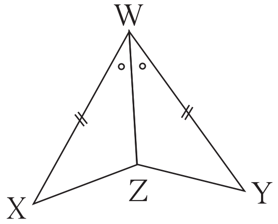
ઉકેલ : (i) આપેલાં ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ છે. તેમની એકેક બાજુ એકરૂપ આપેલી છે. તેથી 'કર્ણ LN અને કર્ણ EF એકરૂપ છે' તે માહિતી આપવી આવશ્યક છે. તે માહિતી આપ્યા પછી LMN $\leftrightarrow$ EDF સંગતતાનુસાર ત્રિકોણ એકરૂપ થશે.

(ii) આકૃતિમાં રેખ CA, સામાન્ય બાજુ છે તેથી $\angle$ DCA $\cong$ $\angle$ BAC આ માહિતી આપવી જરૂરી છે. તે માહિતી આપ્યા પછી DCA $\leftrightarrow$ BAC નુસાર ત્રિકોણો એકરૂપ થશે.

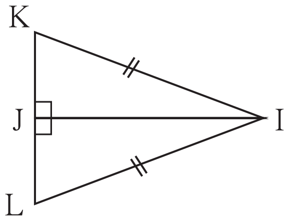
મહાવરાસંગ્રહ 13.1

1. નીચેની આકૃતિમાં ત્રિકોણોની દરેક જોડીમાં સરખી નિશાની વડે દર્શાવેલાં ઘટકો એકરૂપ છે. દરેક જોડીમાંના ત્રિકોણો કઈ કસોટીથી અને શિરોબિંદુની કઈ એક એક સંગતતાનુસાર એકરૂપ થાય છે. તે લખો.

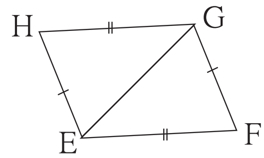
(i)



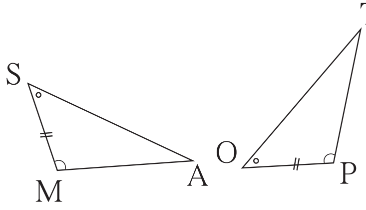
(ii)



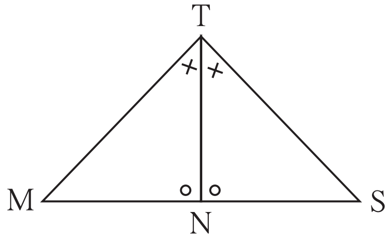
(iii)



(iv)



(v)



આ મને સમજાયું.

(1) **બા-ખૂ-બા કસોટી :** જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ખૂણો એ બીજા ત્રિકોણની સંગત બે બાજુઓ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ખૂણા સાથે એકરૂપ હોય, તો તે ત્રિકોણો પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

(2) **બા-બા-બા કસોટી :** જો એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ એ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ સંગત બાજુઓ સાથે એકરૂપ હોય, તો તે ત્રિકોણો પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

(3) **ખૂ-બા-ખૂ કસોટી :** જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને તેમાં સમાવિષ્ટ બાજુ એ બીજા ત્રિકોણની બે સંગત બાજુઓ અને તેમાં સમાવિષ્ટ બાજુ સાથે એકરૂપ હોય, તો તે બે ત્રિકોણો પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

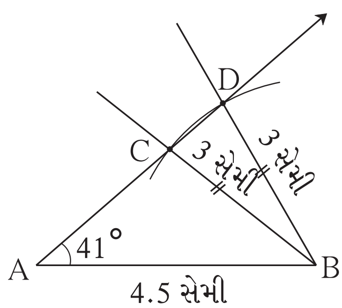
(4) **ખૂ-ખૂ-બા કસોટી :** જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમાં સમાવિષ્ટ ન હોય તે બાજુ એ બીજા ત્રિકોણના સંગત બે ખૂણા અને સમાવિષ્ટ ન હોય તે સંગત બાજુ સાથે એકરૂપ હોય, તો તે બે ત્રિકોણો પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

(5) **કર્ણ-ભુજા કસોટી :** જો એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ, બીજા કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને સંગત બાજુ સાથે એકરૂપ હોય, તો તે બે ત્રિકોણો પરસ્પર એકરૂપ હોય છે.

આ ધ્યાનમાં લઈએ :

એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ન હોય તેવો ખૂણો બીજા ત્રિકોણના સંગત ઘટકો સાથે એકરૂપ હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ હશે કે ?

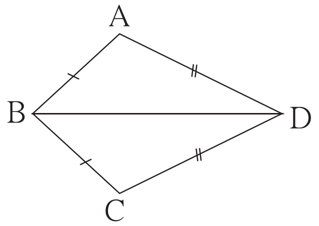
બાજુની આકૃતિ જુઓ. Δ ABC અને Δ ABD માં, બાજુ AB સામાન્ય છે. બાજુ BC $\cong$ બાજુ BD છે. $\angle$ A સામાન્ય ખૂણો છે, પરંતુ તે આપેલી બાજુઓમાં સમાવિષ્ટ કરેલો ખૂણો નથી. આમ એક ત્રિકોણના ત્રણ ઘટકો બીજા ત્રિકોણના સંગત ઘટકો સાથે એકરૂપ હોવા છતાં ત્રિકોણો એકરૂપ નથી.



આમ એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ન હોય તેવો ખૂણો, બીજા ત્રિકોણના સંગત ઘટકો સાથે એકરૂપ હોવા છતાં તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ થશે જ એમ કહી શકાય નહીં.

ગણેલું ઉદાહરણ

ઉદા. **(1)** આકૃતિમાં, □ ABCD ની સમાન બાજુઓ સમાન નિશાની વડે બતાવી છે. આ આકૃતિમાં એકરૂપ ખૂણાની જોડીઓ છે કે ? તે શોધો.



ઉકેલ : Δ ABD અને Δ CBD માં,

બાજુ AB $\cong$ બાજુ CB..... (આપેલું છે.)

બાજુ DA $\cong$ બાજુ DC.... (આપેલું છે.)

બાજુ BD સામાન્ય બાજુ છે.

$\therefore$ $\angle$ ABD $\cong$ $\angle$ CBD

$\angle$ ADB $\cong$ $\angle$ CDB

$\angle$ BAD $\cong$ $\angle$ BCD

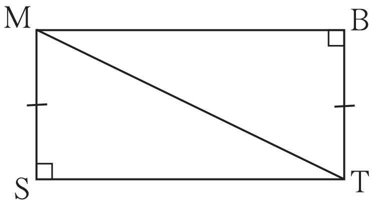
.....(એકરૂપ ત્રિકોણોના સંગતકોણો)

$\therefore$ Δ ABD $\cong$ Δ CBD .... (બાબાબા કસોટીથી)

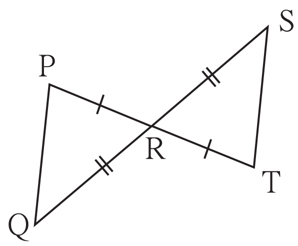
મહાવરાસંગ્રહ 13.2

1. નીચેના પૈકી દરેક જોડીમાં સરખી નિશાની વડે દર્શાવેલાં ઘટકો એકરૂપ છે. દરેક જોડીમાંના ત્રિકોણો, શિરોબિંદુની કઈ સંગતતા અને કઈ કસોટીથી એકરૂપ છે તે લખો. દરેક જોડીમાંના ત્રિકોણોના બાકીના સંગત એકરૂપ ઘટકો લખો.

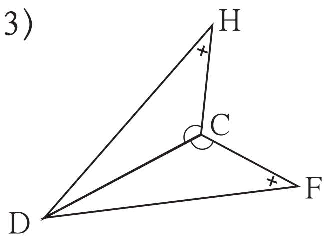
(1)



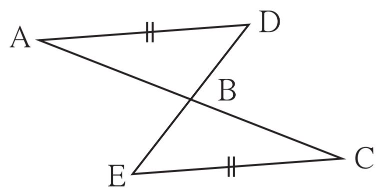
(2)



(3)



2*. બાજુની આકૃતિમાં, રેખ AD $\cong$ રેખ EC છે. હજી કઈ માહિતી આપવાથી ΔABD અને ΔEBC ખૂખૂબા કસોટીથી એકરૂપ થશે ?



ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 13.1 1. (i) બાખૂબા, XWZ $\leftrightarrow$ YWZ (ii) કર્ણભુજા KJI $\leftrightarrow$ LJI (iii) બાબાબા HEG $\leftrightarrow$ FGE (iv) ખૂબાખૂ SMA $\leftrightarrow$ OPT (v) બાખૂખૂ અથવા ખૂબાખૂ MTN $\leftrightarrow$ STN

મહાવરાસંગ્રહ 13.2 1. (1) Δ MST $\cong$ Δ TBM - કર્ણભુજા, બાજુ ST $\cong$ બાજુ MB, $\angle$ SMT $\cong$ $\angle$ BTM, $\angle$ STM $\cong$ $\angle$ BMT (2) Δ PRQ $\cong$ Δ TRS - બાખૂબા, બાજુ PQ $\cong$ બાજુ TS, $\angle$ RPQ $\cong$ $\angle$ RTS, $\angle$ PQR $\cong$ $\angle$ TSR (3) Δ DCH $\cong$ Δ DCF - બાખૂખૂ અથવા ખૂબાખૂ, બાજુ HC $\cong$ બાજુ FC, $\angle$ HDC $\cong$ $\angle$ FDC, બાજુ DH $\cong$ બાજુ DF, 2. (1) $\angle$ ADB $\cong$ $\angle$ CEB અને $\angle$ ABD $\cong$ $\angle$ CBE અથવા $\angle$ DAB $\cong$ $\angle$ ECB અને $\angle$ ABD $\cong$ $\angle$ CBE

DU5K6J

14 ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ

યાદ કરીએ.

કોઈ વ્યક્તિ બૅંક, પતપેઢી વગેરે સંસ્થાઓ પાસેથી જોઈતી રકમ નિશ્ચિત કરેલાં વ્યાજ દરે કરજ (લૉન) રૂપે લે છે અને કેટલાંક સમય બાદ તે રકમ પાછી આપે છે. તે રકમ ઉછીની લેવા બદલ કેટલીક વધુ રકમ દર વર્ષે મહેનતાણું તરીકે ચૂકવે છે. તેને વ્યાજ કહે છે. વ્યાજ શોધવાનું સૂત્ર $I = \frac{PNR}{100}$ આપણે શીખ્યા છીએ. આ સૂત્રમાં I = વ્યાજ, P = મુદ્દલ, N = મુદત (વર્ષમાં) અને R = દ.વ.દ.સેં. વ્યાજનો દર હોય છે.

જાણી લઈએ.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ (Compound interest)

થાપણ અથવા લૉન (કરજ) પર બૅંક ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ ગણે છે. તે શા માટે અને કેવી રીતે તે આપણે શીખીએ.

શિક્ષિકા : સજ્જનરાવે એક બૅંકમાંથી દ.વ.દ.સેં.10 ના દરે 1 વર્ષ પછી પાછા ચૂકવવાની શરતે 10,000 રૂપિયા કરજ લીધું. તો વર્ષ પુરૂં થતાં તેમણે વ્યાજ સાથે કેટલી રકમ ચૂકવવી પડશે ?

વિદ્યાર્થી : અહીં P = 10,000 રૂપિયા ; R = 10; N = 1 વર્ષ.

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000$$ રૂપિયા.

$\therefore$ સજ્જનરાવે વર્ષ પુરૂં થતાં વ્યાજ સાથે 10,000 + 1000 = 11,000 રકમ ચૂકવવી પડશે.

વિદ્યાર્થી : પણ ક્યારેક કરજદાર વર્ષના અંતે વ્યાજની રકમ પણ ભરી શકે નહીં તો ?

શિક્ષિકા : બૅંક દરેક વર્ષના અંતે વ્યાજની ગણતરી કરે છે. દર વર્ષે કરજદારે તેની વ્યાજની રકમ બૅંકમાં ભરવી તેવી અપેક્ષા કરે છે. કરજદાર પહેલાં વર્ષે વ્યાજ ભરે નહિ, તો બૅંક બીજા વર્ષે મુદ્દલ અને પહેલાં વર્ષનું વ્યાજ મળીને થતી કુલ રકમને કરજ ગણે છે. એટલે મુદ્દલ અને વ્યાજ મળીને થતી 'રાશ' એ જ બીજા વર્ષે મુદ્દલ માનીને વ્યાજની ગણતરી કરે છે. આમ બીજા વર્ષે વ્યાજની ગણતરી કરતી વખતે મુદ્દલની રકમ પહેલાં વર્ષની રાશ જેટલી હોય છે. આ રીતે કરેલી વ્યાજની ગણતરીને **ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ** કહે છે.

વિદ્યાર્થી : સજ્જનરાવે કરજ ફેડવાની મુદત હજુ એક વર્ષ વધારી તો ?

શિક્ષિકા : તો બીજા વર્ષ માટે 11,000 રૂપિયા મુદ્દલ માનીને તેના પર વ્યાજ અને રાશ કાઢવી પડશે.

વિદ્યાર્થી : તે માટે પહેલાંના ધોરણમાં શીખેલો $\frac{\text{રાશ}}{\text{મુદ્દલ}} = \frac{110}{100}$ આ ગુણોત્તર વાપરીએ તો ચાલશે ને ?

શિક્ષિકા : જરૂર ચાલશે ! દરેક વર્ષ માટે $\dfrac{\text{રાશ}}{\text{મુદ્દલ}}$ આ ગુણોત્તર અચળ છે. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની ગણતરી કરતી વખતે દરેક વર્ષે પાછલાં વર્ષની રાશ એ પછીના વર્ષની મુદ્દલ બને છે. એટલે વ્યાજને બદલે રાશ કાઢવી સહેલી પડે છે. ધારો કે, પહેલાં વર્ષને અંતે રાશ A_1, બીજા વર્ષને અંતે રાશ A_2, ત્રીજા વર્ષને અંતે રાશ A_3 એમ લખીએ.

પહેલાં વર્ષ મુદ્દલ P હતી.

$$\therefore \frac{A_1}{P} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_1 = P \times \frac{110}{100}$$

બીજા વર્ષે રાશ કાઢવા માટે

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_2 = A_1 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

વિદ્યાર્થી : પછી ત્રીજા વર્ષની રાશ A_3 કાઢવા માટે,

$$\therefore \frac{A_3}{A_2} = \frac{110}{100} \quad \therefore A_3 = A_2 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

શિક્ષિકા : શાબ્બાશ ! આ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશ શોધવાનું સૂત્ર જ છે. અહીં $\dfrac{110}{100}$ એ 1 રૂપિયાની 1 વર્ષના અંતે થતી રાશ છે. જેટલા વર્ષની રાશ કાઢવી હોય તેટલી વાર મુદ્દલને આ ગુણોત્તર વડે ગુણવું.

વિદ્યાર્થી : એટલે પહેલા વર્ષને અંતે $\dfrac{\text{રાશ}}{\text{મુદ્દલ}}$ આ ગુણોત્તર M છે અને મુદ્દલ P છે એવું માનીએ. તો વર્ષને અંતે રાશ $P\times M$, બીજા વર્ષને અંતે રાશ $P\times M^2$, ત્રીજા વર્ષને અંતે રાશ $P\times M^3$ થાય છે. આ રીતે કેટલાં પણ વર્ષની રાશ કાઢી શકાય છે.

શિક્ષિકા : બરાબર ! દ.વ.દ.સેં. વ્યાજનો દર R હોય તો,

$\therefore$ 1 રૂપિયાની 1 વર્ષની રાશ $= 1 \times M = 1 \times \left(\dfrac{100+R}{100}\right) = 1 \times \left(1+\dfrac{R}{100}\right)$ થશે.

$\therefore$ P રૂપિયાની 1 વર્ષની રાશ $= P \times \dfrac{100+R}{100} = P \times \left(1+\dfrac{R}{100}\right)$

$\therefore$ મુદ્દલ P, વ્યાજનો દ.વ.દ.સેં. R અને મુદત N વર્ષ હોય તો,

N વર્ષ પછીને રાશ, $A = P \times \left(\dfrac{100+R}{100}\right)^N = P\left(1+\dfrac{R}{100}\right)^N$

ગણેલું ઉદાહરણ

ઉદા. (1) 4000 રૂપિયાનું 3 વર્ષનું દ.વ.દ.સેં. $12\frac{1}{2}$ દરે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કેટલું ?

ઉકેલ : અહીં, P = 4000 રૂપિયા; $R = 12\frac{1}{2}\%$; N = 3 વર્ષ.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N = P\left(1+\frac{12.5}{100}\right)^3$$

$$= 4000\left(1+\frac{125}{1000}\right)^3$$

$$A = 4000\left(\frac{1125}{1000}\right)^3 = 4000\left(\frac{9}{8}\right)^3$$

$= 5695.31$ રૂપિયા.

$\therefore$ ત્રણ વર્ષનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ (I) = રાશ – મુદ્દલ

= $5695.31 - 4000 = 1695.31$ રૂપિયા.

મહાવરાસંગ્રહ 14.1

1. નીચેના ઉદાહરણોમાં ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધો.

અ.ક્ર.	મુદ્દલ (રૂપિયા)	દર (દ.વ.દ.સેં.)	મુદત (વર્ષ)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

2. સમીરરાવે એક પતપેઢીમાંથી દ.વ.દ.સેં.12 ના દરે 3 વર્ષ માટે 12,500 રૂપિયાનું કરજ લીધું. તો ત્રીજા વર્ષને અંતે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ ગણતરીથી કુલ કેટલા રૂપિયા ચૂકવવા પડશે ?

3. શલાકાએ વ્યવસાય શરૂ કરવા માટે દ.વ.દ.સેં. $10\frac{1}{2}$ ના દરે 8000 રૂપિયા કરજ પેટે લીધાં. 2 વર્ષ પછી કરજ ચૂકવતી વખતે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કેટલું થશે ?

આ ધ્યાનમાં લઈએ :

1. કેટલાંક આર્થિક વ્યવહારમાં દર છ મહિને વ્યાજની ગણતરી કરવામાં આવે છે. N વર્ષ મુદત અને વ્યાજનો દર R હોય તો છ માસિક (અર્ધ વાર્ષિક) વ્યાજ ગણતરીમાં આપેલી મુદ્દલ માટે વ્યાજનો દર $\frac{R}{2}$ લેવામાં આવે છે. N વર્ષ માટે, છ મહિનાના 2N ટપ્પા થાય છે તે ધ્યાનમાં લઈ વ્યાજની ગણતરી કરવામાં આવે છે.
2. અનેક વિત્ત સંસ્થા માસિક વ્યાજ ગણતરી કરીને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢે છે ત્યારે વ્યાજનો માસિક દર $\frac{R}{12}$ અને કુલ મહિનાઓ જેટલી મુદત $12 \times N$ ટપ્પા લઈને વ્યાજની ગણતરી કરે છે.
3. આજકાલ બેંક વ્યાજની ગણતરી દૈનિક કરીને ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ કાઢે છે.

ઉપક્રમ : તમારા નજીકની બેંકમાં જઈને ત્યાં ચાલતી વિવિધ યોજનાઓની માહિતી મેળવો. તે યોજનાનાં વ્યાજનાં દરનો કોઠો બનાવીને વર્ગમાં લગાવો

જાણી લઈએ.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજના સૂત્રનું ઉપયોજન (Application of formula for compound interest)

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે રાશ શોધવાના સૂત્રનો ઉપયોગ રોજીંદા જીવનમાં અનેક ક્ષેત્રે થાય છે. જેમ કે લોકસંખ્યા વધારો, એકાદ વાહનની દર વર્ષે ઓછી થતી કિંમત વગેરે.

એકાદ વસ્તુ કેટલોક સમય વાપરીને પછી વેંચવાથી તેની કિંમત ખરીદીની કિંમત કરતાં ઓછી થાય છે. ઓછી થતી આ કિંમતને ઘસારની કિંમત (depreciation) કહે છે.

કિંમતમાં થતો આ ઘસારો નિશ્ચિત સમયમાં અને નિશ્ચિત દરે થાય છે. દા.ત.યંત્રની કિંમત દર વર્ષે નિશ્ચિત દરે ઓછી થતી જાય છે. કેટલાં સમય પછી, કિંમત કેટલી ઓછી થઈ તે શોધવા માટે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજના સૂત્રનો ઉપયોગ થાય છે.

આ કિંમત શોધવા માટે ઘસારાનો દર ખબર હોવો જોઈએ. વસ્તુની કિંમત ઓછી થતી હોવાથી ઘસારાનો દર R ઋણ લેવામાં આવે છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક શહેરની લોકસંખ્યા દરવર્ષે 8% ના ચક્રવૃદ્ધિ દરે વધે છે. 2010ની સાલમાં તે શહેરની લોકસંખ્યા 2,50,000 હોય તો 2012માં તે શહેરની લોકસંખ્યા કેટલી હશે ?

ઉકેલ : અહીં, P = 2010ની લોકસંખ્યા = 2,50,000

A = 2012ની લોકસંખ્યા;

R = લોકસંખ્યા વધારાનો દર = દર વર્ષે 8%

N = 2 વર્ષ

A = 2012ની સાલમાં 2 વર્ષની શહેરની લોકસંખ્યા

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N = 250000 \times \left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right) \times \left(\frac{108}{100}\right)$$

$$= 2,91,600.$$

$\therefore$ 2012માં શહેરની લોકસંખ્યા 2,91,600 હશે.

ઉદા. **(2)** રેહાનાએ એક સ્કુટર 2015ની સાલમાં 60,000 રૂપિયામાં વેંચાતું લીધું. ઘસારાનો દર દ.વ.દ.સેં. 20% હોય તો 2 વર્ષ પછી તેના સ્કુટરની કિંમત કેટલી થશે ?

ઉકેલ : અહીં, P = 60000 રૂપિયા   A = 2 વર્ષ પછીની કિંમત

R = ઘસારાનો દર = –20 % દર વર્ષે   N = 2 વર્ષ

A = 2 વર્ષ પછીની કિંમત

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 60000 \times \left(1+\frac{-20}{100}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(1-\frac{1}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 60000 \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$$

A = 38400 રૂપિયા.

∴ બે વર્ષ પછી રેહાનાના સ્કુટરની કિંમત 38,400 રૂ. થશે.

ચક્રવૃદ્ધિ પદ્ધતિએ વ્યાજની ગણતરી કરવાના સૂત્રમાં A, P, N, R આ ચાર બાબતો છે તેમાંથી કોઈપણ ત્રણ બાબતો આપી હોય તો ચોથી બાબત શોધી શકાય છે.

ઉદા. **(3)** એક રકમની દ.વ.દ.સેં.10 ના દરે 3 વર્ષની ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશ 6,655 રૂપિયા થાય છે. તો તે રકમ શોધો.

ઉકેલ : અહીં, A = 6655 રૂપિયા; R = દ.વ.દ.સેં.10; N = 3 વર્ષ.

$$A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore 6655 = P \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$\therefore P = \frac{6655\times10^3}{11\times11\times11} \qquad \therefore P = 5 \times 10^3 = 5000$$

∴ તે રકમ 5000 રૂ. હતી.

ઉદા. **(4)** દ.વ.દ.સેં 10 ના દરે 9,000 રૂપિયાનું કેટલાં વર્ષનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ 1,890 રૂપિયા થશે ?

ઉકેલ : અહીં, R = 10; P = 9000; ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ = 1890

સૌ પ્રથમ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશ (A) શોધીએ.

$$A = P + I = 9000 + 1890 = 10890$$

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશનું સૂત્ર લખી તેમાં આપેલી કિંમત મૂકતાં.

$$A = 10890 = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^N = 9000\left(1+\frac{10}{100}\right)^N = 9000\left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{10890}{9000} = \frac{121}{100} \qquad \therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{121}{100} \quad \therefore \ N = 2$$

$\therefore$ 2 વર્ષનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ 1,890 રૂપિયા થશે.

મહાવરાસંગ્રહ 14.2

1. એક ફ્લાયઓવર બ્રીજના બાંધકામ માટે શરૂઆતમાં 320 મજૂર હતાં. દર વર્ષે 25% મજૂર વધારવામાં આવ્યા તો બે વર્ષ પછી તે કામ પર કેટલાં મજૂર હશે ?
2. એક ભરવાડ પાસે શરૂઆતમાં 200 ઘેંટા હતા. દર વર્ષે તેમની સંખ્યામાં 10%નો વધારો થતો હોય તો 2 વર્ષને અંતે તેની પાસે કેટલાં ઘેંટા હશે ?
3. એક જંગલમાં 40,000 વૃક્ષો છે. દર વર્ષે તેમાં 5%ના દરે વૃદ્ધિ કરવાનું ધ્યેય નક્કી કરવામાં આવ્યું તો 3 વર્ષને અંતે જંગલમાં વૃક્ષોની સંખ્યા કેટલી હશે ?
4. એક મશીન 2,50,000 રૂપિયામાં ખરીદી કર્યું હતું. ઘસારાનો દર પ્રતિવર્ષ 10% હોય તો બે વર્ષ પછી મશીનની કિંમત તેની ખરીદી કિંમત કરતાં કેટલાં રૂપિયા ઘટશે ?
5. એક મુદ્દલની દ.વ.દ.સે. 16 ના દરે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે થતી રાશ 4,036.80 રૂપિયા છે. તો 2 વર્ષનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કેટલું થશે ?
6. 15,000 રૂપિયા ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે દ.વ.દ.સે. 12ના દરે કરજ પેટે લીધાં 3 વર્ષ પછી કરજ ચૂકવતી વખતે કુલ કેટલા રૂપિયા આપવા પડશે ?
7. દ.વ.દ.સે.18ના દરે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે એક મુદ્દલની 2 વર્ષની રાશ 13,924 રૂપિયા થઈ તો મુદ્દલ કેટલી હશે ?
8. શહેરના એક ઉપનગરની લોકસંખ્યા નિશ્ચિત દરે વધે છે. તે ઉપનગરની આજની અને બે વરસ પછીની લોકસંખ્યા અનુક્રમે 16,000 અને 17,640 હોય તો લોકસંખ્યામાં થયેલાં વધારાનો દર શોધો.
9. 700 રૂપિયાની દ.વ.દ.સે. 10ના દરે કેટલા વર્ષમાં રાશ 847 રૂપિયા થશે ?
10. દ.વ.દ.સે. 8ના દરે 20,000 રૂપિયાનું 2 વર્ષનું સાદું વ્યાજ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 14.1 1. (1) ₹ 2205, ₹ 205 (2) ₹ 6,298.56, ₹ 1,298.56 (3) ₹ 4,622.50, ₹ 622.50 2. ₹ 17,561.60 3. ₹ 1,768.20

મહાવરાસંગ્રહ 14.2 1. 500 મજૂર 2. 242 ઘેંટા 3. 46,305 વૃક્ષો 4. ₹ 47,500 5. ₹ 1,036.80 6. ₹ 21,073.92 7. ₹ 10,000 8. દ.વ.દ.સે. 5 9. 2 વર્ષમાં 10. ₹ 128

DUEG87

15 ક્ષેત્રફળ

યાદ કરીએ.

આપણે જાણીએ છીએ કે, બંધ બહુભુજાકૃતિની (બહુકોણની) બાજુઓ સેન્ટિમીટર, મીટર, કિલો મીટર આ એકમમાં આપી હોય તો તેના ક્ષેત્રફલ અનુક્રમે ચોસેમી, ચોમી, ચોકિમી આ એકમમાં લખાય છે. કારણ ક્ષેત્રફળ ચોરસ વડે મપાય છે.

(1) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ^{2}

(2) લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

(3) કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
$= \frac{1}{2} \times$ કાટખૂણો બનાવતી બાજુઓની લંબાઈનો ગુણાકાર

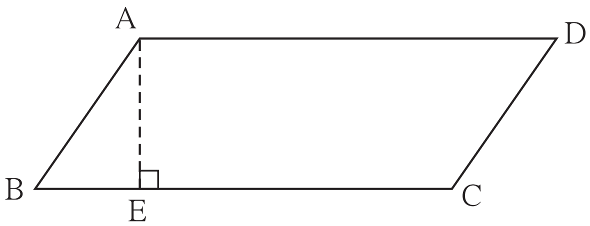
(4) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times$ પાયો × ઊંચાઈ

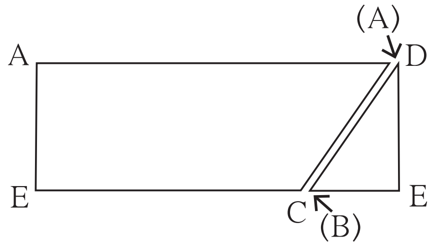
જાણી લઈએ.

સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a parallelogram)

કૃતિ :

- એક કાગળ પર પૂરતો મોટો સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ ABCD દોરો. A બિંદુમાંથી બાજુ પર BC પર લંબ AE દોરો. Δ AEB આ કાટકોણ ત્રિકોણ કાપો અને તેને સરકાવીને આકૃતિ બીજીમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે □ ABCD ના બાકીના ભાગ સાથે જોડી દો. આ રીતે તૈયાર થતી આકૃતિ લંબચોરસની છે તે ધ્યાનમાં લો.

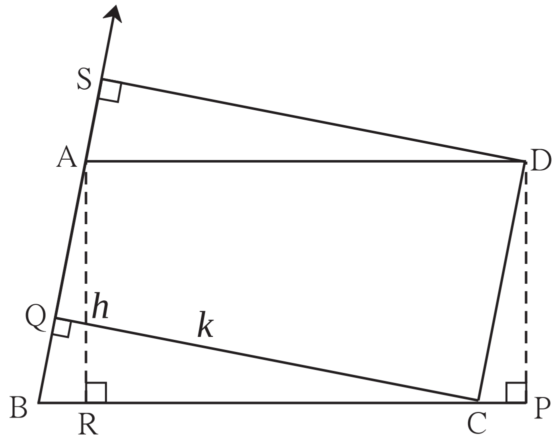




- સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણમાંથી જ આ લંબચોરસ તૈયાર થયો છે, તેથી તે બન્નેના ક્ષેત્રફળ સમાન છે.
- સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનો પાયો એટલે લંબચોરસની એક બાજુ (લંબાઈ) અને ઊંચાઈ એટલે લંબચોરસની બીજી બાજુ (પહોળાઈ) છે.

∴ સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = પાયો × ઊંચાઈ

ધ્યાનમાં લો કે, સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓ પૈકી એક બાજુ પાયો માનીએ તો સમાંતરબાજુઓ વચ્ચેનું અંતર એ તે ચતુષ્કોણના પાયાની સંગત ઊંચાઈ હોય છે.



□ ABCD સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણ છે.

રેખ DP ⊥ બાજુ BC, રેખ AR ⊥ બાજુ BC. બાજુ BC પાયો લઇએ તો ઊંચાઈ = l(AR) = l(DP) = h.

જો રેખ CQ ⊥ બાજુ AB અને AB બાજુ પાયો લેતાં તે પાયાની સંગત ઊંચાઈ l(QC) = k છે.

∴ A(□ABCD) = l(BC) × h = l(AB) × k.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનો પાયો 8 સેમી અને ઊંચાઈ 5 સેમી હોય તો તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ?

ઉકેલ : સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = પાયો × ઊંચાઈ = 8 × 5

= 40

∴ સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = 40 ચોસેમી

ઉદા. (2) એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 112 ચોસેમી છે. તેનો પાયો 10 સેમી હોય તો તેની ઊંચાઈ શોધો.

ઉકેલ : સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = પાયો × ઊંચાઈ

∴ 112 = 10 × ઊંચાઈ ∴ $\frac{112}{10}$ = ઊંચાઈ

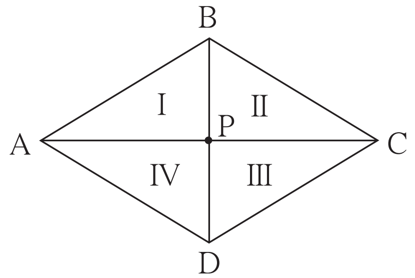
∴ સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 11.2 સેમી

મહાવરાસંગ્રહ 15.1

1. એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનો પાયો 18 સેમી અને ઊંચાઈ 11 સેમી છે. તો તે ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 29.6 ચોસેમી અને પાયો 8 સેમી છે. તો તેની ઊંચાઈ શોધો.
3. એક સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 83.2 ચોસેમી તેની ઊંચાઈ 6.4 સેમી છે. તો તેનાં પાયાની લંબાઈ કેટલી હશે ?

સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a rhombus)

કૃતિ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક સમભુજ ચતુષ્કોણ દોરો. આપણે જાણીએ છીએ કે સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ પરસ્પર લંબદ્વિભાજક હોય છે.



ધારો કે, $l(AC) = d_1$ અને $l(BD) = d_2$

☐ ABCD એ સમભુજ ચતુષ્કોણ છે. તેના વિકર્ણો P બિંદુમાં છેદે છે. તેથી આપણને ચાર એકરૂપ કાટકોણ ત્રિકોણ મળે છે. દરેક કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુઓ $\frac{1}{2}\, l(AC)$ અને $\frac{1}{2}\, l(BD)$ જેટલી છે. ચારેય ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે.

$l(AP) = l(PC) = \frac{1}{2}\, l(AC) = \frac{d_1}{2}$,

તેમજ, $l(BP) = l(PD) = \frac{1}{2}\, l(BD) = \frac{d_2}{2}$

$\therefore$ સમભુજ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ $= 4 \times A(\Delta\ APB)$

$= 4 \times \frac{1}{2} \times l(AP) \times l(BP)$

$= 2 \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2}$

$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\therefore$ સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ વિકર્ણોની લંબાઈનો ગુણાકાર

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક સમભુજ ચતુષ્કોણના બે વિકર્ણોની લંબાઈ અનુક્રમે 11.2 સેમી અને 7.5 સેમી છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

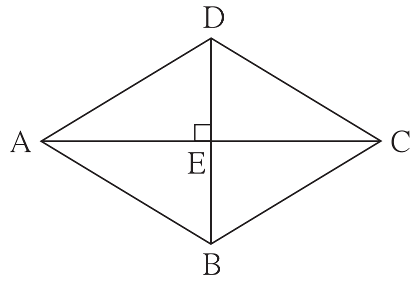
ઉકેલ : સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ વિકર્ણોની લંબાઈનો ગુણાકાર

$= \frac{1}{2} \times \frac{11.2}{1} \times \frac{7.5}{1} = 5.6 \times 7.5$

$= 42$ ચોસેમી.

ઉદા. **(2)** એક સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 96 ચોસેમી છે તેનો એક વિકર્ણ 12 સેમી છે તો તે ચતુષ્કોણની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, $\square$ ABCD એ સમભુજ ચતુષ્કોણ છે. તેના વિકર્ણ BDની લંબાઈ 12 સેમી છે અને ક્ષેત્રફળ 96 ચોસેમી છે તે પરથી પ્રથમ કર્ણ ACની લંબાઈ શોધીએ.



સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ વિકર્ણોની લંબાઈનો ગુણાકાર

$\therefore \quad 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times l(AC) = 6 \times l(AC)$

$\therefore \quad l(AC) = 16$

ધારો કે વિકર્ણોનું છેદનબિંદુ E છે. સમભુજ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે.

$\therefore\ \Delta$ ADE માં, $m\angle E = 90°$,

$l(DE) = \frac{1}{2} l(DB) = \frac{1}{2} \times 12 = 6;$ | $l(AE) = \frac{1}{2} l(AC) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

પાયથાગોરસના પ્રમેય અનુસાર,

$l(AD)^2 = l(AE)^2 + l(DE)^2 = 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36 = 100$

$\therefore\ l(AD) = 10$

$\therefore$ સમભુજ ચતુષ્કોણની દરેક બાજુની લંબાઈ 10 સેમી.

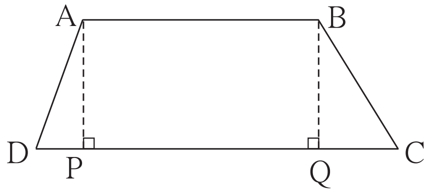
મહાવરાસંગ્રહ 15.2

1. એક સમભુજ ચતુષ્કોણના બે વિકર્ણોની લંબાઈ 15 સેમી અને 24 સેમી છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. એક સમભુજ ચતુષ્કોણના બે વિકર્ણોની લંબાઈ અનુક્રમે 16.5 સેમી અને 14.2 સેમી છે તો તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. એક સમભુજ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ 100 સેંમી અને એક વિકર્ણની લંબાઈ 48 સેમી છે તો ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

4★. એક સમભુજ ચતુષ્કોણનો એક વિકર્ણ 30 સેમી છે. તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 240 ચોસેમી છે. તો તેની પરિમિતિ શોધો.

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a trapezium)

કૃતિ : રેખ AB || રેખ DC હોય તેવો એક સમલંબ ચતુષ્કોણ □ ABCD કાગળ પર દોરો.



રેખ AP ⊥ બાજુ DC અને

રેખ BQ ⊥ બાજુ DC દોરો.

$l(AP) = l(BQ) = h$ ધારીએ.

સમલંબ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ h, એટલે જ તેની સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું અંતર.

લંબ દોરવાથી ABCD નું ત્રણ ક્ષેત્રમાં વિભાજન થયું તે પૈકી ΔAPD અને ΔBQC કાટકોણ ત્રિકોણ છે. ABQP લંબચોરસ છે. બિંદુ P અને Q એ રેખ DC પર છે.

સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ

$$= A(\Delta\ APD) + A(\square ABQP) + A(\Delta BQC)$$

$$= \frac{1}{2} \times l(DP) \times h + l(PQ) \times h + \frac{1}{2}\ l(QC) \times h$$

$$= h\ [\frac{1}{2}\ l(DP) + l(PQ) + \frac{1}{2}\ l(QC)]$$

$$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + 2l(PQ) + l(QC)]$$

$$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + l(PQ) + l(AB) + l(QC)] \ldots \because\ l(PQ) = l(AB)$$

$$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DP) + l(PQ) + l(QC) + l(AB)]$$

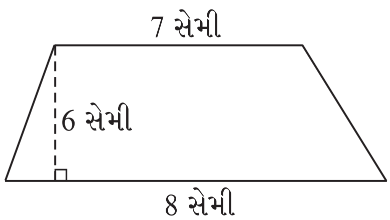
$$= \frac{1}{2} \times h\ [l(DC) + l(AB)]$$

$A(\square ABCD) = \frac{1}{2}$ (સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો) $\times h$

$\therefore$ સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો × ઊંચાઈ

ગણેલું ઉદાહરણ

ઉદા. (1) એક સમલંબ ચતુષ્કોણની સંમુખ બાજુઓની એક જોડી પરસ્પર સમાંતર છે. તે બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર 6 સેમી છે. સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ અનુક્રમે 7 સેમી અને 8 સેમી છે તો તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



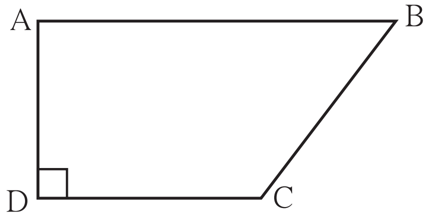
ઉકેલ : સમાંતર ભુજાઓ વચ્ચેનું અંતર = સમલંબ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ = 6 સેમી

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો) $\times$ ઊંચાઈ

$= \frac{1}{2}(7 + 8) \times 6 = 45$ ચોસેમી

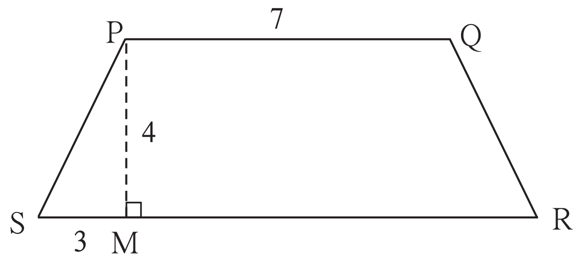
મહાવરાસંગ્રહ 15.3

1. ચતુષ્કોણ ABCD માં $l(\mathrm{AB}) = 13$ સેમી, $l(\mathrm{DC}) = 9$ સેમી, $l(\mathrm{AD}) = 8$ સેમી, તો $\square$ ABCD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.



2. એક સમલંબ ચતુષ્કોણની બાજુઓની લંબાઈ અનુક્રમે 8.5 સેમી અને 11.5 સેમી છે. તેની ઊંચાઈ 4.2 સેમી છે. તો તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

3*. $\square$ PQRS એ સમદ્વિભુજ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે. $l(\mathrm{PQ}) = 7$ સેમી, રેખ PM $\perp$ બાજુ SR, $l(\mathrm{SM}) = 3$ સેમી, સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર 4 સેમી છે. તો $\square$ PQRS નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

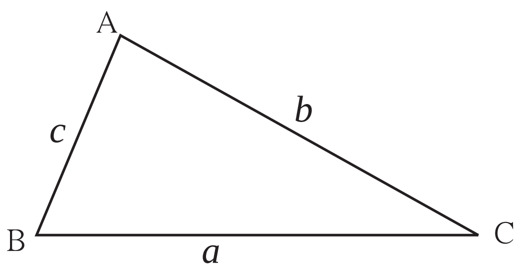


જાણી લઈએ.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a Triangle)

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ પાયો $\times$ ઊંચાઈ એ આપણે જાણીએ છીએ.

હવે ત્રિકોણની ઊંચાઈ આપી ન હોય પરંતુ ત્રણે બાજુઓની લંબાઈ આપી હોય તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું સૂત્ર જોઈએ.



Δ ABC ની બાજુઓની લંબાઈ a, b, c છે.

તેની અર્ધપરિમિતિ કાઢીએ.

અર્ધપરિમિતિ $= s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

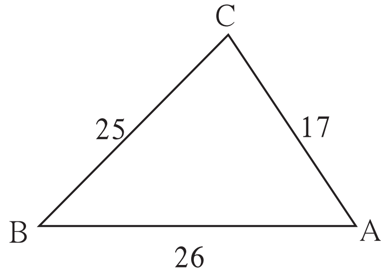
ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

આ સૂત્રને **'હીરોનું સૂત્ર'** (Heron's Formula) કહે છે.

ઉદા. **(1)** એક ત્રિકોણની બાજુઓ 17 સેમી, 25 સેમી અને 26 સેમી છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : $a = 17,\ b = 25,\ c = 26$

અર્ધપરિમિતિ $= s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{17+25+26}{2} = \frac{68}{2} = 34$



ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{34(34-17)(34-25)(34-26)}$

$= \sqrt{34\times17\times9\times8}$

$= \sqrt{17\times2\times17\times3\times3\times2\times2\times2}$

$= \sqrt{17^2\times2^2\times2^2\times3^2}$

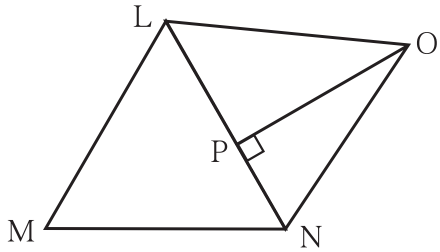
$= 17 \times 2 \times 2 \times 3 = 204$ ચોસેમી

ઉદા. **(2)** એક ભૂખંડની આકૃતિ અને માપ આપ્યાં છે.

l(LM) = 60 મી. l(MN) = 60 મી.

l(LN) = 96 મી. l(OP) = 70 મી.

તો આ ભૂખંડનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ઉકેલ : આ આકૃતિમાં Δ LMN અને Δ LNO તૈયાર થયેલાં છે. Δ LMN ની બધી બાજુઓની લંબાઈ ખબર છે. એટલે જ હિરોનું સૂત્ર વાપરીને તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢીશું. પછી Δ LNO માં બાજુ LN પાયો અને l(OP) ઊંચાઈ લઈને Δ LNO નું ક્ષેત્રફળ શોધીએ.

Δ LMN ની અર્ધપરિમિતિ, s $= \frac{60+60+96}{2} = \frac{216}{2} = 108$ મી

$\therefore$ Δ LMN નું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{108(108-60)(108-60)(108-96)}$

$= \sqrt{108\times48\times48\times12}$

$= \sqrt{12\times9\times48\times48\times12}$

A(Δ LMN) = 12 × 3 × 48 = 1728 ચોમી.

A(Δ LNO) $= \frac{1}{2}$ પાયો × ઊંચાઈ

$= \frac{1}{2} \times 96 \times 70$

$= 96 \times 35 \quad = 3360$ ચોમી

ભૂખંડ LMNO નું ક્ષેત્રફળ = A(Δ LMN) + A(Δ LNO)

= 1728 + 3360

= 5088 ચોમી.

આ મને સમજાયું.

સમાંતરભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = પાયો × ઊંચાઈ

સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × વિકર્ણોની લંબાઈનો ગુણાકાર

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો × ઊંચાઈ

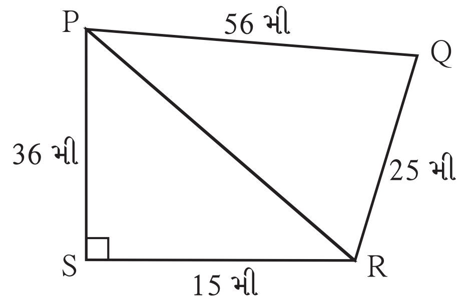
ΔABC ની બાજુઓ a, b, c હોય તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા માટે હિરોનું સૂત્ર

$$A(\Delta ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \ ; \ s = \frac{a+b+c}{2}$$

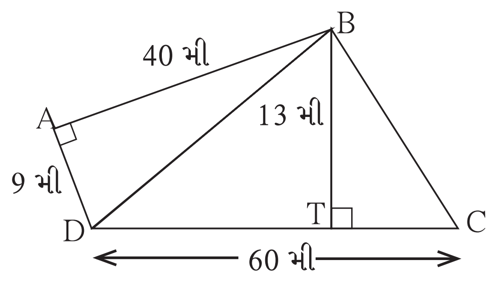
મહાવરાસંગ્રહ 15.4

1. એક ત્રિકોણની બાજુઓ 45 સેમી, 39 સેમી અને 42 સેમી છે તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

2. આકૃતિમાં આપેલા માપ ધ્યાનમાં લઇને □ PQRS નું ક્ષેત્રફળ શોધો.



3. બાજુમાં આપેલી આકૃતિમાં કેટલાંક માપ દર્શાવ્યા છે તે પરથી □ABCD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

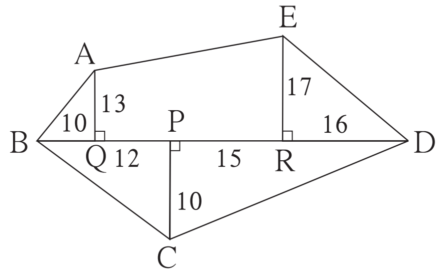


જાણી લઈએ.

અનિયમિત આકારની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ

ભૂખંડ, ખેતીની જમીન વગેરેનો આકાર સામાન્ય રીતે અનિયમિત બહુકોણ (બહુભુજાકૃતિ) વિભાજન ત્રિકોણ અથવા વિશિષ્ઠ ચતુષ્કોણમાં કરી શકાય છે. આવી આકૃતિઓનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે કાઢવું તે જોઈએ.

ઉદા. બાજુની આકૃતિમાં ABCDE બહુભુજાકૃતિ છે. આકૃતિમાં બધાં માપ મીટરમાં છે. આ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ઉકેલ : અહીં Δ AQB, Δ ERD એ કાટકોણ ત્રિકોણ છે. $\square$ AQRE સમલંબ ચતુષ્કોણ છે. Δ BCD નો પાયો BD અને ઊંચાઈ PC આપેલી છે. દરેક આકૃતિના ક્ષેત્રફળ શોધીએ.

$A(\Delta\ AQB) = \frac{1}{2} \times l(BQ) \times l(AQ) = \frac{1}{2} \times 10 \times 13 = 65$ ચોમી

$A(\Delta\ ERD) = \frac{1}{2} \times l(RD) \times l(ER) = \frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136$ ચોમી

$A(\square\ AQRE) = \frac{1}{2}\ [l(AQ) + l(ER)] \times l(QR)$

$= \frac{1}{2}\ [13 + 17] \times (12 + 15)$

$= \frac{1}{2} \times 30 \times 27 = 15 \times 27 = 405$ ચોમી

$l(BD) = l(BP) + l(PD) = 10 + 12 + 15 + 16 = 53$ મી

$A(\Delta\ BCD) = \frac{1}{2} \times l(BD) \times l(PC) = \frac{1}{2} \times 53 \times 10 = 265$ ચોમી

$\therefore$ બહુભુજાકૃતિ ABCDE નું ક્ષેત્રફળ

$= A(\Delta\ AQB) + A(\square AQRE) + A(\Delta\ ERD) + A(\Delta\ BCD)$

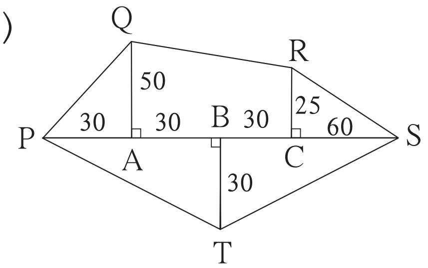
$= 65 + 405 + 136 + 265$

$= 871$ ચોમી

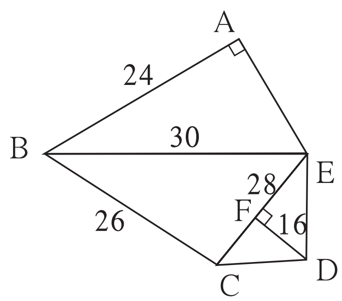
મહાવરાસંગ્રહ 15.5

1. નીચે ભૂખંડના રૂપરેખા પરથી તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (દરેક માપ મીટરમાં છે.)

(1)

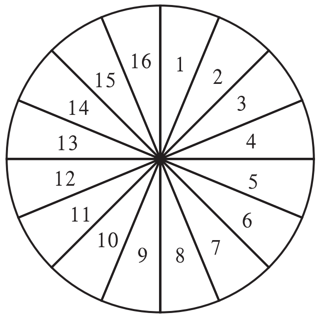


(2)

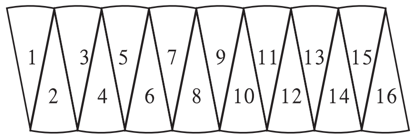


વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ (Area of a circle)

કૃતિ : એક કાર્ડપેપર લઈ તેના પર વર્તુળ દોરો. વર્તુળાકાર ભાગ કાપીને જુદાં કરો. ગડી વાળીને તેના 16 કે 32 સમાન ભાગ કરો. અથવા 360° ના સમાન ભાગ કરી વર્તુળના 18 કે 20 સમાન ભાગ કરો. પછી તે ભાગ ત્રિજ્યા પરથી કાપીને વૃત્તાંશ (વર્તુળના ભાગ) મેળવો.



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોડો જેથી આપણને લંબચોરસ જેવો આકાર મળશે. વર્તુળના સમાન ભાગની સંખ્યા જેમ જેમ વધારતાં જઈએ તેમ તેમ મળતી નવી આકૃતિ લંબચોરસ બનતી જાય છે.



વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$

$\therefore$ લંબચોરસની લંબાઈ πr, એટલે અર્ધપરિઘ જેટલી અને પહોળાઈ r જેટલી મળશે.

$\therefore$ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ = $\pi r \times r = \pi r^2$

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક વર્તુળની ત્રિજ્યા 21 સેમી હોય તો તે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 21^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{1} \times \frac{21}{1} = 66 \times 21 = 1386 \text{ ચોસેમી}$$

ઉદા. (2) એક વર્તુળાકૃતિ મેદાનનું ક્ષેત્રફળ 3,850 ચોમી છે. તો તે મેદાનની ત્રિજ્યા શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$$3850 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$r^2 = \frac{3850 \times 7}{22} \qquad r^2 = 1225 \qquad r = 35 \text{ મી.}$$

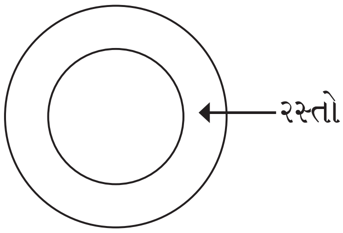
$\therefore$ મેદાનની ત્રિજ્યા 35 મી છે.

મહાવરાસંગ્રહ 15.6

1. નીચે વર્તુળની ત્રિજ્યા આપેલી છે. તે પરથી તે વર્તુળના ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (1) 28 સેમી (2) 10.5 સેમી (3) 17.5 સેમી

2. નીચે કેટલાંક વર્તુળના ક્ષેત્રફળ આપ્યાં છે. તે વર્તુળનાં વ્યાસ શોધો.
   (1) 176 ચોસેમી (2) 394.24 ચોસેમી (3) 12474 ચોસેમી

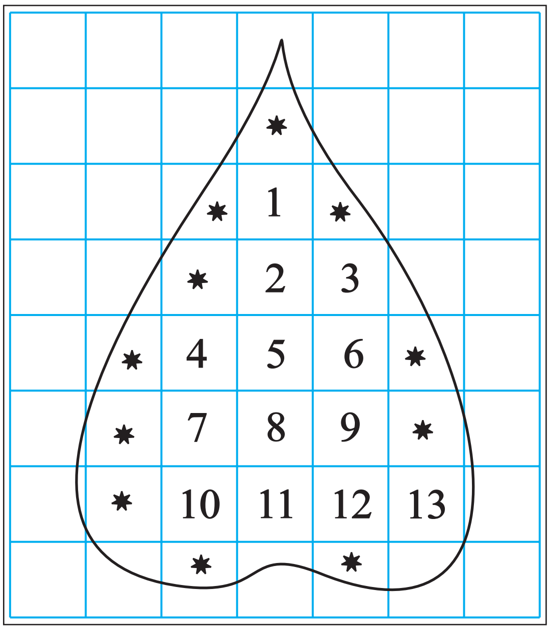
3. એક વર્તુળાકાર બાગનો વ્યાસ 42 મી છે. તે બાગની ફરતે 3.5 મીટર પહોળો રસ્તો છે. તો તે રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



4. એક વર્તુળનો પરિઘ 88 સેમી છે. તો તે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

અનિયમિત આકારની આકૃતિનું અંદાજે ક્ષેત્રફળ શોધવું.

આલેખન પત્રની મદદથી કોઇપણ બંદિસ્ત-બંધ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ શોધી શકાય છે. આપેલી આકૃતિ અથવા વસ્તુનો પૃષ્ઠભાગ આલેખ પત્ર પર મૂકી તેની ફરતે પેન્સિલ ફેરવો. આલેખપત્ર પરની આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા માટે ચોરસની સંખ્યા કેવી રીતે ગણવી તે નીચેની કૃતિ પરથી જાણી લો.



(1) આકૃતિમાં 1 ચોસેમી ક્ષેત્રફળવાળા પૂર્ણ ચોરસની સંખ્યા = 13

$\therefore$ તેમનું ક્ષેત્રફળ 13 ચોસેમી.

(2) આકૃતિમાં $\frac{1}{2}$ ચોસેમીથી વધુ પરંતુ 1 ચોસેમીથી ઓછું ક્ષેત્રફળ હોય તેવા ભાગની સંખ્યા = 11

$\therefore$ તેમનું ક્ષેત્રફળ = અંદાજે 11 ચોસેમી

(3) આકૃતિમાં $\frac{1}{2}$ ચોસેમી ક્ષેત્રફળ હોય તેવા ભાગોની સંખ્યા = 0

$\therefore$ તેમનું ક્ષેત્રફળ = 0 ચોસેમી

(4) આકૃતિમાં $\frac{1}{2}$ ચોસેમી કરતાં ઓછું ક્ષેત્રફળ ધરાવતાં ભાગના ક્ષેત્રફળનો વિચાર કરવો નહીં.

∴ તેમનું કુલ ક્ષેત્રફળ = 0 ચોસેમી

∴ આપેલી આકૃતિનું અંદાજે ક્ષેત્રફળ

= 13 + 11 + 0 + 0 = 24 ચોસેમી

કૃતિ : આલેખપત્ર પર 28 મિલીમીટર ત્રિજ્યાનું એક વર્તુળ, એક ત્રિકોણ અને એક સમલંબ ચતુષ્કોણ દોરો. આ ત્રણેય આકૃતિઓના ક્ષેત્રફળ આલેખપત્ર પરના નાના ચોરસ ગણીને શોધો. આ ક્ષેત્રફળ, સૂત્ર વાપરીને મળતાં ક્ષેત્રફળ સાથે સરખાવી જુઓ. તમારૂં નિરીક્ષણ લખો.

માપન માટે વાપરેલાં ચોરસ જેટલા નાનાં તેટલો ક્ષેત્રફળનો અંદાજ વધુ ચોક્કસ આવશે.

ooo

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 15.1	1. 198 ચોસેમી	2. 3.7 સેમી	3. 13 સેમી	
મહાવરાસંગ્રહ 15.2	1. 180 ચોસેમી	2. 117.15 ચોસેમી	3. 336 ચોસેમી	4. 68 સેમી
મહાવરાસંગ્રહ 15.3	1. 88 ચોસેમી	2. 42 ચોસેમી	3. 40 ચોસેમી	
મહાવરાસંગ્રહ 15.4	1. 756 ચોસેમી	2. 690 ચોમી	3. 570 ચોમી	
મહાવરાસંગ્રહ 15.5	1. 6,000 ચોમી	2. 776 ચોમી		
મહાવરાસંગ્રહ 15.6	1. (1) 2464 ચોસેમી	(2) 346.5 ચોસેમી	(3) 962.5 ચોસેમી	
2. (1) $2\sqrt{56}$ સેમી	(2) 22.4 સેમી	(3) 126 સેમી		
3. 500.5 ચોમી		4. 616 ચોસેમી		

વધુ માહિતી માટે :

આપણા દેશમાં માપન માટે દશમાન પદ્ધતિનો સ્વીકાર કરવામાં આવ્યો છે. પાઠ્યપુસ્તકમાં ક્ષેત્રફળ માટે ચોરસ સેમી, ચોરસ મીટર, ચોરસ કિમી જેવા એકમો વપરાય છે.

સરકારી દસ્તાવેજોમાં જમીનના ક્ષેત્રફળ આર, હેક્ટર જેવા દશમાન એકમોમાં નોંધાયેલાં હોય છે.

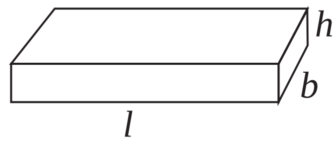
100 ચોમી = 1 આર, 100 આર = 1 હેક્ટર = 10,000 ચોમી

વ્યવહારમાં જમીનનું ક્ષેત્રફળ ગુંઠા, એકર વગેરે એકમોમાં માપવાની પધ્ધતિ હજુ પણ ચાલુ છે. 1 ગુંઠો ક્ષેત્રફળ એટલે (રૂઢ) અંદાજે 1 આર થાય છે. એટલે કે અંદાજે 100 ચોરસમીટર. 1 એકમ ક્ષેત્રફળ અંદાજે 0.4 હેક્ટર થાય છે.

DUNC9U

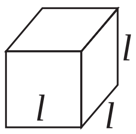
16 પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ

યાદ કરીએ.



લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2(l \times b + b \times h + l \times h)$

ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $6l^2$



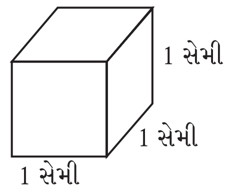
1 મી = 100 સેમી　　1 ચોમી = 100×100 ચોસેમી = 10000 ચોસેમી = 10^4 ચોસેમી

1 સેમી = 10 મિમી　　1 ચોસેમી = 10×10 ચોમિમી = 100 ચોમિમી = 10^2 ચોમિમી

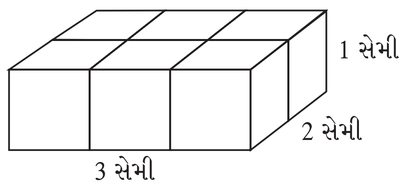
જાણી લઈએ.

લંબઘન, ઘન અને નળાકાર એ ત્રિમિતીય આકારો એ ઘનાકૃતિઓ છે. તે ઘનાકૃતિઓ અવકાશમાં જગ્યા વ્યાપે છે. તે **ઘનાકૃતિઓએ અવકાશમાં વ્યાપેલી જગ્યાનું માપ એટલે તે ઘનાકૃતિનું ઘનફળ છે.**

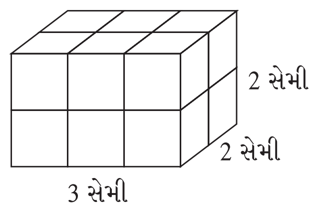
ઘનફળનો પ્રમાણિત એકમ (Standard unit of volume)



આકૃતિમાં ઘનની દરેક બાજુ 1 સેમી છે. આ ઘને વ્યાપેલી જગ્યા એ, ઘનફળ માપનનો પ્રમાણિત એકમ છે. તે 1 ઘન સેન્ટિમીટર ટૂંકમાં 1 ઘનસેમી અથવા 1 સેમી ^{3} એમ લખવામાં આવે છે.



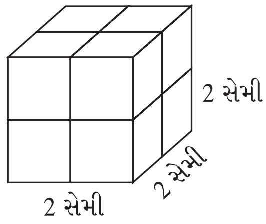
કૃતિ I : દરેક બાજુ 1 સેમી હોય તેવા ઘણાં બધાં 'ઘન' મેળવો. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ 6 ઘન એકમેકને અડાડીને ગોઠવો. તેથી એક લંબઘન તૈયાર થયો. આ લંબઘનની લંબાઈ 3 સેમી, પહોળાઈ 2 સેમી, અને ઊંચાઈ 1 સેમી છે. 1 સેમી બાજુ હોય તેવા 6 ઘન મળીને તે લંબઘન તૈયાર થયો. તે લંબઘનનું ઘનફળ $3 \times 2 \times 1 = 6$ ઘનસેમી છે. તે ધ્યાનમાં લો.



કૃતિ II : બાજુમાં આપેલા લંબઘનની લંબાઈ 3 સેમી પહોળાઈ 2 સેમી અને ઊંચાઈ 2 સેમી છે. માટે લંબઘનમાં 1 ઘનસેમી ઘનફળવાળા $3 \times 2 \times 2 = 12$ ઘન છે. તેથી આ લંબઘનનું ઘનફળ 12 ઘન સેમી છે. આ પરથી, લંબઘનનું ઘનફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ $\times$ ઊંચાઈ આ સૂત્ર મળે છે.

લંબાઈ માટે l પહોળાઈ માટે b અને ઊંચાઈ માટે h અક્ષરો વાપરતાં, **લંબઘનનું ઘનફળ = $l \times b \times h$**

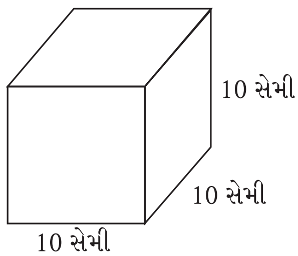
કૃતિ III :



બાજુની આકૃતિમાં 1 ઘનસેમી ઘનફળ હોય તેવા 8 ઘન એકમેકને જોડીને મૂક્યાં છે. તેથી મળતી આકૃતિએ 2 સેમી બાજુવાળો ઘન છે. આ ઘનનું ઘનફળ = $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ છે તે ધ્યાનમાં લો.

આ પરથી, ઘનની બાજુ l હોય તો **ઘનનું ઘનફળ** = $\boldsymbol{l \times l \times l = l^3}$ થાય.

પ્રવાહીનું ઘનફળ : પ્રવાહીનું કદ એટલે પ્રવાહીનું ઘનફળ. પ્રવાહીનું કદ માપવા માટે મિલીલિટર અને લિટર આ એકમો વપરાય છે તે આપણે જાણીએ છીએ.



બાજુની આકૃતિમાં 10 સેમી બાજુ હોય તેવો એક પોલો ઘન છે તેનું ઘનફળ $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ઘનસેમી છે. આ ઘન પાણીથી ભરીએ તો તેમાંના પાણીનું કદ એટલે કે ઘનફળ 1000 ઘનસેમી થાય. આને જ 1 લિટર કહે છે.

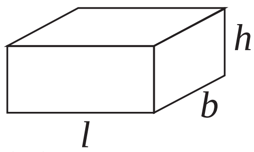
$\therefore$ 1 લિટર = 1000 મિલીલિટર, એ તમે જાણો છો.

$\therefore$ 1 લિટર = 1000 ઘનસેમી = 1000 મિલીલિટર, આ પરથી 1 ઘનસેમી = 1 મિલિ એ પણ ધ્યાનમાં લો.

એટલે જ કે, 1 સેમી બાજુવાળા ઘનમાં સમાતા પાણીનું કદ 1 મિલિ હોય છે.

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) લંબઘન આકારની માછલી મૂકવાની કાચની પેટીની લંબાઈ 1 મીટર, પહોળાઈ 40 સેમી અને ઊંચાઈ 50 સેમી છે. તો તે પેટીમાં કેટલાં લિટર પાણી સમાશે ? તે શોધો.



ઉકેલ : પેટીમાં સમાતા પાણીનું ઘનફળ પેટીના ઘનફળ જેટલું જ છે.

પેટીની લંબાઈ 1 મીટર = 100 સેમી, પહોળાઈ 40 સેમી અને ઊંચાઈ 50 સેમી છે.

પેટીનું ઘનફળ = $l \times b \times h = 100 \times 40 \times 50 = 200000$ ઘનસેમી,

200000 ઘનસેમી = $\dfrac{200000}{1000}$ = 200 લિટર ($\because$ 1000 ઘનસેમી = 1 લિટર)

$\therefore$ તો પેટીમાં 200 લિટર પાણી સમાશે.

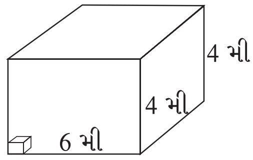
ઉદા. (2) એક લંબઘન ગોદામની લંબાઈ 6 મી, પહોળાઈ 4 મી અને ઊંચાઈ 4 મી છે. આ ગોદામમાં 40 સેમી બાજુવાળાં વધુમાં વધુ કેટલાં ઘનાકૃતિ ખોખાં સમાશે?

ઉકેલ : ખોખાં ગોઠવ્યા પછી જ્યારે ગોદામ પૂર્ણ ભરાશે ત્યારે બધાં ખોખાંનું કુલ ઘનફળ એ ગોદામના ઘનફળ જેટલું થશે. ઉદાહરણ ઉકેલવા માટે નીચે પ્રમાણે વિચાર કરીએ.

(1) ગોદામનું ઘનફળ કાઢીશું.

(2) એક ખોખાનું ઘનફળ કાઢીશું.

(3) ખોખાની સંખ્યા શોધીશું.



પગથિયું (1) : ગોદામની લંબાઈ 6 મી = 600 સેમી, પહોળાઈ = ઊંચાઈ = 4 મી = 400 સેમી

ગોદામનું ઘનફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ $\times$ ઊંચાઈ = $600 \times 400 \times 400$ ઘનસેમી

પગથિયું (2) : એક ખોખાનું ઘનફળ = $(\text{બાજુ})^3 = (40)^3 = 40 \times 40 \times 40$ ઘનસેમી

પગથિયું (3) : ખોખાની સંખ્યા = $\dfrac{\text{ગોદામનું ઘનફળ}}{\text{એક ખોખાનું ઘનફળ}} = \dfrac{600 \times 400 \times 400}{40 \times 40 \times 40} = 1500$

$\therefore$ તે ગોદામમાં વધુમાં વધુ 1500 ખોખાં સમાશે.

ઉદા. (3) બરફી તૈયાર કરવા માટે માવા અને સાકરનું પીગાળેલું 5 લિટર મિશ્રણ, લંબઘન આકારની ટ્રેમાં રેડતાં તે છલોછલ ભરાય છે. ટ્રેની પહોળાઈ 40 સેમી, ઊંચાઈ 2.5 સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : ઉદાહરણ ઉકેલવા માટે નીચેના ચોકઠાં ભરો.

પગથિયું (1) : ટ્રેની ધારકતા = 5 લિટર = $\boxed{}$ ઘનસેમી ($\because$ 1 લિટર = 1000 ઘનસેમી)

પગથિયું (2) : મિશ્રણનું ઘનફળ = $\boxed{}$ ઘનસેમી

પગથિયું (3) : લંબઘન ટ્રેનું ઘનફળ = મિશ્રણનું ઘનફળ

લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ $\times$ ઊંચાઈ = $\boxed{}$ ઘનસેમી

લંબાઈ $\times 40 \times 2.5 =$ $\boxed{}$ ઘનસેમી, $\therefore$ ટ્રેની લંબાઈ $= \dfrac{\boxed{}}{100} = 50$ સેમી

આ મને સમજાયું.

- લંબઘનનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ $\times$ ઊંચાઈ= $l \times b \times h$
- ઘનનું ઘનફળ = $(\text{બાજુ})^3 = l^3$

મહાવરાસંગ્રહ 16.1

1. એક ખોખાની લંબાઈ 20 સેમી, પહોળાઈ 10.5 સેમી અને ઊંચાઈ 8 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.
2. એક લંબઘનાકાર સાબુની ગોટીનું ઘનફળ 150 ઘસેમી છે તેની લંબાઈ 10 સેમી અને પહોળાઈ 5 સેમી હોય તો તેની જાડાઈ શોધો.
3. 6 મીટર લાંબી, 2.5 મીટર ઊંચી અને 0.5 મી પહોળી એક ભીંત બાંધવાની છે. તે માટે 25 સેમી લંબાઈ, 15 સેમી પહોળાઇ અને 10 સેમી ઊંચાઈની કેટલી ઈંટો જોઇશે ?

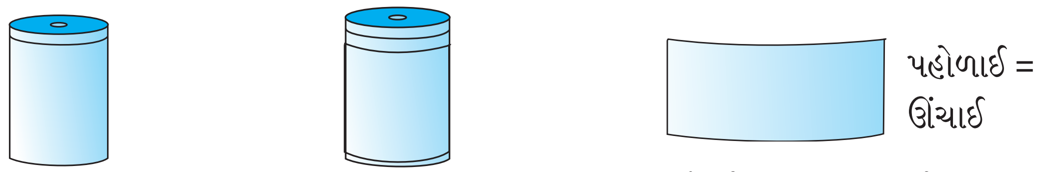
4. વરસાદનું પાણી સંઘરવા માટે એક સોસાયટીમાં 10 મીટર લાંબી, 6 મીટર પહોળી અને 3 મીટર ઊંડી ટાંકી બાંધેલી છે. તો તે ટાંકીની ધારકતા શોધો. ટાંકીમાં કેટલાં લિટર પાણી સમાશે ?

જાણી લઈએ.

વર્તુળાકાર નળાકારનું પૃષ્ઠફળ (Surface area of a cylinder)

લંબ વર્તુળાકાર નળાકારને આપણે નળાકાર સંબોધીશું.

એક નળાકાર ડબ્બો લો. તેની ઊંચાઈ જેટલી જ પહોળાઈ હોય તેવો લંબચોરસ કાગળ લો. તે ડબ્બાની ફરતે વીંટાળી દો. જેથી ડબ્બો પૂર્ણપણે કાગળથી ઢંકાઈ જાય. વધારાનો કાગળ કાપી લો.



વર્તુળાકાર નળાકાર   કાગળ વીંટાળીલો   વર્તુળનો પરિઘ = લંબાઈ

વીંટાળેલો કાગળ કાઢી લ્યો. તે લંબચોરસ છે. આ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ એટલે જ નળાકારના વક્રપૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ એટલે જ નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ.

આ લંબચોરસની લંબાઈ એટલે વર્તુળનો પરિઘ અને પહોળાઇ એટલે વર્તુળાકાર નળાકારની ઊંચાઈ.

નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ

= વર્તુળાકાર નળાકારના પાયા (તળિયા)નો પરિઘ $\times$ વર્તુળાકાર નળાકારની ઊંચાઈ

નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ $= 2\pi r \times h = 2\ \pi rh$

બંધ નળાકાર (તળિયું) અને ઉપરનું પૃષ્ઠ વર્તુળાકાર હોય છે.

$\therefore$ બંધ નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ = વક્રપૃષ્ઠફળ + ઉપરના પૃષ્ઠનું ક્ષેત્રફળ + પાયા (તળિયા)નું ક્ષેત્રફળ

$\therefore$ નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ = નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ + 2 $\times$ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r\ (h + r)$

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક નળાકાર પાણીની ટાંકીનો વ્યાસ 1 મીટર અને ઊંચાઈ 2 મીટર છે. ટાંકીને ઢાંકણ છે. ઢાંકણ સહિત ટાંકીને અંદરથી અને બહારથી રંગ લગાડવાનો છે. રંગનો ખર્ચ 80 રૂપિયા પ્રતિચોમી છે. તો ટાંકી રંગવાનો કુલ ખર્ચ શોધો.($\pi = 3.14$)

ઉકેલ : ટાંકીને અંદર અને બહારથી રંગવાની છે. એટલે બન્ને બાજુએ રંગ લગાડવાના ભાગનું ક્ષેત્રફળ એટલે ટાંકીના કુલ બાહ્યપૃષ્ઠફળના બમણા જેટલું છે.

નળાકારના તળિયાનો વ્યાસ 1 મીટર

$\therefore$ ત્રિજ્યા 0.5 મી અને નળાકારની ઊંચાઈ 2 મી છે.

$\therefore$ નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ $= 2\pi r\,(h + r) = 2 \times 3.14 \times 0.5\,(2.0 + 0.5)$

$= 2 \times 3.14 \times 0.5 \times 2.5 = 7.85$ ચોમી

$\therefore$ રંગવાનું કુલ ક્ષેત્રફળ $= 2 \times 7.85 = 15.70$ ચોમી

$\therefore$ ટાંકી રંગવાનો કુલ ખર્ચ $= 15.70 \times 80 = 1256$ રૂપિયા .

ઉદા. (2) જસતના એક લંબચોરસાકાર પતરાંની લંબાઈ 3.3 મી અને પહોળાઈ 3 મી છે. આ પતરાંમાંથી 3.5 સેમી ત્રિજ્યા અને 30 સેમી લંબાઈની કેટલી નળીઓ તૈયાર થશે ?

ઉકેલ : લંબચોરસાકાર પતરાનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ

$= 3.3 \times 3$ ચોમી $= 330 \times 300$ ચોસેમી

નળીની લંબાઈ એટલે જ નળાકારની ઊંચાઈ $= h = 30$ સેમી

નળીની ત્રિજ્યા = નળાકારની ત્રિજ્યા $= r = 3.5$ સેમી,

એક નળી તૈયાર કરવા માટે લાગતું પતરું = એક નળીનું વક્રપૃષ્ઠફળ

$= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \frac{30}{1}$

$= 2 \times 22 \times 15 \quad = 660$ ચોસેમી.

પતરામાંથી તૈયાર થયેલી નળીઓ $= \dfrac{\text{પતરાનું ક્ષેત્રફળ}}{\text{એક નળીનું વક્રપૃષ્ઠફળ}} = \dfrac{330 \times 300}{660} = 150$

મહાવરાસંગ્રહ 16.2

1. નીચેના પ્રત્યેક ઉદાહરણમાં નળાકારના પાયાની ત્રિજ્યા r અને ઊંચાઈ h આપેલી છે. તે પરથી દરેક નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ અને કુલપૃષ્ઠફળ શોધો. ($\pi = 3.14$)

   (1) $r = 7$ સેમી, $h = 10$ સેમી (2) $r = 1.4$ સેમી, $h = 2.1$ સેમી (3) $r = 2.5$ સેમી, $h = 7$ સેમી

   (4) $r = 70$ સેમી, $h = 1.4$ સેમી (5) $r = 4.2$ સેમી, $h = 14$ સેમી

2. બન્ને બાજુથી બંધ હોય તેવા, 50 સેમી વ્યાસ અને 45 સેમી ઊંચાઈની કોઠીનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધો. ($\pi = 3.14$)

3. એક નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ 660 ચોસેમી અને ઊંચાઈ 21 સેમી છે. તો તેની ત્રિજ્યા અને તળિયાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (π = 3.14)

4. એક વર્તુળાકાર પતરાના ડબ્બાનો વ્યાસ 28 સેમી છે. તેની ઊંચાઈ 20 સેમી છે તે એક બાજુએથી ખુલ્લો છે. તો તે તૈયાર કરવા માટે લાગેલાં પતરાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. તે ડબ્બા માટે 2 સેમી ઊંચાઈનું ઢાંકણ તૈયાર કરવા માટે અંદાજે કેટલું પતરૂં લાગશે ?

જાણી લઈએ.

નળાકારનું ઘનફળ (Volume of a cylinder)

નળાકાર પાણીની ટાંકીમાં કેટલું પાણી સમાશે, તે શોધવા માટે ટાંકીનું ઘનફળ શોધવું પડે છે.

કોઈપણ ઘનાકૃતિનું ઘનફળ = પાયા (તળિયા)નું ક્ષેત્રફળ $\times$ ઊંચાઈ, આ સામાન્ય સૂત્ર છે.

નળાકારનો પાયો (તળિયું) વર્તુળાકાર હોય છે. નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

ગણેલાં ઉદાહરણો

ઉદા. (1) એક નળાકારના પાયાની ત્રિજ્યા 5 સેમી અને ઊંચાઈ 10 સેમી છે તો તેનું ઘનફળ શોધો. (π = 3.14)

ઉકેલ : નળાકારની ત્રિજ્યા r = 5 સેમી અને ઊંચાઈ h = 10 સેમી

નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h = 3.14 \times 5^2 \times 10 = 3.14 \times 25 \times 10$ = 785 ઘનસેમી.

ઉદા. (2) એક નળાકાર પીપની ઊંચાઈ 56 સેમી છે. તે પીપની ધારકતા 70.4 લિટર છે. તો તે પીપની પાયાની ત્રિજ્યા શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$)

ઉકેલ : નળાકાર પીપની પાયાની ત્રિજ્યા = r માનીએ,

પીપની ધારકતા = પીપનું ઘનફળ = 70.4 $\times$ 1000 ઘનસેમી = 704 $\times$ 100 ઘનસેમી

1 લિટર= 1000 મિલિ $\therefore$ 70.4 લિટર = 70400 મિલિ

$\therefore$ પીપનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$ = 70400

$$\therefore r^2 = \frac{70400}{\pi h} = \frac{70400 \times 7}{22 \times 56} = \frac{70400}{22 \times 8} = \frac{8800}{22} = 400$$

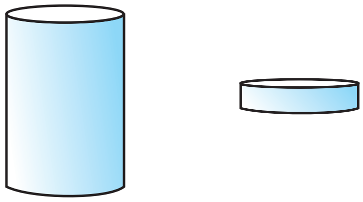
$\therefore r = 20,$

$\therefore$ પીપની ત્રિજ્યા 20 સેમી છે.

ઉદા. (3) તાંબાના નક્કર નળાકારના પાયા (તળિયા) ની ત્રિજ્યા 4.2 સેમી છે. તેની ઊંચાઈ 16 સેમી છે તે પીગાળીને તેમાંથી 1.4 સેમી વ્યાસ અને 0.2 સેમી જાડાઈની કેટલી ચકતીઓ તૈયાર થશે ?

ઉકેલ : નળાકારની ત્રિજ્યા = R = 4.2 સેમી ઊંચાઈ = H = 16 સેમી

નળાકારનું ઘનફળ = $\pi R^2 H = \pi \times 4.2 \times 4.2 \times 16.0$



ચકતીના પાયાની ત્રિજ્યા = $1.4 \div 2 = 0.7$ સેમી

ચકતીની જાડાઈ = નળાકારની ઊંચાઈ = 0.2 સેમી

ચકતીનું ઘનફળ = $\pi r^2 h = \pi \times 0.7 \times 0.7 \times 0.2$

પીગાળેલાં નળાકારમાંથી ધારો કે n ચકતીઓ તૈયાર થશે.

$\therefore$ $n \times$ એક ચકતીનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ

$$n = \frac{\text{નળાકારનું ઘનફળ}}{\text{એક ચકતીનું ઘનફળ}} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{R^2 H}{r^2 h} = \frac{4.2 \times 4.2 \times 16}{0.7 \times 0.7 \times 0.2}$$

$$= \frac{42 \times 42 \times 160}{7 \times 7 \times 2} = 6 \times 6 \times 80 = 2880$$

$\therefore$ 2880 ચકતીઓ તૈયાર થશે.

આ મને સમજાયું.

નળાકારનું વક્રપૃષ્ઠફળ = $2\pi rh$, નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2\pi r(h + r)$

નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

મહાવરાસંગ્રહ 16.3

1. નીચે નળાકારની ત્રિજ્યા (r) અને ઊંચાઈ (h) આપી છે. તે પરથી ઘનફળ શોધો.

   (1) r =10.5 સેમી, h = 8 સેમી (2) r = 2.5 મી, h = 7 મી

   (3) r = 4.2 સેમી, h = 5 સેમી (4) r = 5.6 સેમી, h = 5 સેમી

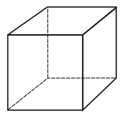
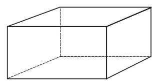
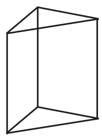
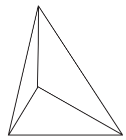
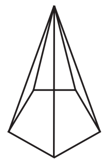
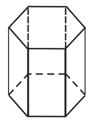
2. લંબાઈ 90 સેમી અને વ્યાસ 1.4 સેમી હોય તેવો લોખંડનો સળીયો તૈયાર કરવા માટે કેટલું લોખંડ જોઈશે? (સળીયાનું ઘનફળ શોધો.)

3. એક નળાકાર હોજનો અંદરનો વ્યાસ 1.6 મી અને તેની ઊંડાઈ 0.7 મી છે. તો તે હોજમાં વધુમાં વધુ કેટલું પાણી સમાશે ?

4. એક નળાકારના પાયાનો પરિઘ 132 સેમી છે અને ઊંચાઈ 25 સેમી છે. તો તે નળાકારનું ઘનફળ કેટલું ?

ઑયલરનું સૂત્ર

પૃષ્ઠો (F), શિરોબિંદુ (V)અને ધાર (E) હોય તેવી ઘનાકૃતિઓ સંબંધી એક મનોરંજક સૂત્ર ઘણી નાની ઉંમરે લિઓનાર્ડ ઑયલરે નામના મહાન ગણિતજ્ઞએ શોધ્યું. નીચે દરેક આકૃતિના પૃષ્ઠ, ધાર અને શિરોબિંદુની સંખ્યા ગણીને લખો $V + F = E + 2$ અને ઑયલરના સૂત્રનો તાળો મેળવો.

નામ	ઘન	લંબઘન	ત્રિકોણાકાર પિરામીડ	ત્રિકોણાકાર પ્રિઝમ	પંચકોણાકાર પિરામીડ	ષટ્કોણાકાર પ્રિઝમ
આકાર						
પૃષ્ઠો (F)	6					8
શિરોબિંદુ (V)	8					12
ધાર (કિનાર) (E)		12			10	

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 16.1

1. 1680 ઘનસેમી **2.** 3 સેમી **3.** 2000 ઈંટો **4.** 1,80,000 લિટર.

મહાવરાસંગ્રહ 16.2

1. (1) 440 ચોસેમી, 748 ચોસેમી (2) 18.48 ચોસેમી, 30.80 ચોસેમી

(3) 110 ચોસેમી, 149.29 ચોસેમી (4) 616 ચોસેમી, 31416 ચોસેમી

(5) 369.60 ચોસેમી, 480.48 ચોસેમી

2. 10,990 ચોસેમી **3.** 5 સેમી, 78.50 ચોસેમી

4. 2376 ચોસેમી, ઢાંકણ માટે 792 ચોસેમી પતરું જોઈશે.

મહાવરાસંગ્રહ 16.3

1. (1) 2772 ઘનસેમી (2) 137.5 ઘમી (3) 277.2 ઘનસેમી (4) 492.8 ઘનસેમી

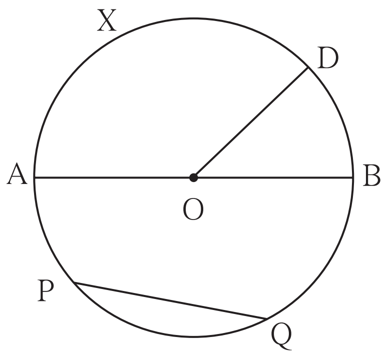
2. 138.6 ઘનસેમી **3.** 1408 લિટર **4.** 34650 ઘનસેમી

17 વર્તુળ - જીવા અને ચાપ

યાદ કરીએ.

બાજુની આકૃતિમાં બિંદુ O વર્તુળનું કેન્દ્ર છે.

આકૃતિના સંદર્ભમાં નીચેના વિધાનોમાંની ખાલી જગ્યા પૂરો.

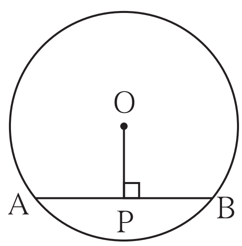


- રેખ OD વર્તુળની .... છે.
- રેખ AB વર્તુળનો .... છે.
- રેખ PQ વર્તુળની .... છે.
- .... કેન્દ્રીય કોણ છે.
- લઘુચાપ : ચાપ AXD, ચાપ BD, ..., ..., ...
- ગુરૂચાપ : ચાપ PAB, ચાપ PDQ, ...
- અર્ધવર્તુળચાપ : ચાપ ADB, ...
- m(ચાપ DB) = $m\angle$........
- m(ચાપ DAB) = $360^\circ - m\angle$........

જાણી લઈએ.

વર્તુળની જીવાના ગુણધર્મ (Properties of chord of a circle)

કૃતિ I :



કેન્દ્ર O હોય તેવા વર્તુળમાં રેખ AB જીવા દોરો.

કેન્દ્ર O માંથી જીવા AB પર રેખ OP લંબ દોરો.

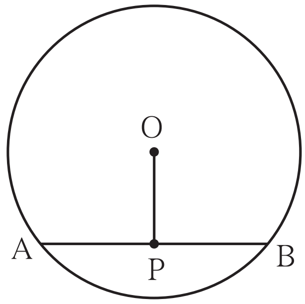
રેખ AP અને રેખ PB ની લંબાઈ માપો.

આ પ્રમાણે જુદી જુદી ત્રિજ્યા લઈને પાંચ વર્તુળો કાગળ પર દોરો. દરેક વર્તુળમાં એક જીવા દોરી તે જીવા પર કેન્દ્રમાંથી લંબ દોરો. જીવાના થયેલા બે ભાગ સમાન છે કે તે વિભાજકની મદદથી તપાસી જુઓ.

તમને નીચેનો ગુણધર્મ મળશે. અનુભવો.

વર્તુળ કેન્દ્રમાંથી જીવા પર દોરેલો લંબ જીવાને દુભાગે છે.

કૃતિ II :

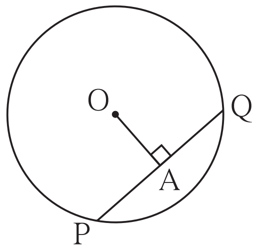


એક કાગળ પર જુદી જુદી ત્રિજ્યાના 5 વર્તુળ દોરો દરેક વર્તુળમાં એક જીવા દોરો. તે જીવાનું મધ્યબિંદુ મેળવો. વર્તુળ કેન્દ્ર O અને જીવાના દર્શાવ્યા પ્રમાણે દરેક જીવાને AB અને જીવાના મધ્યબિંદુને P નામ આપો. $\angle$ APO અને $\angle$ BPO કાટકોણ છે તે કાટખૂણિયાની મદદથી અથવા કોણમાપકની મદદથી માપી જુઓ.

દરેક વર્તુળમાંની જીવાના સંદર્ભમાં આ જ અનુભવ થાય છે. તે જુઓ. આ પરથી તમને નીચેનો ગુણધર્મ મળશે.

'વર્તુળનું કેન્દ્ર અને જીવાના મધ્યબિંદુને જોડતો રેખાખંડ તે જીવાને લંબ હોય છે. '

ગણેલાં ઉદાહરણો



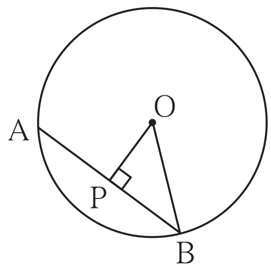
ઉદા. **(1)** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં જીવા PQ ની લંબાઈ 7 સેમી છે.
રેખ OA $\perp$ જીવા PQ, તો l(AP) શોધો.

ઉકેલ : રેખ OA $\perp$ જીવા PQ, $\therefore$ બિંદુ A એ જીવા PQનું દુભાજન બિંદુ છે.

$\therefore\ l(PA) = \frac{1}{2}\ l(PQ) = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$ સેમી

ઉદા. **(2)** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 સેમી છે. તે વર્તુળની એક જીવા કેન્દ્રથી 6 સેમી અંતરે છે. તો તે જીવાની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનું જીવાના કેન્દ્રથી અંતર એટલે જ કેન્દ્રમાંથી તે જીવા પર દોરેલાં લંબ રેખાખંડની લંબાઈ હોય.



O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની રેખ AB જીવા છે.

રેખ OP $\perp$ જીવા AB.

વર્તુળની ત્રિજ્યા = l(OB) = 10 સેમી.

l(OP) = 6 સેમી. અહીં Δ OPB કાટકોણ ત્રિકોણ થશે.

પાયથાગોરસના પ્રમેયાનુસાર,

$$[l(OP)]^2 + [l(PB)]^2 = [l(OB)]^2$$

$$\therefore\ 6^2 + [l(PB)]^2 = 10^2$$

$$\therefore\ [l(PB)]^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\therefore\ [l(PB)]^2 = (10 + 6)\ (10 - 6) = 16 \times 4 = 64$$

$\therefore \quad l(PB) = 8$ સેમી

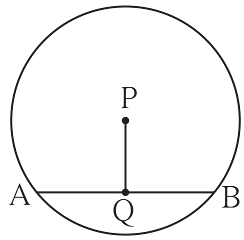
આપણને ખબર છે કે, વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી જીવા પર દોરેલો લંબ જીવાને દુભાગે છે.

$\therefore \; l(AB) = 2l(PB) = 2 \times 8 = 16$

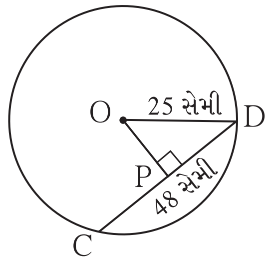
$\therefore$ જીવા AB ની લંબાઈ 16 સેમી છે.

મહાવરાસંગ્રહ 17.1

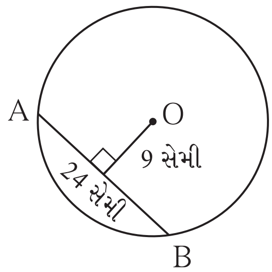
1. P કેન્દ્ર હોય તેવાં વર્તુળની જીવા AB ની લંબાઈ 13 સેમી છે. રેખ PQ $\perp$ જીવા AB તો $l(QB)$ શોધો.



2. O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા 25 સેમી છે. આ વર્તુળમાં 48 સેમી લંબાઈની એક જીવા દોરી તો તે વર્તુળ કેન્દ્રથી કેટલે દૂર હશે ?



3. O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની એક જીવા 24 સેમી લંબાઈની છે અને વર્તુળ કેન્દ્રથી 9 સેમી અંતરે છે તો તે વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.

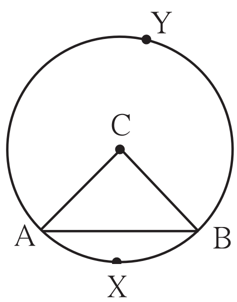


4. એક વર્તુળનું કેન્દ્ર C અને ત્રિજ્યા 10 સેમી છે તે વર્તુળમાં એક જીવાની લંબાઈ 12 સેમી છે. તો તે જીવા કેન્દ્રથી કેટલે દૂર હશે ?

જાણી લઈએ.

વર્તુળની જીવાના સંગત ચાપ (Arcs corresponding to chord of a circle)

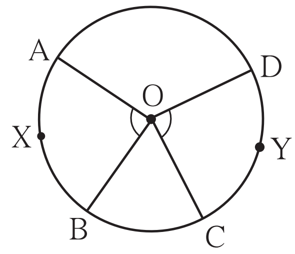
બાજુની આકૃતિમાં, રેખ AB એ કેન્દ્ર O હોય તેવા વર્તુળની જીવા છે. ચાપ AXB લઘુચાપ અને ચાપ AYB ગુરૂચાપ છે. આ બન્ને ચાપને જીવા AB ના સંગત ચાપ કહે છે. આથી ઉલ્ટું જીવા AB એ ચાપ AXB અને ચાપ AYB ની સંગત જીવા છે.



એકરૂપ ચાપ (Congruent arcs)

જો એક જ વર્તુળના બે ચાપના માપ સમાન હોય તો તે બે ચાપ એકરૂપ હોય છે.

O કેન્દ્રિત વર્તુળમાં



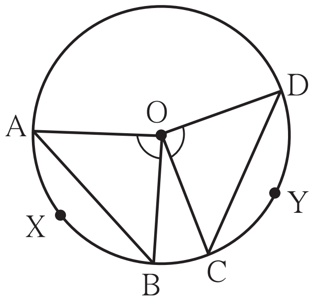
$\therefore$ $m\angle AOB = m\angle COD$

$\therefore$ m(ચાપ AXB) = m(ચાપ CYD)

$\therefore$ ચાપ AXB $\cong$ ચાપ CYD એ ટ્રેસિંગ પેપરની મદદથી ચકાસી જુઓ.

વર્તુળની જીવા અને સંગત ચાપના ગુણધર્મો નીચેની કૃતિ કરીને શોધો અને યાદ રાખો.

કૃતિ I :



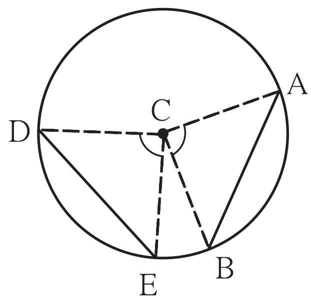
(1) O કેન્દ્ર લઈ વર્તુળ દોરો.

(2) વર્તુળમાં $\angle COD$ અને $\angle AOB$ સમાન માપના ખૂણા દોરો. તેથી ચાપ AXB અને ચાપ AYB આ બે એકરૂપ ચાપ મળશે.

(3) જીવા AB અને જીવા CD દોરો.

(4) વિભાજકની મદદથી જીવા AB અને જીવા CD ની લંબાઈ સમાન છે તે અનુભવો.

કૃતિ II :



(1) કેન્દ્ર C લઈ વર્તુળ દોરો.

(2) આ વર્તુળમાં જીવા AB અને રેખ DE એકરૂપ જીવા દોરો. રેખ CA, રેખ CB, રેખ CD, રેખ CE આ ત્રિજ્યાઓ દોરો.

(3) $\angle ACB$ અને $\angle DCE$ એકરૂપ છે, તે બતાવો.

(4) તે પરથી ચાપ AB અને ચાપ DE ના માપ સમાન છે. એટલે જ કે તે ચાપ એકરૂપ છે. તે બતાવો.

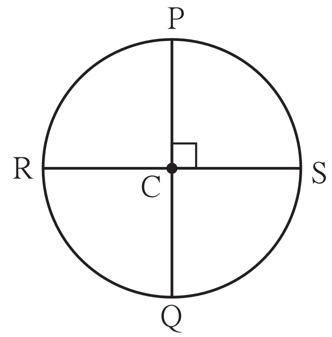
આ મને સમજાયું.

એક જ વર્તુળમાં એકરૂપ ચાપની સંગત જીવાઓ એકરૂપ હોય છે.

એક જ વર્તુળમાં બે જીવાઓ એકરૂપ હોય તો તેના સંગત લઘુચાપ અને સંગત ગુરૂચાપ એકરૂપ હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 17.2

1. C કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં રેખ PQ અને રેખ RS બન્ને વ્યાસ કાટખૂણે બિંદુ C માં છેદે છે. તો (1) ચાપ PS અને ચાપ SQ એકરૂપ કેમ છે ? તે લખો. (2) ચાપ PS સાથે એકરૂપ હોય તેવા બધા ચાપના નામ લખો.

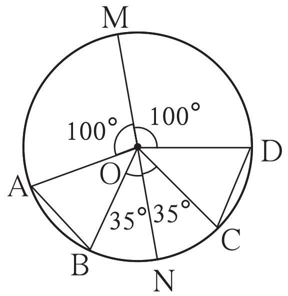


2. આકૃતિમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર O છે. રેખ MN વર્તુળનો વ્યાસ છે. તેમાં કેટલાંક કેન્દ્રીયકોણનાં માપ આપ્યાં છે.

તે પરથી, (1) $\angle$AOB અને $\angle$COD ના માપ શોધો.

(2) ચાપ AB $\cong$ ચાપ CD છે તે બતાવો.

(3) જીવા AB $\cong$ જીવા CD છે તે બતાવો.



૯૯૯

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 17.1 **1.** 6.5 સેમી **2.** 7 સેમી **3.** 15 સેમી **4.** 8 સેમી

મહાવરાસંગ્રહ 17.2 **1.** (1) કારણ કે ચાપના સંગત ખૂણાઓ એકરૂપ છે. એટલે કે જ દરેક 90° છે.

(2) ચાપ PS $\cong$ ચાપ PR $\cong$ ચાપ RQ

2. (1) $m\angle AOB = m\angle COD = 45^\circ$

(2) ચાપ AB $\cong$ ચાપ CD કારણ ચાપના સંગત ખૂણાઓ સમાન માપના એટલે કે દરેક ખૂણો 45°નો છે.

(3) જીવા AB $\cong$ જીવા CD કારણ કે, એકરૂપ ચાપની સંગત જીવાઓ એકરૂપ હોય છે.

DV7405

સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 2

1. નીચેના પ્રશ્નો માટે પર્યાયી જવાબ આપેલાં છે તે પૈકી યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરો.

   (1) એક વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ 1386 ચોસેમી છે. તો તેનો પરિઘ કેટલો હશે ?

   (A) 132 ચોસેમી (B) 132 સેમી (C) 42 સેમી (D) 21 ચોસેમી

   (2) એક ઘનની બાજુ 4 મી. છે તે બમણી કરતાં તેનું ઘનફળ કેટલાં ગણું થશે ?

   (A) બમણું (B) ત્રણ ગણું (C) ચાર ગણું (D) આઠ ગણું

2. પ્રણાલી 100 મીટર દોડની સ્પર્ધામાં ભાગ લેવા માટેની પ્રેક્ટીસ કરતી હતી. તે માટે તે 100 મીટર અંતર 20 વખત દોડી. દરેક વખતે તેને લાગેલો સમય સેકન્ડમાં નીચે પ્રમાણે હતો.

   18 , 17 , 17 , 16 , 15 , 16 , 15 , 14 , 16 , 15 ,

   15 , 17 , 15 , 16 , 15 , 17 , 16 , 15 , 14 , 15 તો દોડવા માટે લાગેલાં સમયનો મધ્ય શોધો.

3. Δ DEF અને Δ LMN આ ત્રિકોણો EDF $\leftrightarrow$ LMN એક-એક સંગતતાનુસાર એકરૂપ છે. તો આપેલી સંગતતા પરથી એકરૂપ બાજુઓ અને એકરૂપ ખૂણાઓની જોડીઓ લખો.

4. એક યંત્રની કિંમત 2,50,000 રૂપિયા છે. તે દર વર્ષે 4% ના દરે ઓછી થાય છે. તો ત્રણ વર્ષ પછી તે યંત્રની કિંમત કેટલી થશે ?

5. $\square$ ABCD માં બાજુ AB || બાજુ DC, રેખ AE $\perp$બાજુ DC જો l (AB) = 9 સેમી, l (AE) = 10 સેમી, A($\square$ ABCD) = 115 સેમી^{2}, તો l (DC) શોધો.

6. એક નળાકાર ટાંકીના તળિયાનો વ્યાસ 1.75 મીટર અને ઊંચાઈ 3.2 મીટર છે. તો તે ટાંકીની ક્ષમતા કેટલા લિટરની છે ?($\pi = \frac{22}{7}$)

7. ત્રિજ્યા 9.1 સેમી હોય તેવા વર્તુળની એક જીવાની લંબાઈ 16.8 સેમી છે. તો તે જીવા કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે છે ?

8. રોજગાર હમી યોજના અંતર્ગત A, B, C, D આ ચાર ગામમાં ચાલી રહેલા કામ પર પુરૂષ અને સ્ત્રી કામદારોની સંખ્યા નીચેના કોઠામાં આપી છે.

ગામ	A	B	C	D
સ્ત્રીઓ	150	240	90	140
પુરૂષો	225	160	210	110

   (1) આ માહિતી દર્શાવતો વિભાજીત સ્તંભાલેખ દોરો.

   (2) આ માહિતી શતમાન સ્તંભાલેખ વડે દર્શાવો.

9. આપેલાં સમીકરણો ઉકેલો.

(1) $17(x+4) + 8(x+6) = 11(x+5) + 15(x+3)$

(2) $\frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4}$ (3) $5(1-2x) = 9(1-x)$

10. નીચેની કૃતિ આપેલાં પગથિયાનુસાર કરો.

(1) સમભુજ $\square$ ABCD અને તેનો વિકર્ણ AC દોરો.

(2) એકરૂપ ઘટકો સમાન ચિહ્ન વડે દર્શાવો.

(3) Δ ADC અને Δ ABC કઈ સંગતતાનુસાર અને કઈ કસોટીથી એકરૂપ થાય છે તે લખો.

(4) $\angle DCA \cong \angle BCA$, તેમજ $\angle DAC \cong \angle BAC$ દર્શાવવા માટેનું કારણ લખો.

(5) ઉપરનાં પગથિયા પરથી સમભુજ ચતુષ્કોણનો કયો ગુણધર્મ સમજાયો તે લખો.

11. એક ખેતર ચોરસાકાર છે. તેના ચાર ખૂણાને P, Q, R, S નામ આપીને માપેલાં માપ નીચે પ્રમાણે છે.
l(PQ) = 170 મી, l(QR)= 250 મી, l(RS) = 100 મી,
l(PS) = 240 મી, l(PR) = 260 મી
આ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ હેક્ટરમાં શોધો. (1 હેક્ટર =10,000 ચોરસમીટર)

12. એક પુસ્તકાલયમાં કુલ પુસ્તકોના 50% પુસ્તકો ગુજરાતી ભાષાના છે. ગુજરાતી ભાષાના $\frac{1}{3}$ પુસ્તકો અંગ્રેજી ભાષાના અને અંગ્રેજી ભાષાના 25% પુસ્તકો ગણિતનાં છે. બાકીના 560 પુસ્તકો અન્ય ભાષાના છે. તો તે પુસ્તકાલયમાં કુલ કેટલાં પુસ્તકો છે ?

13. $(2x+1)$ આ દ્વિપદી વડે $(6x^3+11x^2-10x-7)$ આ બહુપદીને ભાગો. ભાગફળ અને શેષ લખો.

ઉત્તરસૂચિ

1. (1) B (2) D **2.** 15.7 સેકન્ડ

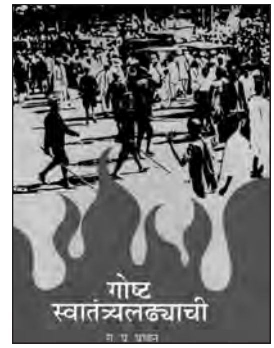
3. બાજુ ED $\cong$ બાજુ LM, બાજુ DF $\cong$ બાજુ MN, બાજુ EF $\cong$ બાજુ LN,
$\angle E \cong \angle L$, $\angle D \cong \angle M$, $\angle F \cong \angle N$

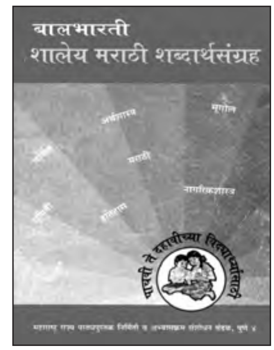
4. ₹ 2,21,184 **5.** 14 સેમી

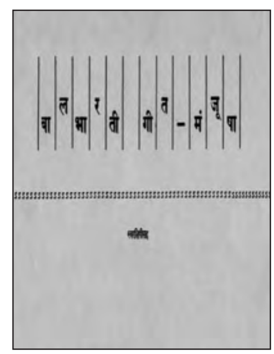
6. 7,700 લિટર **7.** 3.5 સેમી

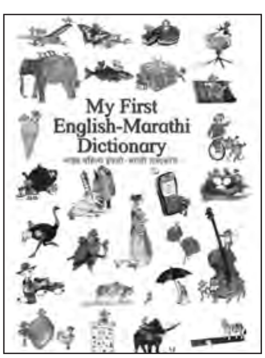
9. (1) $x = 16$, (2) $y = \frac{9}{4}$, (3) $x = -4$ **11.** 3.24 હેક્ટર

12. 1,920 પુસ્તકો **13.** ભાગફળ $3x^2 + 4x - 7$, શેષ 0









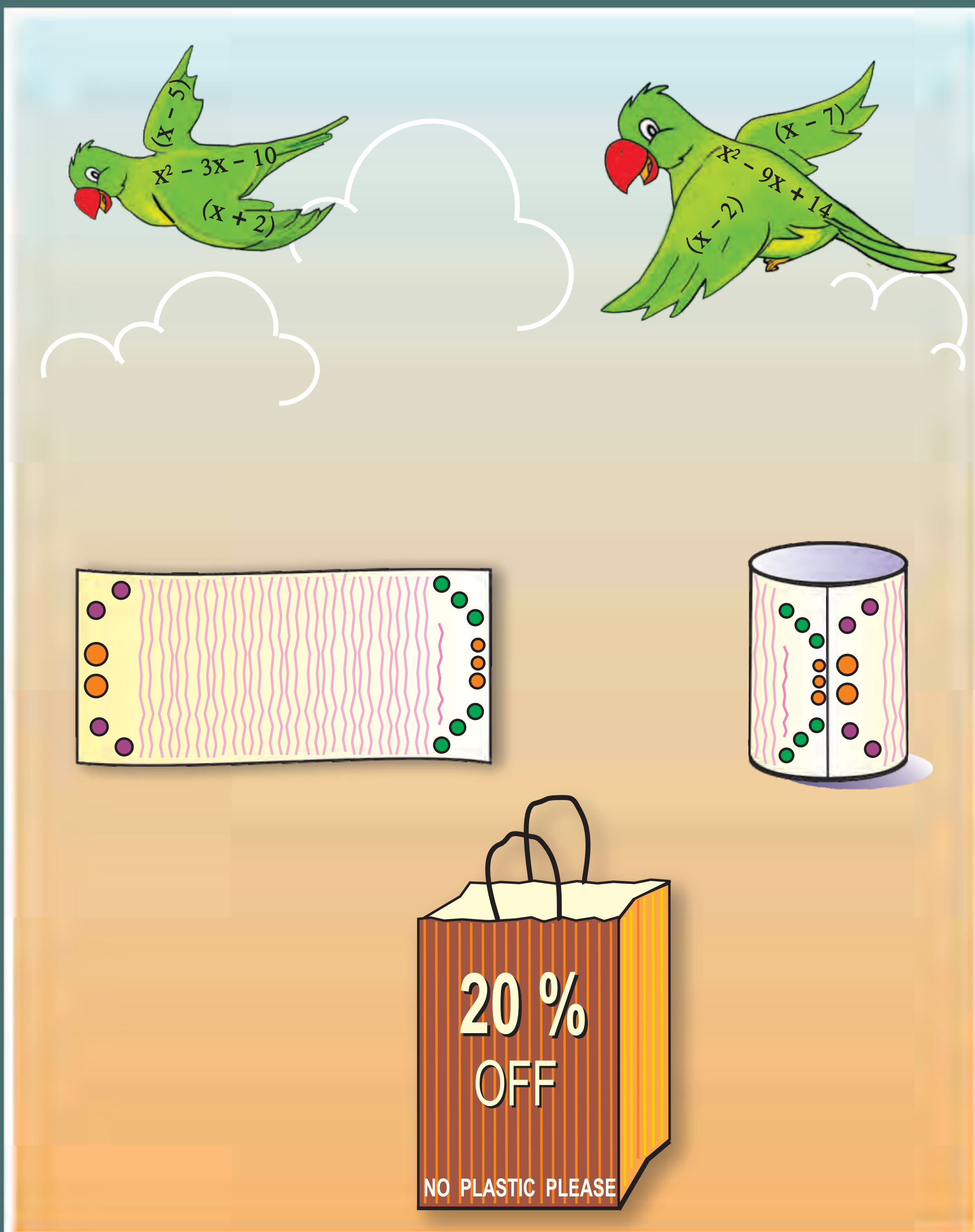
- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५



મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ,
પુણે ૪૧૧ ૦૦૪.

गुजराती गणित इ.८वी

₹ 48.00