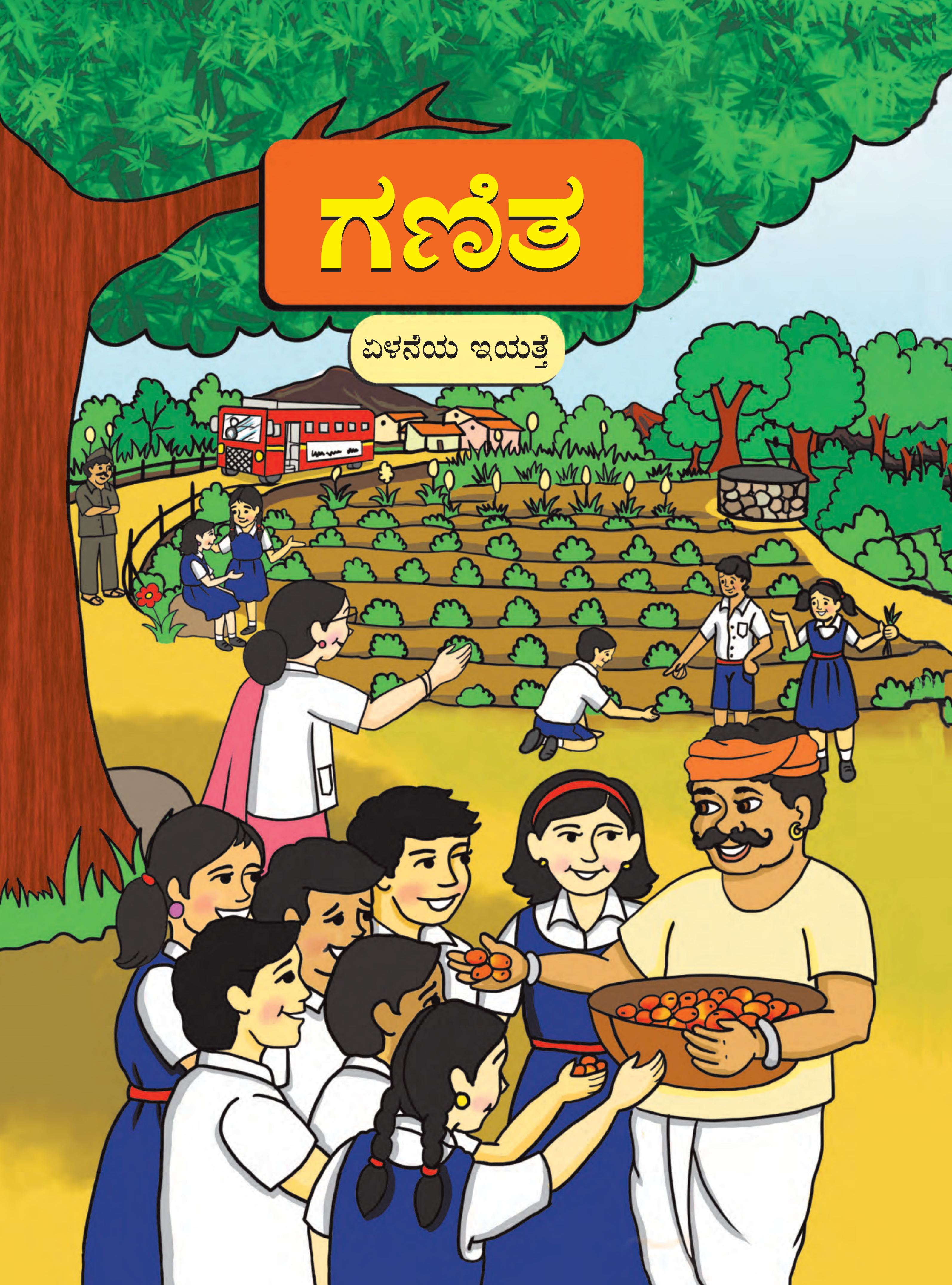
ಗಣಿತ

ಏಳನೆಯ ಇಯತ್ತೆ



ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಭಾಗ 4 ಕ

ನಾಗರಿಕರ ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು

ಅನುಚ್ಛೇದ 51 ಕ

ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು- ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಭಾರತೀಯ ನಾಗರಿಕನ ಈ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು ಇರುತ್ತವೆಯೆಂದರೆ ಅವನು-

(ಕ) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ನಾಗರಿಕನು ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕು. ಸಂವಿಧಾನದಲ್ಲಿಯ ಆದರ್ಶಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜ ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸಬೇಕು.

(ಖ) ಸ್ವಾತಂತ್ರಕ್ಕಾಗಿ ನಡೆದ ಹೋರಾಟಕ್ಕೆ ಸ್ಫೂರ್ತಿ ನೀಡಿದ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಬೇಕು.

(ಗ) ದೇಶದ ಸಾರ್ವಭೌಮತ್ವ, ಐಕ್ಯತೆ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರತೆಯನ್ನು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಶೀಲರಾಗಿರಬೇಕು.

(ಘ) ನಮ್ಮ ದೇಶದ ರಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಬೇಕು. ದೇಶದ ಸೇವೆ ಮಾಡಬೇಕು.

(ಙ) ಎಲ್ಲ ಪ್ರಕಾರದ ಭೇದಭಾವಗಳನ್ನು ಮರೆತು ಒಗ್ಗಟ್ಟನ್ನು ಬೆಳೆಸಬೇಕು ಹಾಗೂ ಸಹೋದರ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಬೇಕು. ಸ್ತ್ರೀಯರ ಗೌರವಕ್ಕೆ ಚ್ಯುತಿ ತರುವಂತಹ ರೂಢಿಗಳನ್ನು ತ್ಯಜಿಸಬೇಕು.

(ಚ) ನಮ್ಮ ಸಮ್ಮಿಶ್ರ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಕಾಪಾಡಬೇಕು.

(ಛ) ನೈಸರ್ಗಿಕ ಪರಿಸರವನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಸಜೀವ ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಮೇಲೆ ದಯೆ ತೋರಿಸಿರಿ.

(ಜ) ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಮನೋಭಾವನೆ, ಮಾನವೀಯತೆ ಮತ್ತು ಜಿಜ್ಞಾಸು ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

(ಝ) ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಆಸ್ತಿ-ಪಾಸ್ತಿಗಳನ್ನು ರಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಹಿಂಸಾಚಾರವನ್ನು ತ್ಯಜಿಸಬೇಕು.

(ಞ) ರಾಷ್ಟ್ರದ ಉತ್ತರೋತ್ತರ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಹಾಗೂ ಸಾಮೂಹಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಬೇಕು.

(ಟ) 6 ರಿಂದ 14 ವರ್ಷ ವಯೋಮಾನದಲ್ಲಿಯ ತಮ್ಮ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪೋಷಕರು ಶಿಕ್ಷಣದ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡಬೇಕು.

ಸರಕಾರ ನಿರ್ಣಯ ಕ್ರಮಾಂಕ: ಅಭ್ಯಾಸ - 2116/(ಪ್ರ.ಕ್ರ. 43/16) ಎಸ್‌ಡಿ-4-ದಿನಾಂಕ 25/4/2016 ಅನ್ವಯ ಸ್ಥಾಪಿಸಲಾದ ಸಮನ್ವಯ ಸಮಿತಿಯ ದಿ. 3.3. 2017ರಂದು ನಡೆದ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಿತಗೊಳಿಸಲು ಮಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ

ಏಳನೆಯ ಇಯತ್ತೆ

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳ, ಪುಣೆ-411004.

EGANTP

ತಮ್ಮ ಸ್ಮಾರ್ಟಫೋನದ ಮೇಲೆ DIKSHA App ಮೂಲಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಮೊದಲನೆಯ ಪುಟದ ಮೇಲಿರುವ Q.R. Codeದ ಮೂಲಕ ಡಿಜಿಟಲ್ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಾಠದಲ್ಲಿರುವ Q.R. Codeದ ಮೂಲಕ ಆ ಪಾಠಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅಧ್ಯಯನ-ಅಧ್ಯಾಪನದ ಸಲುವಾಗಿ ಉಪಯುಕ್ತ ದೃಕ್-ಶ್ರಾವ್ಯ ಸಾಹಿತ್ಯ ಉಪಲಬ್ಧವಾಗುವುದು.

ಪ್ರಥಮಾವೃತ್ತಿ : 2017
ಐದನೆಯ ಪುನರ್ಮುದ್ರಣ : 2022

© ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳ, ಪುಣೆ - 411 004.

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ ಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳವು ಈ ಪುಸ್ತಕದ ಎಲ್ಲ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಕಾಯ್ದಿರಿಸಿದೆ. ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ ಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳದ ಸಂಚಾಲಕರ ಲಿಖಿತ ಅನುಮತಿ ಇಲ್ಲದೆ ಪುಸ್ತಕದ ಯಾವುದೇ ಭಾಗವನ್ನು ಉದ್ಧೃತಗೊಳಿಸಬಾರದು.

ಗಣಿತ ವಿಷಯ ತಜ್ಞ ಸಮಿತಿ

ಡಾ.	ಮಂಗಲಾ ನಾರಳೀಕರ	(ಅಧ್ಯಕ್ಷ)
ಡಾ.	ಜಯಶ್ರೀ ಅತ್ರೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ.	ರಮಾಕಾಂತ ಸರೋದೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ.	ದಾದಾಸೊ ಸರಡೆ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀ.	ಸಂದೀಪ ಪಂಚಭಾಯಿ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀಮತಿ.	ಲತಾ ಟಿಳೆಕರ	(ಸದಸ್ಯ)
ಶ್ರೀಮತಿ.	ಉಜ್ವಲಾ ಗೋಡಬೋಲೆ	(ಸದಸ್ಯ-ಸಚಿವ)

ಪ್ರಕಾಶಕ

ವಿವೇಕ ಉತ್ತಮ ಗೋಸಾವಿ, ನಿಯಂತ್ರಕ
ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮಂಡಳ,
ಪ್ರಭಾದೇವಿ, ಮುಂಬಯಿ-25

ಗಣಿತ ವಿಷಯ - ರಾಜ್ಯ ಅಭ್ಯಾಸಗಟ ಸದಸ್ಯರು

ಶ್ರೀಮತಿ. ಪೂಜಾ ಜಾಧವ	ಶ್ರೀ. ಅನ್ಸಾರ ಶೇಖ
ಶ್ರೀ. ಗಣೇಶ ಕೋಲತೆ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರಮೋದ ಠೊಂಬರೆ
ಶ್ರೀ. ರಾಮಾ ವ್ಹನ್ಯಾಳಕರ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರಕಾಶ ಝೆಂಡೆ
ಶ್ರೀಮತಿ. ಸುವರ್ಣ ದೇಶಪಾಂಡೆ	ಶ್ರೀ. ಬನ್ಸಿ ಹಾವಳೆ
	ಶ್ರೀ. ಶ್ರೀಕಾಂತ ರತ್ನಪಾರಖಿ
ಶ್ರೀ. ಉಮೇಶ ರೇಳೆ	ಶ್ರೀ. ಸೂರ್ಯಕಾಂತ ಶಹಾಣೆ
ಶ್ರೀ. ಅಣ್ಣಪ್ಪಾ ಪರೀಟ	ಶ್ರೀ. ಸುರೇಶ ದಾತೆ
ಶ್ರೀ. ಶ್ರೀಪಾದ ದೇಶಪಾಂಡೆ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರಕಾಶ ಕಾಪಸೆ
ಶ್ರೀ. ರಾಜೇಂದ್ರ ಚೌಧರಿ	ಶ್ರೀ. ಸಲೀಮ ಹಾಶ್ಮಿ
ಶ್ರೀ. ಚಂದನ ಕುಲಕರ್ಣಿ	ಶ್ರೀಮತಿ. ಆರ್ಯಾ ಭಿಡೆ
ಶ್ರೀಮತಿ. ಅನಿತಾ ಜಾವೆ	ಶ್ರೀ. ಮಿಲಿಂದ ಭಾಕರೆ
ಶ್ರೀಮತಿ. ಭಾಗ್ಯೇಶ್ರಿ ಚವ್ಹಾಣ	ಶ್ರೀ. ಜ್ಞಾನೇಶ್ವರ ಮಾಶಾಳಕರ
ಶ್ರೀ. ಕಲ್ಯಾಣ ಕಡೆಕರ	ಶ್ರೀ. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ದಾವಣಕರ
ಶ್ರೀ. ಸಂದೇಶ ಸೋನವಣೆ	ಶ್ರೀ. ಸುಧೀರ ಪಾಟೀಲ
ಶ್ರೀ. ಸುಜಿತ ಶಿಂದೆ	ಶ್ರೀ. ರಾಜಾರಾಮ ಬಂಡಗರ
ಶ್ರೀ. ಹನುಮಂತ ಜಗತಾಪ	ಶ್ರೀಮತಿ. ರೋಹಿಣಿ ಶಿರ್ಕೆ
ಶ್ರೀ. ಪ್ರತಾಪ ಕಾಶಿದ	ಶ್ರೀ. ಸಾಗರ ಸಕುಡೆ
ಶ್ರೀ. ಕಾಶಿರಾಮ ಬಾವಿಸಾನೆ	ಶ್ರೀ. ಪ್ರದೀಪ ಗೋಡಸೆ
ಶ್ರೀ. ಪಪ್ಪು ಗಾಡೆ	ಶ್ರೀ. ರವೀಂದ್ರ ಖಂದಾರೆ

ಶ್ರೀಮತಿ. ಪಾಜಕ್ತಿ ಗೋಖಲೆ (ನಿಮಂತ್ರಿತ ಸದಸ್ಯೆ)

ಕನ್ನಡ ಸಂಯೋಜನ : **ಡಾ. ಸದಾನಂದ ಎಂ. ಬಿಳ್ಳೂರ**
ವಿಶೇಷಾಧಿಕಾರಿ, ಕನ್ನಡ

ಪ್ರಮುಖ : **ಶ್ರೀ. ಆರ್.ಎಮ್. ಗಣಾಚಾರಿ**
ವಿಷಯ ಸಹಾಯಕ, ಕನ್ನಡ.

ಭಾಷಾಂತರ : ಶ್ರೀ. ಎಸ್.ಬಿ. ಪ್ಯಾಟಿ
ಸಮೀಕ್ಷೆ : ಶ್ರೀ. ವ್ಹಿ. ಹೆಚ್. ಕಟಾರೆ
ಮುಖ್ಯ ಪೃಷ್ಠ ಮತ್ತು ಅಲಂಕಾರ, ಚಿತ್ರಕಾರ : ಧನಶ್ರೀ ಮೊಕಾಶಿ, ಪುಣೆ
ಸಂಗಣಕದ ಅರೇಖನ : ಶ್ರೀ. **ಸಂದೀಪ ಕೋಳಿ**, ಮುಂಬಯಿ.
ನಿರ್ಮಿತಿ : ಶ್ರೀ. **ಸಚ್ಚಿತಾನಂದ ಆಫಳೆ**
: ಮುಖ್ಯ ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ
: ಶ್ರೀ. **ಸಂಜಯ ಕಾಂಬಳೆ**
: ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ
: ಶ್ರೀ. **ಪ್ರಶಾಂತ ಹರಣೆ**
: ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಅಧಿಕಾರಿ

ಅಕ್ಷರ ಜೋಡಣೆ : P. C. Graphics, Mumbai
ಕಾಗದ : ೭೦ ಜಿ.ಎಸ್.ಎಮ್. ಮ್ಯಾಪಲಿಥೋ
ಮುದ್ರಣಾದೇಶ : N/PB/2022-23/1,500
ಮುದ್ರಕ : D.K.PRINTERS,PUNE

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಪೀಠಿಕೆ

ಭಾರತದ ಪ್ರಜೆಗಳಾದ ನಾವು, ಭಾರತವನ್ನು ಒಂದು ಸಾರ್ವಭೌಮ
ಸಮಾಜವಾದಿ ಧರ್ಮನಿರಪೇಕ್ಷ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವನ್ನಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು
ಹಾಗೂ ಅದರ ಸಮಸ್ತ ನಾಗರಿಕರಿಗೆ :

ಸಾಮಾಜಿಕ, ಆರ್ಥಿಕ ಮತ್ತು ರಾಜಕೀಯ **ನ್ಯಾಯ;**
ವಿಚಾರ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ, ವಿಶ್ವಾಸ, ಶ್ರದ್ಧೆ
ಮತ್ತು ಉಪಾಸನಾ **ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ;**
ಸ್ಥಾನಮಾನ ಹಾಗೂ ಅವಕಾಶ **ಸಮಾನತೆಯು;**

ನಿಶ್ಚಿತವಾಗಿ ದೊರೆಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು
ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿಗೌರವವನ್ನು

ಹಾಗೂ ರಾಷ್ಟ್ರದ ಐಕ್ಯತೆ ಮತ್ತು ಏಕಾತ್ಮತೆಯನ್ನು
ಆಶ್ವಾಸನೆ ನೀಡುವ **ಬಂಧುತ್ವವನ್ನು**
ವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ದೃಢಸಂಕಲ್ಪದ ನಿರ್ಧಾರ ಮಾಡಿ ;

ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ
ಇಂದು ದಿನಾಂಕ ಇಪ್ಪತ್ತಾರನೆಯ ನವ್ಹೆಂಬರ, ೧೯೪೯ ನೆಯ ಇಸವಿ
ಈ ಮೂಲಕ ಈ ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಗೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಧಿನಿಯಮಿತ
ಗೊಳಿಸಿ ಸ್ವತ: ಅರ್ಪಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣಮನ-ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯ ಹೇ
ಭಾರತ-ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ ।

ಪಂಜಾಬ, ಸಿಂಧು, ಗುಜರಾತ, ಮರಾಠಾ,
ದ್ರಾವಿಡ, ಉತ್ಕಲ, ಬಂಗ,

ವಿಂಧ್ಯ, ಹಿಮಾಚಲ, ಯಮುನಾ, ಗಂಗಾ,
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗ,

ತವ ಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ, ತವ ಶುಭ ಆಶಿಸ ಮಾಗೇ,
ಗಾಹೇ ತವ ಜಯಗಾಥಾ,

ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯ ಹೇ,
ಭಾರತ-ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ ।

ಜಯ ಹೇ, ಜಯ ಹೇ, ಜಯ ಹೇ,
ಜಯ ಜಯ ಜಯ, ಜಯ ಹೇ ॥

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತ ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಬಂಧು-ಭಗಿನಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ನನಗೆ ನನ್ನ ದೇಶದ ಸಮೃದ್ಧವಾದ ಹಾಗೂ ಬಹುವಿಧವಾದ ಪರಂಪರೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಅಭಿಮಾನವಿದೆ. ಈ ಪರಂಪರೆಗೆ ತಕ್ಕವನಾಗಿರಲು ನಾನು ಯಾವಾಗಲೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಾಯಿ-ತಂದೆ, ಗುರು-ಹಿರಿಯರನ್ನು ಆದರಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ನಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಹಾಗೂ ನನ್ನ ದೇಶ ಬಾಂಧವರಲ್ಲಿ ನಿಷ್ಠೆ ಇಡುವೆನೆಂದು ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಮಾಡುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಕಲ್ಯಾಣ ಹಾಗೂ ಉತ್ಕರ್ಷ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯೇ ನನ್ನ ಸುಖವುಂಟು.

ಪ್ರಸ್ತಾವಣೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮಿತ್ರರೆ,

ನಿಮ್ಮೆಲ್ಲರಿಗೆ ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಗತ ಕೋರುವೆವು. ಗಣಿತ ಒಂದನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯಿಂದ ಆರನೆಯ ಇಯತ್ತೆಯವರೆಗಿನ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀವು ಮಾಡಿರುವಿರಿ. ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯ, ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಕೈಯಲ್ಲಿಡಲು ನಮಗೆ ಆನಂದವೆನಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿಯಲು, ಮನೋರಂಜನೆ ನೀಡಲು, ಹೊಸ ಜ್ಞಾನ ಪಡೆಯಲು ಹಾಗೂ ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಿಗುವ ಆನಂದ ನಿಮ್ಮೆಲ್ಲರಿಗೆ ಸಿಗಲಿ ಎಂದು ನಮಗೆ ಅನಿಸುವದು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಕೃತಿ ಹಾಗೂ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಅವಶ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಮೋಜೆನಿಸುವುದೇ, ಹೊಸ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು ತಿಳಿಯುವವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ, ನಿಮ್ಮ ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿದರೆ ಹೊಸ ಸಂಗತಿಗಳು ತಿಳಿಯುವವು. ಚಿತ್ರ, ವೆನ್ ಆಕೃತಿ ಹಾಗೂ ಇಂಟರನೆಟ್‌ದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಗಣಿತ ತಿಳಿಯಲು ಸುಲಭವಾಗುವುದು. ಈ ಸಂಗತಿಗಳು ತಿಳಿದರೆ ಗಣಿತ ಸ್ವಲ್ಪವೂ ಕಠಿಣವಾಗಿಲ್ಲ. ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಾಠವನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯಗೊಟ್ಟು ಓದಬೇಕೆಂಬ ಅಪೇಕ್ಷೆ ನಾವು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡಿರುವೆವು. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪಾಠ ತಿಳಿಯದಿದ್ದರೆ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಪಾಲಕರು ಇಲ್ಲವೆ ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಸಹಾಯ ಪಡೆದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಗಣಿತ ಬಿಡಿಸುವ ರೀತಿ ಅದರಂತೆಯೇ ಅವುಗಳ ಸೂತ್ರ ಏಕೆ, ಹೇಗೆ ತಯಾರಾಯಿತು ಎಂಬುದರ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣೆಯನ್ನು ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ರೂಢಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿರಿ, ಅದು ಮಹತ್ವದ್ದಾಗಿದೆ. ರೂಢಿಗಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಚಿನಲ್ಲಿಯ ಉದಾಹರಣೆಯಂಥವುಗಳ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀವೂ ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಹೆಚ್ಚು ಆಹ್ವಾನಾತ್ಮಕವಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ನೀಡಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಗತಿಗಳು ನಿಮಗೆ ಮುಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಿಶ್ಚಿತವಾಗಿಯೂ ಉಪಯೋಗವಾಗಬಲ್ಲವು. ಒಂದನೆಯ ತರಗತಿಯಿಂದ ಕಲಿತ ಗಣಿತವನ್ನು ನೀವು ಮುಂದೆಯೂ ಸಹ ಸತತವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾಗುವುದು. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಇವುಗಳನ್ನು ಮರೆತು ನಡೆಯುವಂತಿಲ್ಲ ಗೊತ್ತಾಯಿತೆ ! ಅವುಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರಿ. ಈ ಎಲ್ಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಅನೇಕ ಸಲ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವುದು.

ಏಳನೆಯ ತರಗತಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಮೂಲಭೂತ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳು ಇವೆ. ಅವು ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿದರೆ ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಯ ಅಭ್ಯಾಸ ಸುಲಭವಾಗುವದು. ಬನ್ನಿರಿ, ಈ ಪುಸ್ತಕವು ನಿಮಗೆ ಗಣಿತ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮಿತ್ರನಂತೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವುದೋ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

(ಡಾ. ಸುನಿಲ ಮಗರ)

ಸಂಚಾಲಕ

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಹಾಗೂ
ಅಭ್ಯಾಸ ಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳ, ಪುಣೆ.

ಪುಣೆ

ದಿನಾಂಕ : 28 ಮಾರ್ಚ 2017

ಭಾರತೀಯ ಸೌರ ದಿನಾಂಕ: 7 ಚೈತ್ರ, 1939

ಗಣಿತ ಏಳನೆಯ ಇಯತ್ತೆ ಅಧ್ಯಯನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಸೂಚಿಸಿದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ

ಅಧ್ಯಯನ ಕರ್ತ, ಒಬ್ಬ/ಜೋಡಿ/ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿ ಕೊಟ್ಟು ಪ್ರವೃತ್ತ ಮಾಡುವುದು.

- ಸಂದರ್ಭ ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿಯ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಇವುಗಳ ನಿಯಮ ಶೋಧಿಸುವುದು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ರೇಷೆ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಕೃತಿ ಬಂಧದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಾಡಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ $3 \times 2 = 6$

$3 \times 1 = 3$

$3 \times 0 = 0$

$3 \times (-1) = -3$

$3 \times (-2) = -6$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ

1 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ 3 ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಯಾಯಿತು

ಅಂದರೆ $3 \times (-3) = -9$

ಅಂದರೆ ಧನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಕದಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಉತ್ತರ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುವುದು.

ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ

(a) $1/4 \times 1/2$ ಇದು 1/2ರ 1/4 ಅಂದರೆ 1/8

(b) $1/2 \div 1/4$ ಇದು 1/2ರ ಎರಡು 1/4 ಇದೆ.

ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅಥವಾ ಕಾಗದದ ಮಡಿಕೆ ಹಾಕಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಥವಾ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಗುಣಾಕಾರ ಅಥವಾ ಭಾಗಾಕಾರ ದರ್ಶಿಸುವುದು.

- ಗಿಡಗಳ ಹತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಒಂದು ಛೇದ ಎರಡು ಮೀಟರ ಬಲಬದಿಗೆ ಮೂರು ಮೀಟರ ಎಡಬದಿಗೆ ಹೀಗೆ ವಿರುದ್ಧ ದಿಶೆಗೆ ಇರುವ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅವಶ್ಯವಿರುವ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವುದು.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪುನಃ ಪುನಃ ಗುಣಾಕಾರ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತ ಮಾಡಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿದರ್ಶನೆಗೆ ತರುವುದು. ಉದಾ. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ಇದು 2^6 ಹೀಗೆ ವ್ಯಕ್ತ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
- ಚಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕವು ಒಟ್ಟು ಮಾಡಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿ ತಯಾರಿಸಬಹುದು.
- ಸಮೀಕರಣ ತಯಾರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ವಿವಿಧ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಪೂರೈಸಿ ಮತ್ತು ಭುಜ ಸಮಾನ ಮಾಡಿ ಹೀಗೆ ಚಲದ ಯೋಗ್ಯ ಕಿಮ್ಮತ್ತು ಆರಿಸುವುದು.
- ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಸಮಾನ ಪ್ರಕಾರದ ವಸ್ತು ಬೇರೀಜು/ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡುವ ಕೃತಿ ಮಾಡುವುದು. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ. 3 ವಹಿ ಮತ್ತು 5 ವಹಿ. ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ದೊರೆಯುವ ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.
- ಗುಣೋತ್ತರ ಮತ್ತು ಶತಮಾನ ಈ ಸಂಕಲ್ಪನೆ ವಿಕಸಿತವಾಗುವ ಸಲುವಾಗಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವುದು. (ಗುಣೋತ್ತರದ ಸಮಾನತೆ).
- ಲಾಭ/ಹಾನಿ ಮತ್ತು ಸರಳವ್ಯಾಜ ಇವುಗಳ ಆಧಾರಿತ ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಘಟನೆ ಪೂರೈಸಿ ಮತ್ತು ಶತಮಾನದ

ಅಧ್ಯಯನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಅಧ್ಯಯನಾರ್ಥಿ

07.71.01 ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ/ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.02 ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಅರ್ಥ ನಿರ್ವಚನ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.
ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, $2/3 \times 4/5$ ಇದರರ್ಥ 4/5 ರ 2/3 ಅದರಂತೆ $1/2 \div 1/4$ ಇದರರ್ಥ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ 1/4 ಅಂದರೆ 1/2 ?

07.71.03 ಸಾದಾ ಮತ್ತು ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ನಿಯಮ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.04 ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆ ಬಿಡಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.05 ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕಿತ ರೂಪದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.06 ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ವಿವಿಧ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಸಾದಾ ಸಮೀಕರಣದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಿ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.07 ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಬೇರೀಜು ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.08 ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರದ ರಾಶಿ (ಸಂಖ್ಯೆ) ಗುರುತಿಸುತ್ತಾನೆ. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, 15/45 ಮತ್ತು 40/120 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನ ಇವೆ. ಅಂದರೆ 15, 45, 40, 120 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

07.71.09 ಶತಮಾನದ ಸಾದಾ ಮತ್ತು ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ರೂಪಾಂತರ ಮಾಡುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಅದರಂತೆ ವಿರುದ್ಧ ಪ್ರಕಾರದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಬಿಡಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.10 ಗುಣಧರ್ಮದ ಆಧಾರದಿಂದ ರೇಷಿಯ ಜೋಡಿ ಪೂರಕ ಕೋನ ಜೋಡಿ, ಕಾಟಕೋನದ ಜೋಡಿ, ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನದ ಜೋಡಿ ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ. ಈ ಜೋಡಿಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಜೋಡಿಯ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಎರಡನೆಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

07.71.11 ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಮೂರನೆಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಶೋಧಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.12 ಚೌರಸಾಕಾರ ಮತ್ತು ಆಯತಾಕಾರ ಆಕಾರಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.13 ದೈನಂದಿನ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿಯ ಅನುಭವದಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಮೇಲಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ (ಮಧ್ಯ) ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.14 ಸ್ತಂಭಾಲೇಖನ ಮೇಲಿಂದ ಮಾಹಿತಿಯ ಅರ್ಥ ನಿರ್ವಚನ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಉದಾಹರಣಾರ್ಥ, ಬೇಸಿಗೆಗಿಂತ ಚಳಿಗಾಲದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯುತ್ತಿನ ಉಪಯೋಗ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ. ಮೊದಲಿನ ಹತ್ತು ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಘವು ತೆಗೆದ ಓಟ ಇತ್ಯಾದಿ.

07.71.15 ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ದುಭಾಜಕ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಭುಜ ಲಂಬ ದುಭಾಜಕ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಅವು ಏಕ ಸಂಪಾತಿ ಇರುತ್ತವೆ ಇದನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.16 ವಿಶಿಷ್ಟ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೋನ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.17 ಕೋನ, ರೇಷಾಖಂಡ ಮತ್ತು ವರ್ತುಳ ಇವುಗಳ ಏಕರೂಪತೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.18 ಮೂಲ ಅವಯವ ಬೀಳಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.19 ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಉಪಯೋಗ ತೋರಿಸುವುದು.

- ಸಮಾನ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿರುವ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯ ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿಯ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸುವುದು. (ಕತ್ತರಿ, ರಸ್ತೆಯ ಜೋಡು X ಮತ್ತು T ಅಕ್ಷರ ಇತ್ಯಾದಿ).
- ಕೋನದ ಜೋಡಿಯ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು. ವಿವಿಧ ಗುಣಧರ್ಮ ನೋಡುವುದು (ಒಂದು ಗುಂಪು ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಹೇಳಿದರೆ ಎರಡನೆಯ ಗುಂಪು ಉಳಿದ ಕೋನಗಳು.
- ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪ್ರಕಾರದ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆದು ಆ ಎಲ್ಲ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ಎಣಿಸಿ ತಾಳೆ ಹಾಕಿ ನೋಡಲು ಹೇಳುವುದು.
- ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನದ ಗುಣಧರ್ಮ ಮತ್ತು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ ಶೋಧಿಸುವುದು.
- ಮೊದಲು ಏಕರೂಪತೆಯ ನಿಕಷಮಾಡಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಇಟ್ಟು ಏಕರೂಪತೆ ಗುಣಧರ್ಮ ತಾಳೆಹಾಕುವುದು.
- ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಆಯತ/ಚೌರಸ ಇವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲದ ಸೂತ್ರದ ವರೆಗೆ ಬರುವ ಅವರಿಗೆ ಪ್ರೇರಣೆ ಕೊಡುವುದು.
- ಕೊಟ್ಟ ಸಾಮಾಗ್ರಿಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಕಿಮ್ಮತ್ತು ತೆಗೆದು ಅಂದರೆ ಅವರ್ಗೀಕೃತ ಸಾಮಾಗ್ರಿಯ ಮಧ್ಯ ಈ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಮತ್ತು ಸ್ತಂಭ ಲೇಖ ತೋರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಅವರಿಗೆ ಪ್ರವೃತ್ತ ಮಾಡುವುದು.
- ಜಮಾ ಮಾಡಿ ಸಾಮಗ್ರಿ ಮೇಲಿಂದ ಭವಿಷ್ಯದಲ್ಲಿಯ ಘಟನೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಅನುಮಾನ ತೆಗೆಯುವುದು.
- ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಬೇರೀಜು ಈ ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಗುಣಧರ್ಮ ತಿಳಿಯುವುದು.

07.71.20 ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಅಂತರಕೋನದ ಬೇರೀಜು ಸೂತ್ರ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.21 ಮೂಲ ಅವಯವ ಪದ್ಧತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮೂಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.22 ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಓದುತ್ತಾನೆ.

07.71.23 ಭಾಗೀದಾರಿಯ ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಪ್ರಮಾಣದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.24 ವರ್ತುಳದ ಪರಿಘದ ಸೂತ್ರ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.25 ವರ್ತುಳದ ಲಘುಕಂಸ, ವಿಶಾಲಕಂಸ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಕಂಸದ ಅಳತೆ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

07.71.26 ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸೂತ್ರ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.27 ಘನ ಮತ್ತು ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಯ ಪೃಷ್ಠಫಲ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.28 ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜ ತೆಗೆಯುತ್ತಾನೆ.

07.71.29 ವರ್ಗ ವಿಸ್ತಾರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾನೆ.

07.71.30 ದ್ವಿಪದಿಯ ವರ್ಗ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ.

07.71.31 ದ್ವಿಪದಿಯ ಅವಯವ ಬೀಳಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನೆಯ ವಿಷಯಗಳು

ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರ ಕೃತಿ, ಚರ್ಚೆ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂವಾದ ಈ ವಿವಿಧ ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಂದ ಆಗುವುದು ಅವಶ್ಯವಾಗಿದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಾಚನ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯಿಂದ ಮಾಡಬೇಕು. ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಪರಿಸರ ಭೂಗೋಲ, ವಿಜ್ಞಾನ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ ಈ ಎಲ್ಲ ವಿಷಯಗಳ ಸಮನ್ವಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಅನೇಕ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳ ಉಪಯೋಗ ಆಗುವುದು, ಎಂಬುದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸಿ ಕೊಡಬೇಕು. ಅದರಿಂದ ಗಣಿತದ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿಯ ಉಪಯೋಗ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದು ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಮಹತ್ವದ ಅರಿಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಗುವುದು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿಯ ಸಂಕಲ್ಪನೆಗಳ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣೆ ಸುಲಭವಾದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಚಿನಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನಾಧರಿಸಿದ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ತಯಾರಿಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ಕೊಡಬೇಕು. ಅವರಿಗೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಆಹ್ವಾನಾತ್ಮಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಕಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅಧಿಕ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ ಈ ತಲೆಬರಹದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿ, ಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನಿಶೀತವಾಗಿಯೂ ಉಪಯೋಗಿಯಾಗಬಲ್ಲದು. ಏಳನೆ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತದ ಈ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕ ನಿಮಗೆ ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಸೇರುವುದು ಎಂದು ನಮಗೆ ಅನಿಸುತ್ತದೆ.

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

ವಿಭಾಗ ಒಂದು

1. ಭೌಮಿತಿಕ ರಚನೆ.. 1 ರಿಂದ 10
2. ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ .... 11 ರಿಂದ 14
3. ಮಸಾವಿ – ಲಸಾವಿ ....15 ರಿಂದ 23
4. ಕೋನ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು.................................. 24 ರಿಂದ 33
5. ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ............... 34 ರಿಂದ 42
6. ಘಾತಾಂಕ .... 43 ರಿಂದ 50
7. ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ .... 51 ರಿಂದ 54
8. ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ...................... 55 ರಿಂದ 60

ಸಂಕೀಣ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಂಗ್ರಹ 1 .... 61 ರಿಂದ 62

ವಿಭಾಗ - ಎರಡು

9. ಸಮಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣ ....63 ರಿಂದ 68
10. ಬ್ಯಾಂಕು ಮತ್ತು ಸರಳಬಡ್ಡಿ ....69 ರಿಂದ 74
11. ವರ್ತುಳ .... 75 ರಿಂದ 79
12. ಪರಿಮಿತಿ ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ .... 80 ರಿಂದ 86
13. ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತ .... 87 ರಿಂದ 90
14. ಬೈಜಿಕ ಸೂತ್ರಗಳು – ವರ್ಗವಿಸ್ತಾರ .... 91 ರಿಂದ 94
15. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ .... 95 ರಿಂದ 99

ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಂಗ್ರಹ 2 100

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ 101 ರಿಂದ 104

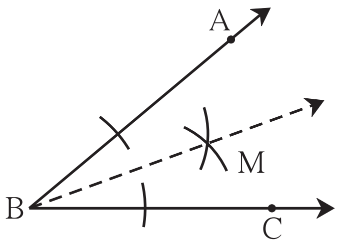
1 ಭೌಮಿತಿಕ ರಚನೆ

ವಿಭಾಗ ಒಂದು

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಗಳಲ್ಲಿ ರೇಷೆ, ರೇಷಾಖಂಡ, ಕೋನ, ಕೋನದ್ವಿಭಾಜಕ ಮುಂತಾದುವುಗಳ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತೇವೆ. $\angle ABC$ ಇದರ ಅಳತೆ 40° ಇದ್ದರೆ, ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನಾವು $m\angle ABC = 40^\circ$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಕೋನ ದ್ವಿಭಾಜಕ (Angle bisector)



ಬದಿಯಲ್ಲಿ $\angle ABC$ ಆಕೃತಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಕೋನ ದ್ವಿಭಾಜಕವು ಕೋನದ ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕಿರಣ BM $\angle ABC$ ಇದು ದ್ವಿಭಾಜಕವಿದೆಯೇ ?

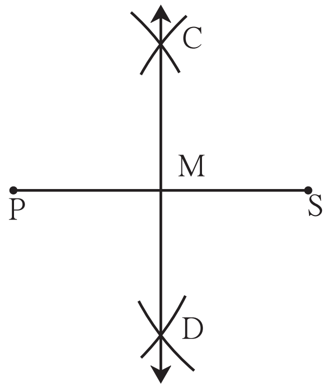
ರೇಖಾಖಂಡದ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ (Perpendicular bisector of a line segment)

4. ಸೆಮೀ ಉದ್ದಳತೆಯ ರೇಷಾಖಂಡ PS ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದಕ್ಕೆ ರೇಷೆ CD ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ.

- ರೇಷೆ CD ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಏನು ಮಾಡುವಿರಿ?

  $m\angle CMS = \square^\circ$

- $l(PM) = l(SM)$ ಇದೆಯೇ ?

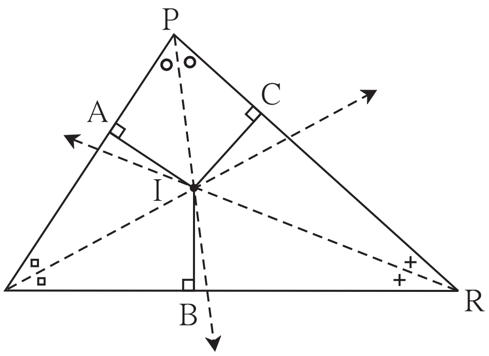


ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ತ್ರಿಕೋಣದ ಕೋನಗಳ ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ.

ಕೃತಿ.

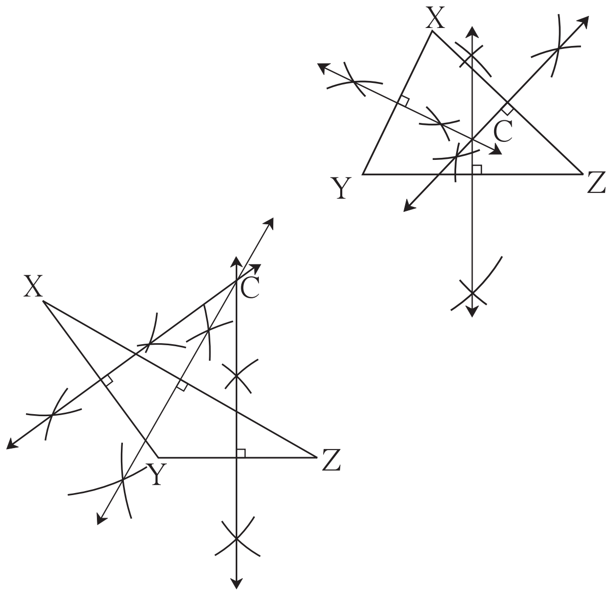
1. ΔPQR ಈ ಬೇಕಾದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಕಂಪಾಸದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಕೋನ ದ್ವಿಭಾಗಿಸಿರಿ. (ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಸಾಕಷ್ಟು ದೊಡ್ಡವು ಇರದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ನೋಡಿರಿ)
3. ಈ ಮೂರೂ ಕೋನ ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೋಗುತ್ತವೆ. ಎಂದರೇನೇ ಅವು **ಏಕಸಂಪಾತ** ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ I ಹೆಸರಿಸಿರಿ.
4. ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ I ದಿಂದ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜ PQ, QR ಮತ್ತು PRಗಳ ಮೇಲೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ IA, IB, IC ಈ ಲಂಬ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಈ ಮೂರು ಲಂಬಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಅಳೆಯಿರಿ. ಏನು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ? IA = IB = IC ಇವುಗಳ ಅನುಭವ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.



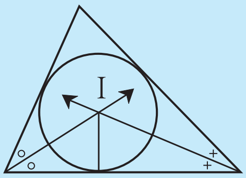
ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ

ಕೃತಿ

1. ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಹಾಗೂ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಏಕಸಂಪಾತ ಆಗಿವೆಯೇ ಅನುಭವಿಸಿರಿ.
3. ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಯಾವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡುತ್ತದೆ ಬಿಂದುವಿಗೆ C ಹೆಸರು ಕೊಡಿರಿ. C ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರೋಬಿಂದುಗಳ ಅಂತರ ಅಳೆಯಿರಿ. ಏನು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ ?
   CX = CY = CZ ಇದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.
4. ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದು ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

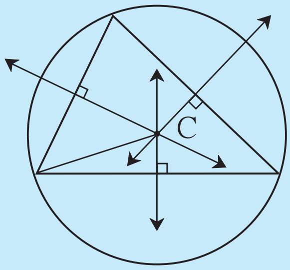


✸ **ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ**



(1) ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು **ಏಕಸಂಪಾತ** (Concurrent) ಇರುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ **ಅಂತರಮಧ್ಯ** (incentre) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅವನ್ನು I ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

2) ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು **ಏಕಸಂಪಾತ** ಇರುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತಬಿಂದುವಿಗೆ **ಪರಿಮಧ್ಯ** ಅಥವಾ **ಪರಿಕೇಂದ್ರ** (circumcentre) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅದನ್ನು C ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ ಹಂತ 1.

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಯ ರೇಷಾಖಂಡ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   (1) 5.3 ಸೆಮೀ (2) 6.7 ಸೆಮೀ (3) 3.8 ಸೆಮೀ
2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ದ್ವಿಭಾಜಕ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   (1) 105° (2) 55° (3) 90°

3) ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಕೋನದ್ವಿಭಾಜಕಗಳ ಸಂಪಾತವೆಂದು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಪಾತಬಿಂದು ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

4. ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಭುಜಗಳ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ ತೆಗೆಯಿರಿ ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತಬಿಂದು ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

5*. ಮೈಥಿಲಿ, ಶೈಲಾ ಮತ್ತು ಅಜಯ ಈ ಮೂವರು ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿದ್ದು ಅವರ ಮನೆಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಆಟಿಗೆಗಳ ಒಂದು ಅಂಗಡಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಆಕೃತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ತೋರಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವ ಭೌಮಿತಿಕ ರಚನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿರಿ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಕೃತಿ

ತ್ರಿಕೋನ ರಚನೆ

ಕೆಲವು ಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟರಲಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ΔABC C ಇರುವಂತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. l(AB) = 4 ಸೆಮೀ, l(BC) = 3 ಸೆಮೀ

- ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದೇ ?
- ಈ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುವಂತಹ ಅನೇಕ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.
- ಈ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಒಂದೇ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರಬೇಕೆಂಬ ಅಪೇಕ್ಷೆ ಇದ್ದರೆ ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಷರತ್ತು ಹಾಕಬೇಕಾಗುವುದು ?

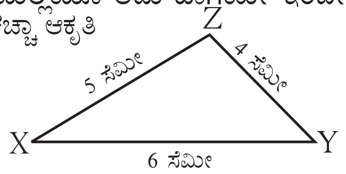
ಯಾವುದೊಂದು ಕಟ್ಟಡವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಪೂರ್ವದಲ್ಲಿ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ರಚನೆಯನ್ನು ಮೊಟ್ಟ ಮೊದಲು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಚಿಕ್ಕ ಪ್ರತಿಕೃತಿ ತಯಾರಿಸಿರುವುದನ್ನು ಕೂಡ ನೀವು ನೋಡಿರಬಹುದು. ಆ ಚಿತ್ರಕಾರದ ಆಧಾರದಿಂದ ಕಟ್ಟಡ ನಿರ್ಮಿಸುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ ಅದರಂತೆಯೇ ಯಾವುದೇ ಭೌಮಿತಿಕ ರಚನೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಆ ರಚನೆಯ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತಯಾರು ಮಾಡಿಕೊಂಡರೆ ಕೊಟ್ಟ ರಚನೆ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ರಚನೆಯಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕ್ರಮ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ.

(I) ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುವುದು.

ಉದಾ. ΔXYZ ರಚಿಸಿರಿ. l(XY) = 6 ಸೆಮೀ, l(YZ) = 4 ಸೆಮೀ, l(XZ) = 5 ಸೆಮೀ

ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯುವಾಗ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಯೋಗ್ಯ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವಾ. ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭುಜ XY ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದಿರುತ್ತದೆ, ಅದುದರಿಂದ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಅದು ಹಾಗೆಯೇ ಇರಬೇಕು.

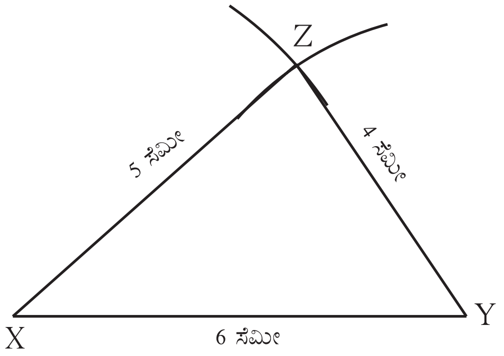
ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ



ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯುವ ಹಂತಗಳು

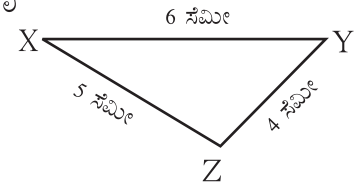
1. ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಂತೆ ರೇಷೆ XY ಈ 6 ಸೆಮೀ ಉದ್ದದ ತಳರೇಷೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದೆ.

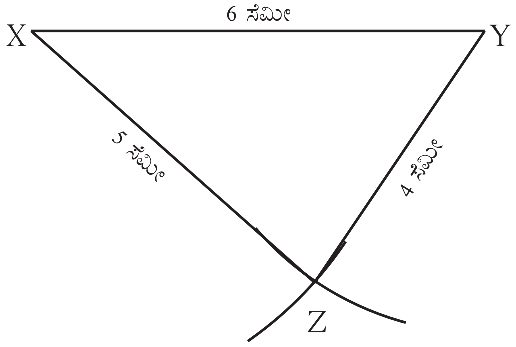
2. ರೇಷಾಖಂಡ XZನ ಉದ್ದ 5 ಸೆಮೀ ಇರುವುದರಿಂದ ಕಂಪಾಸದಲ್ಲಿಯ 5 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕಂಪಾಸದ ಕಬ್ಬಿಣ ತುದಿ X ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ರೇಷಾಖಂಡ XYದ ಒಂದು ಬದಿಗೆ ಒಂದು ಕಂಸ ತೆಗೆಯಿತು.



3. ಕಂಪಾಸಿನಲ್ಲಿ 4 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕಂಪಾಸಿನ ಕಬ್ಬಿಣ ತುದಿ Y ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಮೊದಲು ತೆಗೆದ ಕಂಸಕ್ಕೆ ಛೇದಿಸುವ ಕಂಸ ತೆಗೆಯಿತು. ಛೇದನೆ ಬಿಂದುವಿಗೆ Z ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟಿತು XZ ಮತ್ತು YZ ರೇಷಾಖಂಡ ತೆಗೆಯಿತು. ತಳರೇಷೆಯ ಎರಡನೇ ಬದಿಗೆ ಕಂಸ ತೆಗೆದು ಅಂತಹದೇ ತ್ರಿಕೋನ ರಚನೆ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ





ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 2

1 ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(a) ΔABCದಲ್ಲಿ $l(AB) = 5.5$ ಸೆಮೀ, $l(BC) = 4.2$ ಸೆಮೀ, $l(AC) = 3.5$ ಸೆಮೀ,

(b) ΔSTUದಲ್ಲಿ $l(ST) = 7$ ಸೆಮೀ, $l(TU) = 4$ ಸೆಮೀ, $l(SU) = 5$ ಸೆಮೀ

(c) ΔPQR ದಲ್ಲಿ $l(PQ) = 6$ ಸೆಮೀ, $l(QR) = 3.8$ ಸೆಮೀ, $l(PR) = 4.5$ ಸೆಮೀ

2. ತಳ 5 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 3.5 ಸೆಮೀ ಇರುವ ಸಮದ್ವಿ ಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.

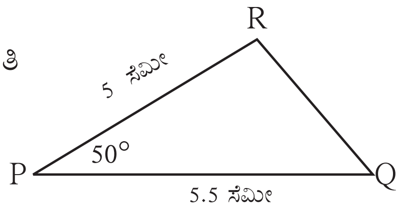
3. ಭುಜ 6.5 ಸೆಮೀ ಇರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ ಮಾಡಿರಿ.

4. ನೀವು ಸ್ವತ: ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ. ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಷಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(II) ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜ ಮತ್ತು ಅವು ಸಮಾವಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿದ ಕೋನ ಕೊಡಲಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುವುದು.

ಉದಾ. ΔPQR ಇರುವಂತೆ ತೆಗಿಯಿರಿ $l(PQ) = 5.5$ ಸೆಮೀ, $m\angle P = 50^\circ$, $l(PR) = 5$ ಸೆಮೀ,

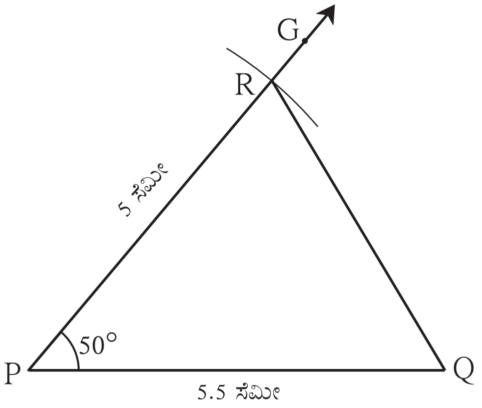
ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ



ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು ಅದರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ΔP ಲಘುಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ಇರುತ್ತದೆ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಹಾಗೆ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.)

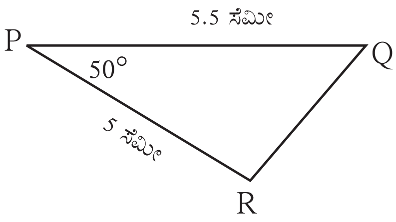
ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯುವ ಹಂತಗಳು

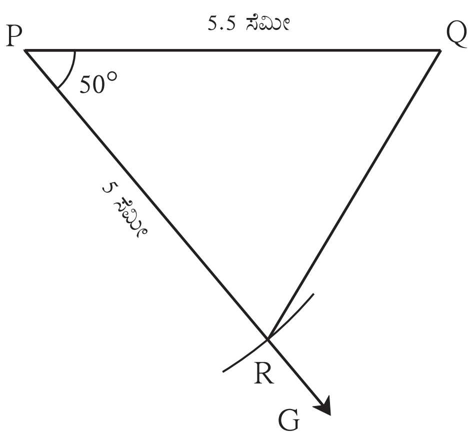
1. ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಂತೆ ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಇದನ್ನು 5.5 ಸೆಮೀ ಉದ್ದದ ತಳರೇಷೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದಿದೆ.
2. ಕಿರಣ PG ಹೀಗೆ ತೆಗೆದರೆ $m\angle GPQ = 50^\circ$
3. ಕಂಪಾಸಿನಲ್ಲಿ 5 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಕಂಪಾಸಿನ ಕಬ್ಬಿಣ ತುದಿಯನ್ನು P ಮೇಲೆ ಇರಿಸಿ ಕಿರಣ PG ಮೇಲೆ ಕಂಸ ತೆಗೆಯಿತು. ಆ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ R ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟಿತು. ಬಿಂದು Q ಮತ್ತು ಬಿಂದು R ಜೋಡಿಸಿರಿ. ΔPQR ಇದು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ತ್ರಿಕೋನ ತಯಾರಾಯಿತು.



ಕಿರಣ PG ಇದನ್ನು ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಇದರ ಎರಡನೆಯ ಬದಿಗೂ ಕೂಡ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ಮುಂದಿನಂತೆ ತೆಗೆಯುವಾ. ಆ ಪ್ರಕಾರ ΔPQR ತೆಗೆಯಿತು.

ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ





ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 3

⊙ **ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.**

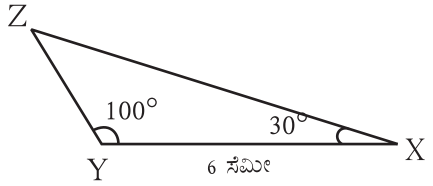
1. ΔMAT ದಲ್ಲಿ $l(MA) = 5.2$ ಸೆಮೀ, $m\angle A = 80^\circ$, $l(AT) = 6$ ಸೆಮೀ,
2. ΔNTS ದಲ್ಲಿ $m\angle T = 40^\circ$, $l(NT) = l(TS) = 5$ ಸೆಮೀ
3. ΔFUN ದಲ್ಲಿ $l(FU) = 5$ ಸೆಮೀ, $l(UN) = 4.6$ ಸೆಮೀ, $m\angle U = 110^\circ$
4. ΔPRS ದಲ್ಲಿ $l(RS) = 5.5$ ಸೆಮೀ, $l(RP) = 4.2$ ಸೆಮೀ, $m\angle R = 90^\circ$

(III) ಎರಡು ಕೋನ ಮತ್ತು ಅವು ಸಮಾವಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿದ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುವುದು

ಉದಾ. ΔXYZ ಇದನ್ನು $l(YX) = 6$ ಸೆಮೀ, $m\angle ZXY = 30^\circ$, $m\angle XYZ = 100^\circ$ ಇರುವಂತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$\angle XYZ$ ಇದು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ.

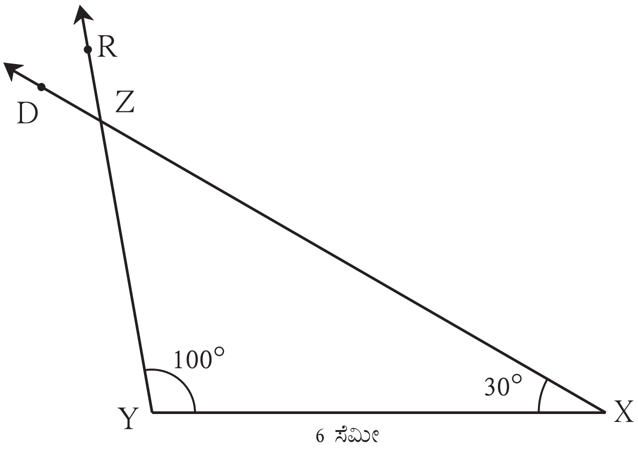
ಆ ರೀತಿ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ತೋರಿಸಿದೆ.



ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ

ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯುವ ಹಂತಗಳು

1. ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯ ಪ್ರಕಾರ ರೇಷಾಖಂಡ YX ಈ 6 ಸೆಮೀ ತಳ ತೆಗೆದುಕೊಂಡೆವು.
2. $m\angle XYR = 100^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ಕಿರಣ YR ತೆಗೆಯಲಾಯಿತು.
3. ರೇಷಾಖಂಡ XY ಇದರ ಯಾವ ಬದಿಗೆ ಬಿಂದು R ಇದೆಯೋ ಅದೇ ಬದಿಗೆ ಕಿರಣ XDಇದನ್ನು $m\angle YXD = 30^\circ$. YR ಆಗುವಂತೆ ತೆಗೆಯಿತು. YR ಮತ್ತು XD Z ಈ ಕಿರಣಗಳ ಛೇದನಬಿಂದುವಿಗೆ Z ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟಿತು. ΔXYZ ಇದು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ತ್ರಿಕೋನ ತಯಾರಾಯಿತು.
4. ತಳದ ಎರಡನೆಯ ಬದಿಗೆ ಕೂಡ ಇಂತಹದೇ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.



ಸ್ವಲ್ಪ ತಲೆ ಓಡಿಸಿರಿ.

ಉದಾ: ΔABC ಇದರಲ್ಲಿ $m\angle A = 60^\circ$, $m\angle B = 40^\circ$ ಮತ್ತು $l(AC) = 6$ ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ನೀವು ΔABC ತೆಗೆಯಬಲ್ಲಿರಾ? ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡುವುದು ಅಪೇಕ್ಷಿತವಾಗಿದೆ ? ಆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ದೊರಕಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವ ಗುಣಧರ್ಮ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಬರುವುದು ? ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆದು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ.

ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜಿನ ಗುಣಧರ್ಮ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಈ ಗುಣಧರ್ಮ ಉಪಯೋಗಿಸಿ AC ಭುಜವನ್ನು ಸಮಾವಿಷ್ಟಗೊಳಿಸುವ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ದೊರೆಯುವುದೇ ?

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 4

⊙ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ

1. ΔSAT, ದಲ್ಲಿ $l(AT) = 6.4$ ಸೆಮೀ, $m\angle A = 45^\circ$, $m\angle T = 105^\circ$
2. ΔMNP, ಇದರಲ್ಲಿ $l(NP) = 5.2$ ಸೆಮೀ, $m\angle N = 70^\circ$, $m\angle P = 40^\circ$
3. ΔEFG, ದಲ್ಲಿ $l(EG) = 6$ ಸೆಮೀ, $m\angle F = 65^\circ$, $m\angle G = 45^\circ$
4. ΔXYZ, ದಲ್ಲಿ $l(XY) = 7.3$ ಸೆಮೀ, $m\angle X = 34^\circ$, $m\angle Y = 95^\circ$

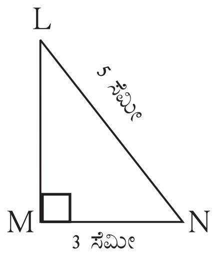
(IV) ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯುವುದು.

ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಕೋನ ಕಾಟಕೋನ ಇದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ **ಕಾಟಕೋನ ಎದುರಿನ ಭುಜ ಎಂದರೆ ಕರ್ಣ ಇರುತ್ತದೆ.**

ಉದಾ: ΔLMN ತೆಗೆಯಿರಿ $m\angle LMN = 90^\circ$, ಕರ್ಣ =5ಸೆಮೀ, $l(MN) = 3$ ಸೆಮೀ.

ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ, ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

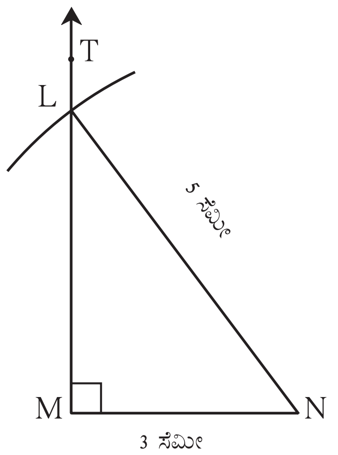
ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿ



m∠LMN = 90° ಇರುವುದರಿಂದ ಅಂದಾಜು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆದಿದೆ ಮತ್ತು ಕಾಟಕೋನದ ಗುರುತು ತೋರಿಸಿದೆ. ಅಂದರೆ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಕ್ಕಾ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯುವ ಹಂತಗಳು

1. ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ರೇಷಾಖಂಡ MN 3 ಸೆಮೀ ಉದ್ದದ ತಳ ತೆಗೆಯಿತು.
2. ರೇಷಾಖಂಡ MN ದ M ಬಿಂದುವಿನ ಹತ್ತಿರ 90° ಅಳತೆಯ ಕೋನ ಮಾಡುವ ಕಿರಣ MT ತೆಗೆಯಿತು.
3. ಕಂಪಾಸಿನಲ್ಲಿ 5 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರ ಕಬ್ಬಿಣ ತುದಿ N ಬಿಂದುವಿನ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಿ ಕಿರಣ MT ಇದಕ್ಕೆ ಛೇದಿಸುವ ಕಂಸ ತೆಗೆಯಿತು. ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿಗೆ L ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟಿತು. ΔLMN ತಯಾರಾಯಿತು.
4. ತಳದ ಎರಡನೆಯ ಬದಿಗೆ ಸಹ ಇಂತಹದೇ ಆಕೃತಿ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.



ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 5

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.

1. ΔMAN, ದಲ್ಲಿ $m\angle MAN = 90^\circ$, $l(AN) = 8$ ಸೆಮೀ, $l(MN) = 10$ ಸೆಮೀ.
2. ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ STUದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣ SU=5 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು $l(ST) = 4$ ಸೆಮೀ.
3. ΔABC ದಲ್ಲಿ $l(AC) = 7.5$ಸೆಮೀ, $m\angle ABC = 90^\circ$, $l(BC) = 5.5$ ಸೆಮೀ.
4. ΔPQR ದಲ್ಲಿ $l(PQ) = 4.5$ ಸೆಮೀ, $l(PR) = 11.7$ ಸೆಮೀ, $m\angle PQR = 90^\circ$
5. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತ್ರಿಕೋನ ರಚನೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ರೂಢಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಕೃತಿ

ಮುಂದಿನ ಮಾಹಿತಿಯಂತೆ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿರಿ.

1. ΔABC ದಲ್ಲಿ $m\angle A = 85^\circ$, $m\angle B = 115^\circ$ $l(AB) = 5$ ಸೆಮೀ
2. ΔPQR ದಲ್ಲಿ $l(QR) = 2$ ಸೆಮೀ, $l(PQ) = 4$ ಸೆಮೀ, $l(PR) = 2$ ಸೆಮೀ

ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತೇ ? ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದರ ಹಿಂದೆ ಇರುವ ಕಾರಣ ಹುಡುಕಿರಿ.

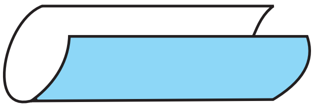
✸ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ ಕೃತಿ

ಉದಾ : ΔABC ರಚಿಸಿರಿ $l(BC) = 8$ ಸೆಮೀ, $l(CA) = 6$ ಸೆಮೀ, $m\angle ABC = 40^\circ$. BC ಇದು 8 ಸೆಮೀ ಉದ್ದದ ತಳದ ಮೇಲೆ 40°ದ ಕೋನ ಮಾಡುವ ಕಿರಣ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮೇಲೆ $l(AC) = 6$ ಸೆಮೀ ಆಗುವಂತೆ A ಇದರ ಸಲುವಾಗಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ, ಎಂದು ಕಂಪಾಸಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅನುಭವಿಸಿರಿ. ಎಂದರೇನೆ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ಬೇರೆ ಆಕಾರಗಳ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರೂ ಕೋನಗಳು ಕೊಡಲಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜ ಕೊಡದೆ ಇರುವಾಗ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದೇ? ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದು ?

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

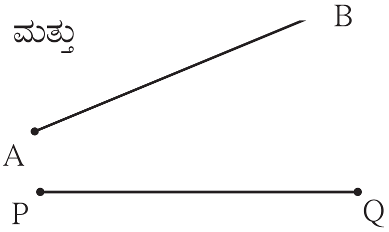
ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಏಕರೂಪಣೆ (Congruence of segments)

ಕೃತಿ I ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿ ಕಾಗದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಈ ಕಾಗದದ ಎದುರು ಬದುರಿನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿರಿ. ಅವು ಸಂಪೂರ್ಣ ಹೊಂದುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.



ಕೃತಿ II ಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ರೇಷಾಖಂಡ ABದ ಉದ್ದ ಅಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ರೇಷಾಖಂಡ PQದ ಉದ್ದ ಅಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

$l(AB)$ = ... $l(PQ)$ = ...



ರೇಷಾಖಂಡ AB ಮತ್ತು PQ ರೇಷಾಖಂಡ ಈ ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ ? ಆ ರೇಷಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಡಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಪಾರದರ್ಶಕ ಕಾಗದ AB ಇದರ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ AB ರೇಷಾಖಂಡವನ್ನು ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು ಸಹಿತ ತಿದ್ದಿರಿ. ಪಾರದರ್ಶಕ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ದೊರೆತ ಹೊಸ ರೇಷಾಖಂಡವನ್ನು PQ ರೇಷಾಖಂಡದ ಮೇಲಿಟ್ಟು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ. A ಬಿಂದು P ದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟಾಗ B ಬಿಂದು Q ದ ಮೇಲೆ ಬರಬಲ್ಲದು ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ರೇಷಾಖಂಡ AB ಇದು ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಇದಕ್ಕೆ **ಏಕರೂಪ** ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಎರಡು ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ರೇಷಾಖಂಡಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದುತ್ತವೆ ಎಂದರೇನೆ ಅವು **ಏಕರೂಪ** ಇರುತ್ತದೆ, ಎಂದು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ರೇಷಾಖಂಡ AB ಮತ್ತು ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಇವು ಏಕರೂಪ ಇದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ರೇಷಾಖಂಡ AB $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಕೊಟ್ಟ ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ರೇಷಾಖಂಡಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

❀ ರೇಷಾಖಂಡ AB $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ PQ ಎಂದರೇನೆ ರೇಷಾಖಂಡ PQ $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ AB.

❀ ಒಂದು ವೇಳೆ ರೇಷಾಖಂಡ AB $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ PQ ರೇಷಾಖಂಡ PQ $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ MN ಇದ್ದರೆ ರೇಷಾಖಂಡ AB $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ MN ಇದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

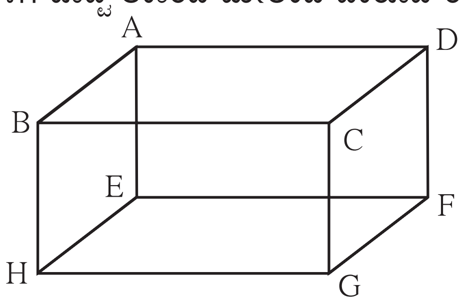
ಎಂದರೇನೆ ಒಂದು ರೇಷಾಖಂಡವು ಎರಡನೆಯದರೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು ಮೂರನೆಯದೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪವಿದ್ದರೆ ಮೊದಲನೆಯ ರೇಷಾಖಂಡವು ಮೂರನೆಯದರೊಂದಿಗೂ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತದೆ.

ಕೃತಿ I

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬರಿದಾದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದ ಅಳೆಯಿರಿ. ಯಾವ ಅಂಚುಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಕೃತಿ II

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕಾರದ ಮೇಲಿಂದ ಏಕರೂಪ ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



(1) ರೇಷೆ AB $\cong$ ರೇಷೆ DC

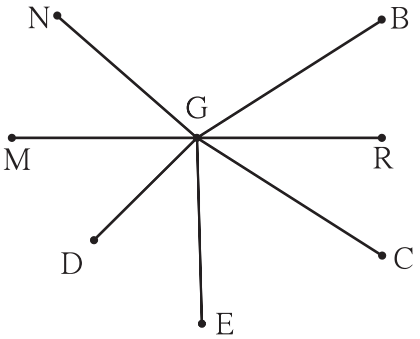
(2) ರೇಷೆ AE $\cong$ ರೇಷೆ BH

(3) ರೇಷೆ EF $\cong$ ರೇಷೆ ....

(4) ರೇಷೆ DF $\cong$ ರೇಷೆ ....

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 6

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಏಕರೂಪ ರೇಷಾಖಂಡಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ (ಅಳತೆಯ ಕೈವಾರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ)



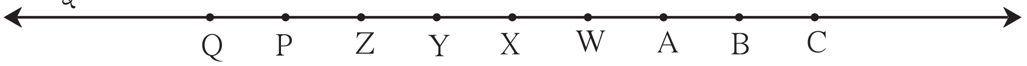
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

2. ಕೆಳಗಿನ ರೇಷೆಯ ಮೇಲೆ ಹೊಂದಿದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಅಂತರ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ತೆರೆದಿದ್ದ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.



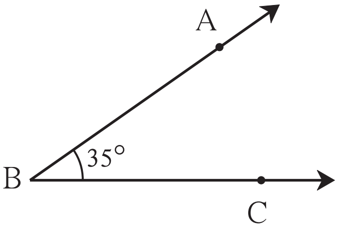
(i) ರೇಷೆ AB $\cong$ ರೇಷೆ .... (ii) ರೇಷೆ AP $\cong$ ರೇಷೆ .... (iii) ರೇಷೆ AC $\cong$ ರೇಷೆ ....

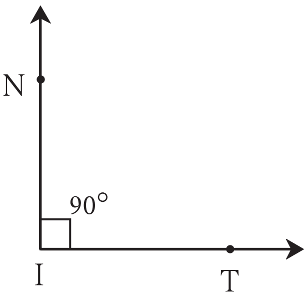
(iv) ರೇಷೆ .... $\cong$ ರೇಷೆ BY (v) ರೇಷೆ .... $\cong$ ರೇಷೆ YQ (vi) ರೇಷೆ BW $\cong$ ರೇಷೆ ....

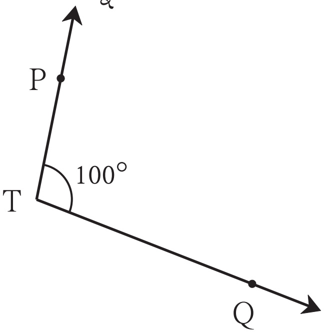
ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

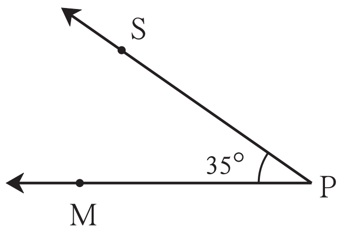
ಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆ (Congruence of angles)

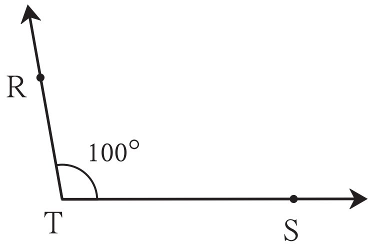
ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಸಮಾನ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ..

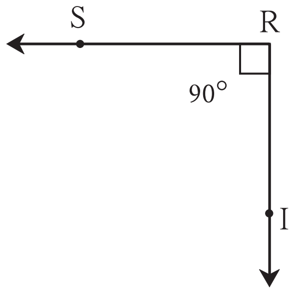




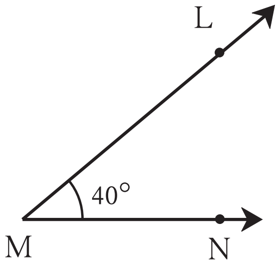


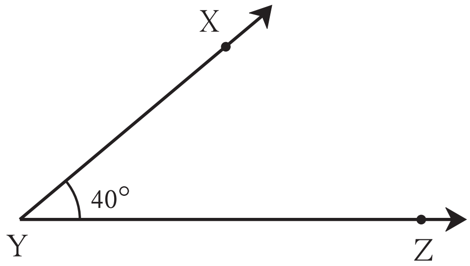






ಕೃತಿ





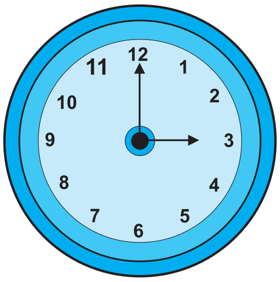
ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ 40° ಅಳತೆಯ ∠LMN ಮತ್ತು ∠XYZ ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ಒಂದು ಪಾರದರ್ಶಕ ಕಾಗದ ∠LMN ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು ಸಹಿತ ಕೋನದ ಭುಜಗಳನ್ನು ತೀಡಿರಿ. ಪಾರದರ್ಶಕ ಕಾಗದ ಎತ್ತಿ ದೊರೆತಂತಹ ಕೋನ ∠XYZ ಮೇಲೆ ಇಡಿರಿ. ಬಿಂದು M ಒಂದು Y ಮೇಲೆ ಕಿರಣ MN, ಕಿರಣ YZ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ಕಿರಣ ML ಇದು ಕಿರಣ YX ಮೇಲೆ ಹೊಂದುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಸಮಾನ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಕೋನಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆಯು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಕೋನಗಳ ಏಕರೂಪತೆಯು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ∠LMN ಮತ್ತು ∠XYZ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಇದನ್ನು ∠LMN ≅ ∠XYZ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- **ಯಾವ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಏಕ ರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.**

- ಇದ್ದರೆ ∠LMN ≅ ∠XYZ ಆದರೆ ∠XYZ ≅ ∠LMN
- ಇದ್ದರೆ ∠LMN ≅ ∠ABC ಮತ್ತು ∠ABC≅ ∠XYZ ಆದರೆ ∠LMN ≅ ∠XYZ

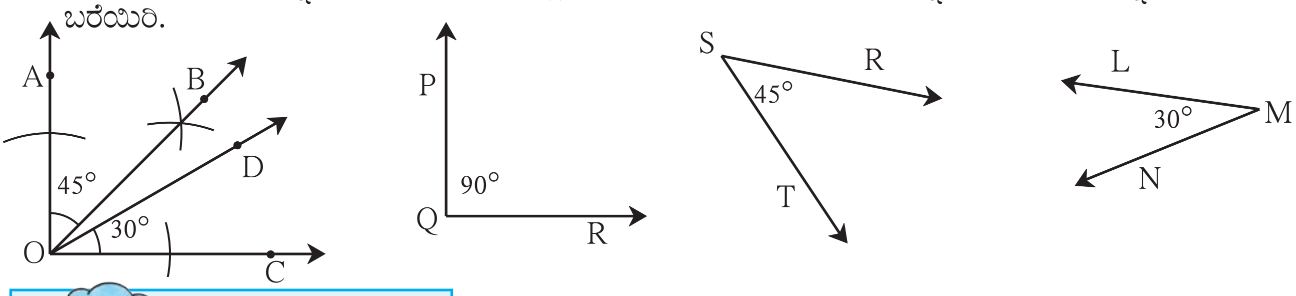
ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.



- ಗಡಿಯಾರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಯಾಗಿದೆ ? [ ]
- ಎರಡು ಮುಳ್ಳುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಂಶ ಅಳತೆಯ ಕೋನ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ? [ ]
- ಈ ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಏಕರೂಪ ಕೋನ ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ? [ ]

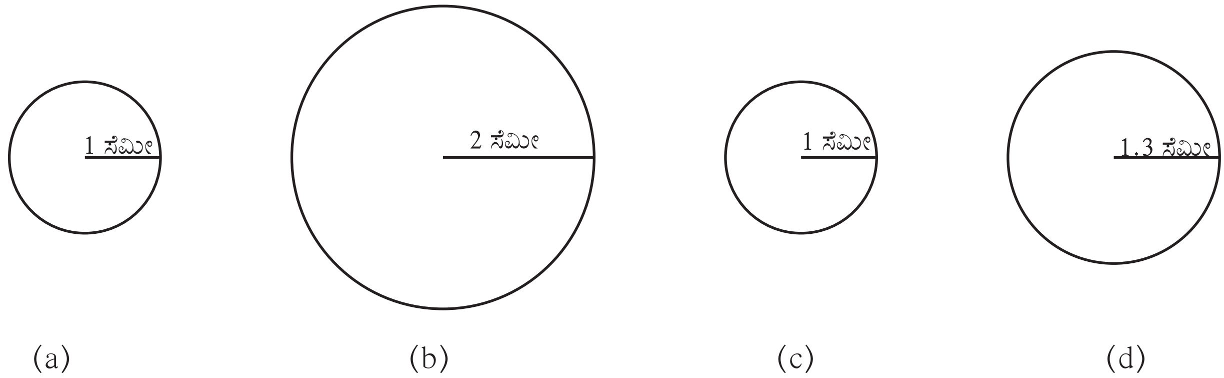
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 7

⊙ ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಏಕರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಏಕರೂಪತೆಯ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವರ್ತುಳಗಳ ಏಕರೂಪತೆ (Congruence of circles)



ಕೃತಿ I : ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ.
ಮೇಲಿನಂತೆ 1 ಸೆಮೀ, 2 ಸೆಮೀ, 1 ಸೆಮೀ, 1.3 ಸೆಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ತುಳಗಳನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಆ ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಬಿಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿರಿ ಆ ಬಿಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಟ್ಟು ಯಾವ ಬಿಲ್ಲೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದುತ್ತವೆ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

ನಿರೀಕ್ಷಣೆ:
1. ಆಕೃತಿ (a) ಮತ್ತು (c) ಗಳಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೊಂದುತ್ತವೆ.
2. ಆಕೃತಿ (b) ಮತ್ತು (c) ಗಳಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳಗಳು ಅದರಂತೆ ಆಕೃತಿ (a) ಮತ್ತು ಆಕೃತಿ (d)ಗಳಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೊಂದುತ್ತವೆ.

ಯಾವ ವರ್ತುಳಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹೊಂದುತ್ತವೆ ಅವುಗಳಿಗೆ **ಏಕರೂಪ ವರ್ತುಳಗಳು** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಕೃತಿ II ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಕಾರಗಳ ಆದರೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದಳತೆಯ ಬಳೆಗಳನ್ನು ತಂದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಯಾವ ಬಳೆಗಳು ಏಕರೂಪಿ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೃತಿ III ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಏಕರೂಪ ವರ್ತುಳಗಳು ಎಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹುಡುಕಿರಿ

ಕೃತಿ IV ಮನೆಯಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಅಂಚುಗಳಿರುವ ತಟ್ಟೆಗಳು ಅಥವಾ ಬಟ್ಟಲುಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅವುಗಳ ಅಂಚು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಜೋಡಿಸಿ ಯಾವ ಅಂಚುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

• ಯಾವ ವರ್ತುಳಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ ಆ ವರ್ತುಳಗಳು ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

ICT Tools or Links

Geogebra Software ದಲ್ಲಿಯ Construction tools ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ವರ್ತುಳಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

2 ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ

EGTHHZ

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

- ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮತ್ತು ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿರುತ್ತೇವೆ ಅದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಕೆಳಗಿನ ತೆರೆದಿದ್ದ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(1) 5 + 7 = ☐ (2) 10 + (− 5) = ☐ (3) − 4 + 3 = ☐

(4) (− 7) + (− 2) = ☐ (5) (+ 8) − (+ 3) = ☐ (6) (+ 8) − (− 3) = ☐

- ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕ್ರಿಯೆಯ ಉತ್ತರ 3 ಬರುವಂತೆ ಬರಿದಾದ ಕಂಸುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

(− 6) + ( ) 4 − ( ) 7 + ( )

→ 3 ←

(− 5) − ( ) − 8 + ( ) 9 − ( )

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಮಯೂರಿ ಶಾಲೆಯಿಂದ ಮನೆಗೆ ಹೋಗುವಾಗ ಅವಳ ಸಾಯಕಲ್ಲು ಪಂಕ್ಚರ್ ಆಯಿತು. ಪಂಕ್ಚರ್ ತೆಗೆಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅವಳ ಹತ್ತಿರ ಸಾಕಷ್ಟು ಹಣ ಇರಲಿಲ್ಲ, ಆಗ ಅವಳಿಗೆ ಸುಶಾಂತ, ಸ್ನೇಹಲ ಮತ್ತು ಕಲ್ಪನಾ ಇವರು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಐದು ರೂಪಾಯಿ ಕೈಗಡ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರಿಂದ ಅವಳ ಹತ್ತಿರ 15 ರೂಪಾಯಿ ಕೈಗಡ ಕೂಡಿದವು ಮತ್ತು ಅವಳ ಸಾಯಕಲ್ಲಿನ ದುರಸ್ತಿ ಆಯಿತು. ನಾವು ಕೈಗಡ ರೂಪಾಯಿ ಅಥವಾ ಸಾಲ° '−' (ಋಣ) ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ತೋರಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂದರೆ ಮಯೂರಿ ಮೇಲೆ 15 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಸಾಲ ಇದ್ದಿತು ಅಥವಾ ಅವಳ ಹತ್ತಿರ − 15 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದವು.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು (− 5) + (− 5) + (− 5) = − 15 ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆವು.

ಇಲ್ಲಿ ನಾವು (− 5) × 3 = 3 × (− 5) = − 15 ಎಂದು ಗಮನಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ.

ಎರಡನೆಯ ದಿನ ಮಯೂರಿಯು ತಾಯಿಯ ಕಡೆಯಿಂದ 15 ರೂಪಾಯಿ ತಂದು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಹಣ ಮರಳಿ ಕೊಟ್ಟಳು ಮತ್ತು ಸಾಲ ಮುಟ್ಟಿಸಿದಳು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಳು, ಸಾಲ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಅಂದರೆ ಹಣ ಪ್ರಾಪ್ತ ಮಾಡುವುದು. ಇದನ್ನು ತಿಳಿದು − (− 15) = +15 ಎಂದು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕಲಿತಿರುವೆವು. ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮಗ್ಗಿಗಳನ್ನು ಸಹ ತಯಾರಿಸುತ್ತೇವೆ ಈಗ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಅಭ್ಯಸಿಸೋಣ ಎಂದರೇನೇ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ, ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯ ಸೇರಿ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮೂಹದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ನೋಡೋಣ.

(− 3) + (− 3) + (− 3) + (− 3) ಈ ಬೇರೀಜು ಎಂದರೇನೇ (− 3) ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಸಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿದ ಬೇರೀಜು ಎಂದರೇನೇ −12 ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಬೇರೀಜನ್ನು ನಾವು (− 3) × 4 = − 12 ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ (− 5) × 6 = − 30, (− 7) × 2 = − 14, 8 × (− 7) = − 56

ಈಗ (– 4) ಇದರ ಮಗ್ಗಿ ತಯಾರಿಸುವಾ.

(– 4) × 0 = 0
(– 4) × 1 = – 4
(– 4) × 2 = – 8
(– 4) × 3 = – 12

ಇದರಲ್ಲಿಯ ಆಕೃತಿಬಂಧದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ, ಇಲ್ಲಿ (– 4) ರ ಗುಣಕ ಒಂದು ಮೂಲ ಮಾನದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಗುಣಾಕಾರ 4ರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ಆಕೃತಿಯಿಂದ ಇಟ್ಟು (-4) ಈ ಮಗ್ಗಿ ಮೇಲಿನ ಬದಿಗೆ ಗುಣಕ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಹೆಚ್ಚಿಸದರೆ ಅದು ಹೀಗೆ ಆಗುವುದು;

(– 4) × (– 2) = 8
(– 4) × (– 1) = 4
(– 4) × 0 = 0

(-4) ದ ಗುಣಕ ಒಂದು ಮೂಲಮಾನದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಆಯಿತೆಂದರೆ ಗುಣಾಕಾರವು 4 ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನದಲ್ಲಿ ತೆಕ್ಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ (-5)ರ ಮಗ್ಗಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ (-6) ಮತ್ತು (-7) ಅವುಗಳ ಮಗ್ಗಿ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

(– 5) × (– 3) = 15	(– 6) × (– 3) =		(– 7) × (– 3) =	
(– 5) × (– 2) = 10	(– 6) × (– 2) =		(– 7) × (– 2) =	
(– 5) × (– 1) = 5	(– 6) × (– 1) =		(– 7) × (– 1) =	
(– 5) × 0 = 0	(– 6) × 0 =		(– 7) × 0 =	
(– 5) × 1 = – 5	(– 6) × 1 =		(– 7) × 1 =	
(– 5) × 2 = – 10	(– 6) × 2 =		(– 7) × 2 =	
(– 5) × 3 = – 15	(– 6) × 3 =		(– 7) × 3 =	
(– 5) × 4 = – 20	(– 6) × 4 =		(– 7) × 4 =	

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗುಣಾಕಾರ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ.
- ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ.

(ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ) X (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)= (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)
(ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ) X (ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ) = (ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ)
(ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ) X (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ) = (ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ)
(ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ) X (ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ)= (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ)

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 8

⊙ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

(i) (– 5) × (– 7) (ii) (– 9) × (6) (iii) (9) × (– 4) (iv) (8) × (– 7)

(v) (– 124) × (– 1) (vi) (– 12) × (– 7) (vii) (– 63) × (-7) (viii) (-7) × (15)

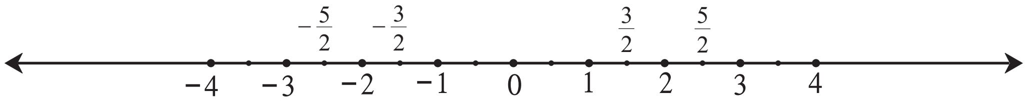
ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಎರಡನೆಯ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದೂ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ,

ಉದಾ , $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3, \quad 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

ಸಂಖ್ಯಾರೇಷೆಯ ಮೇಲೆ ಶೂನ್ಯದ ಎಡಬದಿಗೆ ನಾವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಅವುಗಳ ಭಾಗಗಳನ್ನೂ ತೋರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.



ಇಲ್ಲಿ - $-\frac{5}{2}, \; -\frac{3}{2}, \; \frac{3}{2}, \; \frac{5}{2}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಷೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right), \left(\frac{-5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನದಲ್ಲಿ ತೆಕ್ಕೊಳಿರಿ

ಎಂದರೇನೆ $\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0, \quad \frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0, \quad -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

ವಿರುದ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಬೇರಿಜು ವ್ಯಸ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

$(-1) \times (-1) = 1$ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿರುತ್ತೇವೆ. ಈ ಸಮೀರಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ (-1) ಭಾಗಿಸಿದರೆ $(-1) = \frac{1}{(-1)}$ ಈ ಸಮೀಕರಣ ದೊರೆಯುವುದು. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{(-1)}$ ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂದರೆ (-1) ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$ ಎಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

$$\frac{7}{-2} = \frac{7 \times 1}{(-1) \times 2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{(7) \times (-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು.

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1) \times 13}{(-1) \times 2} = \frac{(-1)}{(-1)} \times 13 \times \frac{1}{2} = (-1) \times \frac{(-1)}{1} \times \frac{13}{2} = 1 \times \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$, $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ ಮುಂತಾದವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡನೆಯ ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗಿ ಸಿಗುವ ಭಾಗಾಕಾರ ಬರೆಯುವಾಗ ಛೇದವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಬೇಕು ಎಂಬ ಸಂಕೇತ ಇರುತ್ತದೆ,

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{7}{-2} = \frac{-7}{2}$, $\frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳು ಗುಣಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳಂತೆ ಇರುತ್ತವೆ.

- ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ
- ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ
- ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇವುಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಯಾವಾಗಲೂ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 9

1. ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಿರಿ

(i) (− 96) ÷ 16 (ii) 98 ÷ (− 28) (iii) (− 51) ÷ 68 (iv) 38 ÷ (− 57)

(v) (− 85) ÷ 20 (vi) (−150) ÷ (−25) (vii) 100 ÷ 60 (viii) 9 ÷ (− 54)

(ix) 78 ÷ 65 (x) (− 5) ÷ (− 315)

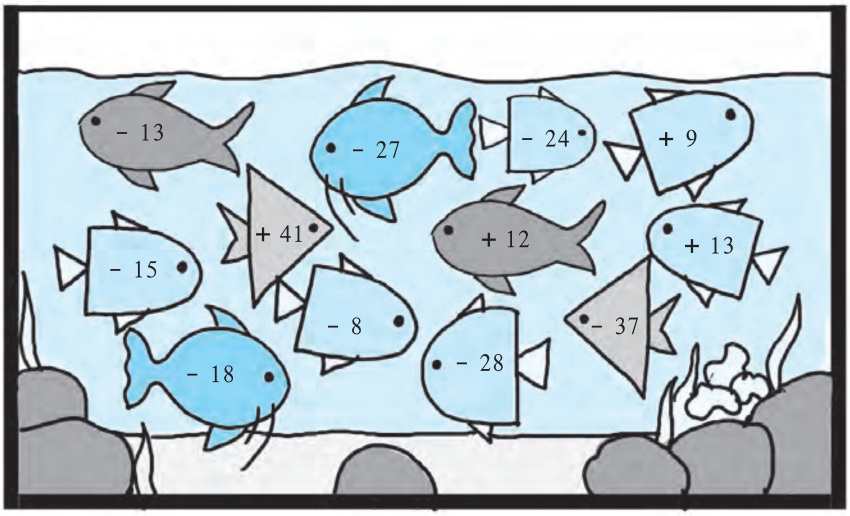
2*. ಉತ್ತರವು $\frac{24}{5}$ ಹೀಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೂರು ಭಾಗಾಕಾರ ತಯಾರು ಮಾಡಿರಿ.

3*. ಅವುಗಳ ಉತ್ತರವು $\frac{-5}{7}$ ಬರುವಂತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೂರು ಭಾಗಾಕಾರ ತಯಾರು ಮಾಡಿರಿ.

4. ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಕೆರೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಮೀನುಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಯಾವುದೇ 4 ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ. ಅದರಂತೆಯೇ ನಾಲ್ಕು ಬೇರೆ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾ.

1. $(-13) \times (-15) = 195$ 2. $(-24) \div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$



3 ಮಸಾವಿ-ಲಸಾವಿ

EH30YH

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

- ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ (prime number) ಯಾವುದು ?
- 1 ರಿಂದ 50 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ? ಅವುಗಳ ಯಾದಿ ಮಾಡಿರಿ.
- ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸುತ್ತ ವರ್ತುಳ ಮಾಡಿರಿ

  17, 15, 4, 3, 1, 2, 12, 23, 27, 35, 41, 43, 58, 51, 72, 79, 91, 97

ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (coprime numbers) : ಯಾವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಕೇವಲ 1 ಇದೊಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪರಸ್ಪರರ **ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ **ಸಾಪೇಕ್ಷ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** (relatively prime numbers) ಎಂದೂ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ: 10 ಮತ್ತು 21 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಏಕೆಂದರೆ 10ರ ವಿಭಾಜಕಗಳು : 1, 2, 5, 10 ಮತ್ತು 21ರ ವಿಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿ 1, 3, 7, 21. ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿ 1 ಇದು ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆ. (3, 8) ; (4, 9); (21, 22) ; (22, 23) ; (23, 24) ಇವು ಕೆಲವು ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಎರಡು ಕ್ರಮಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಹಮೂಲ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಪರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡಿರಿ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Twin prime numbers)

ಯಾವ ಎರಡು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಇರುತ್ತದೆ.ಆ ಎರಡು ಮೂಲಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿ ಮೂಲಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ : (3, 5) ; (5, 7) ; (11, 13) ; (29, 31) ಇತ್ಯಾದಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 10

1. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂಲ ಇಲ್ಲ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತವು ಇಲ್ಲ, ಅಂಥ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಇರುತ್ತದೆ?
2. ಮುಂದಿನ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ

   (i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15
3. 25 ರಿಂದ 100 ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಯಾದಿ ಮಾಡಿರಿ ಅವು ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತವೆ ?
4. 51 ರಿಂದ 100 ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲ ಜೋಡಿ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
5. 1 ರಿಂದ 50 ರಲ್ಲಿಯ ಸಹಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ 5 ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
6. ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು (Prime factorisation of a number)

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಯುಕ್ಲಿಡನ ಒಂದು ಸುಲಭ ಮತ್ತು ಮಹತ್ವದ ನಿಯಮ ಅನೇಕ ಸಲ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. **"ಯಾವುದೇ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದನ್ನು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ"** ಇದೇ ಆ ನಿಯಮ ಇರುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲ ಅವಯವ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವುದು ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾ. 24 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲ ಅವಯವ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯುವುದು ಎಂದು ನೋಡೋಣ

ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವ ಪದ್ಧತಿ

ಲಂಬ ಮಂಡನೆ

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ಅಡ್ಡ ಮಂಡನೆ

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$ ...12 ರ ಅವಯವ ತೆಗೆದಿದೆ.

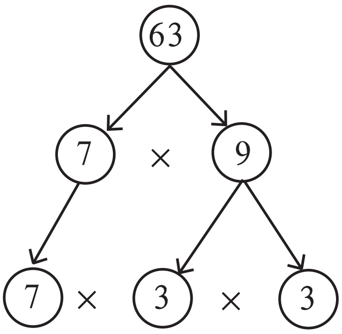
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ...6 ರ ಅವಯವ ತೆಗೆದಿದೆ.

2 ಮತ್ತು 3 ಇವು ಮೂಲ ಅವಯವ ಇರುತ್ತವೆ.

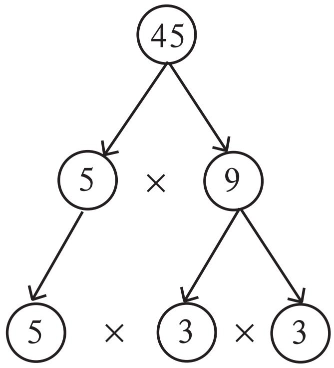
ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದರ ಮೂಲ ಅವಯವಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಎಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು.

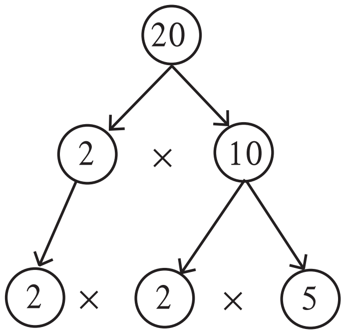
ಉದಾ: ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೂಲ ಅವಯವಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



$63 = 7 \times 3 \times 3$



$45 = 5 \times 3 \times 3$



$20 = 2 \times 2 \times 5$

ಉದಾ : 117ರ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

$117 = 3 \times 3 \times 13$

ಉದಾ. 250ರ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

ಉದಾ : 40ರ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಲಂಬ ಮಂಡನೆ

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$$40 = 10 \times 4$$
$$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

ಅಡ್ಡ ಮಂಡನೆ

$$40 = 8 \times 5$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 11

⦿ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216

(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ (ಸಾಧಾರಣ) ವಿಭಾಜಕ (ಮಸಾವಿ)

[Greatest Common Divisor, (GCD) or Highest Common Factor (HCF)]

ನಾವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಅವುಗಳ ಮತ್ತಷ್ಟು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣಾ. ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಎಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡ ಸಾಧಾರಣ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆ

- ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

  (i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಮೂಲ ಅವಯವ ಪದ್ಧತಿ : ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ: ಮೂಲ ಅವಯದ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ 24 ಮತ್ತು 32 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$24 = 4 \times 6$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$32 = 8 \times 4$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 2 ಈ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವವು 3 ಸಲ ಬರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಮಸಾವಿ = 2 x 2 x 2=8.

ಉದಾ:- 195, 312 ಮತ್ತು 546 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$195 = 5 \times 39$
$= 5 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$312 = 4 \times 78$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 39$
$= 2 \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$546 = 2 \times 273$
$= 2 \times 3 \times 91$
$= 2 \times \underline{3} \times 7 \times \underline{13}$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 13 ಇವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಯವಗಳು ಒಂದೊಂದು ಸಲ ಬಂದಿರುತ್ತವೆ.

∴ ಮಸಾವಿ = 3 x 13 = 39

ಉದಾ :- 10, 15 ಮತ್ತು 12 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$10 = 2 \times 5$ $15 = 3 \times 5$ $12 = 2 \times 2 \times 3$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಭಾಜಕ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. 1 ಇದು ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮಸಾವಿ = 1

ಉದಾ: 60, 12 ಮತ್ತು 36 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$60 = 4 \times 15$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 5$

$12 = 2 \times 6$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$

$36 = 3 \times 12$
$= 3 \times 3 \times 4$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$

∴ ಮಸಾವಿ = 2 × 2 × 3 = 12

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಲಂಬ ಮಂಡನೆಯಿಂದ ಮಾಡೋಣ. ಒಂದೇ ವೇಳೆಗೆ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯೋಣ.

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

∴ ಮಸಾವಿ = 2 × 2 × 3 = 12

12 ಇದು 36 ಮತ್ತು 60 ಇವುಗಳ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಭಾಜಕ ಇದ್ದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಾಗಿ ಒಂದೂ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಯವ ಇರದಿದ್ದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ 1 ಇರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ 1 ಇದು ಅವುಗಳ ಏಕಮಾತ್ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಭಾಜಕ ಇರುತ್ತದೆ.

*** ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ**

ಎರಡು ಕ್ರಮವಾದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ 2 ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕ್ರಮವಾರ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ 1 ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ನಿಯಮ ವಿವಿಧ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯುವ ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿ

ಉದಾ. 144 ಮತ್ತು 252 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

```
144) 252( 1
    -144
     108)144( 1
        -108
          36)108(3
            -108
             000
```

1) ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ.
2) ಈ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಶೇಷದಿಂದ ಮೊದಲಿನ ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸಿರಿ.
3) 2ನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಶೇಷದಿಂದ 2ನೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿಯ ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಶೇಷ ತೆಗೆಯಿರಿ.
4) ಈ ಪ್ರಕಾರ ಶೇಷ ಶೂನ್ಯ ಸಿಗುವವರೆಗೆ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿರಿ.
   ಯಾವ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಶೇಷ ಶೂನ್ಯ ದೊರೆಯಿತು. ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿಯ ಭಾಜಕ ಇದು ಮೊದಲು ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಇರುತ್ತದೆ.

$\therefore$ 144 ಮತ್ತು 252 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ = 36

ಉದಾ. $\frac{209}{247}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಕೊಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ 247 ಮತ್ತು 209 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ತೆಗೆಯುವಾ

```
209) 247 (1
    -209
      38)209 (5
        -190
          19)38(2
            -38
             00
```

ಇಲ್ಲಿ 19 ಇದು ಮಸಾವಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಛೇದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ 19 ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುವುದು.

$$\therefore \quad \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

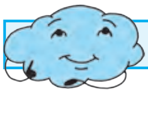
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 12

1. ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 25, 40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27
(v) 18, 32, 48 (vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102
(ix) 56, 57 (x) 777, 315, 588

2. ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$



ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಲಘುತಮ ಸಾಧಾರಣ ವಿಭಾಜ್ಯ (ಲಸಾವಿ) [Least common multiple (LCM)]

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ ಎಂದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ವಿಭಾಜ್ಯವಾಗಿರುವ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ.

- ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಗ್ಗಿ ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಉದಾ. 60 ಮತ್ತು 48 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವ ನೋಡೋಣ.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $\qquad$ $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ಮೇಲಿನ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ ನೋಡೋಣ.

2 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದರೆ 4 ಸಲ ಬಂದಿದೆ. (48ರ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ)

3 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದರೆ 1 ಸಲ ಬಂದಿದೆ. (60ರ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ)

5 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದರೆ 1 ಸಲ ಬಂದಿದೆ. (60ರ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ)

$\therefore$ ಲಸಾವಿ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 24 = 240$

ಉದಾ. 18, 30 ಮತ್ತು 50 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$18 = 2 \times 9$	$30 = 2 \times 15$	$50 = 2 \times 25$
$= 2 \times 3 \times 3$	$= 2 \times 3 \times 5$	$= 2 \times 5 \times 5$

ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ 2, 3 ಮತ್ತು 5 ಈ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬರುತ್ತವೆ.

2 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ☐ ಸಲ, 3 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ☐ ಸಲ ಮತ್ತು 5 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ☐ ಸಲ ಬಂದಿರುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ಲಸಾವಿ $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$ $\qquad$ $\therefore$ 18, 30, 50 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ 450 ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. 16, 28 ಮತ್ತು 40 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಲಂಬ ಮಂಡನೆ

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

- ವಿಭಾಜ್ಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗ ಹೋಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿರಿ ಭಾಗಾಕಾರದಿಂದ ದೊರೆತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಸಲುವಾಗಿ ಇದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಸಲ ಮಾಡಿರಿ.
- ಈಗ ದೊರೆತಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಪಕ್ಷ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಭಾಜಕ ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಅದರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗಿಸಿರಿ. ಇದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಿರುವಷ್ಟು ಸಲ ಮಾಡಿರಿ.
- 1ರ ಹೊರತಾಗಿ ಇನ್ನಿತರ ಯಾವುದೂ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವ ಇರದಿದ್ದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಲ್ಲಿಸಿರಿ.
- ಎಡಕ್ಕಿನ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಕೆಳಗಿನ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ.

ಲಸಾವಿ = 2 X 2 X 2 X 2 X 5 X 7 = 560

ಉದಾ. 18 ಮತ್ತು 30 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಇವುಗಳ ತುಲನೆ ಮಾಡಿರಿ.

2	18	30
3	9	15
	3	5

ಮಸಾವಿ $= 2 \times 3 = 6$

ಲಸಾವಿ $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

ಮಸಾವಿ $\times$ ಲಸಾವಿ $= 6 \times 90 = 540$

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ $= 18 \times 30 = 540$

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ = ಮಸಾವಿ x ಲಸಾವಿ

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನದ ತಾಳೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

(15, 48), (14, 63), (75, 120)

ಉದಾ. 15, 45 ಮತ್ತು 105 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = \underline{3} \times \underline{5}$

$45 = \underline{3} \times 3 \times \underline{5}$

$105 = \underline{3} \times \underline{5} \times 7$

ಮಸಾವಿ $= 3 \times 5 = 15$

ಲಸಾವಿ $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

ಉದಾ. ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ 1280 ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಸಾವಿ 4 ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅವುಗಳ ಲಸಾವಿ ಎಷ್ಟು ?

ಮಸಾವಿ × ಲಸಾವಿ = ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

4 × ಲಸಾವಿ = 1280

∴ ಲಸಾವಿ $= \frac{1280}{4} = 320$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 13

1. ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86
(vi) 15, 30, 90 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81
(x) 18, 36, 27

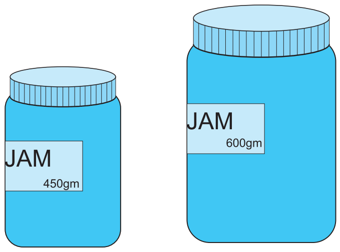
2. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಾಳೆ ಹಾಕಿರಿ.

(i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

ಲಸಾವಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ಇವುಗಳ ಉಪಯೊಗ

ಉದಾ. ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ 450ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಜ್ಯಾಮದ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಟಲಿ 96 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ಜ್ಯಾಮದ 600ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ತೂಕದ ದೊಡ್ಡ ಬಾಟಲಿಯು 124 ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವ ಬಾಟಲಿ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಧಿಕ ಲಾಭದಾಯಕ ಇರುತ್ತದೆ?

ಉತ್ತರ. ನಾವು ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ ಕಲಿತಿರುತ್ತೇವೆ. ಆ ಪದ್ಧತಿಯ ಪ್ರಕಾರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿಯ 1 ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಜ್ಯಾಮದ ಬೆಲೆ ತೆಗೆದು ತುಲನೆ ಮಾಡಬಲ್ಲೆವು. ಆದರೆ ಚಿಕ್ಕ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವ ಬದಲು ದೊಡ್ಡ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಸುಲಭವಾಗುವುದು.



450 ಮತ್ತು 600 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ 150 ಇರುತ್ತದೆ ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡೋಣ.

$450 = 150 \times 3$, $600 = 150 \times 4$

∴ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿಯ 150 ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಜ್ಯಾಮದ ಬೆಲೆ $\frac{96}{3}$ = 32 ರೂಪಾಯಿ.

ದೊಡ್ಡ ಬಾಟಲಿಯಲ್ಲಿಯ 150 ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಜ್ಯಾಮದ ಬೆಲೆ $\frac{124}{4}$ = 31 ರೂಪಾಯಿ.

∴ 600 ಗ್ರ್ಯಾಮ್ ಜ್ಯಾಮದ ಬಾಟಲಿ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಧಿಕ ಲಾಭದಾಯಕ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ $\frac{17}{28} + \frac{11}{35}$ ರೀತಿ 1: ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗ ಭೇದ ಸಮಾನ ಮಾಡೋಣ.

ರೀತಿ 1 :

$$\frac{17}{28}+\frac{11}{35} = \frac{17\times35+11\times28}{28\times35} = \frac{595+308}{28\times35} = \frac{903}{28\times35} = \frac{903}{980} = \frac{129}{140}$$

ರೀತಿ 2: ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ 28 ಮತ್ತು 35 ಇವುಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯೋಣ

ರೀತಿ : ಲಸಾವಿ = 7 × 4 × 5 = 140

$$\frac{17}{28} + \frac{11}{35} = \frac{17\times5}{28\times5} + \frac{11\times4}{35\times4} = \frac{85+44}{140} = \frac{129}{140}$$

ಭೇದಗಳು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಬದಲಾಗಿ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಎಷ್ಟು ಸುಲಭ ಆಯಿತು, ಅಲ್ಲವೇ !

ಉದಾ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ, 8, 10, 12, 14 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಲ ಶೇಷ 3 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಇರುತ್ತದೆ?

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

ರೀತಿ : ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಭಾಜಕಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯೋಣ.

ಲಸಾವಿ = 2 × 2 × 2 × 5 × 3 × 7 = 840

ಆ ಲಸಾವಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸಲ ದೊರೆಯುವ ಶೇಷ ಕೂಡಿಸೋಣ.

ಆ ಸಂಖ್ಯೆ = ಲಸಾವಿ + ಶೇಷ = 840 + 3 = 843

ಉದಾ. 16,20,80 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ

ರೀತಿ : 16 = 2 × 2 × 2 × 2

20 = 2 × 2 × 5

80 = 2 × 2 × 2 × 2 × 5

ಲಸಾವಿ = 4 × 4 × 5 = 80

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೋಜು ಕಂಡು ಬಂದಿತೆ? 80 ಇದು ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 16 ಹಾಗೂ 20 ಇವು ಕೊಟ್ಟ ಇನ್ನಿತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅದರ ವಿಭಾಜಕಗಳಾಗಿವೆ.

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ !

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಿಭಾಜಕಗಳಾಗಿರುವಾಗ ಆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ನಿಯಮ ಪರಿಕ್ಷಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ (18, 90), (35, 140, 70) ಈ ಸಂಖ್ಯಾಸಮೂಹಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸಿರಿ.

ಉದಾ. ಶ್ರೇಯಸ, ಶಲಾಕಾ ಮತ್ತು ಸ್ನೇಹಲ ಒಂದು ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಓಟದ ಮಾರ್ಗದ ಒಂದು ಜಾಗದ ಮೇಲಿಂದ ಒಂದೇ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಓಡಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 16, 24 ಮತ್ತು 18 ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸುತ್ತ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಮೂವರು ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಎಷ್ಟು ವೇಳೆಯ ನಂತರ ಆರಂಭದ ಜಾಗದಮೇಲೆ ಒಂದೇ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತಾರೆ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಎಷ್ಟು ಸಮಯದ ನಂತರ ಅವರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರುವರು ಆ ಸಮಯ 16, 24 ಮತ್ತು 18 ಇವುಗಳ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಇರುವುದುಅದು ಅತೀ ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯೋಣ.

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\quad 18 = 2 \times 3 \times 3$

ಲಸಾವಿ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 ಮಿನಿಟುಗಳ ನಂತರ ಅಥವಾ 2 ತಾಸು 24 ಮಿನಿಟುಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರುವರು.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 14

1. ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

   (i) 120 ಮತ್ತು 150 ಇವುಗಳ ಮಸಾವಿ .... ಇರುತ್ತದೆ.

   (1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120

   (ii) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ..........ಯಾವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ 1 ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

   (1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15

2. ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

   (i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 49, 84

3. ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

   (i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120

4. ಯಾವುದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 8, 9, 10, 15, 20 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಲ 5 ಶೇಷ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.

5. $\frac{348}{319}, \frac{221}{247}, \frac{437}{551}$ ಈ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

6. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ ಮತ್ತು ಮಸಾವಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 432 ಮತ್ತು 72 ಇರುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 216 ಇದ್ದರೆ ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

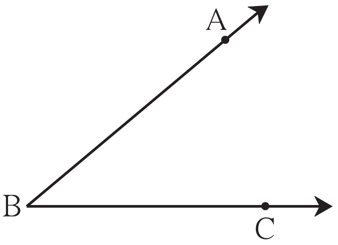
7. ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ 765 ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮಸಾವಿ 3 ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅವುಗಳ ಲಸಾವಿ ಎಷ್ಟು?

8. ಒಬ್ಬ ಮಾರಾಟಗಾರನ ಹತ್ತಿರ 392 ಮೀಟರ, 308 ಮೀಟರ, 490 ಮೀಟರ ಉದ್ದದ ಪ್ಲ್ಯಾಸ್ಟಿಕ್ ಹಗ್ಗಗಳ ಮೂರು ಸುರುಳಿಗಳು ಇರುತ್ತದೆ. ಹಗ್ಗವು ಉಳಿಯದಂತೆ ಆ ಮೂರೂ ಸುರುಳಿಗಳಲ್ಲಿಯ ಹಗ್ಗಗಳ ಸಮಾನ ಉದ್ದಳತೆಯ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಕತ್ತಿರಿಸಿತು, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತುಂಡು ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಉದ್ದಳತೆಯದ್ದು ಆಗಿರಬಹುದು.

9*. ಎರಡು ಕ್ರಮವಾರ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಸಾವಿ 180 ಇರುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

4 ಕೋನ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

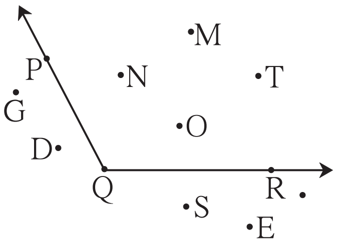


- ಬದಿಯ ಕೋನದ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ ....
- ಕೋನದ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿನ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ..........
- ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ..................
- ಭುಜಗಳ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದ ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು........

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

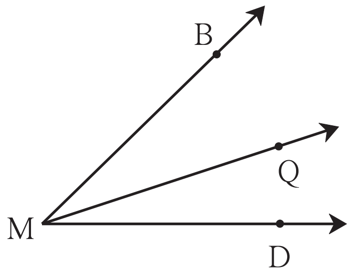
ಕೋನದ ಅಂತರಭಾಗ ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯಭಾಗ

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮತಲದಲ್ಲಿಯ ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳ ಹೊರತಾಗಿ ಇರುವ ಬಿಂದು N, ಬಿಂದು M, ಬಿಂದು T ಇವುಗಳಂತಹ ಬಿಂದುಗಳ ಸಮೂಹ ಎಂದರೆ ∠PQRದ **ಅಂತರಭಾಗ** ಇರುತ್ತದೆ (Interior of an angle)



ಸಮತಲದಲ್ಲಿಯ ಯಾವ ಬಿಂದುಗಳು ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಮೇಲೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಕೋನದ ಅಂತರಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಅಂತಹ ಬಿಂದು G, ಬಿಂದು D, ಬಿಂದು E ಗಳಂತಹ ಬಿಂದುಗಳ ಸಮೂಹ ಎಂದರೆ ∠PQRದ **ಬಾಹ್ಯಭಾಗ** ಇರುತ್ತದೆ (Exterior of an angle)

ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳು (ಹೊಂದಿದ ಕೋನಗಳು) (Adjacent angles)



ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ∠BMQ ಮತ್ತು ∠QMD ಈ ಕೋನಗಳ ಕಿರಣ MQ ಈ ಒಂದು ಭುಜವು ಸಾಮಾನ್ಯ (ಸಾಧಾರಣ) ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು M ಈ ಶಿರೋಬಿಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಕೋನಗಳ ಅಂತರಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಅವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಇಂಥ ಕೊನಗಳಿಗೆ ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಭುಜ ಸಾಮಾನ್ಯ ಆಗಿದ್ದು ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಶಿರೋಬಿಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ. ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳ ಅಂತರಭಾಗಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಇರುತ್ತವೆ.

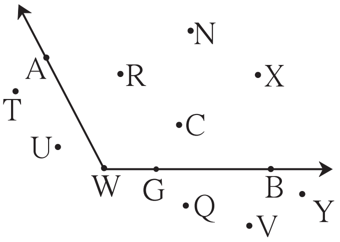
ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ∠BMD ಮತ್ತು ∠BMQ ಈ ಕೋನಗಳಿಗೂ MB ಈ ಭುಜವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅವು ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಅಂತರಭಾಗಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಯಾವ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಶಿರೋಬಿಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ, ಒಂದು ಭುಜ ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಂತರಭಾಗಗಳು ವಿಭಿನ್ನ ಆಗಿರುತ್ತವೆ, ಆ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

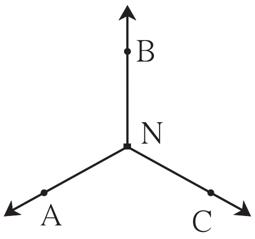
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 15

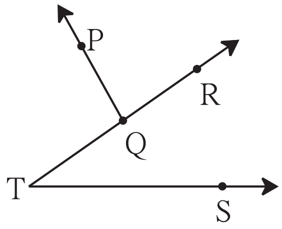
ಆಕೃತಿಯ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ∠AWB ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.



ಅಂತರಭಾಗದಲ್ಲಿಯ ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು	
ಬಾಹ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿಯು ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು	
ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳ ಹೆಸರು	

2. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

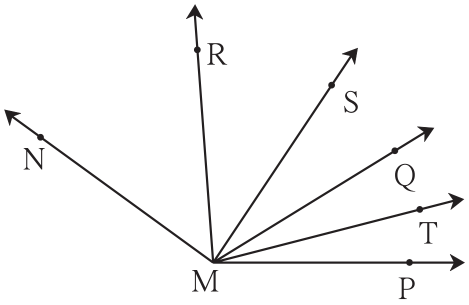




3. ಕೋನಗಳ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿಗಳು ಸಂಲಗ್ನ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?
   ಇರದಿದ್ದರೆ ಕಾರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

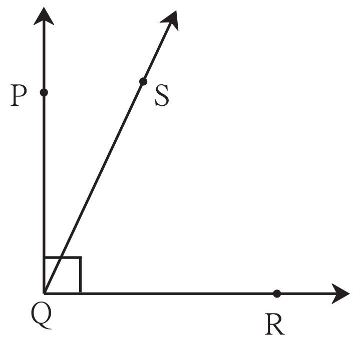
(i) ∠PMQ ಮತ್ತು ∠RMQ (ii) ∠RMQ ಮತ್ತು ∠SMR

(iii) ∠RMS ಮತ್ತು ∠RMT (iv) ∠SMT ಮತ್ತು ∠RMS



ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

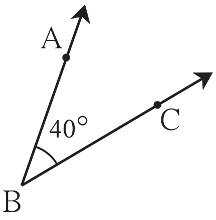
ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು (Complementary angles)

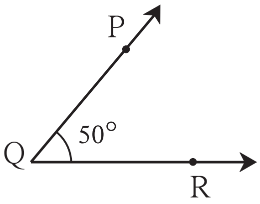


- ∠PQR ಇದೊಂದು ಕಾಟಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ಅದರ ಅಂತರಭಾಗದಲ್ಲಿ S ಇದು ಒಂದು ಯಾವ ಬೇಕಾದ ಬಿಂದು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- ಕಿರಣ QS ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ∠PQS ಮತ್ತು ∠SQR ಅವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ. ?
- ಬೇರೀಜು ಎಷ್ಟು ಆಗುವುದು

ಯಾವ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು 90° ಇರುತ್ತದೆ ಆ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿವೆ, ಎಂದು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
ಇಲ್ಲಿ ∠PQS ಮತ್ತು ∠SQR ಇವು ಪರಸ್ಪರರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೊನಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡರಿ ಮತ್ತು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.





$m\angle ABC = \square\,°$

$m\angle PQR = \square\,°$

$m\angle ABC + m\angle PQR = \square\,°$

$\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle PQR$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು $90°$ ಆದ್ದರಿಂದ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ. $70°$ ಅಳತೆಯ ಕೋನದ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಕೊಟ್ಟ ಕೋನದ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನದ ಅಳತೆ x ತಿಳಿಯೋಣ.

$70 + x = 90$

$\therefore\ 70 + x - 70 = 90 - 70$

$x = 20°$

$70°$ ಅಳತೆಯ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನದ ಅಳತೆ $20°$ ಇರುತ್ತದೆ..

ಉದಾ. $(a + 15)°$ ವ $(2a)°$ ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿರುತ್ತವೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: $a + 15 + 2a = 90$

$3a + 15 = 90$

$3a = 75$

$a = 25$

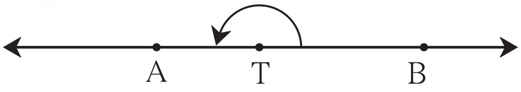
$\therefore\ a + 15 = 25 + 15 = 40°$

ಮತ್ತು $2a = 2 \times 25 = 50°$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 16

1. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) $40°$ (ii) $63°$ (iii) $45°$ (iv) $55°$ (v) $20°$ (vi) $90°$ (vii) $x°$
2. $(y - 20)°$ ಮತ್ತು $(y + 30)°$ ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿ ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

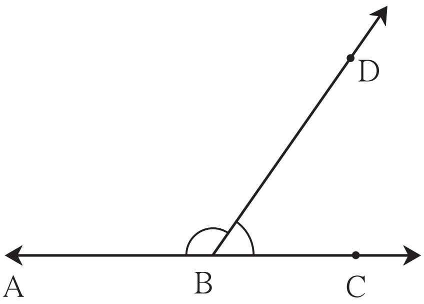


ರೇಷೆ AB ಇದರ ಮೇಲೆ T ಇದೊಂದು ಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ.

- $\angle ATB$ ಈ ಕೋನದ ಪ್ರಕಾರ ಯಾವುದು?
- ಅದರ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

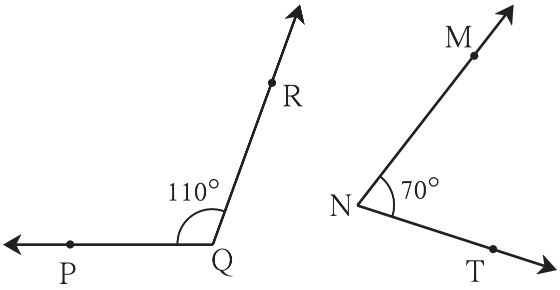
ಪೂರಕ ಕೊನ (Supplementary angles)



- ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ AC ಇದು ಒಂದು ರೇಷೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ BD ಇದೊಂದು ಕಿರಣ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
- $m\angle ABD = \square\,°$, $m\angle DBC = \square\,°$
- $m\angle ABD + m\angle DBC = \square\,°$

ಯಾವ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು $180°$ ಇರುತ್ತದೆ ಆ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೊನ ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ $\angle ABD$ ಮತ್ತು $\angle DBC$ ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ.



- $m\angle PQR = \square^\circ$ $m\angle MNT = \square^\circ$
- $m\angle PQR + m\angle MNT = \square^\circ$

$\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle MNT$ ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ. 135° ಅಳತೆಯ ಪೂರಕ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಪೂರಕ ಕೋನ ಅಳತೆ p° ತಿಳಿಯುವಾ.

ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು 180° ಇರುತ್ತದೆ.

$$135 + p = 180$$

$$\therefore\ 135 + p - 135 = 180 - 135$$

$$\therefore\ p = 45$$

$\therefore$ 135° ಅಳತೆಯ ಪೂರಕ ಕೋನದಅಳತೆ 45°ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. $(a + 30)^\circ$ ಮತ್ತು $(2a)^\circ$ ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: $a + 30 + 2a = 180$

$$\therefore 3a = 180 - 30$$

$$\therefore 3a = 150$$

$$\therefore a = 50$$

$$\therefore\ a + 30 = 50 + 30 = 80^\circ$$

$$\therefore\ 2a = 2 \times 50 = 100^\circ$$

$\therefore$ ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು 80° ಮತ್ತು 100° ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 17

1. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕೋನಗಳ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°
2. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.
   $m\angle B = 60^\circ$ $m\angle N = 30^\circ$ $m\angle Y = 90^\circ$ $m\angle J = 150^\circ$
   $m\angle D = 75^\circ$ $m\angle E = 0^\circ$ $m\angle F = 15^\circ$ $m\angle G = 120^\circ$
3. ΔXYZ ದಲ್ಲಿ $m\angle Y = 90^\circ$, $\angle X$ ಮತ್ತು $\angle Z$ ಈ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಬರೆಯಿರಿ.
4. ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 40^0 ಇದ್ದರೆ ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. □PTNM ಇದು ಆಯತ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

6*. ಇದ್ದರೆ $m\angle A = 70^\circ$ ಆದರೆ $\angle A$ ಇದರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನದ ಪೂರಕ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

7. $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು $m\angle B = (x + 20)^\circ$, ಹಾಗಾದರೆ $m\angle A$ ಎಷ್ಟು?

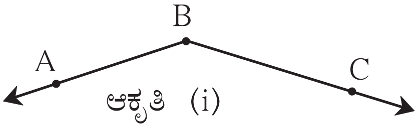
ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ. ವಿಧಾನ ಸರಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಉದಾಹರಣೆ ಕೊಡಿರಿ. ವಿಧಾನ ತಪ್ಪು ಆಗಿದ್ದರೆ ಕಾರಣ ಹೇಳಿರಿ.

- ಎರಡು ಲಘುಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
- ಎರಡು ಲಘುಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
- ಎರಡು ಕಾಟಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
- ಎರಡು ಕಾಟಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನ ಇರುತ್ತವೆ.
- ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ಇವು ಪರಸ್ಪರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಆಗಿರುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
- ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನ ಇವು ಪರಸ್ಪರರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರಲು ಶಕ್ಯವಿದೆ

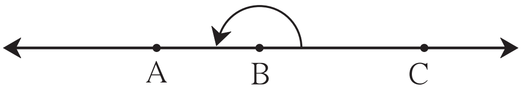
ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು (Opposite rays)



ಆಕೃತಿ (i)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕಿರಣಗಳ ಹೆಸರು ಹೇಳಿರಿ.
ಕಿರಣಗಳ ಆರಂಭಬಿಂದುವಿನ ಹೆಸರು ಹೇಳಿರಿ.
ಆಕೃತಿ (i) ರಲ್ಲಿಯ ಕೋನದ ಹೆಸರು ಹೇಳಿರಿ.



ಆಕೃತಿ (ii)

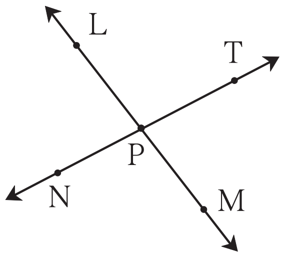
ಬದಿಯ ಆಕೃತಿ (ii) ರಲ್ಲಿಯ ಕೋನದ ಹೆಸರು ಹೇಳಿರಿ.
ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ B ಈ ಬಿಂದು ಆರಂಭ ಬಿಂದು ಇರುವ ಕಿರಣಗಳ ಹೆಸರು ಹೇಳಿರಿ.

ಆಕೃತಿ (i) ರಲ್ಲಿ ಕಿರಣ BC ಮತ್ತು ಕಿರಣ BA ಕೂಡಿ ಒಂದು ವಿಶಾಲಕೋನ ಆಗುತ್ತದೆ ಆದರೆ ಆಕೃತಿ (ii) ರಲ್ಲಿ ಕಿರಣ BC ಮತ್ತು ಕಿರಣ BA ಕೂಡಿಕೊಂಡು ಸರಳಕೋನ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸರಳ ರೇಷೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಕಿರಣ BC ಮತ್ತು ಕಿರಣ BA ಇವು ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಯಾವ ಎರುಡು ಕಿರಣಗಳ ಆರಂಭಬಿಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಒಂದು ರೇಷೆ ತಯಾರಾಗುತ್ತದೆ, ಆ ಕಿರಣಗಳಿಗೆ ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 18

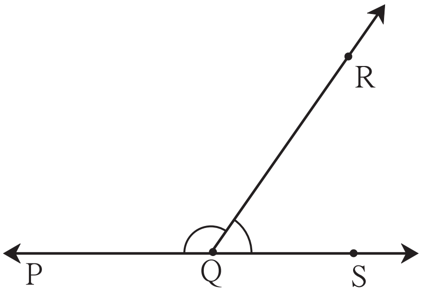


1. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ.

2. ಕಿರಣ PM ಮತ್ತು ಕಿರಣ PT ಇವು ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು ಇರುತ್ತವೆಯೇ? ಕಾರಣ ಸಹಿತ ಬರೆಯಿರಿ.

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು (Angles in linear pair)



- ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ
- ಕೋನಗಳ ಜೊಡಿ ಯಾವ ಪ್ರಕಾರದ ಜೋಡಿಯಾಗಿದೆ?
- ಕೋನಗಳ ಅಸಾಧಾರಣ ಭುಜಗಳು ಯಾವವು ಇರುತ್ತವೆ?
- $m\angle PQR = \square^\circ$
- $m\angle RQS = \square^\circ$
- $m\angle PQR + m\angle RQS = 180^\circ$

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ $\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle RQS$ ಇವು ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಅದರಂತೆ ಅವು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಅಸಾಧಾರಣ ಭುಜಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳಿರುತ್ತವೆ, ಎಂದರೇನೇ ಆ ಭುಜಗಳಿಂದ ಒಂದು ರೇಷೆ ತಯಾರಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ. **ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು 180^0 ಇರುತ್ತದೆ.**

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಯಾವ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಭುಜವು ಸಾಧಾರಣ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅಸಾಧಾರಣ ಭುಜಗಳಿಂದ ಸರಳ ರೇಷೆ ತಯಾರಾಗುತ್ತದೆ, ಆ ಕೋನಗಳಿಗೆ ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ರೇಷಿಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ: ಸ್ಟ್ರಾ ಇಲ್ಲದೆ ಸರಳ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 19

ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ವರ್ಣನೆಯಂತೆ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. ತೆಗೆಯಲು ಬರದಿದ್ದರೆ ಕಾರಣ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಸಂಲಗ್ನ ಇರದಿರುವ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

(ii) ಪೂರಕ ಇರಲಾರದ ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು

(iii) ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಇರದಿರುವ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

(iv) ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿ ಇರಲಾರದ ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳು.

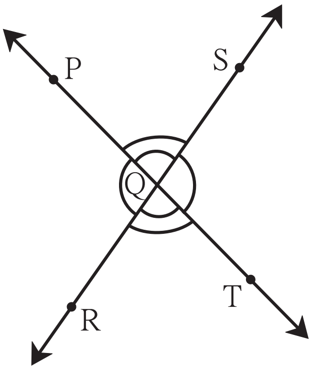
(v) ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಇರಲಾರದ ಮತ್ತು ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳೂ ಇರಲಾರದ ಕೋನಗಳು.

(vi) ಪರಿಪೂರಕ ಇರುವ ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು (Vertically opposite angles)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ರೇಷೆ PT ಮತ್ತು ರೇಷೆ RS ಇವು ಪರಸ್ಪರ Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ತಯಾರಾಗಿರುತ್ತವೆ. $\angle PQR$ ಈ ಕೋನವು ಕಿರಣ QP ಮತ್ತು ಕಿರಣ QR ಇವುಗಳಿಂದ ತಯಾರಿಗಿರುತ್ತದೆ QP ಮತ್ತು QR ಈ ಕಿರಣಗಳ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ QT ಮತ್ತು QS ಇರುತ್ತವೆ. ಆ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳಿಂದ ತಯಾರಾದ ಕೋನ $\angle SQT$ ಇರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ $\angle SQT$ ಇದು $\angle PQR$ ಇದರ ವಿರುದ್ಧ ಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ.



ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

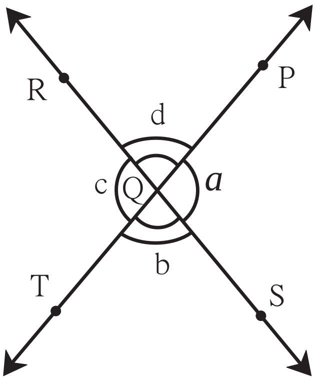
- ಯಾವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಕೋನ ತಯಾರಾಗಿ, ಅವುಗಳ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳಿಂದ ತಯಾರಾದ ಕೋನವು ಮೊದಲನೆಯ ಕೋನದ ವಿರುದ್ಧ ಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ.

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳ ಗುಣಧರ್ಮ

- ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ $\angle PQS$ ಇದರ ವಿರುದ್ಧ ಕೋನ ಯಾವುದು?

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ $m\angle PQS = a$, $m\angle SQT = b$, $m\angle TQR = c$, $m\angle PQR = d$ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ.



$\angle PQS$ ಮತ್ತು $\angle SQT$ ರೇಷಿಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

$\therefore\ a + b = 180^\circ$

ಅದರಂತೆಯೇ $m\angle SQT$ ಮತ್ತು $m\angle TQR$ ಇವು ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

$\therefore\ b + c = 180^\circ$

$\therefore\ a + b = b + c$

$\therefore\ a = c$ . . . . (ಎರಡು ಬದಿಗಳಿಂದ b ವಜಾ ಮಾಡಿ)

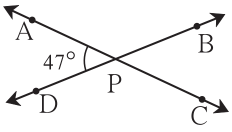
$\therefore$ $\angle PQS$ ಮತ್ತು $\angle TQR$ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

ಅದೇ ಪ್ರಕಾರ $m\angle PQR = m\angle SQT$ ಅಂದರೆ $\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle SQT$ ಏಕರೂಪ ಇರುತ್ತವೆ.

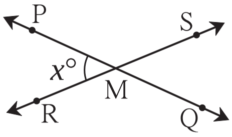
ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

ಎರಡು ರೇಷೆಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 20



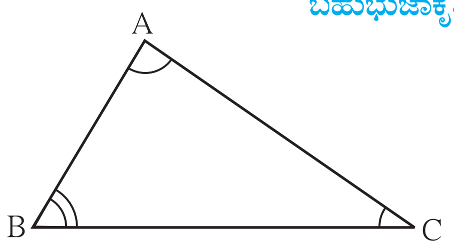
1. ರೇಷೆ AC ಮತ್ತು ರೇಷೆ BD ಪರಸ್ಪರ Pಈ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $m\angle APD=47^\circ$ $\angle APB$, $\angle BPC$, $\angle CPD$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



2. ರೇಷೆ PQ ಮತ್ತು ರೇಷೆ RS ಪರಸ್ಪರ M ಈ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $m\angle PMR = x^\circ$ $\angle PMS$, $\angle SMQ$ ಹಾಗೂ $\angle QMR$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಅಂತರಕೋನಗಳು (Interior angles of a polygon)

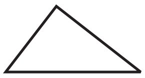
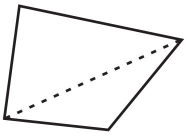
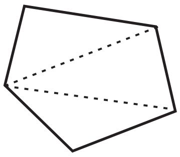
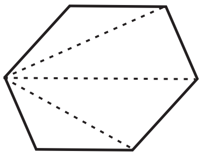
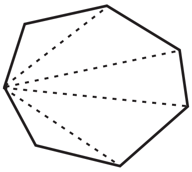


ತ್ರಿಕೋನದ ಅಂತರಕೋನ

ΔABC ಇವು $\angle A$, $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಇದರ ಅಂತರಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

- $m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \square^\circ$

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮತ್ತು ನಿಷ್ಕರ್ಷೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಹೆಸರು	ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ	ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಅಂತರ ಕೋನಗಳ ಬೇರೀಜು
3	ತ್ರಿಕೋನ		1	$180^\circ \times 1 =$ □
4	ಚೌಕೋನ		2	$180^\circ \times 2 =$ □
5	ಪಂಚಕೋನ		3	$180^\circ \times 3 =$ □
6	ಷಟ್ಕೋನ		4	$180^\circ \times$ □ = □
7	ಸಪ್ತಕೋನ		5	
8	ಅಷ್ಟಕೋನ		6	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n ಭುಜಗಳಿರುವ ಆಕೃತಿ		(n - 2)	$180^\circ \times (n - 2)$

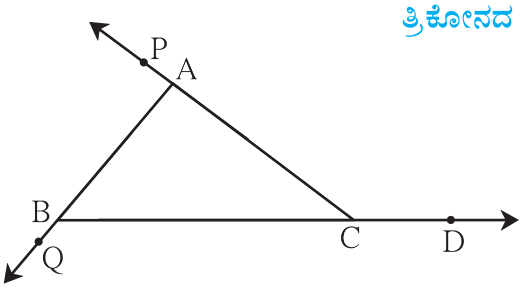
ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಇರುವಂತೆ ತಯಾರಾದ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಎರಡರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- n ಭುಜಗಳು ಇರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಅಂತರಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜು = 180° x (n - 2)

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ (Exterior angle of a triangle)



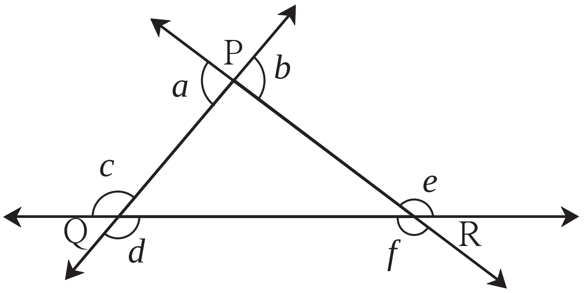
ΔABC ಯ BC ಭುಜವನ್ನು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಬೆಳೆಸಿದರೆ $\angle$ACD ಈ ಹೊಸ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಹೊರಗೆ ತಯಾರಾಗುತ್ತದೆ.

$\angle$ACD ಇದು ΔABCಯ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ. $\angle$ACD ಮತ್ತು $\angle$ACB ಇವು ರೇಷೀಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಇರುತ್ತವೆ. $\angle$PAB ಮತ್ತು $\angle$QBC ಇವೂ ಸಹ $\triangle$ABCಯ ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜ ಬೆಳೆಸಿದಾಗ ಯಾವ ಕೋನವು ತ್ರಿಕೋನದ ಹೊಂದಿದ ಅಂತರಕೋನದೊಂದಿಗೆ ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ, ಆ ಕೋನಕ್ಕೆ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

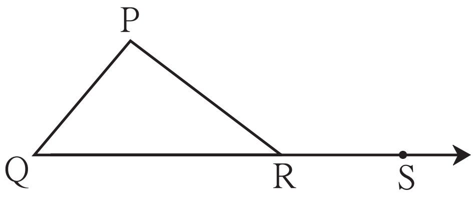
ಉದಾ.ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲ ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ. a, b, c, d, e, f ಇವು ΔPQR ಇದರ ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಈ ರೀತಿ ಆರು ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.



ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಗುಣಧರ್ಮ

ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $\angle$PRS ಇದು $\angle$PQR ಒಂದು ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ. $\angle$PRQ ಇದು ಅದರ ಹೊಂದಿದ ಅಂತರಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ. ಉಳಿದ ಎರಡು ಅಂತರಕೋನಗಳು ಎಂದರೆ $\angle$P ಮತ್ತು $\angle$Q ಇವು $\angle$PRS ದಿಂದ ದೂರ ಎಂದರೆ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. $\angle$P ಮತ್ತು $\angle$Q ಇವುಗಳಿಗೆ $\angle$PRS ಇದರ ದೂರಸ್ಥ ಅಂತರಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.



$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \square^\circ$ ....(ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರೂ ಕೋನಗಳ ಬೇರೀಜು)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \square^\circ$ ....(ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳು)

$\therefore\ m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

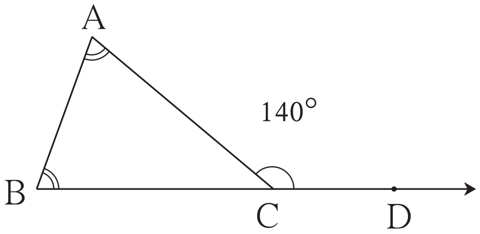
$\therefore\ m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ ($m\angle$PRQ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ ವಜಾ ಮಾಡಿ)

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

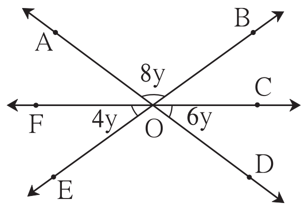
- ತ್ರಿಕೋನದ ಬಾಹ್ಯಕೊನದ ಅಳತೆಯ ಆ ಕೋನದ ದೂರಸ್ಥ ಅಂತರಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಬೇರೀಜಿನಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 21

1. $\angle ACD$ ಇದು ΔABC ಯ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ. $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಇವುಗಳ ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ $m\angle ACD = 140^\circ$ ಇದ್ದರೆ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.



2. ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಉಳಿದ ಮೂರೂ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



3*. ΔABC ಈ ಸಮದ್ವಿಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ. $\angle ACD$ ಇದು ΔABC ಇದರ ಬಾಹ್ಯಕೋಶ ಇರುತ್ತದೆ.$\angle ACB$ ಮತ್ತು $\angle ACD$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $(3x - 17)^\circ$ ಮತ್ತು $(8x + 10)^\circ$ ಇರುತ್ತವೆ, ಹಾಗಾದರೆ $\angle ACB$ ಮತ್ತು $\angle ACD$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರಂತೆ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

ICT Tools or Links

- Geogebra ದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದೇ ಆರಂಭಬಿಂದು ಇರುವ ಎರಡು ಕಿರಣ ತೆಗೆಯಿರಿ. Move Option ದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಕಿರಣಗಳ ಭ್ರಮಣ ಮಾಡಿರಿ. ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅವು ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ತಾಳೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.
- ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನ ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಸಾಧಾರಣ ಭುಜವನ್ನು move ಮಾಡಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೇಷೀಯ ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿರಿ.
- Geogebra ದಲ್ಲಿಯ Polygon Tools ದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ವಿವಿಧ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಂತರಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಗುಣಧರ್ಮದ ತಾಳೆ ಹಾಕಿರಿ.

5 ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ

EHL62X

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Rational numbers)

ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು 1,2,3,4,..... ಈ ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಎಂದರೆನೇ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರುತ್ತೇವೆ. ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಶೂನ್ಯ ಮತ್ತು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿರುದ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕೂಡಿಕೊಂಡು ತಯಾರಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಪ್ರಕಾರ $\frac{7}{11}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$ ಇಂತಹ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ನಮಗೆ ಪರಿಚಿತ ಇರುತ್ತವೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇಂತಹ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮಾವಿಷ್ಟಗೊಳಿಸುವ ಯಾವುದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ಇರುತ್ತದೆಯೇ ಇದರ ವಿಚಾರ ಮಾಡೋಣ.

$4 = \frac{12}{3}$, $7 = \frac{7}{1}$, $-3 = \frac{-3}{1}$, $0 = \frac{0}{2}$ ಈ ಪ್ರಕಾರ ಎಲ್ಲ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು $\frac{m}{n}$ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ಇದು m ಯಾವುದೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು n ಇದು ಯಾವುದೊಂದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇದ್ದರೆ $\frac{m}{n}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇಂತಹ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ಪ್ರಕಾರದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮಾವಿಷ್ಟ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{-17}{28}$, 2.17 ಇ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು -3,-8,-1 ಇ.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 0

ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

1, 2, 3, ...

ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

	-3	$\frac{3}{5}$	-17	$-\frac{5}{11}$	5
ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ	×				✓
ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ	✓				
ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ	✓				

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯವಹಾರಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ ಇವು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಂತೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

(1) $\frac{5}{7} + \frac{9}{11} = \frac{55+63}{77} = \frac{118}{77}$

(2) $\frac{1}{7} - \frac{3}{4} = \frac{4-21}{28} = \frac{-17}{28}$

(3) $2\frac{1}{7} + 3\frac{8}{14} = \frac{15}{7} + \frac{50}{14}$

$= \frac{30}{14} + \frac{50}{14}$

$= \frac{80}{14} = \frac{40}{7}$

(4) $\frac{9}{13} \times \frac{4}{7} = \frac{9\times4}{13\times7} = \frac{36}{91}$

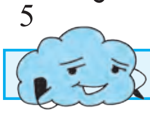
(5) $\frac{3}{5} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{3\times(-4)}{5\times5} = \frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13} \times \frac{26}{3} = \frac{3\times2}{1} = \frac{6}{1}$

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಯಾವುದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಇರುತ್ತದೆ.

ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. $\frac{5}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{6}{5}$, $\frac{2}{11}$ ಮತ್ತು $\frac{11}{2}$ ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಅದರಂತೆಯೇ, $\left(\frac{-5}{4}\right) \times \left(\frac{-4}{5}\right) = 1$; $\left(\frac{-7}{2}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = 1$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $\left(\frac{-5}{4}\right)$ ಮತ್ತು $\left(\frac{-4}{5}\right)$ ಮತ್ತು $\left(\frac{-7}{2}\right)$ ಹಾಗೂ $\left(\frac{-2}{7}\right)$ ಹಾಗೂ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಮತ್ತು ಇವು ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದರೆ $\frac{-5}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{-4}{5}$ ಇವು ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತಗಳು ಇರುತ್ತದೆ. $\frac{-7}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{7}$ ಹಾಗೂ ಇವು ಕೂಡ ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.



ಜೋಪಾನ ಮಾಡಿರಿ!

ಉದಾ. $\frac{-11}{9}$ ಮತ್ತು $\frac{9}{11}$ ಇವುಗಳದು ಗುಣಾಕಾರ – 1 ಇರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-11}{9}$, $\frac{9}{11}$ ಇದು ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತಗಳ ಜೋಡಿ **ಇರುವುದಿಲ್ಲ.**

ನಡೆಯಿರಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

ನಾವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹಗಳ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುತ್ತ ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ. ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ, ಸಮೂಹ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ಮತ್ತು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹದ ಮುಂದೆ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಸಿಗುವ ನಿಷ್ಕರ್ಷ (✓) ಅಥವಾ (x) ಈ ಗುರುತಿನಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ. ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

- ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿದಾಗ ಉತ್ತರ ಯಾವಾಗಲೂ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹದ ಮುಂದೆ ಬೇರೀಜು ಈ ಚೌಕಟ್ಟಿನೊಳಗೆ (✓) ಈ ಗುರುತು ಹಾಕಿರಿ
- ಎರಡು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡಿದಾಗ ಉತ್ತರ ಯಾವಾಗಲೂ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುವಂತಿಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ $7 - 10 = -3$ ಇಂತಹ ಅಸಂಖ್ಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ವಜಾಬಾಕಿಯ ಚೌಕಟ್ಟಿನೊಳಗೆ (x) ಇಂತಹ ಗುರುತು ಮಾಡಿರಿ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ (x) ಈ ಗುರುತು ಬಂದರೆ ಅದರ ಕಾರಣ ಸ್ಪಷ್ಟ ಮಾಡಿರಿ (x) ಇದರ ಕಾರಣ ಉದಾಹರಣೆ ಸಹ ಕೊಡುವಾಗ, ಅಸಂಖ್ಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಸಾಕು.

ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ	ಬೇರೀಜು	ವಜಾಬಾಕಿ	ಗುಣಾಕಾರ	ಭಾಗಾಕಾರ
ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ	✓	× $(7 - 10 = -3)$	✓	× $(3 \div 5 = \frac{3}{5})$
ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ				
ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ				

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹವು ಬೇರೀಜು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಸಾಕಾಗುವಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ವಜಾಬಾಕಿ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಎಂದರೇನೇ ಎರಡು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಿಲ್ಲ.
- ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಸಾಕಾಗುವಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
- ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹವು ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಎಲ್ಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 22

1. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $\frac{5}{36} + \frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17} + \frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11} + 1\frac{3}{77}$

2. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $\frac{7}{11} - \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36} - \frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$

3. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5} \times \frac{4}{15}$ (iii) $\frac{(-8)}{9} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6} \times \frac{3}{4}$

4. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $\frac{40}{12} \div \frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11} \div \frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8} \div \frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3} \div (-4)$

   (v) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13} \div \frac{7}{26}$ (vii) $\frac{9}{11} \div (-8)$ (viii) $5 \div \frac{2}{5}$

ತಿಳಿದು ಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

- 2 ರಿಂದ 9 ಈ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ? ಅವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- – 4 ರಿಂದ 5 ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ? ಅವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ
- $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವವು? ಯಾವ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುವವು ?

ಉದಾ. $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{4}{7}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ ಅದರ ಸಲುವಾಗಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡೋಣ.

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 7}{2\times 7} = \frac{7}{14}, \qquad \frac{4}{7} = \frac{4\times 2}{7\times 2} = \frac{8}{14}$$

7 ಮತ್ತು 8 ಇವು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಆದರೆ $\frac{7}{14}$ ಮತ್ತು $\frac{8}{14}$ ಇವು ಹೊಂದಿದ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತದೆಯೇ ? ಯಾವುದೇ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಛೇದ ದೊಡ್ಡದು ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ಅಂಶವೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಛೇದ ದೊಡ್ಡದು ಆಗುತ್ತದೆ.

$$\frac{7}{14} = \frac{70}{140}, \qquad \frac{8}{14} = \frac{80}{140}$$ . . . (ಅಂಶಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಛೇದಕ್ಕೆ 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

ಈಗ $\frac{70}{140} < \frac{71}{140} \ldots\ldots < \frac{79}{140} < \frac{80}{140}$ ಇಲ್ಲಿ $\frac{7}{14}$ ಮತ್ತು $\frac{8}{14}$ ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಕ್ಕವು ?

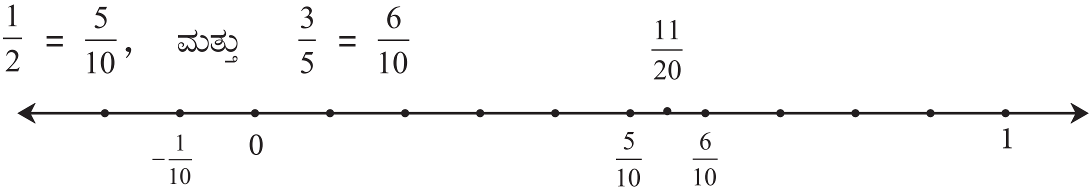
ಇದೇ ರೀತಿ $\frac{7}{14} = \frac{700}{1400}, \quad \frac{8}{14} = \frac{800}{1400}$ . . . (ಅಂಶಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಛೇದಕ್ಕೆ 100 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{700}{1400} < \frac{701}{1400} \ldots\ldots < \frac{799}{1400} < \frac{800}{1400}$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರೂಪಾಂತರ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ದೊಡ್ಡ ಛೇದ ಇರುವ ಸಮಮೂಲ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಲಾಗಿ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ., $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಶೋಧಿಸುವುದು. $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮೊದಲು ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡೋಣ.

ಉದಾ. $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$, ಮತ್ತು $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$



ಸಂಖ್ಯಾರೇಷೆಯ ಮೇಲೆ $\frac{5}{10}, \frac{6}{10}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದರ್ಶಿಸುವ ಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಷಾ ಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ ಮತ್ತು ಆ ಬಿಂದು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right) = \frac{11}{20}$ ಈಗ ಈ ಬಿಂದು ಆ ರೇಷಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ.

ಏಕೆಂದರೆ, $\frac{6}{10} - \frac{11}{20} = \frac{12-11}{20} = \frac{1}{20}$ ಅದೇ ರೀತಿ $\frac{11}{20} - \frac{5}{10} = \frac{11-10}{20} = \frac{1}{20}$

$\therefore$ $\frac{5}{10}$ ಮತ್ತು $\frac{6}{10}$ ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ $\frac{11}{20}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದರೇನೇ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಹಾಗೂ $\frac{11}{20}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದರೇನೇ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{11}{20}$ ಮತ್ತು $\frac{11}{20}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುವುದು.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಎರಡು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಸಂಖ್ಯ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 23

⊙ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಮೂರು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}$, $-\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}$, $\frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}$, $\frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{7}$ (viii) 0, $\frac{-3}{4}$

✸ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ

m ಇದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ $m + 1$ ಇದು ಹೊಂದಿದ ದೊಡ್ಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. m ಹಾಗೂ $m + 1$ ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಕ್ರಮಿಕ ಇರದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅನುಭವಿಸಿರಿ; ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಸಂಖ್ಯ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡಿರುತ್ತೇವೆ.

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = \frac{35.1}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ 100ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ದಶಾಂಶವನ್ನು 2 ಮನೆ ಎಡಗಡೆ ಒಯ್ಯುವುದು, 1000ದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆ ಮೂರು ಮನೆ ಬಲಗಡೆ ಒಯ್ಯುವುದು, ಇಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಳಗಿನ ನಿಯಮ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗದ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾದಷ್ಟು ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ ಅಥವಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಭಾಗದ ಹಿಂದೆ (ಮೊದಲು) ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾದಷ್ಟು ಶೂನ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆದರೂ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

$$1.35 = \frac{135}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$0.35 = \frac{35}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{35000}{100000} = 0.35000$ ಇತ್ಯಾದಿ.

$1.35 = 001.35$ ಇದರ ಉಪಯೋಗ ಹೇಗೆ ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಾಂಶರೂಪ (Decimal representation of rational numbers)

ಉದಾ. $\frac{7}{4}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

```
     1.75
  4)7.000
   - 4
    30
   -28
     20
   - 20
     00
```

(1) 7 = 7.0 = 7.000 (ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗದ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾದಷ್ಟು ಶೂನ್ಯ ಕೊಡಲು ಬರುತ್ತದೆ)

(2) 7ಕ್ಕೆ 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 1ರ ಭಾಗ ಹತ್ತಿತು ಮತ್ತು ಶೇಷ 3 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಈಗ 1 ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ನಂತರ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆ ಬರೆಯೋಣ. ಶೇಷ 3ರ ಮುಂದೆ ಭಾಜ್ಯದಲ್ಲಿಯ 0 ಬರೆದು 30ಕ್ಕೆ 4ರ ಭಾಗ ಹಚ್ಚೋಣ. ಈಗ ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರವು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗ ಇರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಯ ನಂತರ 7 ಬರೆಯೋಣ ಈಗ ಭಾಜ್ಯದಲ್ಲಿಯ ಇನ್ನೂ ಒಂದು 0 ಕೆಳಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡೋಣ.

ಈ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗದ ನಂತರ ಬರೆದಂತಹ ಶೂನ್ಯಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ಉದಾ. $2\frac{1}{5}$ ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ ಇದರ ದಶಾಂಶರೂಪ ಮೂರು ಪ್ರಕಾರಗಳಿಂದ ತೆಗೆಯೋಣ

$\frac{1}{5}$ ಇದರ ದಶಾಂಶರೂಪ ತೆಗೆಯೋಣ

(I)

```
     0.2
  5)1.0
   - 0
    10
   -10
    00
```

$\frac{1}{5} = 0.2$

$\therefore 2\frac{1}{5} = 2.2$

(II)

```
      2.2
  5)11.000
   -10
    010
   - 10
     00
```

(III) $\frac{11}{5} = \frac{11\times 2}{5\times 2} = \frac{22}{10} = 2.2$

$\frac{11}{5} = 2.2$

ಉದಾ. $\frac{-5}{8}$ ಈ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ದಶಾಂಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$\frac{5}{8}$ ಇದರ ದಶಾಂಶರೂಪ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿ 0.625 ಸಿಗುತ್ತದೆ. $\therefore \frac{-5}{8} = -0.625$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಷ ಶೂನ್ಯ ಬಂದಿರುತ್ತದೆ. ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಇಂತಹ ದಶಾಂಶರೂಪಕ್ಕೆ ಖಂಡಿತ ದಶಾಂಶ ರೂಪ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ. ಕೆಲವು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಾಂಶರೂಪ ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

(i) $\frac{5}{3}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

```
    1.66
 3 ) 5.00
   - 3
   ----
     2 0
   - 1 8
   ------
       20
     - 18
     ----
        2
```

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\overline{6}$

(ii) $\frac{2}{11}$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ದಶಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

```
     0.18
 11 ) 2.00
    - 0
    -----
      20
    - 11
    -----
       90
     - 88
     ----
       20
```

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ ರ ದಶಾಂಶ ರೂಪ ತೆಗೆಯಿರಿ. $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

```
    2.33
 3 ) 7.00
   - 6
   ----
     1 0
   -   9
   ------
      10
   -   9
   ------
      01
```

$2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\overline{3}$

(iv) $\frac{5}{6}$ ರ ದಶಾಂಶ ರೂಪ ತೆಗೆಯಿರಿ.

```
    0.833
 6 ) 50
   - 48
   ----
    020
   - 18
   -----
     020
    - 18
    ----
      02
```

$\frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆ ಪೂರ್ಣ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. **ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಲಬದಿಗೆ ಒಂದು ಅಂಕೆ ಅಥವಾ ಕೆಲವು ಅಂಕೆಗಳ ಸಮೂಹವು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಬರುತ್ತದೆ, ಇಂತಹ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ್ಕೆ ಆವರ್ತನ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.**

ಯಾವ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಲಬದಿಗೆ ಒಂದೇ ಅಂಕೆಯು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಬರುತ್ತದೆ ಅದರ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ,

$2\frac{1}{3} = 2.33... = 2.\overline{3}$ ಅದರಂತೆ ದಶಾಂಶ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಲಬದಿಗೆ ಯಾವ ಅಂಕೆಗಳ ಗುಂಪು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಬರುತ್ತದೆ ಆ ಗುಂಪಿನ ಮೇಲೆ ಅಡ್ಡ ರೇಷೆ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ ಉದಾ. $\frac{2}{11} = 0.1818........ = 0.\overline{18}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಕೆಲವು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಾಂಶರೂಪ ಖಂಡಿತ, ಆದರೆ ಕೆಲವು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಾಂಶರೂಪ ಆವರ್ತನ ಇರುತ್ತದೆ.

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

- ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಲಾರದೆ ಬರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಇದನ್ನು ಶೋಧಿಸಿರಿ ಯಾವ ಛೇದ ಇರುವ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದಶಾಂಶ ರೂಪ ಖಂಡಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ?

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 24

⊙ ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಾಂಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಬರೆದಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಂಡನೆ ಎಂದರೆ ಪದಾವಲಿ ಇರುತ್ತದೆ.

$72 \div 6 + 2 \times 2$ ಈ ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸಿ ಉತ್ತರ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಹೌಸಾ ಇವಳ ರೀತಿ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 12 + 4$

$= 16$

ಮಂಗೂರನ ರೀತಿ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 14 \times 2$

$= 28$

ಎರಡೂ ಉತ್ತರಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಂದವು ಏಕೆಂದರೆ ಇಬ್ಬರೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ರಮದಿಂದ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ರೀತಿ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕ್ರಮ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಉತ್ತರ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಆಗಬಾರದು ಎಂದು ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ನಿಯಮ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸಿದರೆ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆ ನಿಯಮ ನೋಡೋಣ. ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮೊದಲು ಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬ ಅಪೇಕ್ಷೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಅಂಥ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಪದಾವಲಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಸದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸುವ ನಿಯಮ

(1) ರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಬಲಗಡೆಗೆ ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಂದಿವೆ ಆ ಕ್ರಮದಿಂದ ಮಾಡಬೇಕು.

(2) ಆಮೇಲೆ ಬೇರೀಜು ಮತ್ತು ವಜಾಬಾಕಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಬಲಗಡೆಗೆ ಯಾವ ಕ್ರಮದಿಂದ ಬಂದಿವೆ ಆ ಕ್ರಮದಿಂದ ಮಾಡಬೇಕು.

(3) ಕಂಸದಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ನಿಯಮ ಪಾಲಿಸಿ ಆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಮಾಡಬೇಕು.

ಮೇಲಿನ ನಿಯಮ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾದರೆ ಹೌಸಾ ಇವಳ ರೀತಿ ಸರಿಯಾಗಿದೆ. ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. $\therefore\ 72 \div 6 + 2 \times 2 = 16$

ಕೆಳಗಿನ ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಉದಾ. $40 \times 10 \div 5 + 17$

$= 400 \div 5 + 17$

$= 80 + 17$

$= 97$

ಉದಾ. $80 \div (15 + 8 - 3) + 5$

$= 80 \div (23 - 3) + 5$

$= 80 \div 20 + 5$

$= 4 + 5$

$= 9$

ಉದಾ. $2 \times \{25 \times [(113 - 9) + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + 26]\}$

$= 2 \times \{25 \times 130\}$

$= 2 \times 3250$

$= 6500$

ಉದಾ. $\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{3}{4} - \frac{5}{21}$ (ಮೊದಲು ಗುಣಾಕಾರ)

$= \frac{3\times21-5\times4}{84}$ (ಆಮೇಲೆ ವಜಾಬಾಕಿ)

$= \frac{63-20}{84} = \frac{43}{84}$

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ

ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕ್ರಮ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಲ ಕಂಸದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಾದಾ ಕಂಸ ( ) , ಚೌಕಟ್ಟು ಕಂಸ [ ], ಮಹಿರಪಿ ಕಂಸ { } ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಕಂಸ ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಒಳಗಿನ ಕಂಸದಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಿಯೆ ಮೊದಲು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಆಮೇಲೆ ಕ್ರಮದಿಂದ ಹೊರಗಿನ ಕಂಸಗಳಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 25

ಕೆಳಗಿನ ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

1. $50 \times 5 \div 2 + 24$
2. $(13 \times 4) \div 2 - 26$
3. $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div 14 - 1)]$
4. $\{(220 - 140) + [10 \times 9 + (-2 \times 5)]\} - 100$
5. $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{6}{4}$

ಚಟುವಟಿಕೆ: ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿಯ ಅಂಕೆಗಳ ಮತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರ 112 ಬರುವಂತೆ ಪದಾವಲಿ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	+ × ÷ −

*** ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಾಗಿ**

ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಕ್ರಮ

ಕಂ →	ಚ →	ಭಾ →	ಗು →	ಬೇ →	ವ
( )	×	÷	×	+	−
ಕಂಸದಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳು	ಚಾ, ಚಿ, ಚೆ, ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆ **ಉದಾ.** 200 ರ $\frac{1}{4}$ $= 200 \times \frac{1}{4}$	ಭಾಗಾಕಾರ	ಗುಣಾಕಾರ	ಬೇರೀಜು	ವಜಾಬಾಕಿ

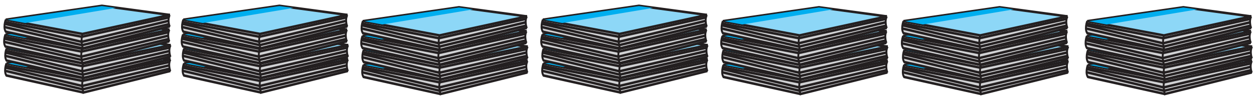
6 ಘಾತಾಂಕ

EHV24K

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

7 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ 4 ರಂತೆ ವಹಿಗಳನ್ನು ಹಂಚಲಾಯಿತು

ಒಟ್ಟು ವಹಿಗಳು = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28 ವಹಿಗಳು



ಇಲ್ಲಿ ಬೇರೀಜಿನ ಕ್ರಿಯೆ ಅನೇಕ ಸಲ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನೇಕ ಸಲ ಮಾಡಿದ ಬೇರೀಜು ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಒಟ್ಟು ವಹಿಗಳು = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4×7 = 28

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ತಳ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ (Base and Index)

ಈಗ 2 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನೇಕ ಸಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಲಾದ ಗುಣಾಕಾರದ ಮಂಡನೆ ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ಇಲ್ಲಿ 8 ಸಲ 2 ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಮಂಡನೆ ಸ್ವಲ್ಪದರಲ್ಲಿ 2^8 ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ, ಇಲ್ಲಿ 2^8 ಇದು ಗುಣಾಕಾರದ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದರಲ್ಲಿ 2 ಇದು **ತಳ** ಮತ್ತು 8 ಇದು **ಘಾತಾಂಕ** ಇರುತ್ತದೆ.

8 ⟵ ಘಾತಾಂಕ
2 ⟵ ತಳ

ಉದಾ. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ ಇಲ್ಲಿ 5^4 ಇದು ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ.

5^4 ಈ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 5 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 'ತಳ' ಮತ್ತು 4 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 'ಘಾತಾಂಕ' ಇರುತ್ತದೆ. ಇದರ ವಾಚನ '5ರ ಘಾತಾಂಕ 4' ಅಥವಾ '5ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಘಾತ' ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a ಇದು ಯಾವುದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ, $a \times a \times a \times \ldots\ldots$ (m ಸಲ) = a^m

a^m ಇದರ ವಾಚನ 'a ದ ಘಾತಾಂಕ m' ಅಥವಾ 'a ದ m ನೆಯ ಘಾತ' ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಇಲ್ಲಿ m ಇದು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ.

∴ $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ ಎಂದರೆ 5^4 ಈ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಲೆ 625 ಇದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$ ಎಂದರೆ $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ ದ ಬೆಲೆ $\frac{-8}{27}$ ಇರುತ್ತದೆ.

$7^1 = 7$, $10^1 = 10$ ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಡಿರಿ **ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲನೆಯ ಘಾತ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.** ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕ 1 ಇದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಬರೆಯದೆ ಇರುವ ಸಂಕೇತ ಇರುತ್ತದೆ. ಉದಾ. $5^1 = 5$, $a^1 = a$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 26

1. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಅನುಕ್ರಮಾಂಕ	ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಳ	ಘಾತಾಂಕ	ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪ	ಬೆಲೆ
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		(-8)	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$ (v) 9^3

(vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ (Square and cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 ಇದರ ವಾಚನ 3ರ ಎರಡನೆಯ ಘಾತ.

ಅಥವಾ 3ರ ವರ್ಗ ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 ಇದರ ವಾಚನ 5ರ ಮೂರನೆಯ ಘಾತ.

ಅಥವಾ 5ರ ಘನ ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ.

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ :

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡನೆಯ ಘಾತ ಎಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರನೆಯ ಘಾತ ಎಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನ ಇರುತ್ತದೆ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ತಳ ಸಮಾನ ಇರುವ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ.

ಉದಾ. $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

ಉದಾ. $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

ಉದಾ. $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- a ಇದು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು m ಹಾಗೂ n ಇವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇದ್ದರೆ, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 27

ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{P}{5}\right)^3 \times \left(\frac{P}{5}\right)^7$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸಮಾನ ತಳ ಇರುವ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಉದಾ. $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6\times6\times6\times6}{6\times6}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 6^2$$

$$\therefore 6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$$

ಉದಾ. $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)}$$

$$= (-2)^2$$

$$\therefore (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^2$$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- a ಇದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ, m ಮತ್ತು n ಇವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು $m>n$, ಇದ್ದರೆ, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 ಇದರ ಅರ್ಥ

$a \neq 0$ ಇದ್ದರೆ

$\frac{a^m}{a^m} = 1$ ಅದರಂತೆ

$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$

$$\therefore \boxed{a^0 = 1}$$

a^{-m} ಇದರ ಅರ್ಥ

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$

$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$

$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$

$$= \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $\therefore$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

ಅದರಂತೆ $a \times \frac{1}{a} = 1$ ಎಂದರೆ $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore$ a^{-1} ಇದು a ಇದರ ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತ ಇರುತ್ತದೆ

ಇದರಂತೆ $\frac{5}{3}$ ಇದರ ಗುಣಾಕಾರ ವ್ಯಸ್ತ $\frac{3}{5}$ ಇರುತ್ತದೆ

$$\therefore \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$$

ಉದಾ. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ ಈ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆ ನೋಡುವಾ.

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಇದರಿಂದ $a \neq 0,\ b \neq 0,$ ಹಾಗೂ m ಇವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$.

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಯಾವ ನಿಯಮ ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾ. $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{3^4}{3^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^{-2}$$

ಉದಾ. $\left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5}$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{3}}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- a ಇದು ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ $a \neq 0$ ಮತ್ತು m ಹಾಗೂ n ಇವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ತಳ (–1) ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಏನು ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

m ಇದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ $(-1)^m = 1$ ಮತ್ತು m ಇದು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ $(-1)^m = -1$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 28

1. ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{2}$ (iv) $4^7 \div 4^5$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರದ ಘಾತ

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಯಾವ ನಿಯಮ ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾ. $(2 \times 3)^4$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

ಉದಾ. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

a ಮತ್ತು b ಇವು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು m ಇದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ

(1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$\left(a^m\right)^n$ ಎಂದರೆ ಘಾತಾಂಕಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತ

ಉದಾ. $\left(5^2\right)^3$

$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{2 \times 3}$

$= 5^6$

ಉದಾ. $\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$

$= \frac{1}{7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)\times 5}}$

$= \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10}$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

ಉದಾ. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^3$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots\ldots\ldots$ n ವೇಳೆ $= a^{m+m+m\ldots\ldots\ldots n \text{ ವೇಳೆ}} = a^{m \times n}$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಈ ನಿಯಮ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- a ಇದು ಶೂನ್ಯೇತರ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು m ಹಾಗೂ n ಇವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದ್ದರೆ $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

a ಮತ್ತು b ಈ ಶೂನ್ಯೇತರ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ, m, n ಇವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇದ್ದರೆ,

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 29

1. ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $\left[\left(\frac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $(3^4)^{-2}$ (iii) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\right)^4$ (iv) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (v) $(6^5)^4$

(vi) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಧನ ಘಾತಕ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ಗಣಿತ ನನ್ನ ಜೊತೆಗಾರ : ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ, ಖಗೋಲಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ

(1) ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ 10ರ ಘಾತಾಂಕದ ವಿಶೇಷ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಪೃಥ್ವಿ ಮತ್ತು ಚಂದ್ರ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ 38,40,00,000 ಮೀಟರ ಇರುತ್ತದೆ.

384 000 000 = 384×10^6

38 4000000 = 38.4×10^7

3 84000000 = 3.84×10^8 (ಪ್ರಮಾಣಿತ ರೂಪ)

(2) ಆಕ್ಸಿಜನದ ಪರಮಾಣುವಿನ ವ್ಯಾಸ ಮಿಮೀನಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

0.0000000000000356 = 3.56×10^{-14}

(3) ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಮಾಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿರಿ.

ಸೂರ್ಯನ ವ್ಯಾಸ 1400000000 ಮೀಟರ ಇರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಕಾಶದ ವೇಗ = 300000000 ಮೀಟರ/ಸೆಕಂದ ಇರುತ್ತದೆ.

(4) ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ Googol ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅದನ್ನು 10ರ ಘಾತಾಂಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿರಿ.

ಯಾವುದೊಂದು ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಅಥವಾ ಬಹಳ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯುವಾಗ ಒಂದು ಅಂಕೆಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇರುವ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು 10ರ ಯೋಗ್ಯ ಘಾತ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಮಾಣಿತ ರೂಪ (Standard form) ಎಂದು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

Googol

1000000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯುವುದು

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಾಕಾರವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. $6 \times 6 = 6^2 = 36$

$6^2 = 36$ ಇದರ ವಾಚನ ನಾವು 6ರ ವರ್ಗ 36 ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ

ಉದಾ. $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

$(-5)^2 = 25$ ಇದರ ವಾಚನ (-5) ರ ವರ್ಗ 25 ಹೀಗೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

✷ **ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯುವುದು.**

ಉದಾ. $3 \times 3 = 3^2 = 9$ ಇಲ್ಲಿ 3 ರ ಮಾರ್ಗ 9 ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ಮಾಹಿತಿ 9 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 3 ಇರುತ್ತದೆ ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ವರ್ಗಮೂಲದ ಸಲುವಾಗಿ $\sqrt{}$ ಈ ಗುರುತು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ $\sqrt{9}$ ಎಂದರೆ 9 ರ ವರ್ಗಮೂಲ

$\therefore \sqrt{9} = 3$ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. $7 \times 7 = 7^2 = 49$ $\therefore \sqrt{49} = 7$

ಉದಾ. $8 \times 8 = 8^2 = 64$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ 64ರ ವರ್ಗಮೂಲ -8 ಎಂದೂ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

x ಇದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಎರಡು ವರ್ಗಮೂಲಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಋಣ ವರ್ಗಮೂಲ $-\sqrt{x}$ ರಿಂದ ಮತ್ತು ಧನ ವರ್ಗಮೂಲ $\sqrt{x}$ ರಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. 81 ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

$81 = 9 \times 9 = -9 \times -9$ $\therefore \sqrt{81} = 9$ ಮತ್ತು $-\sqrt{81} = -9$

ನಾವು ಬಹಳಷ್ಟು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಧನ ವರ್ಗಮೂಲದ ವಿಚಾರ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

✷ **ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಯವ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯುವುದು.**

ಉದಾ. 144ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವಗಳಿಂದ ಸಮಾನಅವಯವಗಳ ಜೋಡಿ ತಯಾರಿಸಿರಿ

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$144 = 2 \times 72$

$= 2 \times 2 \times 36$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$

$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$

ದೊರೆತ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಮಾನ ಅವಯವಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಅವಯವ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12$ $\therefore \sqrt{144} = 12$

ಉದಾ. 324ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಸಮಾನ ಅವಯವಗಳ ಜೋಡಿ ಮಾಡಿರಿ.

$$\begin{aligned}324 &= 2 \times 162\\ &= 2 \times 2 \times 81\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 27\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9\\ &= \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}\end{aligned}$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

ವರ್ಗಮೂಲದ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿಯಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಅಂಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$\therefore \sqrt{324} = 18$$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 30

ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಸಲುವಾಗಿ (ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲ)

(1) 9801ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ. (2) 19321ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ. (3) 141.61ರ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(1)

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	− 81
189	1701
+ 9	− 1701
198	0000

$\sqrt{9801} = 99$

(2)

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	− 1
23	093
+ 3	− 69
269	2421
+ 9	− 2421
278	0000

(3)

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	− 1
21	041
+ 1	− 21
229	2061
+ 9	− 2061
238	0000

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲ ಅವಯವಗಳು ಬಹಳ ದೊಡ್ಡವು ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು ಕಠಿಣವಿರುತ್ತದೆ, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲ ಶೋಧಿಸಲು ಈ ಪದ್ಧತಿಯು ಉಪಯುಕ್ತ ಇರುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಇನ್ನೊಂದು ಉಪಯೋಗ ನೋಡುವ ಸಲುವಾಗಿ $\sqrt{137}$ ತೆಗೆಯೋಣ.

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+ 1	−1
21	037
+ 1	− 21
227	1600
+ 7	− 1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

ಆದರೆ $(11.8)^2 = 139.24$

$\therefore 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ $\sqrt{137}$ ಹತ್ತಿರದ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲದ ತೀರ ಹತ್ತಿರದ ದಶಾಂಶ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಈ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಸಿಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

7 ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ

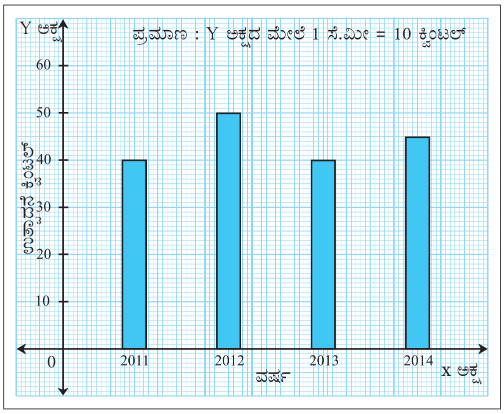
E14X6B

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

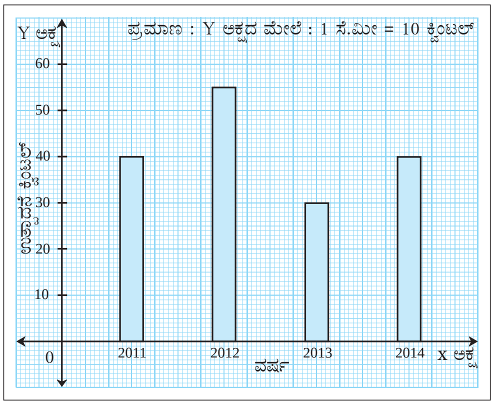
ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ

ಅಜಯ ಮತ್ತು ವಿಜಯ ಇವರ ಹೊಲದಲ್ಲಿಯ ಗೋದಿಯ ಉತ್ಪಾದನೆ ಕ್ವಿಂಟಲದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಇದರ ಮಾಹಿತಿ ಕೆಳಗೆ ಎರಡು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳಲ್ಲಿ ದರ್ಶಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಅಜಯನ ಗೋದಿ ಉತ್ಪಾದನೆ

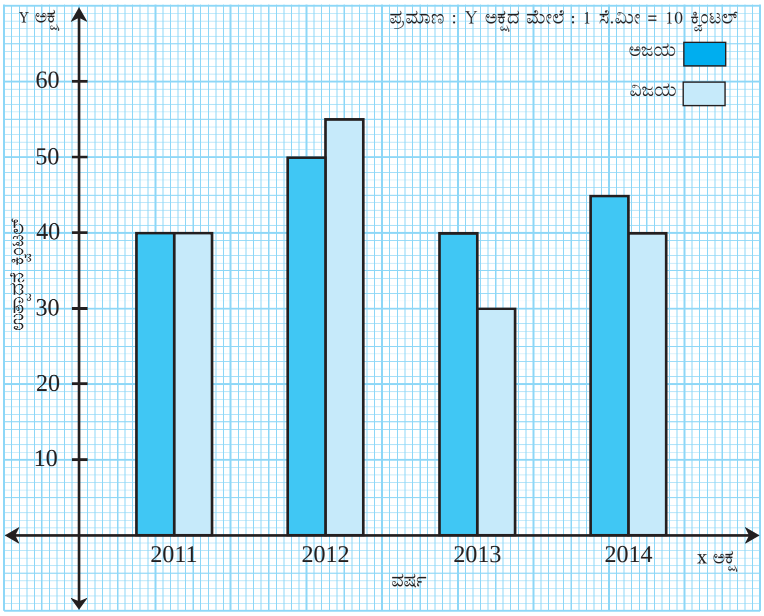


ವಿಜಯನ ಗೋದಿ ಉತ್ಪಾದನೆ



ಎರಡೂ ಆಲೇಖಗಳಲ್ಲಿಯ ಮಾಹಿತಿ ಒಂದೇ ಆಲೇಖದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. ಮುಂದಿನ ಆಲೇಖ ನೋಡಿರಿ. ಈ ರೀತಿ ಕಡಿಮೆ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಅಧಿಕ ಮಾಹಿತಿ ಕೊಡಲು ಬರುವುದು, ಅದರಂತೆ ಅಜಯ ಮತ್ತು ವಿಜಯ ಇವರ ಧಾನ್ಯ ಉತ್ಪಾದನೆಯ ತುಲನೆ ಮಾಡುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಕ್ಕೆ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅಜಯ ಮತ್ತು ವಿಜಯನ ಗೋದಿಯ ಉತ್ಪಾದನೆ

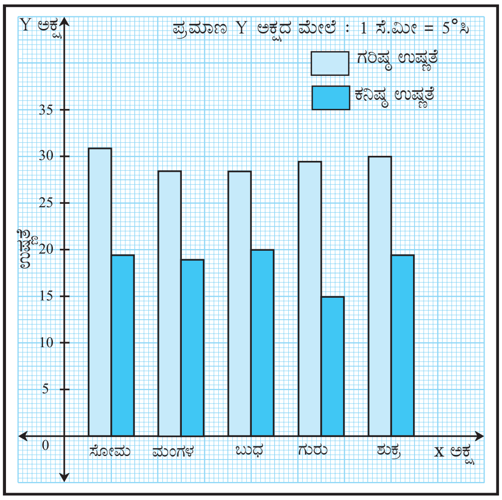


ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರ ಕೊಡಿರಿ.

- ಯಾವ ವರ್ಷ ಇಬ್ಬರ ಗೋದಿ ಉತ್ಪಾದನೆ ಸಮಾನ ಇರುತ್ತದೆ ?
- 2014 ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಯಾರ ಗೋದಿ ಉತ್ಪಾದನೆ ಹೆಚ್ಚು ಇದ್ದಿತು ?
- 2013 ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಗೋದಿಯ ಉತ್ಪಾದನೆ ಎಷ್ಟು ಇತ್ತು ?

ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ವಾಚನ

ಪುಣೆ ನಗರದಲ್ಲಿಯ ಐದು ದಿವಸಗಳ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನ ($^{\circ}$Cದಲ್ಲಿ) ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರ ಕೊಡಿರಿ.



- X - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸಿದೆ ?
- Y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ತೋರಿಸಿದೆ ?
- ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಉಷ್ಣತಾಮಾನ ಯಾವ ದಿವಸ ಇರುತ್ತದೆ?
- ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನ ಯಾವ ದಿವಸ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ ?
- ಗುರುವಾರ ದಿವಸ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು ?
- ಯಾವ ದಿವಸ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

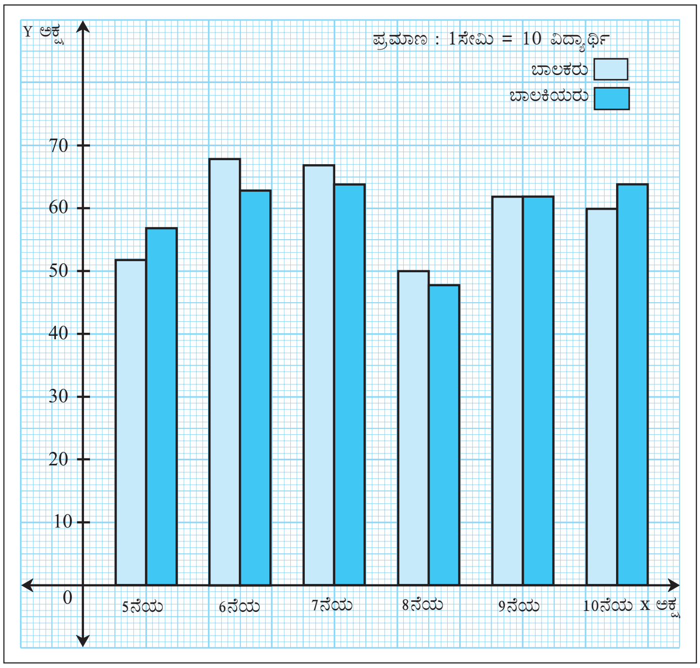
ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (Joint bar graph) ತೆಗೆಯುವುದು

ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ ಬಾಲಕರು ಮತ್ತು ಬಾಲಕಿಯರು ಇವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

ಇಯತ್ತೆ	5ನೆಯ	6ನೆಯ	7ನೆಯ	8ನೆಯ	9ನೆಯ	10ನೆಯ
ಬಾಲಕರು	52	68	67	50	62	60
ಬಾಲಕಿಯರು	57	63	64	48	62	64

ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ಸಲುವಾಗಿ ಹಂತಗಳು

1. ಆಲೇಖ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ X-ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು Y ಅಕ್ಷ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಛೇದನಬಿಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.
2. ಎರಡು ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ ಸಮಾನ ಇರಿಸಿ ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಇಯತ್ತೆ ತೋರಿಸಿರಿ.
3. Y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಪ್ರಮಾಣ ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ. ಉದಾ. 1 ಮೂಲಮಾನ=10 ಬಾಲಕರು/ಬಾಲಕಿಯರು ಪ್ರಮಾಣಾನುಸಾರ Y-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಬಾಲಕರ/ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸಿರಿ.
4. ನಿರ್ಧರಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿಯ ಬಾಲಕರ ಮತ್ತು ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ ತೋರಿಸುವ ಸ್ತಂಭಗಳ ಎತ್ತರ ನಿಶ್ಚಯ ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಎರಡು ಸ್ತಂಭಗಳು ಬೇರೆ ತೋರಿಸಲು ಭಿನ್ನ ಬಣ್ಣ ಬಳಸಿರಿ.

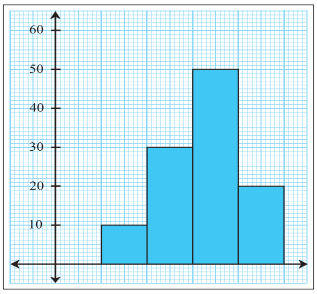


ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

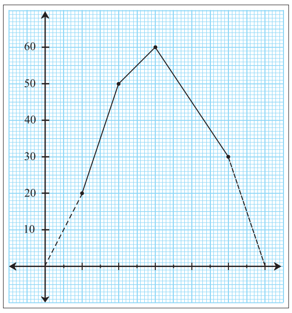
- ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಸ್ತಂಭಗಳ ಅಗಲ ಸಮಾನ ಇರಬೇಕು.
- ಹೊಂದಿದ ಎರಡೂ ಸ್ತಂಭಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ ಸಮಾನ ಇರಬೇಕು.
- ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದ ಉಪಯೋಗ ತುಲನಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ

ಗಣಿತ ನನ್ನ ಸಂಗಾತಿ : ವೃತ್ತ ಪತ್ರ, ಮಾಸಿಕಗಳು, ಮಾಹಿತಿ ಸಾದರ ಪಡಿಸಲು

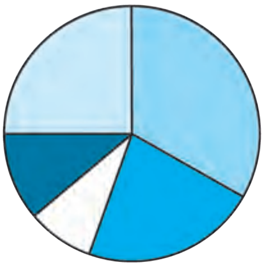
- ವೃತ್ತ ಪತ್ರದಲ್ಲಿಯ ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರದ ಆಲೇಖಗಳ ಸಂಗ್ರಹ ಮಾಡಿ ಅದರ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ.



1. ಆಯತಾಲೇಖ



2. ರೇಷಾಲೇಖ



3. ವೃತ್ತಾಲೇಖ

ICT Tools or Links

ಮಾಹಿತಿ ಸಾದರಪಡಿಸುವಾಗ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖನದ ಬದಲಾಗಿ ವಿವಿಧ ಆಲೇಖಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. MS-Excell, Graph Matica Geogebra ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಲೇಖಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ನೋಡಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 31

1. ಜಾಗತಿಕ ವೃಕ್ಷ ದಿವಸದಂದು ಎರಡು ಶಾಲೆಗಳು ನೆಟ್ಟ ಸಸಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸಸಿಗಳ ಹೆಸರು / ಶಾಲೆಯ ಹೆಸರು	ಬದಾಮ	ಕರಂಜ	ಬೇವು	ಅಶೋಕ	ಸಂಕೇಶ್ವರ
ನೂತನ ವಿದ್ಯಾಲಯ	40	60	72	15	42
ಭಾರತ ವಿದ್ಯಾಲಯ	42	38	60	25	40

2. ಒಂದು ಜ್ಯೂಸ ಸೆಂಟರಕ್ಕೆ ಶನಿವಾರ ಮತ್ತು ರವಿವಾರ ಭಿನ್ನ ಭಿನ್ನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಜ್ಯೂಸ ಕುಡಿಯಲು ಬಂದ ಗಿರಾಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಹಣ್ಣುಗಳು / ವಾರ	ಮೋಸಂಬಿ	ಕಿತ್ತಳೆ	ಸೇಬು	ಅನಾನಸ
ಶನಿವಾರ	43	30	56	40
ರವಿವಾರ	59	65	78	67

3. ಗ್ರಾಮ ಪಂಚಾಯತ ಚುನಾವಣೆಯಲ್ಲಿ ಐದು ಮತದಾನ ಕೇಂದ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಮತದಾನವಾಯಿತು ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕೇಂದ್ರ ಕ್ರಮಾಂಕ / ವ್ಯಕ್ತಿ	1	2	3	4	5
ಪುರುಷರು	200	270	560	820	850
ಸ್ತ್ರೀಯರು	700	240	340	640	470

4. ಭಾರತದಲ್ಲಿಯ ಐದು ನಗರಗಳ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನ °C ಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ನಗರ / ಉಷ್ಣತಾಮಾನ	ದಿಲ್ಲಿ	ಮುಂಬಯಿ	ಕೊಲಕತ್ತಾ	ನಾಗಪುರ	ಕಪೂರಥಲಾ
ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಉಷ್ಣತಾಮಾನ	35	32	37	41	37
ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಉಷ್ಣತಾಮಾನ	26	25	26	29	26

5. ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಸೋಲಾಪೂರ, ಪುಣೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಸರಕಾರೀ ಆಸ್ಪತ್ರೆಯಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ತಿಂಗಳೊಳಗೆ ಲಸೀಕರಣ ಮಾಡಿದ ಬಾಲಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಲಸಿಕೆಯ ಹೆಸರು / ನಗರ	ಡಿ.ಪಿ.ಟಿ. ಪೂರಕ	ಪೊಲಿಯೊ ಪೂರಕ	ಗೊಬ್ಬರ	ಕಾಮಾಲೆ
ಸೋಲಾಪೂರ	65	60	65	63
ಪುಣೆ	89	87	88	86

6. ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ಮತ್ತು ಗುಜರಾತ ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಾಕ್ಷರ ಜನರ ಪ್ರಮಾಣ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ವರ್ಷ / ರಾಜ್ಯ	1971	1981	1991	2001	2011
ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ	46	57	65	77	83
ಗುಜರಾತ	40	45	61	69	79

ಗಣಿತದಲ್ಲಿಯ ಮೋಜು

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ $1 + 3 + \ldots + (2n - 1) = n^2$ ಈ ಸೂತ್ರ ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ಬರುವುದೇ

ಈ ಸೂತ್ರ $n = 5, 6, 7, 8, \ldots$ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ತಾಳೆ ನೋಡಿರಿ.

ವಿಜ್ಞಾನದ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿಯ ನೋಂದಗಳ ಮೇಲಿಂದ ಅನುಮಾನ ತೆಗೆಯುವುದರ ಸಲುವಾಗಿ ಅದೇ ರೀತಿ ಭೂಗೋಲ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಜೋಡಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ.

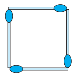
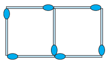
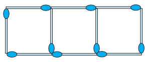
8 ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆ

EIDT7V

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳು (Algebraic expressions)

- ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಕಡ್ಡಿಗಳ ರಚನೆ ನೋಡಿರಿ ಮತ್ತು ಆಕೃತಿ ಬಂಧದ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ.

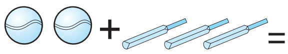
ಕಡ್ಡಿಗಳ ರಚನೆ				......	..	......	..	......
ಚೌರಸ	1	2	3	4	..	10	..	n
ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	7	10	13	..	......	..	......
	3 + 1	6 + 1	9 + 1	12 + 1	..	......	..	......
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$		$3 \times 10 + 1$		$3 \times n + 1$

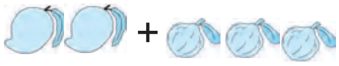
ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿ ಬಂಧಗಳ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿದಾಗ, ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3 x ಚೌರಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ + 1 ಎಂದು ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಚೌರಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅದು 2, 3, 4... 10, ... ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೂ ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಚೌರಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಿದೆ. n ಇದು ಚಲ ಇರುತ್ತದೆ. ಚಲದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿದ $3 \times n + 1$ ಎಂದರೇನೇ $3 \times n + 1$ ಇದು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿ ಇರುತ್ತದೆ.

= 3 ಚೆಂಡು

= 3 ತ್ರಿಕೋನ

t t t = $3t$

 = ☐ ಚೆಂಡು + ☐ ಬ್ಯಾಟ

 = ☐ ಮಾವು + ☐ ಪೇರಲ

$x + x + y + y + y = 2x + 3y$

ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ $= 2l + 2b$

$= 2(l + b)$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- $3n + 1$, $3t$, $2x + 3y$, $2(l + b)$ ಇವು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ n, t, y, l, b, x ಇವು ಚಲಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

$3x$ ಈ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿ 3 ಇದು x ಈ ಚಲದ ಸಹಗುಣಕ (coefficient) ಇರುತ್ತದೆ.

$-15t$ ಇದರಲ್ಲಿ -15 ಇದು t ಈ ಚಲದ ಸಹಗುಣಕ ಇರುತ್ತದೆ.

ಯಾವ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಇದು ಒಂದೇ ಕ್ರಿಯೆ ಇರುತ್ತದೆ ಆ ರಾಶಿಗೆ ಪದ (term) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಯು ಏಕಪದಿ ಇರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಅನೇಕ ಪದಗಳ ಬೇರೀಜು ಇರುತ್ತದೆ.

ಪದ	ಸಹಗುಣಕ	ಚಲಗಳು
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

ಉದಾ. ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿ : $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$

ಈ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿ $4x^2$ ಇದು ಮೊದಲನೆಯ ಪದ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 4 ಇದು ಸಹಗುಣಕ ಇರುತ್ತದೆ.

$-2y$ ಇದು ಎರಡನೆಯ ಪದ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ -2 ಇದು ಸಹಗುಣಕ ಇರುತ್ತದೆ.

$\frac{5}{6}xz$ ಇದು ಮೂರನೆಯ ಪದ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{5}{6}$ ಇದು ಸಹಗುಣಕ ಇರುತ್ತದೆ

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ:

- $15 - x$ ಈ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಮೊದಲನೆಯ ಪದ 15 ಇದು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. $15 - x = 15+(-x)$ $\therefore$ ಎರಡನೆಯ ಪದ $-x$ ಇದೆ. ಈ ಪದದಲ್ಲಿ x ಈ ಚಲದ ಸಹಗುಣಕ (-1) ಇರುತ್ತದೆ.
- ಯಾವ ಪದದಲ್ಲಿಯ ಚಲಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಘಾತಾಂಕ ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ, ಆ ಪದಗಳಿಗೆ ಸರೂಪ ಪದಗಳು (ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳು (ಸರೂಪ ಪದಗಳು) (Like terms)	ವಿಜಾತೀಯ ಪದಗಳು (ಭಿನ್ನ ರೂಪ ಪದಗಳು) (Unlike terms)
(i) $2x, \ 5x, \ -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y, \ \frac{6}{7}yx^2$	(i) $7xy, \ 9y^2, \ -2xyz, \ 8mn, \ 8m^2n^2, \ 8m^3n$

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಪ್ರಕಾರಗಳು (Types of algebraic expressions)

ರಾಶಿಯಲ್ಲಿಯ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೇಲಿಂದ ರಾಶಿಯ ಹೆಸರು ನಿಶ್ಚಿತವಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಪದ ಇದ್ದರೆ, ಏಕಪದ ರಾಶಿ, ಎರಡು ಪದಗಳು ಇದ್ದರೆ ದ್ವಿಪದಿ, ಮೂರು ಪದಗಳು ಇದ್ದರೆ ತ್ರಿಪದ ರಾಶಿ, ಮೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪದಗಳು ಇದ್ದರೆ ಬಹುಪದ ರಾಶಿ ಹೀಗೆ ಹೆಸರು ಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಏಕಪದ ರಾಶಿ	ದ್ವಿಪದ ರಾಶಿ	ತ್ರಿಪದ ರಾಶಿ	ಬಹುಪದ ರಾಶಿ
• $4x$	• $2x - 3y$	• $a + b + c$	• $a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
• $\frac{5}{6}m$	• $2l + 2b$	• $x^2 - 5x + 6$	• $4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
• -7	• $3mn - 5m^2n$	• $8a^3 - 5a^2b + c$	• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 32

⊙ ಕೆಳಗಿನ ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೇಲಿಂದ ಏಕಪದ ರಾಶಿ, ದ್ವಿಪದ ರಾಶಿ, ತ್ರಿಪದ ರಾಶಿ ಮತ್ತು ಬಹುಪದ ರಾಶಿ ಈ ರೀತಿ ವರ್ಗೀಕರಣ ಮಾಡಿರಿ.

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಬೇರಿಜು (Addition of algebraic expressions)

✸ ಏಕಪದಗಳ ಬೇರೀಜು (Addition of monomials)

ಉದಾ. 3 ಪೇರಲ + 4 ಪೇರಲ = (3 + 4) ಪೇರಲ = 7 ಪೇರಲ **ಉದಾ.** $3x + 4x = (3 + 4)\ x = 7x$

ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳ ಬೇರೀಜು ಒಂದೇ ಪ್ರಕಾರದ ವಸ್ತುಗಳ ಬೇರೀಜಿನಂತೆ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ,

ಉದಾ. ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ.

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\ ab = \frac{-1}{21}\ ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> ವಿಚಾರ ಮಾಡಿರಿ.
> $3x + 4y$ = ಎಷ್ಟು?
> 3 ಪೇರಲ + 4 ಮಾವು= 7ಪೇರಲ?
> $7m - 2n = 5m$?

✸ ದ್ವಿಪದ ರಾಶಿಗಳ ಬೇರೀಜು (Addition of binomial expressions)

ಅಡ್ಡ ಮಂಡನೆ

ಉದಾ. $(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

ಸ್ತಂಭ ಮಂಡನೆ

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ +\quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

ಸ್ವಜಾತೀಯ ಪದಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವಾಗ ಆ ಪದಗಳ ಸಹಗುಣಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಅದರ ಮುಂದೆ ಚಲ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ. ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ. $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

ಅಡ್ಡ ಮಂಡನೆ

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

ಸ್ತಂಭ ಮಂಡನೆ

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ +\quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

ಜೋಪಾನ ಮಾಡಿರಿ.

$3x + 7y$ ಇಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಪದಗಳು ಸಜಾತೀಯ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಅದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು $3x + 7y$ ಅಥವಾ $7y + 3x$ ಹೀಗೆಯೇ ಬರೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 33

⊙ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿರಿ.

(i) 9p + 16q ; 13p + 2q

(ii) 2a + 6b + 8c; 16a + 13c + 18b

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ (Subtraction of algebraic expressions)

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ ಮಾಡುವಾಗ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಎರಡನೆಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ವಜಾ ಮಾಡುವುದು ಎಂದರೇನೇ ಮೊದಲನೆಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವಿರುದ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೂಡಿಸುವುದು ಇದನ್ನು ನಾವು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರುತ್ತೇವೆ.

ಇದೇ ನಿಯಮದ ಉಪಯೋಗ ನಾವು ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯ ಸಲುವಾಗಿ ಮಾಡುವವರಿದ್ದೇವೆ.

ಉದಾ. $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

ಉದಾ. $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

ಉದಾ. ಮೊದಲನೆಯ ರಾಶಿಯಿಂದ ಎರಡನೆಯ ರಾಶಿ ವಜಾ ಮಾಡಿರಿ.

$16x + 23y + 12z \ ; \ 9x - 27y + 14z$

ಅಡ್ಡ ಮಂಡನೆ

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$

$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$

$= (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$

$= 7x + 50y - 2z$

ಸ್ತಂಭ ಮಂಡನೆ

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & + 23y & + 12z \\ - & \oplus 9x & \ominus 27y & \oplus 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & + 50y & - 2z \end{array}$$

(ಯಾವ ರಾಶಿ ವಜಾ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ ಆರಾಶಿಯಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಿಸಿ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಬೇಕು).

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 34

⊙ ಮೊದಲನೆಯ ರಾಶಿಯಿಂದ ಎರಡನೆಯ ರಾಶಿ ವಜಾ ಮಾಡಿರಿ.

(i) $(4xy - 9z) \ ; \ (3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z) \ ; \ (x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2) \ ; \ (26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2) \ ; \ (16x^2 - 17xy)$ (v) $(4x + 16z) \ ; \ (19y - 14z + 16x)$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಜೈವಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ (Multiplication of algebraic expressions)

✸ ಏಕಪದಿಗೆ ಏಕಪದಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು

ಉದಾ. $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

ಉದಾ. $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

ಉದಾ. $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3 b^2$

ಉದಾ. $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

> ಎರಡು ಏಕಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಾಗ, ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಬೇಕು. ಆಮೇಲೆ ಚಲಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಬೇಕು.

✱ ದ್ವಿಪದಿಗೆ ಏಕಪದಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು

ಉದಾ. $x\,(x + y)$

$= x \times x \;+\; x \times y$

$= x^2 + xy$

ಉದಾ. $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

✱ ದ್ವಿಪದಿಗೆ ದ್ವಿಪದಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು

ಉದಾ.

$$\begin{array}{rl} 3x + 4y & \\ \times\;\; 5x + 7y & \\ \hline 15x^2 + 20xy \qquad\qquad & [5x\text{ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ}] \\ + 21xy + 28y^2 & [7y\text{ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ}] \\ \hline 15x^2 + 41xy + 28y^2 & [\text{ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ}] \end{array}$$

$(3x + 4y)\;(5x + 7y)$

$= 3x\,(5x + 7y) + 4y\,(5x + 7y)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

ಉದಾ. ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿ ಹೊಲದ ಉದ್ದ $(2x+7)$ ಮೀ ಮತ್ತು ಅಗಲ $(x+2)$ ಮೀ ಇರುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಹೊಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಆಯತಾಕೃತಿ ಹೊಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ$= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x\,(x + 2) + 7\,(x + 2)$

$= 2x^2 + 11x + 14$

ಆಯತಾಕೃತಿ ಹೊಲದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ $(2x^2 + 11x + 14)$ ಮೀ^{2}

ಆಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 35

1. ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$

   (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ $(8x + 5)$ ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಅಗಲ $(5x + 3)$ ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಏಕಚಲ ಸಮೀಕರಣಗಳು (Equations in one variable)

- ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಉದಾ. $2x + 2 = 8$

$\therefore\; 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore\; 2x = 6$

$\therefore\; x = 3$

ಉದಾ. $3x - 5 = x - 17$

$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore\; 2x = -12$

$\therefore\; x = -6$

ಉದಾ. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಇದು ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ 1 ಸೆಮೀ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ ಆ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ 50 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಆಯತದ ಅಗಲ x ಸೆಮೀ ತಿಳಿಯುವಾ.

ಆಯತದ ಉದ್ದ $(2x + 1)$ ಸೆಮೀ ತಿಳಿಯುವಾ.

$2 \times$ ಉದ್ದ $+ 2 \times$ ಅಗಲ $=$ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ

$2\ (2x + 1) + 2x = 50$

$\therefore\ 4x + 2 + 2x = 50$

$6x + 2 = 50$

$6x = 50 - 2$

$\therefore\ 6x = 48 \therefore\ x = 8$

ಆಯತದ ಅಗಲ 8 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ

ಆಯತದ ಉದ್ದ $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ ಆಯತದ ಉದ್ದ $= 17$ ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಒಂದು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಹೊಂದಿದ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜು 69 ಇರುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವವು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ ಒಂದು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ x ತಿಳಿಯುವಾ.

ಮುಂದಿನ ಹೊಂದಿದ ಸಂಖ್ಯೆ $x + 1$ ಇರುತ್ತದೆ.

$(x) + (x + 1) = 69$

$\therefore\ x + x + 1 = 69$

$\therefore\ 2x + 1 = 69$

$2x = 69 - 1$

$\therefore 2x = 68 \therefore\ x = 34$

ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ $= 34$

ಹೊಂದಿದ ಮುಂದಿನ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ$=34+1$

$=35$

ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೇಲಿಂದ ಯಾವುದೊಂದು ಪದ '=' ಈ ಚಿಹ್ನೆಯ ಒಂದು ಬದಿಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ಒಯ್ಯುತ್ತಿರುವಾಗ ಅದರ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ ಬಿಡಿಸಿ ಸರಿಯಾದ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

   (i) $7x - 12y$ (ii) $-14x -54y$ (iii) $-3\ (5x +4y)$ (iv) $-2\ (7x + 12y)$

2. $(23\ x^2\ y^3 z) \times (-15x^3yz^2)$ ಇವುಗಳ ಉತ್ತರ .... ಬರುವುದು.

   (i) $-345\ x^5\ y^4\ z^3$ (ii) $345\ x^2\ y^3\ z^5$ (iii) $145\ x^3\ y^2\ z$ (iv) $170\ x^3\ y^2\ z^3$

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

   (i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

   (iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2\ (x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5\ (x + 1) = 74$

4. ರಾಕೇಶನ ವಯಸ್ಸು ಸಾನಿಯಾಳ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 5 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಬೇರೀಜು 27 ವರ್ಷ ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

5. ಒಂದು ವನದಲ್ಲಿ ಹಚ್ಚಿದ ಅಶೋಕ ಗಿಡಗಳಿಗಿಂತ ನೇರಳೆಯ 60 ಗಿಡಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಹಚ್ಚಿತು. ಅಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಪ್ರಕಾರದ ಒಟ್ಟು ಗಿಡಗಳು 200 ಇದ್ದರೆ ನೇರಳೆಯ ಎಷ್ಟು ಗಿಡಗಳನ್ನು ಹಚ್ಚಿತು ?

6. ಶುಭಾಂಗಿಯ ಹತ್ತಿರ 50 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಮೇಜುಗಳಿವೆ ಅದರ ಎರಡು ಪಟ್ಟು 20 ರೂಪಾಯಿಯ ನೋಟುಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಅವಳ ಹತ್ತಿರ ಒಟ್ಟು 2700 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತವೆ ಹಾಗಾದರೆ 50 ರೂಪಾಯಿಗಳ ನೋಟುಗಳು ಎಷ್ಟು ?

7*. ವಿರಾಟನು ಮಾಡಿದ ಓಟಗಳು ರೋಹಿತನ ಓಟಗಳ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಇದ್ದವು. ಇಬ್ಬರು ಕೂಡಿ ತೆಗೆದ ಓಟಗಳು ದ್ವಿಶತಕಕ್ಕಿಂತ ಎರಡರಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದವು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನು ತೆಗೆದ ಓಟಗಳು ಎಷ್ಟು ?

ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಂಗ್ರಹ 1

1. ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$
(iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. ಮೂಲ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಸಾವಿ ಮತ್ತು ಲಸಾವಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i)75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. ಒಂದು ಚುಣಾವಣೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಮತದಾನ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಕೊಡಲಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ತ್ರೀಯರು ಮತ್ತು ಪುರುಷರು ಮಾಡಿದ ಮತದಾನದ ಮಾಹಿತಿ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಮತದಾನ ಕೇಂದ್ರಗಳು	ನವೋದಯ ವಿದ್ಯಾಲಯ	ವಿದ್ಯಾನಿಕೇತನ ಶಾಲೆ	ಸಿಟಿ ಹಾಯಸ್ಕೂಲ	ಏಕಲವ್ಯ ಶಾಲೆ
ಸ್ತ್ರೀಯರು	500	520	680	800
ಪುರುಷರು	440	640	760	600

6. ಪದಾವಲಿ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

(iii) $\frac{5}{3}+\frac{4}{7}\div\frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $\frac{5}{12}+\frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5}\times\frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. ΔABC ತೆಗೆಯಿರಿ, $m\angle A = 55°$, $m\angle B = 60°$, ಮತ್ತು $l(AB) = 5.9$ ಸೆಮೀ.
9. ΔXYZ ತೆಗೆಯಿರಿ, $l(XY) = 3.7$ ಸೆಮೀ $l(YZ) = 7.7$ ಸೆಮೀ, $l(XZ) = 6.3$ ಸೆಮೀ.
10. ΔPQR ತೆಗೆಯಿರಿ, $m\angle P = 80°$, $m\angle Q = 70°$, $l(QR) = 5.7$ ಸೆಮೀ.
11. ಕೊಟ್ಟ ಅಳತೆಯ ಮೇಲಿಂದ ΔEFG ತೆಗೆಯಿರಿ $l(FG) = 5$ ಸೆಮೀ, $m\angle EFG = 90°$, $l(EG) = 7$ ಸೆಮೀ.
12. ΔLMN ನಲ್ಲಿ $l(LM) = 6.2$ ಸೆಮೀ, $m\angle LMN = 60°$, $l(MN) = 4$ ಸೆಮೀ ಆದರೆ ΔLMN ತೆಗೆಯಿರಿ.
13. ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಹೇಳಿರಿ.

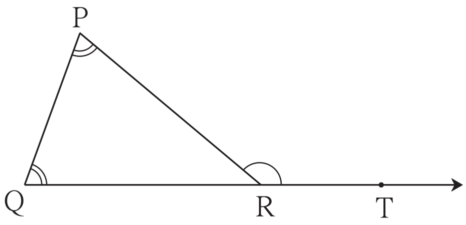
(i) $35°$ (ii) $a°$ (iii) $22°$ (iv) $(40-x)°$

14. ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $111°$ (ii) $47°$ (iii) $180°$ (iv) $(90-x)°$

15. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) ಸಂಲಗ್ನ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ (ii) ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಿವೆ ಆದರೆ ಸಂಲಗ್ನ ಇರದಂತಹ ಕೋನ
(iii) ಎರಡು ಸಂಲಗ್ನ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ.

16. 

ΔPQR ದಲ್ಲಿ $\angle P$ ಮತ್ತು $\angle Q$ ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು $m\angle PRQ = 70^\circ$ ಇದ್ದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. ಸರಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $(6a-5b-8c) + (15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n) - (-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+3p) - (9m+7n-8p)$

20. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

ಬಹುಪರ್ಯಾಯಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಆ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

1. ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರೂ ಕೋನ ದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು ಏಕಸಂಪಾತ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಸಂಪಾತ ಬಿಂದುವಿಗೆ ....ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(i) ಪರಿಮಧ್ಯ (ii) ಶಿರೋಬಿಂದು (iii) ಅಂತರಮಧ್ಯ (iv) ಛೇದನಬಿಂದು

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4$ = ...

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}$ ಇದರ ಸರಳ ರೂಪ .... ಇದೆ.

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಉತ್ತರ ....ಇದೆ.

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಪದಾವಲಿಯ ಬೆಲೆ 37 ಇರುತ್ತದೆ ?

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

❑❑❑

9

ಸಮಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣ

ವಿಭಾಗ ಎರಡು

EIMP9I

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

ಸಮ ಪ್ರಮಾಣ (Direct proportion)

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ಇಯತ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತುಲನೆ ಮಾಡಿ ಅದನ್ನು ಗುಣೋತ್ತರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನೋಡಿರುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾ. ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ ನೋಡಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ವ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ವರ್ತುಳದ ಉಂಟಾಗುವ ಭಾಗ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

(A) (B) (C) (D)

ಇಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ತಯಾರಾಗುವ ವರ್ತುಳದ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ?

- ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ **ಒಂದು** ವ್ಯಾಸದಿಂದ ವರ್ತುಳದ ☐ ಭಾಗಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಆಕೃತಿ (B)ಯಲ್ಲಿ **ಎರಡು** ವ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ವರ್ತುಳದ ☐ ಭಾಗಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
- ಆಕೃತಿ (D)ಯಲ್ಲಿ **ನಾಲ್ಕು** ವ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ವರ್ತುಳದ ☐ ಭಾಗಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

$$\frac{\text{ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

ಇಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಸ್ಥಿರ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ನಗರಪಾಲಿಕೆಯ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ದೊರೆತ ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಮಕ್ಕಳು	15	12	10	5
ವಹಿ-ಗಳು	90	72	60	30

$$\frac{\text{ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{15}{90} = \frac{12}{72} = \frac{10}{60} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

ಎಂದರೇನೇ ಈ ಗುಣೋತ್ತರ 1:6 ಹೀಗೆ ಸ್ಥಿರ (constant) ಇರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ, ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿಯ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಹ ಕಡಿಮೆ ಆಗುತ್ತದೆ. ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವರ್ತುಳ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವು ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ ಅದೇ ರೀತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ವಹಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

ಉಪಕ್ರಮ: ✸ ಮೋಟರ ಸಾಯಕಲದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದ ಪೆಟ್ರೋಲ ಮತ್ತು ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ ಇವು ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುವವೇ ? ವಿಚಾರ ಮಾಡಿರಿ.

✸ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿಯ ಮತ್ತು ದಿನನಿತ್ಯ ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿಯ ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಕೊಡಲು ಬರುವುದೇ ? ಅದರ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾ. 10 ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆ 60 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದರೆ 13 ಪೆನ್ನಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: 13 ಪೆನ್ನುಗಳ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯುವುದಿದೆ. ಅದು x ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ.

ಪೆನ್ನುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಬರೆದು ಸಮೀಕರಣ ದೊರಕಿಸೋಣ

$$\frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$\therefore\ 10x = 780$ (ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ $60x$ ಗುಣಿಸಿ)

$x = 78$

13 ಪೆನ್ನುಗಳ ಬೆಲೆ 78 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 37

1. 7 ಕಿಲೋ ಈರುಳ್ಳಿ 140 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಇದ್ದರೆ, 12 ಕಿಗ್ರ್ಯಾಂ ಈರುಳ್ಳಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಸಿಗುವುದು ?
2. 600 ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ 15 ಸಿವುಡು ಕಣಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ 1280 ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಿವುಡು ಸಿಗುವುದು ?
3. ಪ್ರತಿದಿನ 13 ಕಿಗ್ರ್ಯಾಂ 500 ಗ್ರಾ ್ಯಮ ಪೂರಕ ಆಹಾರ 9 ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ, ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ 12 ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಪೂರಕ ಆಹಾರ ಬೇಕಾಗುವುದು ?
4. 12 ಕ್ವಿಂಟಲ ಸೊಯಾಬಿನಕ್ಕೆ 36,000 ರೂಪಾಯಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ 8 ಕ್ವಿಂಟಲ ಸೊಯಾಬಿನದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?
5. ಎರಡು ಮೋಬಾಯಿಲಗಳ ಬೆಲೆ 16,000 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ 13 ಮೋಬಾಯಿಲ ಕೊಂಡು ಕೊಂಡರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಬೇಕಾಗುವವು ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣ (Inverse proportion)

ವೃಕ್ಷಾರೋಪಣ ಸಲುವಾಗಿ 90 ತಗ್ಗುಗಳನ್ನು ಅಗಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿದ್ದಾರೆ. ಒಬ್ಬ ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕನು ಪ್ರತಿದಿನ ಒಂದು ತಗ್ಗು ಅಗಿಯುತ್ತಾನೆ. 15 ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರಿಗೆ ಆ ತಗ್ಗುಗಳನ್ನು ಅಗಿಯಲು $\frac{90}{15} = 6$ ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.

10 ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರಿಗೆ ಆ ತಗ್ಗು ಆಗಿಯಲು $\frac{90}{10} = 9$ ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.
ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ತಗ್ಗು ಆಗಿಯಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು ಇವು ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆಯೇ ?

ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು ಕಡಿಮೆ ಆಗುತ್ತವೆ ಇದರ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರ ಸಂಖ್ಯೆ **ಕಡಿಮೆ** ಆದರೆ ಕೆಲಸದ ದಿನಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತವೆ. ಸ್ವಯಂ ಸೇವಕರು ಮತ್ತು ದಿನಗಳು ಇವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಸ್ಥಿರ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇವೆ ಎಂದು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ. ಸುಧಾಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿಯ 48 ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಬಿಡಿಸುವುದಿದೆ, ಅವಳು ದಿನಾಲು 1 ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಿದರೆ ಅವಳಿಗೆ ಸಂಗ್ರಹ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 48 ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಅವಳು ದಿನಾಲು 8 ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಿದರೆ, ಸಂಗ್ರಹ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಲು ಅವಳಿಗೆ $\frac{48}{8} = 6$ ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಅವಳು ದಿನಾಲು 12 ಉದಾಹರಣೆ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರೆ ಅವಳಿಗೆ $\frac{48}{12} = 4$ ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ.

ಪ್ರತಿದಿನ ಬಿಡಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಸ್ಥಿರ ಇರುತ್ತದೆ.

$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$ ಎಂದು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

ಉದಾ. ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟಲು 15 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ 8 ತಾಸು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ; ಹಾಗಾದರೆ 12 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ ಅದೇ ಕೆಲಸ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ತಾಸುಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ : ಕೂಲಿಕಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೆ ಕೆಲಸದ ತಾಸುಗಳು ಕಡಿಮೆ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಕೂಲಿಕಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅವರಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ವೇಳೆ ಇವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ವ್ಯಸ್ತ ಇದೆ.

ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟಲು ತಾಸ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಸ್ಥಿರ ಇದೆ.

ಈಗ x ಚಲವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸೋಣ:

12 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ x ತಾಸು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಹೀಗೆ ತಿಳಿಯೋಣ.

15 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ 8 ತಾಸು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

12 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ x ತಾಸು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ

$$12 \times x = 15 \times 8$$
$$\therefore \quad 12x = 120$$
$$\therefore \quad x = 10$$

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ 12 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ ಗೋಡೆ ಕಟ್ಟಲು 10 ತಾಸು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ವರ್ಗದಲ್ಲಿ 40 ಪುಟಗಳ ಹಸ್ತಲಿಖಿತ ಅಂಕ ತಯಾರಿಸುವ ಕೆಲಸ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿತು. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಈ ಅಂಕ ತಯಾರಿಸಲು 80 ದಿವಸ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಅಂಕ ತಯಾರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಒಂದೇ ಕೆಲಸ ಹೆಚ್ಚು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರೆ ಕಡಿಮೆ ದಿವಸಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು ಎಂದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ವ್ಯಸ್ತ ಇರುತ್ತದೆ. ನಾಲ್ಕು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ x ದಿವಸಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ	ದಿವಸ
1	80
4	x

$$4x = 80 \times 1$$
$$x = \frac{80}{4}$$
$$x = 20$$

$\therefore$ 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 20 ದಿವಸ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ 7ನೆಯ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವನವಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ತೋಟಕ್ಕೆ ಬಸ್ಸಿನಿಂದ ಹೋದರು. ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ ಉಂಟಾದ ಕೆಲವು ಅನುಭವ ನೋಡೋಣ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅನುಭವದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇವೆ ಅಥವಾ ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ.

- ವನವಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಿಂದ ಖರ್ಚಿಗಾಗಿ 60 ರೂಪಾಯಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿತು.

  ಒಟ್ಟು 45 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದ್ದರು ಆದ್ದರಿಂದ ☐ ರೂಪಾಯಿ ಕೂಡಿದವು.

  50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇರುತ್ತಿದ್ದರೆ ☐ ರೂಪಾಯಿ ಕೂಡುತ್ತಿದ್ದವು.

  ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಂಗ್ರಹವಾಗುವ ವಂತಿಗೆ/ ಇವು .... ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

- ಶಾಲೆಯ ಪಕ್ಕದ ಮಿಠಾಯಿ ಮಾರುವವನು ವನವಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ 90 ಲಡ್ಡು ಕೊಟ್ಟನು.

  45 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವನವಿಹಾರಕ್ಕೆ ಬಂದರು ಅವರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ☐ ಲಡ್ಡು ಸಿಕ್ಕವು.

  30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವನವಿಹಾರಕ್ಕೆ ಬಂದಿರುತ್ತಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ☐ ಲಡ್ಡು ಸಿಗುತ್ತಿದ್ದವು.

  ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ಸಿಗುವ ಲಡ್ಡು .... ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

- ವನವಿಹಾರದ ಸ್ಥಳವು ಶಾಲೆಯಿಂದ 120ಕಿ.ಮೀ ಇದ್ದಿತು.

  ತೋಟಕ್ಕೆ ಹೋಗುವಾಗ ಬಸ್ಸಿನ ವೇಗ 40 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಿತು ☐ ತಾಸು ಬೇಕಾದವು.

  ಮರಳಿ ಬರುವಾಗ ಬಸ್ಸಿನ ವೇಗ ತಾಸಿಗೆ 60 ಕಿಮೀ ಇದ್ದಿತು ಆದ್ದರಿಂದ ☐ ತಾಸು ಬೇಕಾದವು.

  ಬಸ್ಸಿನ ವೇಗ ಮತ್ತು ಬೇಕಾಗುವ ವೇಳೆ ಇವು .... ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

- ಒಕ್ಕಲಿಗನು ತನ್ನ ಗಿಡಗಳ ಬೋರೆಹಣ್ಣು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದನು. ಅವು 180 ಇದ್ದವು.

  ಅವನು 45 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಹಂಚಿದನು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ☐ ಬೋರೆಹಣ್ಣು ದೊರೆತವು.

  60 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದ್ದುದಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ☐ ಬೋರೆಹಣ್ಣು ದೊರೆಯುತ್ತಿದ್ದವು.

  ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಬೋರೆಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವು......ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 38

1. ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿಯ ಕಳೆ ತೆಗೆಯುವ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳ್ಳಲು 5 ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ 12 ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ, ಆದರೆ 6 ಕೆಲಸಗಾರರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಬೇಕು? 15 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಹತ್ತುವವು ?

2. ಮೋಹನರಾಯರು ದಿನಾಲು 40 ಪುಟಗಳಂತೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ ಓದಿದಾಗ ಆ ಪುಸ್ತಕವು 10 ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಓದಿ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅದೇ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 8 ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಓದಿ ಮುಗಿಸುವುದಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ದಿನ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದಬೇಕು ?

3. ಮೇರಿ ಇವಳ ಸಾಯಕಲ ನಡೆಸುವ ವೇಗ ತಾಸಿಗೆ 6 ಕಿಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. ಅವಳು 12 ಕಿಮೀ ಅಂತರದಲ್ಲಿರುವ ತನ್ನ ಚಿಕ್ಕಮ್ಮನ ಮನೆಗೆ ಹೋಗುವವಳಿದ್ದಾಳೆ, ಅವಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ? ಅವಳ ಸಾಯಕಲಿನ ವೇಗ ತಾಸಿಗೆ 4 ಕಿಮೀ ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುವುದು ?

4. ಒಂದು ಸರಕಾರಿ ಉಗ್ರಾಣದಲ್ಲಿಯ ಧಾನ್ಯ ಸಂಗ್ರಹವು 4000 ಜನರಿಗೆ 30 ದಿವಸ ಸಾಕಾಗುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಧಾನ್ಯ ಸಂಗ್ರಹವು 6000 ಜನರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಕಾಗುವುದು ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪಾಲುಗಾರಿಕೆ (Partnership)

ಯಾವುದೊಂದು ಉದ್ಯೋಗ ಆರಂಭ ಮಾಡುವಾಗ ಸ್ಥಳ, ಕಚ್ಚಾ ಸಾಮಗ್ರಿ ಮುಂತಾದವುಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಹಣ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಹಣದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಬಂಡವಾಳ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಬಹಳಷ್ಟು ಸಲ ಇಬ್ಬರು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಕೂಡಿ ಬಂಡವಾಳ ಸಂಗ್ರಹಿಸುತ್ತಾರೆ, ಎಂದರೇನೆ ಆ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಪಾಲುಗಾರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹಣ ತೊಡಗಿಸಿ ಉದ್ಯೋಗ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ. ಪಾಲುಗಾರಿಕೆಯ ಉದ್ಯೋಗದಲ್ಲಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಪಾಲುಗಾರರ ಸಂಯುಕ್ತ ಖಾತೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಉದ್ಯೋಗದ ಸಲುವಾಗಿ ಯಾವ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬಂಡವಾಳ ತೊಡಗಿಸಲಾಗಿರುತ್ತದೆ ಆ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಉದ್ಯೋಗದಲ್ಲಿ ಆದ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಹಾನಿ ಇದು ಹಂಚುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ. ಝೀಲಮ ಮತ್ತು ಅಥರ್ವ ಇವರು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 2100 ಮತ್ತು 2800 ರೂಪಾಯಿ ಬಂಡವಾಳ ಹಾಕಿ ವ್ಯವಸಾಯ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಅವರಿಗೆ 3500 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವಾಯಿತು. ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಂಚಬೇಕು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣ ತೆಗೆಯೋಣ. 2100 : 2800 ಎಂದರೆ $\frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣ 3:4 ಇರುತ್ತದೆ.

ಲಾಭವನ್ನು ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹಂಚುವುದಿದೆ. ಝೀಲಮನ ಲಾಭ $3x$ ಮತ್ತು ಅಥರ್ವನ ಲಾಭ $4x$ ತಿಳಿಯೋಣ.

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ ಒಟ್ಟು ಲಾಭ 3500 ಇರುತ್ತದೆ.

$\therefore\ 7x = 3500$ $\therefore\ x = 500$

ಝೀಲಮನಿಗೆ $3x = 1500$ ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಅಥರ್ವ $4x = 2000$ ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ದೊರೆಯುವುದು

ಉದಾ. ಒಂದು ವ್ಯವಸಾಯದಲ್ಲಿ ಚಿನ್ಮಯ ಮತ್ತು ಸ್ಯಾಮ ಇವರು 130000 ರೂಪಾಯಿ ಬಂಡವಾಳ 3:2 ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿದರು ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಹಣ ಹೂಡಿಕೆ ಎಷ್ಟು ? ಈ ವ್ಯವಸಾಯದಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ 36000 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಲಾಭ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಚಿನ್ಮಯ ಮತ್ತು ಸ್ಯಾಮ ಇವರ ಹಣಹೂಡಿಕೆಯ ಪ್ರಮಾಣ 3 : 2 ಇರುತ್ತದೆ.

ಹೂಡಿಕೆಯ **ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ** ಲಾಭದ ವಿತರಣೆ ಆಗುವುದರಿಂದ ಲಾಭದ ಪ್ರಮಾಣ 3 : 2 ಇರುವುದು.

ಚಿನ್ಮಯನ ಹಣಹೂಡಿಕೆ $3y$ ಮತ್ತು ಸ್ಯಾಮ್ ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣ $2y$ ತಿಳಿಯೋಣ.

$3y + 2y$ = ಒಟ್ಟು ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣ

$\therefore 5y = 130000$

$\frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ ..... (5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)

$\therefore y = 26000$

$\therefore$ ಚಿನ್ಮಯನು ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣ $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$= 78,000$

ಸ್ಯಾಮ್‌ನು ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣ $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$= 52000$

ಚಿನ್ಮಯನ ಲಾಭ $3x$ ಮತ್ತು ಸ್ಯಾಮನ ಲಾಭ $2x$ ತಿಳಿಯೋಣ.

$3x + 2x$ = ಒಟ್ಟು ಲಾಭ

$5x = 36000$

$\frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ .....(5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)

$\therefore x = 7200$

$\therefore$ ಚಿನ್ಮಯನ ಲಾಭ $= 3x$

$= 3 \times 7200$

$= 21600$

ಸ್ಯಾಮನ ಲಾಭ $= 2x$

$= 2 \times 7200$

$= 14400$

ಉದಾ. ಅಬ್ದುಲ, ಸೇಜಲ ಮತ್ತು ಸೋಹಮ ಇವರು ಸಾಯಲಿ ಇವಳಿಗೆ 30 ರೂಪಾಯಿ, 70 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು 50 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟರು. ಸಾಯಲಿಯು ಅದರಲ್ಲಿ 150 ರೂಪಾಯಿ ಹಾಕಿ ಕಾಗದ, ಬಣ್ಣ ಈ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತಂದಳು. ಅವುಗಳಿಂದ ಎಲ್ಲರೂ ಶುಭಾಶಯ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಅ ಎಲ್ಲ ಶುಭಾಶಯ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಮಾರಿದರು. ಅವರಿಗೆ ಒಟ್ಟು 420 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ನಾಲ್ವರದು ಕೂಡಿ ಒಟ್ಟು ಬಂಡವಾಳ 300 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 150 ರೂಪಾಯಿ ಸಾಯಲಿ ಇವಳದು ಇದ್ದವು ಎಂದರೆ ಅರ್ಧ ಬಂಡವಾಳ ಅವಳದು ಆಗಿತ್ತು. ಅವರಿಗೆ ಒಟ್ಟು 420 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು. ಸಾಯಲಿಯ ಲಾಭ 420ರ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಆಯಿತು ಉಳಿದ 210 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವನ್ನು ಅಬ್ದುಲ, ಸೇಜಲ ಮತ್ತು ಸೊಹಮ ಇವರಿಗೆ ಹಂಚಿತು.

ಅಬ್ದುಲ, ಸೇಜಲ ಮತ್ತು ಸೋಹಮ ಇವರ ಬಂಡವಾಳ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 30 ರೂಪಾಯಿ, 70 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು 50 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣ 30:70:50 ಇರುತ್ತದೆ. ಎಂದರೇನೆ 3:7:5 ಇರುತ್ತದೆ. ಮೂವರ ಲಾಭ 210 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅವರ ಲಾಭ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $3k$, $7k$, $5k$ ತಿಳಿಯುವಾ. $3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore 15k = 210$

$\therefore k = 14$

ಎಂದರೆ ಅಬ್ದುಲನ ಲಾಭ $= 3k = 3 \times 14 = 42$ ರೂಪಾಯಿ

ಸೇಜಲಳ ಲಾಭ $= 7k = 7 \times 14 = 98$ ರೂಪಾಯಿ, ಸೋಹಮನ ಲಾಭ $= 5k = 5 \times 14 = 70$ ರೂಪಾಯಿ.

ಉದಾ. ಸರಿತಾಬೆನ, ಆಯೇಶಾ ಮತ್ತು ಮೀನಾಕ್ಷಿ ಇವರು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು 2400, 5200 ಮತ್ತು 3400 ರೂಪಾಯಿ ತೊಡಗಿಸಿ ಉದ್ಯೋಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಅವರಿಗೆ 50% ಲಾಭ ಆಯಿತು. ಅದನ್ನು ಅವರು ಹೇಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಅದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಉದ್ಯೋಗದ ಸಲುವಾಗಿ ಬಂಡವಾಳದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಿದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಪಾಲುದಾರಿಕೆ ಎಷ್ಟು ಇರುವುದು ?

ಅರ್ಥ ವಿವರಣೆ: ಒಟ್ಟು ಬಂಡವಾಳ $= 2400 + 5200 + 3400 = 11000$ ರೂಪಾಯಿ.

ಈ ಬಂಡವಾಳದಿಂದ 50% ಲಾಭವಾಯಿತು $\therefore$ ಒಟ್ಟು ಲಾಭ $= \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$

ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಹಂಚುವುದಿದೆ.

ನಾವು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಧಾರಣ ವಿಭಾಜಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಅದೇ ಪ್ರಕಾರ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಪಾಲುಗಾರಿಕೆಯ ಪ್ರಮಾಣ = 2400 : 5200 : 3400

= 24 : 52 : 34 (100 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)

= 12 : 26 : 17 (2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ)

ಸರಿತಾಬೆನಳ ಲಾಭ =12p, ಆಯೇಶಾಳ ಲಾಭ = 26p, ಮೀನಾಕ್ಷಿಯ ಲಾಭ = 17p ತಿಳಿಯೋಣ.

$\therefore$ 12p + 26p + 17p = 55p = 5500 $\therefore$ $p = \frac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ ಸರಿತಾಳ ಲಾಭ = 12 × 100 = 1200, ಆಯೇಶಾಳ ಲಾಭ = 26 × 100 = 2600 ಮತ್ತು ಮೀನಾಕ್ಷಿಯ ಲಾಭ = 17 × 100 = 1700,

ಲಾಭವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾರದೆ ಅದನ್ನು ಬಂಡವಾಳದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಹೊಸ ಬಂಡವಾಳದಲ್ಲಿ ತೆಗೆಯೋಣ.

ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಸರಿತಾಬೆನಳ ಬಂಡವಾಳ = 2400 + 1200 = ₹ 3600

ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಆಯೇಶಾಳ ಬಂಡವಾಳ = 5200 + 2600 = ₹ 7800

ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಮೀನಾಕ್ಷಿಯ ಬಂಡವಾಳ = 3400 + 1700 = ₹ 5100

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

- ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿತಾಬೆನ, ಆಯೇಶಾ ಮತ್ತು ಮೀನಾಕ್ಷಿ ಇವರಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಲಾಭವನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸದೆ ತಮ್ಮ ಬಂಡವಾಳದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಿದರು, ಹಾಗಾದರೆ ಮುಂದಿನ ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಅವರ ಬಂಡವಾಳದ ಪ್ರಮಾಣ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 39

1. ಸುರೇಶ ಮತ್ತು ರಮೇಶ ಇವರು 144000 ರೂಪಾಯಿ 4 : 5 ಈ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿ ಒಂದು ಭೂಭಾಗ ಕೊಂಡು ಕೊಂಡರು. ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅದನ್ನು ಮಾರಿ ಅವರಿಗೆ 20% ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲಾಭ ಸಿಕ್ಕಿತು ?
2. ವಿರಾಟ ಮತ್ತು ಸಮ್ರಾಟ ಇವರು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 50000 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು 120000 ರೂಪಾಯಿ ತೊಡಗಿಸಿ ಉದ್ದಿಮೆ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಈ ಉದ್ದಿಮೆಯಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ 20% ಹಾನಿ ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಾನಿ ಆಯಿತು ?
3. ಶ್ವೇತಾ, ಪಿಯುಷ ಮತ್ತು ನಚಿಕೇತ ಈ ಮೂವರು ಕೂಡಿ ಸೋಲಾಪುರದ ಚಾದರ ಮತ್ತು ಟಾವೇಲ ಮಾರುವ ವ್ಯಾಪಾರ 80000 ರೂಪಾಯಿ ತೊಡಗಿಸಿ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಅದರಲ್ಲಿ ಶ್ವೇತಾಳ ಬಂಡವಾಳ 30000 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದಿತು ಮತ್ತು ಪಿಯುಷನ ಬಂಡವಾಳ 12000 ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದಿತು. ಅವರಿಗೆ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 24 % ಲಾಭ ಆಯಿತು, ಹಾಗಾದರೆ ನಚಿಕೇತನ ಪಾಲುಗಾರಿಕೆ ಎಷ್ಟು ಇದ್ದಿತು? ನಚಿಕೇತನಿಗೆ ದೊರೆತ ಲಾಭದ ಹಣ ಎಷ್ಟು ?
4. ಅ ಮತ್ತು ಬ ಇವರು ಪ್ರಾಪ್ತವಾದ 24500 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭವನ್ನು 3 : 7 ಈ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ದೊರೆತ ಲಾಭದಲ್ಲಿ 2% ಹಣ ಸೈನಿಕ ಕಲ್ಯಾಣ ನಿಧಿಗೆ ಕೊಟ್ಟರು, ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ನಿಧಿಗಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಟ್ಟರು ?
5*. ಜಯಾ, ಸೀಮಾ, ನಿಖಿಲ ಮತ್ತು ನಿಲೇಶ ಇವರು ಉದ್ಯೋಗಕ್ಕಾಗಿ 3:4:7:6 ಈ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ 360000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಪಾಲುಗಾರಿಕೆ ಮಾಡಿದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಜಯಾಳ ಬಂಡವಾಳ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಇದ್ದಿತು ? ಅವರಿಗೆ ಈ ಉದ್ಯೋಗದಲ್ಲಿ 12% ಲಾಭ ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ನಿಖಿಲನ ಪಾಲಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ದೊರೆಯುವವು ?

10 ಬ್ಯಾಂಕು ಮತ್ತು ಸರಳಬಡ್ಡಿ

EIHK86

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬ್ಯಾಂಕು ಇದು ಹಣಕಾಸಿನ ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡುವ ಸರಕಾರ ಮಾನ್ಯ ಸಂಸ್ಥೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಮೇಲೆ ಹಣದ ನಿಯೋಜನೆ ಎಂದರೆ ಅರ್ಥ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮಾಡುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ನಗದು ಹಣವನ್ನು ತುಂಬುವುದು ಅಥವಾ ನಗದು ಹಣವನ್ನು ತೆಗೆಯುವುದು ಇಂತಹ ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಖಾತೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರದ ಖಾತೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವಿವಿಧ ಖಾತೆಗಳು

✸ **ಪ್ರಸ್ತುತ ಖಾತೆ (Current account)**

ಪ್ರಸ್ತುತ ಖಾತೆಯು (ಚಾಲ್ತಿ ಖಾತೆ) ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ವ್ಯಾಪಾರಿಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ ಹಣದ ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡುವವರ ಸಲುವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ಖಾತೆದಾರನು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದಷ್ಟು ಸಲ ಕೊಡ-ಕೊಳ್ಳುವುದು ಮಾಡಬಲ್ಲನು. ಈ ಖಾತೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕ ಪಾಸಬುಕ್ ಮತ್ತು ಬೇಡಿದರೆ ಚೆಕಬುಕ್ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರದ ಖಾತೆಗೆ ಬ್ಯಾಂಕ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡುವುದಿಲ್ಲ. ಚೆಕ್ಕಿನ ಮುಖಾಂತರ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಹಣ ತುಂಬಲು ಬರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಹಣ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ.

✸ **ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆ (Savings account)**

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಣವನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ ಖಾತೆದಾರನು ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆಯನ್ನು ತೆರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಬ್ಯಾಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯ ಹಣವನ್ನು ತುಂಬದೆ ಖಾತೆ ತೆರೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನದ ತುಂಬಲಾದ ಶಿಲ್ಕು ಹಣದ ಆಧಾರದಿಂದ ಬ್ಯಾಂಕು ಅಲ್ಪ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಅನೇಕ ಸಲ ನಿಗಧಿಯಾದ ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಹಣ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಮೇಲೆ ಬಂಧನಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಖಾತೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕು ಪಾಸಬುಕ್ ಮತ್ತು ಬೇಡಿಕೆಯಂತೆ ಚೆಕಬುಕ್ ಕೊಡುತ್ತದೆ.

✸ **ಮರುಕಳಿಸುವ ಠೇವಣಿ ಖಾತೆ (Recurring deposit account)**

ಈ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಣ ತುಂಬುತ್ತಾರೆ ಅದು ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು ಎಂದು ಬ್ಯಾಂಕು ಖಾತೆದಾರನು ನಿಶ್ಚಯಿಸುತ್ತಾನೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರದ ಠೇವಣಿಯ ಮೇಲೆ ಬ್ಯಾಂಕು ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಈ ಬಡ್ಡಿಯ ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಇಂತಹ ಖಾತೆಯಿಂದ ಖಾತೆದಾರನ ಕಡ್ಡಾಯದ ಉಳಿತಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉಪರೋಕ್ತ ಖಾತೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಸಂಯುಕ್ತ ಯಾವಾಗ ಖಾತೆ ಇರುವುದು ಅನುಕೂಲದ್ದು ಇರುತ್ತದೆ. ಉದಾ. ಪತಿ-ಪತ್ನಿ, ಪಾಲಕ ಮತ್ತು ಬಾಲಕ, ಇತ್ಯಾದಿ. ಅದರಂತೆ ಉದ್ದಿಮೆಯಲ್ಲಿಯ ಪಾಲುಗಾರಿಕೆ, ಹೌಸಿಂಗ ಸೊಸಾಯಟಿ, ಸೇವಾ ಸಂಸ್ಥೆ ಮುಂತಾದುವುಗಳಿಗಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿಯ ಖಾತೆಯನ್ನು ಒಬ್ಬರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಬಳಸುವುದು ಅವಶ್ಯವಿರುತ್ತದೆ.

✸ **ಕಾಲಾವಧಿ ಠೇವಣಿ (ಮುದತ್ತಿನ ಠೇವಣಿ) (Fixed deposit)**

ಠೇವಣಿದಾರನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಣ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕಾಲಾವಧಿಯ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತಾರೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರದ ಠೇವಣಿಯ ಮೇಲೆ ಬ್ಯಾಂಕು ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಡ್ಡಿ ದರ ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಕಾಲಾವಧಿ ಠೇವಣಿಯ ಮೇಲಿನ ಬಡ್ಡಿ ದರವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬ್ಯಾಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನ ಆಗಿರಬಹುದು. ಹಿರಿಯ ನಾಗರಿಕರಿಗೆ ನಿಯಮಿತ ದರಕ್ಕಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಬಡ್ಡಿ ದರ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಕ್ರೆಡಿಟ್, ಎಟಿಎಮ್, ಮತ್ತು ಡೆಬಿಟ್ ಕಾರ್ಡ: ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಹೋಗದೆ ನಗದು ಹಣ ಪಡೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಎಟಿಎಮ್ ATM (Automated teller machine) ಕಾರ್ಡಿನ ಉಪಯೋಗವಾಗುತ್ತದೆ, ನಗದು ಹಣದ ಹೊರತಾಗಿ ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಕ್ರೆಡಿಟ್ ಕಾರ್ಡ್ ಮತ್ತು ಡೆಬಿಟ್ ಕಾರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಕಾರ್ಡುಗಳು ವಿನಂತಿಯ ಮೇರೆಗೆ ಆ ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಖಾತೆದಾರನಿಗೆ ದೊರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

- ನೀವು ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಪಾಸಬುಕ್ಕನ್ನು ನೋಡಿರುವಿರಾ ?

ಕೆಳಗೆ ಬ್ಯಾಂಕು ಪಾಸಬುಕ್ಕಿನ ಒಂದು ಪುಟವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ನೋಂದಾಯಿಸಿದ್ದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ

ಸಾಲು ಕ್ರ. पंक्ति क्र. LINE NO.	ತಾರೀಖು दिनांक DATE	ವಿವರ ब्यौरा PARTICULARS	ಚೆಕ್ ಕ್ರಮಾಂಕ चेक क्रमांक CHEQUE No.	ಹಣ ತೆಗೆಯಿತು निकाली गई रकम AMOUNT WITHDRAWN	ಹಣ ತುಂಬಿತು जमा की गई रकम AMOUNT DEPOSITED	ಶಿಲ್ಕು बाकी जमा BALANCE
1.	2.2.2016	cash			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	cheque	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	cheque	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	self		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	interest			135.00	7635.00

- ತಾರೀಖು 2.2.16 ರಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದ ಹಣ ☐ ರೂಪಾಯಿ ಶಿಲ್ಕು ☐ ರೂಪಾಯಿಗಳು.
- ತಾರೀಖು 12.2.16 ರಂದು ಚೆಕ್ ಕ್ರ 243965ರಿಂದ ☐ ಹಣ ತೆಗೆದಿದೆ. ಶಿಲ್ಕು ಹಣ ☐ ರೂಪಾಯಿಗಳು.
- ತಾರೀಖು 26.2.16 ರಂದು ಬ್ಯಾಂಕು ಬಡ್ಡಿ (interest) ಕೊಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಅದರ ಹಣ ☐ ರೂಪಾಯಿಗಳು.

ಉಳಿತಾಯ ಖಾತೆ ಮತ್ತು ಮರುಕಳಿಸುವ ಠೇವಣಿ ಖಾತೆ ಇವುಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಪಾಸಬುಕ್ ಇರುತ್ತದೆ ಆ ಪಾಸಬುಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ತಾರೀಖಿಗನುಸರಿಸಿ ತುಂಬಿದ ಹಣ, ತೆಗೆದ ಹಣ ಮತ್ತು ಶಿಲ್ಕು ಈ ಎಲ್ಲ ಸಂಗತಿಗಳ ನಮೂದನೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ: ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿಯ ಹಿರಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಅಪ್ಪಣೆ ಪಡೆದು ಅವರ ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಪಾಸಬುಕ್ಕಿನಲ್ಲಿಯ ನಮೂದನೆಯ ಅರ್ಥ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸುವಿದ್ಯಾ ಇವಳು ಗಣಕ-ಯಂತ್ರವನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 8 ದರದಿಂದ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ 30000 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಒಂದು ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ ಪಡೆದಳು. ಕಾಲಾವಧಿ ಪೂರ್ಣವಾದ ನಂತರ ಪಡೆದ ಹಣಕ್ಕಿಂತ 2400 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಅವಳು ಕೊಡಬೇಕಾಯಿತು.

- ಈ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಸಲು = ₹ ☐ , ಬಡ್ಡಿಯ ದರ = ₹ ☐ , ಬಡ್ಡಿ = ₹ ☐ , ಅವಧಿ = ☐ ವರ್ಷ

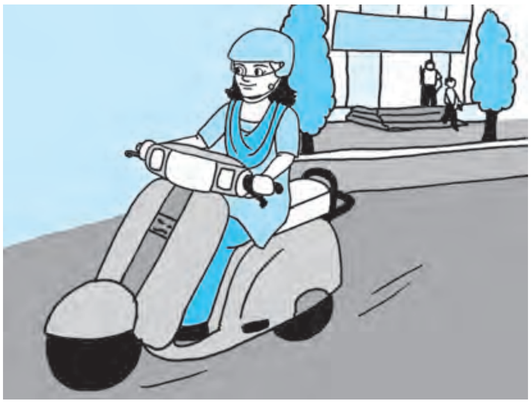
ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಮರಳಿ ಕೊಟ್ಟ ಒಟ್ಟು ಹಣ = 30000 + 2400 = ☐

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಸುವಿದ್ಯಾಳು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದ ಹಣ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ತೆಗೆಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅಸಲು ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಲಾಯಿತು ಈ ಹಣಕ್ಕೆ ರಾಸು ಎಂದು ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ = ರಾಸು

ಉದಾ. ನೇಹಾ ಇವಳು ದ್ವಿಚಕ್ರ ವಾಹನ ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶೇ. 12 ದರದಿಂದ ಬ್ಯಾಂಕಿನ ಕಡೆಯಿಂದ 50,000 ರೂಪಾಯಿ ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು ಒಂದು ವರ್ಷದ ನಂತರ ಅವಳು ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಪಾವತಿ ಮಾಡುವಳು?



ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವಧಿಯ ನಂತರ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಮರಳಿ ಪಾವತಿ ಮಾಡಿದ ಒಟ್ಟು ಹಣ ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಎಂದರೇನೇ ರಾಸು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅಸಲು 50000 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶೇ. 12 ದರದಿಂದ ಎಂದರೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿಗೆ 1 ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ 12 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಬಡ್ಡಿಯ ಅಸಲಿನೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರದಿಂದ ಬರೆದು ಸಮೀಕರಣ ದೊರಕಿಸೋಣ.

50000 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿಗೆ ಆಗುವ ಬಡ್ಡಿ x ರೂಪಾಯಿ ತಿಳಿಯೋಣ.

100 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ ಆಗುವ ಬಡ್ಡಿ 12 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

$$\frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$ (ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 50000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿರಿ)

$$x = 6000$$

(ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಮರಳಿ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ) ರಾಸು = ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ

= 50000 + 6000

$\therefore$ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಮರಳಿ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣ = ₹ 56000

ಉದಾ. ಆಕಾಶನು ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶೇ. 8 ದರದಿಂದ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ 25000 ರೂಪಾಯಾ 3 ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಠೇವಣಿ ಎಂದು ಇಟ್ಟನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನಿಗೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು ? ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅಸಲು 25000 ರೂಪಾಯಿ ಅವಧಿ 3 ವರ್ಷ, ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಶೇಕಡಾ 8 ಇರುತ್ತದೆ.

100 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 8 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಇದೆ ಆದ್ದರಿಂದ 25000 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿಯ ಮೇಲೆ 1 ವರ್ಷಕ್ಕೆ x ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಇರುತ್ತದೆ, ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ. ಬಡ್ಡಿಯ ಅಸಲಿನೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ನೋಡೋಣ.

$$\frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$ (ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 25000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ)

$$\therefore x = 2000$$

ಆಕಾಶನಿಗೆ 1 ವರ್ಷದ ಸಲುವಾಗಿ 2000 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು.

ಆಕಾಶನಿಗೆ 3 ವರ್ಷಗಳ ಒಟ್ಟು = 2000 x 3 = 6000 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಒಂದು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸೂತ್ರ ನೋಡೋಣ.

ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಅಸಲು ಸ್ಥಿರ ಇಟ್ಟು ಒಂದೇ ದರದಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಆಕರಣೆಗೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. 'ಅ' ಅಸಲು ಕ' ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 'ದ' ಇದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುವುದು ಎಂದು ತೆಗೆಯೋಣ. 'ಅ' ಅಸಲಿಗೆ 1 ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ 'ಬ' ತಿಳಿಯೋಣ.

1 ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಅಸಲು ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ನೋಡೋಣ. ಹಿಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಸೂತ್ರದಿಂದ ಬಿಡಿಸೋಣ.

$$\therefore \frac{\text{ಬ}}{\text{ಅ}} = \frac{\text{ದ}}{100} \qquad \therefore \text{ವ} = \frac{\text{ಮ} \times \text{ದ}}{100}$$

$$\text{ಕ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ} = \text{ವ} \times \text{ಕ} = \frac{\text{ಅ} \times \text{ದ} \times \text{ಕ}}{100}$$

$$\therefore \text{ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅಸಲು} \times \text{ದರ} \times \text{ಕಾಲಾವಧಿ}}{100}$$

ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಮ = 25000, ದ = 8, ಕ = 3

$$\text{ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅ} \times \text{ದ} \times \text{ಕ}}{100}$$

$$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$$

$$= 6000$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ 6000 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- $\text{ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅ} \times \text{ದ} \times \text{ಕ}}{100}$ ಇಲ್ಲಿ ಅ = ಅಸಲು, ದ = ಬಡ್ಡಿಯ ದರ, ಕ = ಕಾಲಾವಧಿ (ವರ್ಷಗಳು)

ಉದಾ. ಸಂದೀಪ ಅಣ್ಣ ಅವರು ಮಗನ ಶಿಕ್ಷಣದ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ. ಶೇ. $8\frac{1}{2}$ ದರದಿಂದ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ 120000 ರೂಪಾಯಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲ 4 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು. ಅವರು ಆ ಅವಧಿ ಮುಗಿದಾಗ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಪಾವತಿ ಮಾಡಿದರು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅಸಲು 12000 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಡ್ಡಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.

ಅ = 120000, ದ = 8.5, ಕ = 4

$$\therefore \text{ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅ} \times \text{ದ} \times \text{ಕ}}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$$

$$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$$

$$= 120 \times 85 \times 4$$

$$= 40800$$

ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಪಾವತಿ ಮಾಡಿದ (ಮರಳಿ ಕೊಟ್ಟ) ಒಟ್ಟು ಹಣ ಎಂದರೇನೇ ರಾಸು = 12000 + 40800 = 160800 ರೂಪಾಯಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 40

1. ರಿಹಾನಾ ಇವಳು 1500 ರೂಪಾಯಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ ಸಣ್ಣ ಉಳಿತಾಯ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ (ಸಂಚಯಿಕೆ) ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 9 ದರದಿಂದ 2 ವರ್ಷಗಳಿಗಾಗಿ ಇಟ್ಟರೆ ಅವಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ದೊರೆಯುವುದು ?
2. ಜೇತಾಲಾಲ ಇವರು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 10 ದರದಿಂದ 2,50,000 ರೂಪಾಯಿ 5 ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಗಾಗಿ ಮನೆ ಕಟ್ಟುವ ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರಿಗೆ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗುವುದು? ಅದರಂತೆ ಅವರಿಗೆ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ತುಂಬಬೇಕಾಗುವುದು ?

3*. ಶ್ರೀಕಾಂತನು 85,000 ರೂಪಾಯಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 7 ದರದಿಂದ $2\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಉಳಿತಾಯ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನಿಗೆಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು ?

4. ಯಾವುದೇ ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಿಂದ 5000 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 4 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ 1200 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಆಗುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅದೇ ದರದಿಂದ ಅಷ್ಟೇ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ 15000 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿನ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ಆಗುವುದು.
5. ಪಂಕಜನು 1,50,000 ರೂಪಾಯಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 10 ದರದಿಂದ 2 ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಎಂದು ಇಟ್ಟನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನಿಗೆ ತಿರುಗಿ ಸಿಗುವ ಒಟ್ಟು ಹಣ ಎಷ್ಟು ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಅಸಲು, ಅವಧಿ, ದರ, ರಾಸು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಂಗತಿಗಳು ಕೊಟ್ಟರೆ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸಂಗತಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.

ಸೂತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿ ಸಮೀಕರಣ ಮಂಡಿಸಿ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಅಸಲು = 25000 ರೂಪಾಯಿ, ರಾಸು = 31,000 ರೂಪಾಯಿ, ಅವಧಿ = 4 ವರ್ಷ ಇದ್ದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಷ್ಟು ?

ಇಲ್ಲಿ ರಾಸು − ಅಸಲು = ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ

$31000 - 25000 = 6000$

ಅಸಲು = 25000 ರೂಪಾಯಿ, ಅವಧಿ = 4 ವರ್ಷ, ಬಡ್ಡಿ=6000 ರೂಪಾಯಿ,

ಈಗ ನಾವು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ = ದ ತಿಳಿಯೋಣ.

$$\text{ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅಸಲು} \times \text{ದರ} \times \text{ಕಾಲಾವಧಿ}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times \text{ದರ} \times 4}{100}$$

$$\text{ದ} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$\therefore$ ದ $= 6$ $\therefore$ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 6 ರೂಪಾಯಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಉನ್ಮೇಶನು ಕೆಲವು ಹಣವನ್ನು 5 ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಸರಳಬಡ್ಡಿಯಿಂದ ಸಾಲದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡನು. ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 9 ಇರುತ್ತದೆ. ಅವನು 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಗೆ ಒಟ್ಟು 17400 ರೂಪಾಯಿ ಮರಳಿ ಕೊಟ್ಟನು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವನು ಎಷ್ಟು ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದನು ?

$\text{ಬಡ್ಡಿ} = \frac{\text{ಅಸಲು} \times \text{ದರ} \times \text{ಕಾಲಾವಧಿ}}{100}$ ಕಾಲಾವಧಿ ಈ ಸೂತ್ರ ಉದಾಹರಣೆ ಬಿಡಿಸಲು ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಬರುವುದಿಲ್ಲ,

ಏಕೆಂದರೆ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಅಸಲು ಎರಡೂ ಗೊತ್ತಿರುವುದಿಲ್ಲ; ಆದರೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 5 ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 45 ರೂಪಾಯಿಗಳು ಬಡ್ಡಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಆದರೆ 100 + 45 = 145 ರೂಪಾಯಿಗಳು ರಾಸು ಆಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಅಸಲು ಮತ್ತು ರಾಸು ಇವುಗಳ ಗುಣೋತ್ತರ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರದಿಂದ ಮಂಡಿಸಿ ಸಮೀಕರಣ ದೊರಕಿಸೋಣ.

ಉನ್ಮೇಶನ ಅಸಲು ಅ ಇದ್ದರೆ $\frac{\text{ಅ}}{17400} = \frac{100}{145}$

$\therefore$ ಅ $= \frac{100 \times 17400}{145} = 12000$

$\therefore$ ಉನ್ಮೇಶನ ಸಾಲ 12000 ರೂಪಾಯಿ ಇತ್ತು.

ನಡೆಯಿರಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

- ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೊಸ ಪ್ರಕಾರದ ಸಮೀಕರಣ ಮಂಡಿಸಿ ಈ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಬರುವುದೇ ?

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 41

1. 1700 ರೂಪಾಯಿಗಳ, ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. ಕೆಲವು ದರದಿಂದ, 2 ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ 340 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಶೇ......ಇರುವುದು.

   (i) 12 % (ii) 15 % (iii) 4 % (iv) 10 %

2. 3000 ರೂಪಾಯಿಗಳ ವಿಶಿಷ್ಟ ದರದ, ವಿಶಿಷ್ಟ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ 600 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ; ಹಾಗಾದರೆ 1500 ರೂಪಾಯಿಗಳ ಅಷ್ಟೇ ದರದ ಅಷ್ಟೇ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವುದು ?

   (i) 300 ರೂಪಾಯಿ (ii) 1000 ರೂಪಾಯಿ (iii) 700 ರೂಪಾಯಿ (iv) 500 ರೂಪಾಯಿ

3. ಜಾವೇದನು 12000 ರೂಪಾಯಿ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 9 ದರದಿಂದ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟನು. ಅವನು ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಬಡ್ಡಿಯ ಹಣ ಪಡೆಯುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವನಿಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಸಹಿತ ಒಟ್ಟು 17400 ರೂಪಾಯಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

4*. ಲತಾಬೆನ ಅವರು ಗೃಹೋದ್ಯೋಗ ಆರಂಭ ಮಾಡಲು ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಕೆಲವು ಹಣ ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ. 10 ದರದಿಂದ $2\frac{1}{2}$ ವರ್ಷಕ್ಕಾಗಿ ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು ಅವರು ಸಾಲ ಮುಟ್ಟಿಸಲು ಒಟ್ಟು 10250 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಕೊಟ್ಟರು, ಹಾಗಾದರೆ ಅವರು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಸಾಲ ಪಡೆದಿದ್ದರು ?

5. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿಯ ತೆರೆದಿದ್ದ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ.

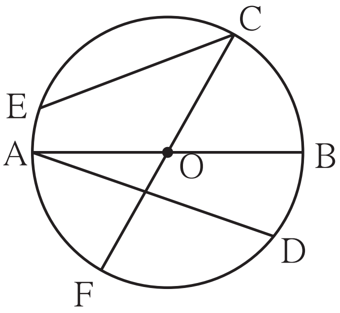
	ಅಸಲು	ಬಡ್ಡಿಯ ದರ (ಪ್ರ.ವ.ಪ್ರ.ಶೇ.)	ಅವಧಿ (ಕಾಲ)	ಬಡ್ಡಿ	ರಾಸು
(i)	4200	7%	3 ವರ್ಷ	......	......
(ii)	......	6%	4 ವರ್ಷ	1200	......
(iii)	8000	5%	......	800	......
(iv)	......	5%	......	6000	18000
(v)	......	$2\frac{1}{2}$ %	5 ವರ್ಷ	2400	......

ಚಟುವಟಿಕೆ: ✸ ವಿವಿಧ ಬ್ಯಾಂಕುಗಳಿಗೆ ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ, ಭೇಟಿ ಕೊಡಿರಿ ಮತ್ತು ಅವರ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಖಾತೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕೊಡಲಾಗುವ ಬಡ್ಡಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

✸ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಂಚಯಿಕೆ (ಉಳಿತಾಯ ಬ್ಯಾಂಕು) ತಯಾರಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಖಾತೆ ತೆರೆದು ಆರ್ಥಿಕ ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿರಿ.

11 ವರ್ತುಳ

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.



- ಪಕ್ಕದ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ, ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ ಗುರುತಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಹೆಸರು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

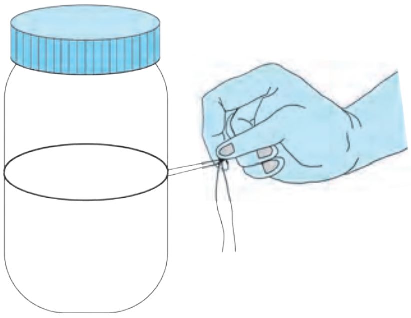
ತ್ರಿಜ್ಯ				
ಜ್ಯಾ				
ವ್ಯಾಸ				

ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ (Circumference of a circle)

ಕೃತಿ I ದಂಡಗೋಲಾಕಾರದ ನೀರಿನ ಬಾಟಲಿಯನ್ನು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಇಟ್ಟು ತಳದ ಸುತ್ತಲೂ ವರ್ತುಳ ತೆಗೆಯಿರಿ. ದಾರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ ಅಳೆಯಿರಿ.

ಕೃತಿ II ಬಳೆಯ ಪರೀಘವನ್ನು ದಾರದಿಂದ ಅಳೆಯಿರಿ.

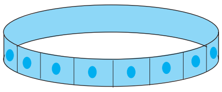
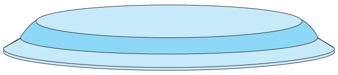
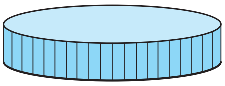
ಕೃತಿ III ಯಾವುದೊಂದು ವರ್ತುಳಾಕಾರ ವಸ್ತುವಿನ ದಾರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರೀಘವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪರೀಘ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ ಸಂಬಂಧ

ಕೃತಿ I ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ವಸ್ತುಗಳ ಪರೀಘ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ ಅಳೆದು ಪರೀಘದ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅ. ಕ್ರ.	ವಸ್ತು	ಪರೀಘ	ವ್ಯಾಸ	ಪರೀಘದ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಗುಣೋತ್ತರ
1.	 ಬಳೆ	19 ಸೆಮೀ	6 ಸೆಮೀ	$\frac{19}{6} = 3.16$
2.	ವರ್ತುಳಾಕಾರ ತಿರುವಿದ ತಟ್ಟೆ 	....	....	....
3.	 ಬರಣಿಯ ಮುಚ್ಚಳ	....	....	....

ಕೋಷ್ಟಕದ ಮೇಲಿಂದ ಪರೀಘದ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ ನಮಗೆ ಏನು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ ?

ಯಾವುದೇ ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘದ ಅದರ ವ್ಯಾಸದೊಡನೆ ಇರುವ ಗುಣೋತ್ತರವು ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದ್ದು ಸುಮಾರಾಗಿ ಸ್ಥಿರ ಇರುತ್ತದೆ. ಈ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆ π (ಪಾಯ) ಈ ಗ್ರೀಕ ವರ್ಣಾಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತತಜ್ಞರು ಪರಿಶ್ರಮದಿಂದ ಸಿದ್ಧ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ, ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ π ದ ಬೆಲೆ $\frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14 ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ πದ ಬೆಲೆ ಕೊಡದೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು $\frac{22}{7}$ ಎಂದು ಗೃಹಿತ ಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ.

ತ್ರಿಜ್ಯ 'r', ವ್ಯಾಸ 'd' ಮತ್ತು ಪರೀಘ 'c' ಇದ್ದರೆ $\frac{\text{ಪರೀಘ (c)}}{\text{ವ್ಯಾಸ (d)}} = \pi$ ಎಂದರೇನೇ $\boxed{c = \pi d}$

ಆದರೆ $d = 2r$ $\therefore c = \pi \times 2r$ ಎಂದರೇನೇ $\boxed{c = 2\pi r}$

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ವ್ಯಾಸ 14 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ, ಅದರ ಪರೀಘ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ವಿವರಣೆ: ವರ್ತುಳದ ವ್ಯಾಸ : $d = 14$ ಸೆಮೀ

ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ= πd

$c = \frac{22}{7} \times 14$

$\therefore$ ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ= 44 ಸೆಮೀ

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 35 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಪರೀಘ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ವಿವರಣೆ: ವರ್ತುಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ : $r = 35$ ಸೆಮೀ

ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ = $2\pi r$

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$

$\therefore$ ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ = 220 ಸೆಮೀ

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ 198 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ, ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ, $c = 2\pi r$

$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$

ತ್ರಿಜ್ಯ = 31.5 ಸೆಮೀ

$\therefore$ ವ್ಯಾಸ = $2 \times 31.5 = 63$ ಸೆಮೀ

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ 62.80 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ $\pi = 3.14$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ವರ್ತುಳದ ವ್ಯಾಸ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ, $c = \pi d$

$62.80 = 3.14 \times d$

$\frac{62.80}{3.14} = d$

$20 = d$

$\therefore$ ವ್ಯಾಸ = 20 ಸೆಮೀ

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಸ್ಥಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7.7 ಮೀಟರ ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಮೂರು ಪದರುಗಳ ತಂತಿಯ ಬೇಲಿ ಹಾಕುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ 50 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಬರುವುದು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಸ್ಥಳದ ಪರೀಘ $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$

ಒಂದು ಪದರಿನ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದಳತೆ = 48.4 ಮೀ

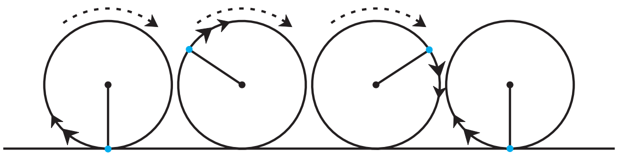
ಒಂದು ಪದರಿನ ಬೇಲಿಯ ಖರ್ಚು = ತಂತಿಯ ಉದ್ದಳತೆ $\times$ ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ ದರ

$= 48.4 \times 50$

$= 2420$ ರೂಪಾಯಿಗಳು.

$\therefore$ ಮೂರು ಪದರಗಳ ಬೇಲಿಯ ಖರ್ಚು = 3 x 2420 = 7260 ರೂಪಾಯಿ

ಉದಾ.ಒಂದು ಬಸ್ಸಿನ ಚಕ್ರದ (ಗಾಲಿಯ) ವ್ಯಾಸ 0.7ಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಊರುಗಳಲ್ಲಿಯ 22 ಕಿಮೀ ಅಂತರ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಗಾಲಿಯ ಎಷ್ಟು ಸುತ್ತುಗಳು ಆಗುವುದು ?



ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಗಾಲಿಯ ಪರೀಘ $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 0.7$

$= 2.2$ ಮೀ

> ಸಜಾತೀಯ ರಾಶಿಗಳ ಗುಣೋತ್ತರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಅವುಗಳ ಮೂಲಮಾನಗಳು ಸಮಾನ ಇರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.
>
> 22 ಕಿ.ಮೀ = 22 x 1000 = 22000 ಮೀಟರ

2.2 ಮೀಟರ ಅಂತರವನ್ನು ಗಾಲಿಯು ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ ಗಾಲಿಯ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತದೆ. (1 ಸುತ್ತು = 1 ಪರೀಘ)

ಗಾಲಿಯ ಒಟ್ಟು ಸುತ್ತುಗಳು $= \frac{\text{ಅಂತರ}}{\text{ಪರೀಘ}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$

22 ಕಿಮೀ ಅಂತರವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬಸ್ಸಿನ ಗಾಲಿಯ 10000 ಸುತ್ತುಗಳು ಆಗುವವು.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 42

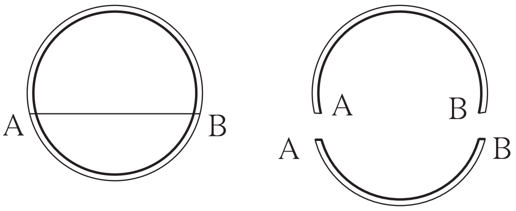
1. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿರಿ.

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ	ತ್ರಿಜ್ಯ (r)	ವ್ಯಾಸ (d)	ಪರೀಘ (c)
(i)	7 ಸೆಮೀ	....	....
(ii)	....	28 ಸೆಮೀ	....
(iii)	....	....	616 ಸೆಮೀ
(iv)	....	....	72.6 ಸೆಮೀ

2. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ಪರೀಘ 176 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಕೈ ತೋಟದ ತ್ರಿಜ್ಯ 56 ಮೀಟರ ಇರುತ್ತದೆ. ಕೈತೋಟದ ಸುತ್ತ ತಂತಿಯ ನಾಲ್ಕು ಪದರುಗಳ ಬೇಲಿ ಹಾಕುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ 40 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಬರುವುದು ?
4. ಒಂದು ಎತ್ತಿನ ಬಂಡಿಯ ಚಕ್ರದ (ಗಾಲಿಯ) ವ್ಯಾಸ 1.4 ಮೀಟರ ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಎತ್ತಿನ ಬಂಡಿಗೆ 1.1 ಕಿಲೋಮೀಟರ ಅಂತರ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅದರ ಗಾಲಿಯ ಎಷ್ಟು ಸುತ್ತುಗಳು ಆಗುವವು ?

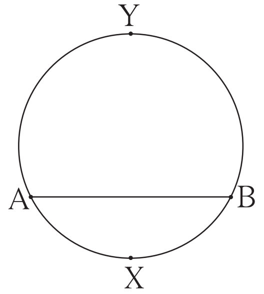
ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವರ್ತುಳ ಕಂಸ (Arc of the circle)



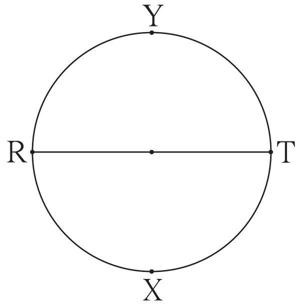
ಬದಿಗೆ ಒಂದು ಪ್ಲ್ಯಾಸ್ಟಿಕದ ವರ್ತುಳಾಕಾರ ಬಳೆ ತೋರಿಸಿದೆ. ಈ ಬಳೆಯು A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳ ಹತ್ತಿರ ಒಡೆಯಿತು (ತುಂಡಾಯಿತು) ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ. ಹಾಗಾದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿಯ ಬಳೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತುಂಡಿಗೆ ವರ್ತುಳದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಏನು ಅನ್ನುವರು ?

ಪಕ್ಕದ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ AB ಜ್ಯಾದ ಮೂಲಕ ವರ್ತುಳದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಆವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಸ AXB ಇದು ಸಣ್ಣದಿರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕೆ **ಲಘುಕಂಸ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಕಂಸ AYB ಇದು ದೊಡ್ಡದು ಇರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕೆ **ವಿಶಾಲಕಂಸ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಲಘು ಕಂಸ AXB ಈ ಕಂಸ AB ಹೀಗೆಯೂ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.



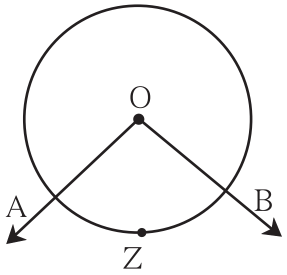
ಯಾವ ಎರಡು ವರ್ತುಳ ಕಂಸಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಧಾರಣ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಆ ಎರಡು ವರ್ತುಳ ಕಂಸಗಳು ಕೂಡಿ ಪೂರ್ಣ ವರ್ತುಳ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಕಂಸಗಳು ಪರಸ್ಪರರ ಸಂಗತದ ಕಂಸಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಕಂಸ AYB ಮತ್ತು ಕಂಸ AXB ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಸಂಗತ ಕಂಸಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾ RT ಇದರ ವರ್ತುಳದ ವ್ಯಾಸ ಇರುತ್ತದೆ. ವ್ಯಾಸದಿಂದ ವರ್ತುಳದ ಎರಡೂ ಕಂಸಗಳು ಸಮಾನ ಆಗುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ **ಅರ್ಧವರ್ತುಳಕಂಸ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದನ್ನು ಗಮನಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.



ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ ಮತ್ತು ಕಂಸದ ಅಳತೆ (Central angle and Measure of an arc)

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ, ವರ್ತುಳ ಕೇಂದ್ರ 'O' ಇದು ∠AOB ಇದರ ಶಿರೋಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆ. ವರ್ತುಳದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು ಇದು ಯಾವ ಕೋನದ ಶಿರೋಬಿಂದು ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಆ ಕೋನಕ್ಕೆ **ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ∠AOB ಇದು ಕಂಸ AZB ದೊಂದಿಗೆ ಸಂಗತ **ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ** ಇರುತ್ತದೆ. **ವರ್ತುಳ ಕಂಸವು ಮಾಡಿದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಇದು ಆ ಕಾಗದದ ಅಳತೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಾಗುತ್ತದೆ.**

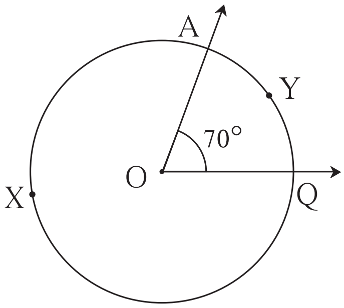


✸ ಲಘು ಕಂಸದ ಅಳತೆ

ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ∠AOQ - ಈ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ 70° ಇದೆ.

∴ ಲಘುಕಂಸ AYQದ ಅಳತೆ 70° ಇದೆ.

∴ m(ಕಂಸ AYQ) = 70° ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.

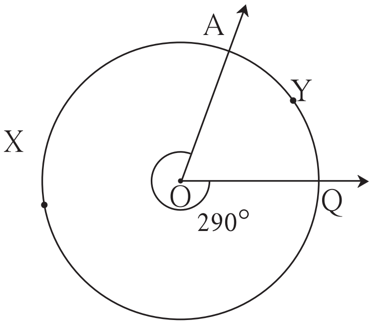


✸ ವಿಶಾಲ ಕಂಸದ ಅಳತೆ

ವಿಶಾಲ ಕಂಸದ ಅಳತೆ = 360° ಸಂಗತ ಲಘುಕಂಸದ ಅಳತೆ

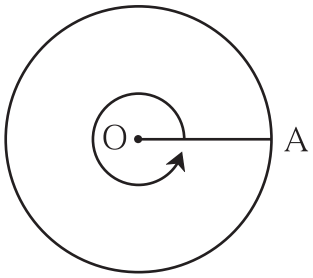
∴ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ವಿಶಾಲ ಕಂಸ AXQದ ಅಳತೆ

360° − 70° = 290° ಇದೆ.



✸ **ವರ್ತುಳದ ಅಳತೆ**

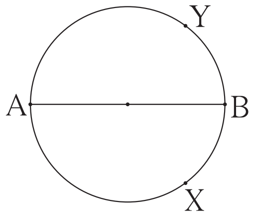
ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ವರ್ತುಳದOA ಈ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಕೋನದೊಳಗಿಂದ ತಿರುಗುತ್ತದೆ. ಆ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಆಗುವ ಕೋನವು 360° ಅಳತೆಯದು ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರ A ಈ ತುದಿಯು ಒಂದು ವರ್ತುಳ ಪೂರ್ಣ ಮಾಡುತ್ತದೆ ವರ್ತುಳವು ಮಾಡಿದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ 360°ಇರುತ್ತದೆ.



∴ ಪೂರ್ಣ ವರ್ತುಳದ ಅಳತೆ 360° ಇರುತ್ತದೆ.

✸ **ಅರ್ಧ ವರ್ತುಳ ಕಂಸದ ಅಳತೆ**

ಈಗ, ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಅರ್ಧ ವರ್ತುಳದ ಕಂಸ AXB ಮತ್ತು ಅರ್ಧವರ್ತುಳ ಕಂಸ AYB ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿರಿ.



ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಲಘುಕಂಸದ ಅಳತೆ ಇದು ಅದರ ಸಂಬಂಧಿತ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ
- ವಿಶಾಲ ಕಂಸದ ಅಳತೆ = 360° – ಸಂಗತ ಲಘುಕಂಸದ ಅಳತೆ
- ಅರ್ಧ ವರ್ತುಳ ಕಂಸದ ಅಳತೆ, 180° ಇರುತ್ತದೆ.

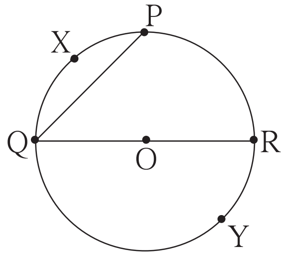
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚು 43

1. ಸರಿಯಾದ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

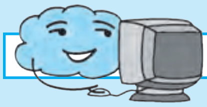
   ಒಂದು ವೇಳೆ ಕಂಸ AXB ಮತ್ತು ಕಂಸ AYB ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದರ ಸಂಗತ ಕಂಸಗಳಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು m(ಕಂಸ AXB) = 120° ಇದ್ದರೆ m(ಕಂಸ AYB) = ಎಷ್ಟು ?

   (i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°

2. 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಕಂಸಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ವರ್ತುಳದೊಳಗಿನ ಲಘುಕಂಸ, ವಿಶಾಲ ಕಂಸ ಮತ್ತು ಅರ್ಧ ವರ್ತುಳ ಕಂಸ ಇವುಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



3. 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವರ್ತುಳದಲ್ಲಿ ಲಘುಕಂಸ PXQದ ಅಳತೆ 110° ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ವಿಶಾಲಕಂಸ PYQದ ಅಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ICT Tools or Links

Geogebra Softwareದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ ಮತ್ತು ಕಂಸದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳು ಇವುಗಳ ಸಹ ಸಂಬಂಧವನ್ನು move optionದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಅನುಭವಿಸಿರಿ.

12 ಪರಿಮಿತಿ ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

EJFCEG

ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪರಿಮಿತಿ (Perimeter)

ಸಂವೃತ (ಮರ್ಯಾದಿತ) ಆಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಬೇರೀಜು ಅಂದರೆ ಆ ಆಕೃತಿಯ ಪರಿಮಿತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪರಿಮಿತಿ = ಅದರ ಎಲ್ಲ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಬೇರೀಜು.

$\therefore$ ಚೌರಸದ ಪರಿಮಿತಿ = 4 × ಭುಜ

a ಭುಜಗಳು ಇರುವ ಚೌರಸದ ಪರಿಮಿತಿ = $4a$

ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ = 2 ಉದ್ದ + 2 ಅಗಲ

ಉದ್ದ l ಮತ್ತು ಅಗಲ b ಇರುವ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ = $2l + 2b$

ಉದಾ. ಒಂದು ಆಯತದ ಪರಿವಿತಿ 64 ಸೆಮೀ. ಇದೆ ಅದರ ಉದ್ದ 17 ಸೆಮೀ. ಇರುವದು ಹಾಗಾದರೆ ಅಗಲ ಎಷ್ಟಿರಬಹುದು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಆಯತದ ಅಗಲ x ಸೆಮೀ. ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

2 ಉದ್ದ + 2 ಅಗಲ = ಪರಿಮಿತಿ

2 (ಉದ್ದ + ಅಗಲ) = 64

$2\,(17 + x) = 64$

$$\frac{2(17+x)}{2} = \frac{64}{2}$$

$17 + x = 32$

$x = 15$

ಆಯತದ ಅಗಲ 15 ಸೆಮೀ ಇದೆ.

ಉದಾ. ಉದ್ದ 28 ಸೆಮೀ. ಹಾಗೂ ಅಗಲ 20 ಸೆಮೀ. ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ ಒಂದು ಚೌರಸದ ಪರಿಮಿತಿಯಷ್ಟು ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಚೌರಸದ ಭುಜ ಎಷ್ಟು?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ

= 2 (ಉದ್ದ + ಅಗಲ)

$= 2\,(28 + 20)$

$= 96$

ಚೌರಸದ ಭುಜ a ಇದ್ದರೆ $4a = 96$

ಚೌರಸದ ಪರಿಮಿತಿ = 96

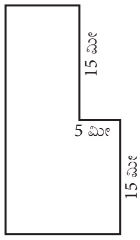
$4a = 96$

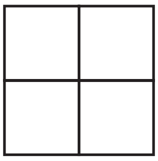
$$\therefore\ a = \frac{96}{4} = 24$$

ಚೌರಸದ ಭುಜ 24 ಸೆಮೀ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 44

1. ಒಂದು ಆಯದ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಅಗಲ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿದರೆ ಆ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ ಮೂಲ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿಯ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಆಗುವುದು ?
2. ಒಂದು ಚೌರಸದ ಭುಜ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಪರಿಮಿತಿ ಮೂಲ ಚೌರಸದ ಪರಿಮಿತಿಯ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಆಗುವುದು?
3. ಬದಿಗೆ ಆಟದ ಬಯಲಿನ ಆಕೃತಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಆಟದ ಬಯಲಿನ ಪರಿಮಿತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.





4. ಒಂದು ಮೀಟರ ಉದ್ದದ ಚೌರಸಾಕೃತಿಯ ಬಟ್ಟೆಯ ತುಂಡು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನ ಆಕಾರಗಳ ಕೈವಸ್ತ್ರ ಮಾಡಲಾಯಿತು. ಎಲ್ಲ ಕೈವಸ್ತ್ರಗಳಿಗೆ ದಂಡೆಗೆ (ಬದಿಗೆ) ಲೇಸ ಹಚ್ಚುವ ಸಲುವಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಉದ್ದ ಲೇಸ ಬೇಕಾಗುವುದು ?

ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area)

- ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಭುಜ × ಭುಜ = (ಭುಜ) 2^2
- ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ = $l \times b$

ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇದನ್ನು ಚೌರಸ ಮೀಟರ, ಚೌರಸ ಸೆಮೀ ಚೌರಸ ಕಿಲೋಮೀ ಇತ್ಯಾದಿ ಮೂಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತಾರೆ

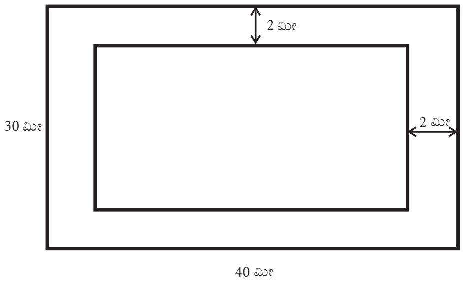
ಕೃತಿ I

ಖೋಖೋ, ಕಬಡ್ಡಿ ಈ ಆಟಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ತಯಾರಿಸಿದ ಮೈದಾನ, ಟೆನಿಸ್ ಕೋರ್ಟ, ಬ್ಯಾಡಮಿಂಟನ್ ಕೋರ್ಟ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಶಕ್ಯವಿರುವ ಮೈದಾನದ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ಅಗಲ ಅಳೆಯಿರಿ, ಪರಿಮಿತಿ ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಕೃತಿ II

ಅನಿರುದ್ಧನ ಮನೆಯ ಒಂದು ಗೋಡೆಗೆ ಹೊಸ ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವುದಿದೆ. ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ 7 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 5 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವವನು, ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವದರ ಪ್ರತಿ ಚೌರಸ ಮೀಟರಿಗೆ 120 ರೂಪಾಯಿ ಹೇಳಿದನು ಹಾಗಾದರೆ ಅವನು ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ?

ಉದಾ: ಒಂದು 40 ಮೀಟರ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ 30 ಮೀಟರ ಅಗಲವಿರುವ ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿಯ ಹೂದೋಟದ ಒಳಗೆ ತಂತಿಯ ಬೇಲಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಹೂದೋಟದ ಸುತ್ತಲೂ 2 ಮೀಟರ ಅಗಲದ ರಸ್ತೆ ಮಾಡುವುದಿದೆ. ಆ ರಸ್ತೆಯ ಮೇಲೆ 25 ಸೆಮೀ. X 20 ಸೆಮೀ ಆಕಾರದ ಫರಶಿಗಳನ್ನು ಹಾಕುವುದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಫರಶಿಗಳನ್ನು ತರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ?



ಫರಶಿಗಳನ್ನು ಹಾಕುವ ಸ್ಥಳದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುವಾ.

ಹೂದೋಟದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 40 × 30 = 1200 ಚೌಮೀ

ರಸ್ತೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಒಳಗಿನ ಹೂದೋಟದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 36 × 26 = 936 ಚೌಮೀ

∴ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಫರಶಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 1200 − 936 = 264 ಚೌಮೀ

100 ಸೆಮೀ = 1 ಮೀ
25 ಸೆಮೀ = $\frac{25}{100}$ ಮೀ

ಫರಶಿ ಹಾಕುವ ಸ್ಥಳ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ ಚೌಮೀ

ಒಂದು ಫರಶಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ $\frac{1}{20}$ ಚೌಮೀ ಹಾಗಾದರೆ 264 ಚೌಮೀ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಹಾಕುವ ಫರಶಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯೋಣ.

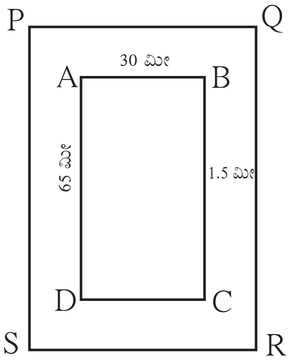
$$\text{ಫರಶಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{\text{ಸ್ಥಳದ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ}}{\text{ಒಂದು ಫರಶಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ}}$$

$$= 264 \div \frac{1}{20}$$

$$= 264 \times 20 = 5280$$

ಅಂದರೆ 5280 ಫರಶಿಗಳು ತರಬೇಕಾಗುವುದು.

ಉದಾ. ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿ ಆಟದ ಬಯಲಿನ ಉದ್ದ 65 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಅಗಲ 30 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಆ ಆಟದ ಬಯಲಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಹೊರಗೆ ನಾಲ್ಕೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 1.5 ಮೀಟರ ಅಗಲದ ರಸ್ತೆ ಇದೆ. ಆ ರಸ್ತೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.



ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಆಟದ ಬಯಲಿನ ಆಕಾರ ಆಯತಾಕೃತಿ ಇದೆ.

☐ ABCD ಇದು ಆಟದ ಬಯಲು ಇದೆ. ಅದರ ಸುತ್ತಲು 1.5 ಮೀಟರ ಅಗಲದ ರಸ್ತೆ ಇದೆ.

☐ ABCD ಯ ಎಲ್ಲ ಬದಿಯಿಂದ 1.5 ಮೀಟರ ಅಂತರವನ್ನು ಇಡಲಾಗಿ

☐ PQRS ಈ ಆಯತ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಆಯತ PQRS ದ ಉದ್ದ = 65 + 1.5 + 1.5 = 68 ಮೀಟರ

ಆಯತ PQRS ದ ಅಗಲ = 30 + 1.5 + 1.5 = 33 ಮೀಟರ

ರಸ್ತೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಆಯತ PQRSನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ – ಆಯತ ABCDಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

= 68 × 33 – 65 × 30 = ☐ – ☐ = ☐ ಚೌರಸ ಮೀಟರ

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ

- ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿಯ ರಸ್ತೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಬೇರೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದೇ ?

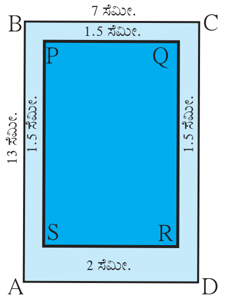
ಉದಾ. ಒಂದು ಮೊಬಾಯಿಲದ ಉದ್ದ 13 ಸೆಮೀ ಅಗಲ 7 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ PQRS ಈ ಸ್ಕ್ರೀನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸ್ಕ್ರೀನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎಷ್ಟು ?

ಉತ್ತರ: ಮೊಬಾಯಿಲದ ಬದಿಗಳಿಂದ ತಯಾರಾದ ಆಯತ ABCD ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ ಅದರ ಉದ್ದ 13 ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಅಗಲ 7 ಸೆಮೀ ಇದೆ. AB, ಹಾಗೂ DC ಬದಿಯಿಂದ 1.5 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ಬಿಟ್ಟು ಹಾಗೂ DA ಬದಿಯಿಂದ 2 ಸೆಮೀ ಅಂತರ ಬಿಟ್ಟಾಗ ತಯಾರಾಗುವ ಆಯತ PQRS ಎಂದು ತಿಳಿಯೋಣ.

ಆಯತ PQRSದ ಉದ್ದ = ☐ ಸೆಮೀ

ಆಯತ PQRSದ ಅಗಲ = ☐ ಸೆಮೀ

ಸ್ಕ್ರೀನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಆಯತ PQRSದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ... × .... = ☐ ಚೌಸೆಮೀ



ಕೃತಿ

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಕಾರಗಳ ಮೊಬಾಯಿಲಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಅವುಗಳ ಮೇಲಿರುವ ಸ್ಕ್ರಿನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 45

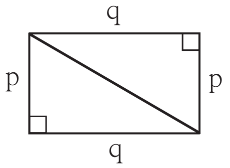
1. ಒಂದು ಚೌರಸದ ಭುಜ 12 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ ಆ ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ 15 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ಅಗಲ 5 ಸೆಮೀ ಇದ್ದರೆ, ಆ ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 102 ಚೌಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ 17 ಸೆಮೀ ಹಾಗಾದರೆ ಆಯತದ ಪರಿಮಿತಿ ಎಷ್ಟು?

4*. ಒಂದು ಚೌರಸದ ಭುಜ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಮೂಲ ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಆಗುವುದು ?

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ (Area of right angled triangle)

ಕೃತಿ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಎರಡು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಒಂದು ಆಯತ ತಯಾರಾಗುವುದು ಅದನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿರಿ. ತ್ರಿಕೋನದ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜಗಳು p ಹಾಗೂ q ಈ ಉದ್ದಳತೆಯದ್ದು ಇವೆ ಅನುಭವಿಸಿರಿ. ಹಾಗೂ ಆಯತದದ್ದೂ ಭುಜಗಳು ಇವೆ. ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೇನೆಂದರೆ, ಆಯತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 2 × ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ.



$\therefore$ 2 × ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $p \times q$

$\therefore$ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\dfrac{p \times q}{2}$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

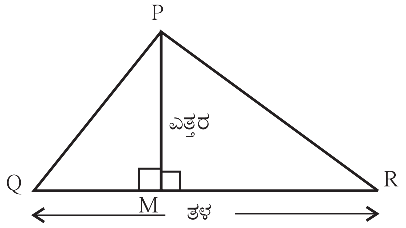
- ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ × ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಗುಣಾಕಾರ

ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಎರಡು ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಭುಜ ತಳ ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಂಡರೆ, ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಎರಡನೆಯ ಭುಜಗಳು ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಎತ್ತರ ಇರುತ್ತದೆ.

ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ ತಳ × ಎತ್ತರ

ΔABC ಇದು ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನವಿದ್ದರೆ ತಳದ ಸಲುವಾಗಿ ಯಾವುದೊಂದು ಭುಜವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಆ ಭುಜದ ಎದುರಿನ ಶಿರೋಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತಳದ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ಲಂಬದ ಅಳತೆಯೇ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಎತ್ತರವಿರುತ್ತದೆ.

ಆಕೃತಿ – 1 : ಬಿಂದು M ರೇಖೆ QR ಮೇಲಿದೆ.



ΔPMR ಹಾಗೂ ΔPMQ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMQ) + A(\Delta PMR)$

$= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

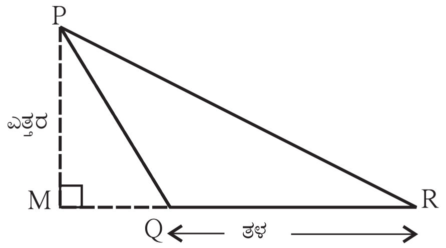
$= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2}$ × ತಳ × ಎತ್ತರ

$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2}$ × ತಳ × ಎತ್ತರ

ಆಕೃತಿ : 2 : ಬಿಂದು M ರೇಖೆ QRದ ಹೊರಗೆ ಇದೆ.



ΔPMR ಹಾಗೂ ΔPMQ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMR) - A(\Delta PMQ)$

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2}$ × ತಳ × ಎತ್ತರ

$A(\Delta PQR)$ $\frac{1}{2}$ × ತಳ × ಎತ್ತರ

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

$$\text{ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ} = \frac{1}{2} \times \text{ತಳ} \times \text{ಎತ್ತರ}$$

ಉದಾ. ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜ 3.5 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗೂ 4.2 ಸೆಮೀ ಇವೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ × ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಳತೆಯ ಗುಣಾಕಾರ

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

= 7.35 ಚೌಸೆಮೀ

ಉದಾ. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ತಳ 5.6 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 4.5 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎಷ್ಟು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $\frac{1}{2}$ × ತಳ × ಎತ್ತರ

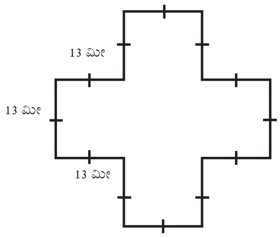
$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

= 12.6 ಸೆಮೀ^{2}

(ಚೌಸೆಮೀ ಇದನ್ನು ಸೆಮೀ^{2} ಹೀಗೆಯೂ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.)

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 46

1. ಒಂದು ದಿನದರ್ಶಿಕೆಯ ಪುಟದ ಉದ್ದ 45 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ಅಗಲ 26 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಪುಟದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎಷ್ಟು?
2. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎತ್ತರ 3.6 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ತಳ 4.8 ಸೆಮೀ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಎಷ್ಟು ?
3. ಒಂದು ಆಯತಾಕೃತಿ ಭೂಖಂಡದ ಉದ್ದ 75.5 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಅಗಲ 30.5 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಅದರ ಬೆಲೆ 1000 ರೂಪಾಯಿ ಚೌರಸ ಮೀಟರ ಇದ್ದರೆ ಆ ಭೂಖಂಡದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?
4. ಆಯಾತಾಕೃತಿ ಸಭಾಗೃಹದ ಉದ್ದ 12 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಅಗಲ 6 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಈ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ 30 ಸೆಮೀ ಭುಜಗಳಿರುವ ಚೌರಸಾಕೃತಿಯ ಫರಶಿಗಳನ್ನು ಹಾಕುವುದಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸಂಪೂರ್ಣ ಸಭಾಗೃಹದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಫರಶಿಗಳು ಕೂಡುವವು ? ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಚೌರಸಾಕೃತಿ ಫರಶಿಗಳು 15 ಸೆಮೀ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿರುವಂತಹ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ಫರಶಿಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು?
5. ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಅಳತೆ ಇರುವ ಹೂದೋಟದ ಪರಿಮಿತಿ ಹಾಗೂ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.

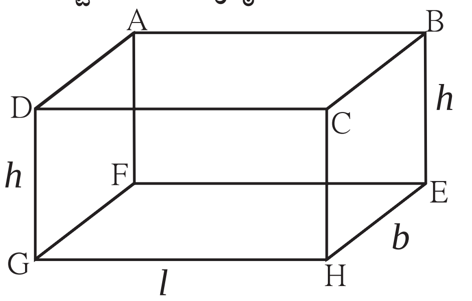


ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಪೃಷ್ಠಫಲ (Surface area)

ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಮಿತಿಯ ವಸ್ತುವಿನ ಎಲ್ಲ ಪೃಷ್ಠಭಾಗಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳ ಬೇರೀಜು ಎಂದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಪೃಷ್ಠಫಲವಿರುತ್ತದೆ.

ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಪೃಷ್ಠಫಲ



- ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಗೆ ಆರು ಪೃಷ್ಠಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೃಷ್ಠ ಆಯತಾಕಾರ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಎದುರು ಬದುರಿಗಿನ ಆಯತಾಕಾರ ಪೃಷ್ಠಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸಮಾನವಿರುತ್ತದೆ
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಚು ಅದನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಬೇರೆ ಎರಡು ಅಂಚುಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಇಷ್ಟಕಾಚಿತಿಯ ಅಡ್ಡ ಪೃಷ್ಠದ ಉದ್ದ l ಹಾಗೂ ಅಗಲ b ಎಂದು ತೋರಿಸುವಾ. ಲಂಬ ಪೃಷ್ಠಗಳ ಎತ್ತರ h ಎಂದು ತೋರಿಸೋಣ.

ಆಯತ ABCDಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಆಯತ GHEF ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ = $l \times b$

ಆಯತ ADGFಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = h ಆಯತ BCHEದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಅಗಲ × ಉದ್ದ = $b \times h$

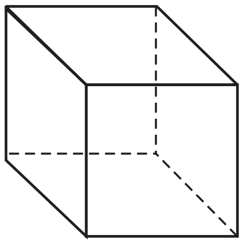
ಆಯತ CHGDಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಆಯತ ABEFಯ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ = $l \times h$

ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಎಲ್ಲ ಆಯತಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳ ಬೇರೀಜು

ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಯ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = 2 (ಉದ್ದ × ಅಗಲ + ಅಗಲ × ಎತ್ತರ + ಉದ್ದ × ಎತ್ತರ)

$= 2\ (l \times b + b \times h + l \times h) = 2\ (lb + bh + lh)$

ಘನದ ಪೃಷ್ಠಫಲ



- ಘನಕ್ಕೆ 6 ಪೃಷ್ಠಗಳಿರುತ್ತವೆ.
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೃಷ್ಠ ಚೌರಸಾಕಾರವಿರುತ್ತದೆ.
- ಎಲ್ಲ ಪೃಷ್ಠಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಸಮಾನವಿರುತ್ತದೆ.
- ಚೌರಸದ ಭುಜ l ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.
- ಘನದ ಒಂದು ಪೃಷ್ಠದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ
- ಘನದ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ = 6 ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳ ಬೇರೀಜು

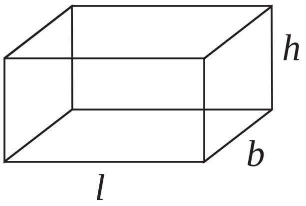
= 6 × ಭುಜ^2

$= 6 \times l^2$

ಉದಾ. ಉದ್ದ 1.5 ಮೀಟರು ಅಗಲ 1.2 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 1.3 ಮೀಟರ ಹೀಗೆ ಅಳತೆಯಿರುವ ತಗಡಿನ ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿ ಆಕಾರದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ತಯಾರಿಸಬೇಕಾದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಗಡು ಬೇಕಾಗುವದು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ = l = 1.5 ಮೀಟರು, ಅಗಲ = b = 1.2 ಮೀಟರ, ಎತ್ತರ = h = 1.3 ಮೀಟರ

ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಪೃಷ್ಠಫಲ $= 2\ (l \times b + b \times h + l \times h)$



$= 2\ (1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$

$= 2\ (1.80 + 1.56 + 1.95)$

$= 2\ (5.31)$

= 10.62 ಚೌಮೀ.

ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ತಯಾರಿಸುವ ಒಟ್ಟು 10.62 ಚೌಮೀ ತಗಡು ಬೇಕಾಗುವದು.

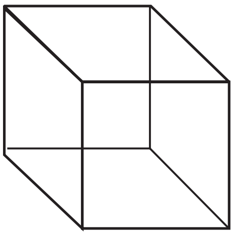
ಉದಾ. ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಭುಜ 0.4 ಮೀ ಇದೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ಪ್ರತೀ ಚೌರಸ ಮೀಟರಿಗೆ 50 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಬರುವದು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಭುಜ = l = 0.4 ಮೀಟರ

ಘನದ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ $= 6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

$= 6 \times 0.16 = 0.96$ ಚೌಮೀ



1 ಚೌಮೀ ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವ ಖರ್ಚು 50 ರೂಪಾಯಿ.

∴ 0.96 ಚೌಮೀ ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವ ಖರ್ಚು $= 0.96 \times 50$

= 48 ರೂಪಾಯಿ

ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಕೊಡುವ ಸಲುವಾಗಿ 48 ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚು ಬರುವದು.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 47

1. ಘನದ ಭುಜ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇದ್ದರೆ ಅದರ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   (i) 3 ಸೆಮೀ (ii) 5 ಸೆಮೀ (iii) 7.2 ಮೀ (iv) 6.8 ಮೀ (v) 5.5 ಮೀ
2. ಕೆಳಗೆ ಇಷ್ಟಿಕಾಚಿತಿಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ, ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಅದರ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   (i) 12 ಸೆಮೀ, 10 ಸೆಮೀ, 5 ಸೆಮೀ. (ii) 5 ಸೆಮೀ, 3.5 ಸೆಮೀ, 1.4 ಸೆಮೀ,
   (iii) 2.5 ಸೆಮೀ, 2 ಮೀ, 2.4 ಮೀ. (iv) 8 ಮೀ, 5 ಮೀ, 3.5 ಮೀ.
3. ಒಂದು ಬೆಂಕಿಪೊಟ್ಟಣದ ಉದ್ದ 4 ಸೆಮೀ, ಅಗಲ 2.5 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 1.5 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಆ ಬೆಂಕಿಪೊಟ್ಟಣಕ್ಕೆ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಅಂಟಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಕಾಗದ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ?
4. ಹೂದೋಟದಲ್ಲಿಯ ಕಸಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಟ್ರಾಲಿಯಿಂದ ಹೊತ್ತುಕೊಂಡು ಹೋಗುವ ಸಲುವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಳವಿಲ್ಲದ ತಗಡಿನ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ತಯಾರಿಸುವುದಿದೆ. ಅದರ ಉದ್ದ 1.5 ಮೀಟರ ಅಗಲ 1 ಮೀಟರ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 1 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲದ ತಗಡು ಬೇಕಾಗುವುದು. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಒಳಗಿನಿಂದ ಹಾಗೂ ಹೊರಗಿನಿಂದ ತುಕ್ಕು ಹಿಡಿಯದ ಬಣ್ಣ ಕೊಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ 150 ರೂಪಾಯಿ ಪ್ರತಿ ಚೌರಸಮೀಟರದಂತೆ ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಕೊಡಲು ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಬರುವುದು ?

ಗಣಿತೀಯ ಮೋಜು

ಕೆಲವು ಮೂರು ಅಂಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೀಗೆ ಇರುತ್ತವೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂಕೆಗಳ ಯಾವ ಗುಣಾಕಾರ ಬರುವುದೋ, ಅದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಭಾಗ ಹೋಗುವುದು.

ಉದಾ. (i) 175 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ, $1 \times 7 \times 5 = 35$, $\frac{175}{35} = 5$

(ii) 816 ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ, $8 \times 1 \times 6 = 48$, $\frac{816}{48} = 17$

(iii) ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ, $6 \times 1 \times 2 = 12$, $\frac{612}{12} = 51$

ಇದರಂತೆ 135, 312, 672 ಇವು ಕೂಡಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿರಿ.

ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತ

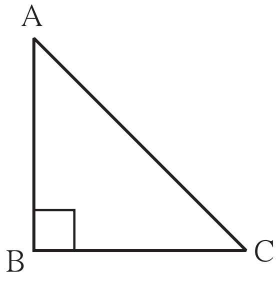
EJKK57

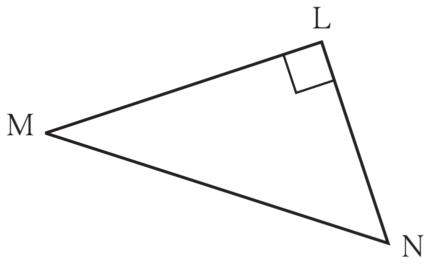
ಸ್ವಲ್ಪ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

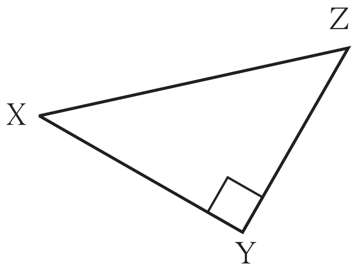
ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ (Right angled triangle)

ಯಾವ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಕೋನ ಕಾಟಕೋನ ಇರುತ್ತದೆಯೋ ಆ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಆ ಕಾಟಕೋನದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಕರ್ಣ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಇದು ನಮಗೆ ಗುರುತಿದೆ.

- ಕೆಳಗಿನ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯ ಕರ್ಣಗಳ ಹೆಸರು ಬರೆಯಿರಿ.







ΔABC ದ ಕರ್ಣ ☐ ΔLMN ದ ಕರ್ಣ ☐ ΔXYZ ದ ಕರ್ಣ ☐

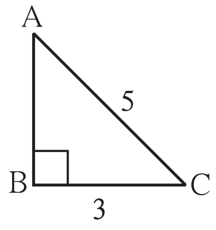
ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತ (Theorem of Pythagoras)

ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಈತನೊಬ್ಬ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗ್ರೀಕ ಗುಣಿತ ತಜ್ಞನು ಕ್ರಿಶ್ತಶಕ ಪೂರ್ವ ಆರನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಆಗಿ ಹೋಗಿದ್ದಾನೆ. ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಈತನ ಯೋಗದಾನ ಬಹಳ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಸುವ ಅವನ ಪದ್ಧತಿ ವಿಲಕ್ಷಣ ಹಾಗೂ ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿತ್ತು. ಆತನು ಅನೇಕ ಶಿಷ್ಯಂದಿರನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದನು.

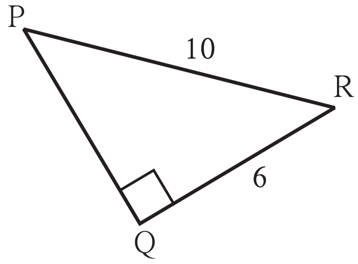
ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಸಾಕಷ್ಟು ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಿಂದಲೂ ಅನೇಕ ದೇಶದಲ್ಲಿಯ ಜನರಿಗೆ ಪರಿಚಿತವಿತ್ತು. ಭಾರತದಲ್ಲಿಯ ಶುಲ್ವಸೂತ್ರ ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿಯೂ ಇದರ ಉಲ್ಲೇಖವಿದೆ. ಆ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಸಿದ್ಧತೆಯನ್ನು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನು ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಪರಿಚಯಿಸಿದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಆತನ ಹೆಸರನ್ನು ಆ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. **ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗ ಇದು ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಬೇರೀಜಿನಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.** ಇದು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತವಿದೆ.

ಕೃತಿ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಒಂದು ಭುಜ ಕೊಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಅಳತೆಯಂತೆ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಅಳೆಯಿರಿ. ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

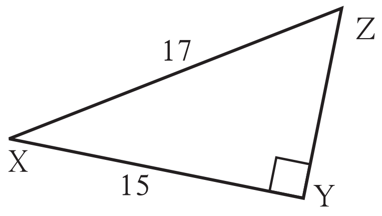
(i)



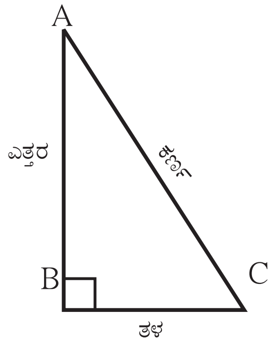
(ii)



(iii)



ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.



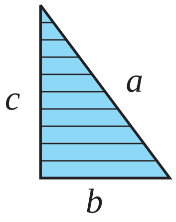
ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ ΔABC ದಲ್ಲಿ $\angle B$ ಕಾಟಕೋನ ಇದ್ದರೆ,

$$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$$

ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಭುಜ ತಳ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ ಹಾಗೂ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ ಎತ್ತರ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಸಿದ್ಧಾಂತ **(ಕರ್ಣ)^2 = (ತಳ)^2 + (ಎತ್ತರ)^2** ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವರು.

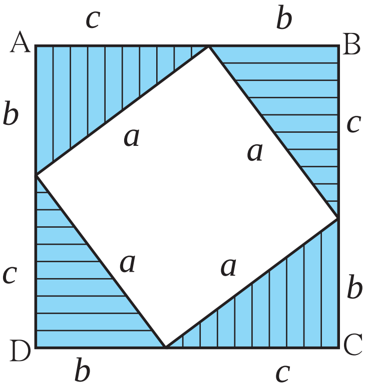
ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ **ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು** ಕೆಳಗಿನ ಕೃತಿ ಮಾಡಿರಿ.



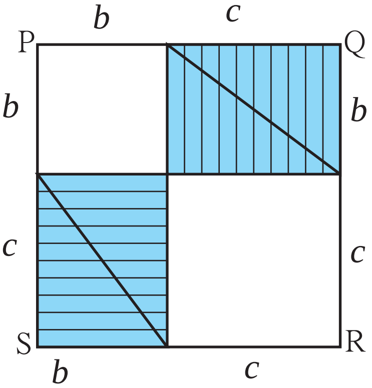
ಕೃತಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡಶೀಟದ ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ 8 ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ. ಅದರ ಭುಜಗಳು ಯಾವುದೇ ಉದ್ದವು ಇರಬಹುದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ 'a' ಮೂಲಮಾನ ಕಾಟಕೋನ ಮಾಡುವ 'b' ಮೂಲಮಾನ ಹಾಗೂ 'c' ಮೂಲಮಾನ ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ.

ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ $\frac{bc}{2}$ ಇದೆ ಇದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ತಂದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಈಗ ಬೇರೆ ಕಾರ್ಡಶೀಟಿನ ಮೇಲೆ (b + c) ಮೂಲಮಾನ ಭುಜವಿರುವ ಎರಡು ಚೌರಸಗಳನ್ನು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನಿಂದ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಮೊದಲು ಕತ್ತರಿಸಿದ 8 ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಂದ 4 ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಚೌರಸ ABCD ಮೇಲೆ ಇಡಿರಿ ಮತ್ತು ಉಳಿದ 4 ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಚೌರಸ PQRS ಮೇಲೆ ಇಡಿರಿ. ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಂದ ಮುಚ್ಚಿದ ಭಾಗವನ್ನು ರೇಖಾಂಕಿತ ಮಾಡಿರಿ.



ಆಕೃತಿ (i)



ಆಕೃತಿ (ii)

ಆಕೃತಿಯ ಪರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿರಿ. ಆಕೃತಿ (i)ರಲ್ಲಿ ಬರಿದಾದ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಯಾವುದರ ಭುಜದ 'a' ಇದೆ ಹೀಗೆ ಚೌರಸ ತಯಾರಾಯಿತು. ಆಕೃತಿ (ii)ರಲ್ಲಿ ಬರಿದಾದ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ 'b' ಹಾಗೂ 'c' ಭುಜಗಳಿರುವ ಎರಡು ಚೌರಸಗಳು ತಯಾರಾದವು. ಎರಡೂ ಚೌರಸಗಳಲ್ಲಿ ರೇಖಾಂಕಿತ ಮಾಡಿದ ಭಾಗ ಸಮಾನ ಅಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದಷ್ಟೇ ಇದೆ.

ಆಕೃತಿ (i) ರಲ್ಲಿ ಚೌರಸ ABCDದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = $a^2 + 4 \times$ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ.

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2}\ bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

ಆಕೃತಿ (ii)ರಲ್ಲಿ ಚೌರಸದ PQRS ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ $= b^2 + c^2 + 4 \times$ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

$$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} bc$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc$$

ಚೌರಸ ABCDದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = ಚೌರಸ PQRSದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ

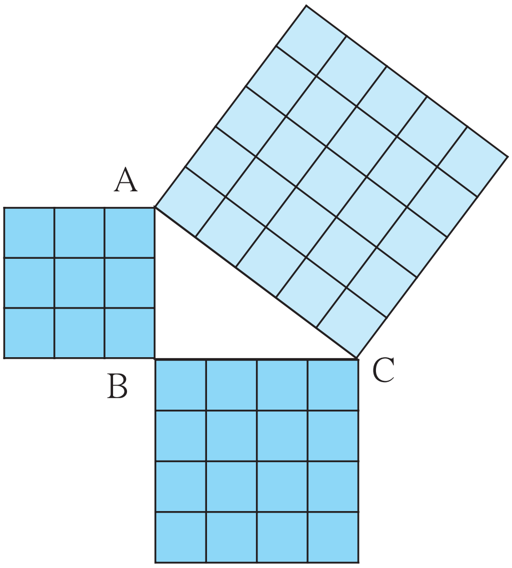
$$\therefore \quad a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

ನಡೆಯಿರಿ, ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

- ಆಕೃತಿ (i) ರಲ್ಲಿ ಬರಿದಾದ ಚೌಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನ ಕಾಟಕೋನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಕೋನಮಾಪಕ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೆ ತಾಳೆಹಾಕಿ ನೋಡಲು ಬರುತ್ತದೆಯೇ ?

ಕೃತಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡಶೀಟಿನ ಮೇಲೆ 3 ಸೆಮೀ, 4 ಸೆಮೀ ಹಾಗೂ 5 ಸೆಮೀ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜಗಳ ಮೇಲೆ ಚೌರಸವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆದು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.



ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಮೂರನೆಯ ಭುಜ ತೆಗೆಯಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ΔABC ದಲ್ಲಿ $\angle C = 90^\circ$, $l(AC) = 5$ ಮತ್ತು $l(BC) = 12$ ಸೆಮೀ, ಹಾಗೂ $l(AB) =$ ಎಷ್ಟು ?

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ABC ದಲ್ಲಿ $\angle C = 90^\circ$ ಆದ್ದರಿಂದ ಭುಜ AB ಇದು ಕರ್ಣವಿದೆ. ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತವಿದೆ.

$$l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

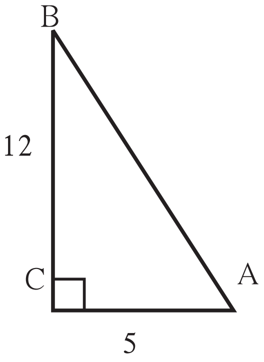
$$= 25 + 144$$

$$\therefore l(AB)^2 = 169$$

$$\therefore l(AB)^2 = 13^2$$

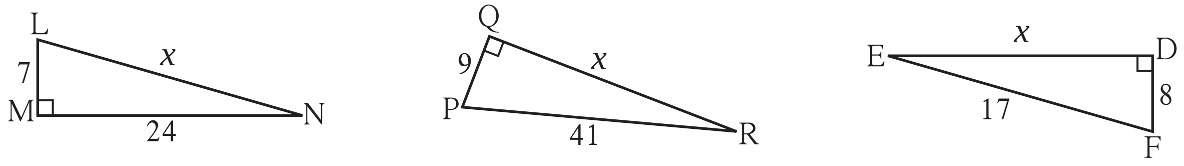
$$\therefore l(AB) = 13$$

$\therefore$ ರೇಷಾಖಂಡ ABದ ಉದ್ದ = 13 ಸೆಮೀ



ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 48

1. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ ಹಾಗೂ 'x' ದ ಮೇಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.



(i) (ii) (iii)

2. ಕಾಟಕೋನ ΔPQR ದಲ್ಲಿ $\angle P = 90^\circ$ ಇದ್ದರೆ $l(PQ) = 24$ ಸೆಮೀ ಮತ್ತು $l(PR) = 10$ ಸೆಮೀ, ಹಾಗಾದರೆ ರೇಷೆಯಿಂದ QR ದ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
3. ಕಾಟಕೋನ ΔLMN ದಲ್ಲಿ $\angle M = 90^\circ$ ಇದ್ದರೆ $l(LM) = 12$ ಸೆಮೀ ಮತ್ತು $l(LN) = 20$ ಸೆಮೀ ಹಾಗಾದರೆ ರೇಷಾಖಂಡ MN ದ ಉದ್ದಳತೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.
4. 15 ಮೀ ಉದ್ದಳತೆಯ ಒಂದು ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 9 ಮೀಟರ ಎತ್ತರದ ಮೇಲಿರುವ ಒಂದು ಕಿಟಕಿಯ ಬಳಿ ತಲುಪುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೋಡೆಯ ತಳ ಮತ್ತು ಏಣಿಯ ಕೆಳಗಿನ ತುದಿ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೇಳೆ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಇದು ಬೇರೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಬೇರೀಜಿನಷ್ಟು ಇದ್ದರೆ ಅದಕ್ಕೆ **ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿಕೂಟ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಯಾವ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆಯೋ ಆ ತ್ರಿಕೋನ ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಇರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. (7,24,25) ಈ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮೂಹ ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿಕೂಟವಿರುತ್ತದೆಯೇ?

7, 24, 25 ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮಾಡೋಣ.

$7^2 = 49$, $24^2 = 576$, $25^2 = 625$

$\therefore\ 49 + 576 = 625$

$\therefore\ 7^2 + 24^2 = 25^2$

$\therefore$ 7, 24 ಹಾಗೂ 25 ಇವು ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿಕೂಟ ಇವೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ: 1 ರಿಂದ 50 ಈ ಸಂಖ್ಯಾಸಮೂಹದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿರಿ.

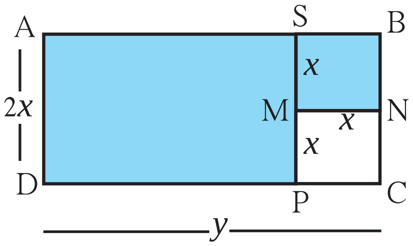
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 49

1. ಮುಂದೆ ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಅವುಗಳೊಳಗಿಂದ ಪಾಯಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿಕೂಟ ನಿಶ್ಚಿಯಿಸಿರಿ.
   (i) 3, 4, 5 (ii) 2, 4, 5
   (iii) 4, 5, 6 (iv) 2, 6, 7
   (v) 9, 40, 41 (vi) 4, 7, 8
2. ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಯಾವ ತ್ರಿಕೋನ, ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.
   (i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61 (iv) 1.5, 1.6, 1.7
   (v) 40, 20, 30

14 ಬೈಜಿಕ ಸೂತ್ರಗಳು-ವರ್ಗ ವಿಸ್ತಾರ

EJP8G4

ಸ್ವಲ್ಪ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.



ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಆಯತ ABCD ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಆಯತದ ಉದ್ದ y ಮೂಲಮಾನವಿದೆ ಮತ್ತು ಅಗಲ $(2x)$ ಮೂಲಮಾನ ಇದೆ. ಈ ಆಯತಾಕೃತಿ ತುಂಡಿಯಲ್ಲಿಂದ x ಮೂಲಮಾನ ಭುಜವಿರುವ ಚೌರಸ ಕತ್ತರಿಸಲಾಯಿತು. ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ತೆಗೆಯುವ ಸಲುವಾಗಿ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಮೇಲಿಂದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಆಯತ ABCD ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇದು A(▭ABCD) ಹೀಗೆ ಬರೆಯೋಣ.

ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = A(▭ABCD) – A(▭MNCP) = $2xy - x^2$

ಬಣ್ಣದ ಭಾಗದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ = A(▭ASPD) + A(▭SBNM) = $(y - x) \times 2x + x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

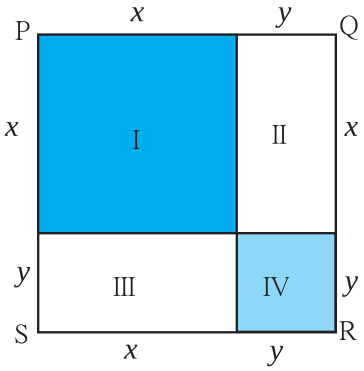
$= 2xy - x^2$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ವರ್ಗ ವಿಸ್ತಾರ

ಜೈವಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ ಬಂದ ರಾಶಿ ಇದು ಆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಸ್ತಾರವಿರುತ್ತದೆ. ವಿಶಿಷ್ಟ ಪ್ರಕಾರದ ರಾಶಿಗಳ ವಿಸ್ತಾರ ಒಮ್ಮೆಲೇ ಬರೆಯಬೇಕಾಗುವ ಸಲುವಾಗಿ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಕೆಲವು ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡುವಾ.

ಕೃತಿ 1



- ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ▭PQRS ಈ ಚೌರಸದ ಭುಜ $(x + y)$ ಇದೆ.

∴ A (▭PQRS) = $(x + y)^2$

PQRS ಈ ಚೌರಸವು I, II, III, IV ಇಂತಹ ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ.

PQRS ಈ ಚೌರಸದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ ಇದು ಆಯತ I, II, III, IV ಇವುಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲಗಳ ಬೇರೀಜು ಇದೆ.

∴ A (▭PQRS) = A (ಆಯತ I) + A (ಆಯತ II) + A (ಆಯತ III) + A (ಆಯತ IV)

$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

ಈಗ $(x + y)^2$ ಈ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವಾ.

$(x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2 \qquad \therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)$ ಈ ದ್ವಿಪದಿಯ ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಬರುವ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿ ಇದು ಕ್ಷೇತ್ರಫಲದ ಅಳತೆಗಳ ಮೇಲಿಂದ ದೊರೆಯುವ ರಾಶಿಯಷ್ಟು ಇದೆ. ∴ $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ಇದು ದ್ವಿಪದಿಯ ವರ್ಗವಿಸ್ತಾರದ ಸೂತ್ರ ಇದೆ.

ಕೃತಿ II ಬದಿಯ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ PQRS ಇದು a ಭುಜ ಇರುವ ಚೌರಸ ಇದ್ದು ಅದನ್ನು 4 ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $(a - b)$ ಭುಜದ ಚೌರಸ, b ಭುಜದ ಚೌರಸ ಮತ್ತು $(a - b)$ ಮತ್ತು b ಭುಜ ಇರುವ 2 ಆಯತ.

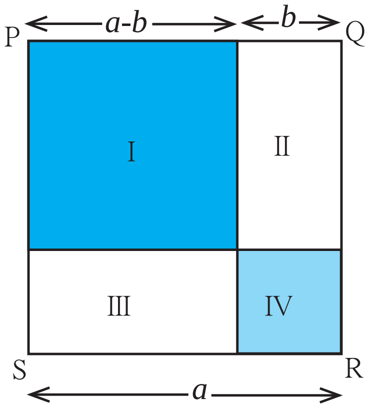
A (ಚೌರಸ I) + A (ಆಯತ II) + A (ಆಯತ III) + A (ಚೌರಸ IV) = A (□PQRS)

$$(a - b)^2 + (a - b)\,b + (a - b)\,b + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಯ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ ಸೂತ್ರ ತಯಾರಿಸುವಾ.

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= a\,(a - b) - b\,(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ವರ್ಗ ಸೂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಬರುತ್ತದೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ $a = 5$, $b = 3$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ.

$$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$
$$= 25 + 30 + 9 = 64$$

$$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$
$$= 25 - 30 + 9 = 4$$

ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ವರ್ಗ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

(i) $a = -7$, $b = 8$ (ii) $a = 11$, $b = 3$ (iii) $a = 2.5$, $b = 1.2$

ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

ಉದಾ. $(2x + 3y)^2$
$$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$$
$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ಉದಾ. $(5x - 4)^2$
$$= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2$$
$$= 25x^2 - 40x + 16$$

ಉದಾ. $(51)^2$
$$= (50 + 1)^2$$
$$= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1$$
$$= 2500 + 100 + 1$$
$$= 2601$$

ಉದಾ. $(98)^2$
$$= (100 - 2)^2$$
$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$
$$= 10000 - 400 + 4$$
$$= 9604$$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 50

1. ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

(i) $(5a + 6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p - 3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax + by)^2$ (vi) $(7m - 4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

2. $(8 - \frac{1}{x})$ಈ ದ್ವಿಪದಿಯ ವರ್ಗ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ? ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $64 - \frac{1}{x^2}$ (ii) $64 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ (iv) $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ ಈ ವಿಸ್ತಾರವು ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಯಾವ ದ್ವಿಪದಿಯದ್ದು ಇದೆ ?

(i) $(m + n)(p + q)$ (ii) $(mn - pq)$ (iii) $(7mn + pq)$ (iv) $(mn + 7pq)$

4. ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

✻ $(a + b)\ (a - b)$ ದ ವಿಸ್ತಾರ

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b)\\ &= a\,(a - b) + b\,(a - b)\\ &= a^2 - ab + ba - b^2\\ &= a^2 - b^2\\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ಉದಾ. $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

ಉದಾ. $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 51

1. ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $(x + y)(x - y)$ (ii) $(3x - 5)(3x + 5)$

(iii) $(a + 6)(a - 6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

2. ವಿಸ್ತಾರ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು.

ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುದನ್ನು ಕಲಿತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಈಗ ಬೈಜಿಕ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವ ಕ್ರಮ ನೋಡುವಾ. ಮೊದಲು ಏಕ ಪದಿಯ ಅವಯವ ನೋಡುವಾ

$15 = 3 \times 5$ ಅಂದರೆ 3 ಮತ್ತು 5 ಇವು 15ರ ಅವಯವಗಳು ಇವೆ.

ಅದರಂತೆ $3x = 3 \times x$ ಅಂದರೆ 3 ಮತ್ತು x ಇವು $3x$ರ ಅವಯವಗಳು ಇವೆ.

$5t^2$ ಈ ರಾಶಿ ನೋಡಿರಿ. $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

$1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2$ ಇವೆಲ್ಲವುಗಳು $5t^2$ ದ ಅವಯವಗಳು ಇವೆ.

$6\,ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

ಏಕಪದಿಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವಾಗ ಮೊದಲು ಸಹಗುಣಕದ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವಂತಿದ್ದರೆ ತೆಗೆಯಬೇಕು ಆಮೇಲೆ ಚಲಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಬೇಕು.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 52

⊙ ಕೆಳಗಿನ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆದು ರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $201\,a^3 b^2$ (ii) $91\,xyt^2$ (iii) $24\,a^2 b^2$ (iv) tr^2s^3

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ದ್ವಿಪದಿಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯುವುದು

$4xy + 8xy^2$ ಈ ದ್ವಿಪದಿಯಲ್ಲಿಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದದ 4 x ಮತ್ತು y ಇವು ಅವಯವ ಇವೆ.

$\therefore \quad 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x\,(y + 2xy) = 4xy\,(1 + 2y)$

ಎರಡೂ ಪದಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಯವ ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಅದನ್ನು ಕಂಸದ ಹೊರಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುತ್ತ ಹೋದರೆ ದ್ವಿಪದಿಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಬರುವದು.

$9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc\,(3a + 4c)$ ಈ ರೀತಿಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಲು ಬರುವದು.

$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$ ಈ ಸೂತ್ರ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ.

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ, $a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$ ಹೀಗೂ ಅವಯವಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಉದಾ. $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)\,(a - 2b)$

ಉದಾ. $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)\,(a - 3b)$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 53

⊙ ಕೆಳಗಿನ ರಾಶಿಗಳ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ (vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

15 ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರ

EJUGTU

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಸರಾಸರಿ

ಅಸ್ಮಿತಾಳಿಗೆ ದಿನಾಲು ಮನೆಯಿಂದ ಸಾಯಕಲ್ಲು ಮೇಲೆ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅಸ್ಮಿತಾಳಿಗೆ ಸೋಮವಾರದಿಂದ ಶನಿವಾರದ ತನಕ ಸಾಯಕಲ್ಲ ಮೇಲೆ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಬೇಕಾಗುವ ವೇಳೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ವಾರ	ಸೋಮವಾರ	ಮಂಗಳವಾರ	ಬುಧವಾರ	ಗುರುವಾರ	ಶುಕ್ರವಾರ	ಶನಿವಾರ
ನಿಮಿಷಗಳು	20	20	22	18	18	20

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಕೆಲವು ಸಲ ಆಕೆಗೆ 18 ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಕೆಲವು ಸಲ 22 ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ ಕೆಲವು ಸಲ 20 ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಶಾಲೆಯ 6 ದಿವಸಗಳ ವಿಚಾರ ಮಾಡಿದರೆ ಆಕೆಗೆ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗುವ ಸಲುವಾಗಿ ಅಂದಾಜು ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು?

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಲು ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ 6 ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿಯ ನಿಮಿಷಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಆ ಬೇರೀಜಿಗೆ 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವದೋ ಅದು ದಿನಾಲು ಬೇಕಾಗುವ ಅಂದಾಜು ವೇಳೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದು ಈ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಇದೆ.

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಆರು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿಯ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಬೇಕಾಗುವ ನಿಮಿಷಗಳ ಬೇರೀಜು}}{\text{ಒಟ್ಟು ದಿವಸಗಳು}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\,\frac{2}{3}$$

ಅಸ್ಮಿತಾಳಿಗೆ ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗಲು ಸರಾಸರಿ $19\,\frac{2}{3}$ ನಿಮಿಷಗಳಷ್ಟು ವೇಳೆ ದಿನಾಲು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ. ಒಂದು ಶಾಲೆಯು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನೆಗಳು ಶಾಲೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಸರ್ವೇಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಿತು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಕೆಳಗಿನ ಆರು ವಿಧ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನೆಯಿಂದ ಶಾಲೆಯವರೆಗಿನ ಅಂತರ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ ಆ ಅಂತರಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯುವಾ.

950 ಮೀ, 800 ಮೀ, 700 ಮೀ, 1.5 ಕಿಮೀ, 1 ಕಿಮೀ, 750 ಮೀ.

ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನೆಯಿಂದ ಶಾಲೆಯ ವರೆಗಿನ ಅಂತರದ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯಲು ಎಲ್ಲ ಅಂತರಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಮೂಲಮಾನದಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

1 ಕಿಮೀ = 1000 ಮೀ
1.5 ಕಿಮೀ = 1500 ಮೀ

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಆರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನೆ ಮತ್ತು ಶಾಲೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರಗಳ ಬೇರೀಜು}}{\text{ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ ಮೀ}$$

ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನೆ ಮತ್ತು ಶಾಲೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂತರದ ಸರಾಸರಿ 950 ಮೀಟರ ಇದೆ.

ನಡೆಯಿರಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡೋಣ.

ಉದಾ. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿಯ ಏಳು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಋತುಜಾಳು ಮೇಲಿಂದ ಜಿಗಿದಾಟದ ರೂಢಿ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದಿವಸದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಿನಿಟಿನಲ್ಲಿ ಆಕೆಯು ಮಾಡಿದ ಜಿಗಿದಾಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಏಳು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಜಿಗಿದಾಟಗಳ ಬೇರೀಜು}}{\text{ಒಟ್ಟು ದಿವಸಗಳು}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

ಒಂದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಜಿಗಿದಾಟಗಳ ಸರಾಸರಿ = 60.42

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಮಾಹಿತಿ ಬೇಕಾಗಿದೆಯೋ ಆದರ ಎಷ್ಟು ನಮೂನೆಗಳು ನಮಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಾಮಗ್ರಿಯಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ಅವುಗಳಿಗೆ (ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ) ಅನ್ನುವರು.

ಹಗ್ಗದ ಜಿಗಿತಗಳನ್ನು ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಯಾವ ದಿವಸದಲ್ಲಿಯೂ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಜಿಗಿತಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರುವದಿಲ್ಲ ಆದರೆ ಸರಾಸರಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಬರಬಹುದು.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯಲ್ಲಿಯ ಎಲ್ಲ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು}}{\text{ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

ಉಪಕ್ರಮ:
- ✸ ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ 10ರ ಗುಂಪು ಮಾಡಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿಯ ಹುಡುಗರ ಉತ್ತರಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.
- ✸ ವರ್ಗ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ಹಜೇರಿ ಪುಸ್ತಕ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದು ವಾರದ ಸರಾಸರಿ ಉಪಸ್ಥಿತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 54

1. ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ಸುರಿದ ಮಳೆಯನ್ನು ಮಿಮೀದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಆದರ ಮೇಲಿಂದ ವಾರದಲ್ಲಿಯ ಮಳೆಯ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
   9, 11, 8, 20, 10, 16, 12
2. ಶಾಲೆಯ ಸ್ನೇಹ ಸಮ್ಮೇಳನದಲ್ಲಿ ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧಾ ಮಹಿಳಾ ಉಳಿತಾಯ ಗುಂಪು ತಮ್ಮ ಖಾದ್ಯ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ಇಟ್ಟಿದ್ದರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಆದ ಮಾರಾಟ ₹ 960, ₹ 830, ₹ 945, ₹ 800, ₹ 847, ₹ 970 ಹೀಗೆ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳ ಮಾರಾಟ ಆಯಿತು ?
3. ವಿದರ್ಭದಲ್ಲಿ 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಬಿದ್ದ ಮಳೆಯ ದಾಖಲೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದರ ಮೇಲಿಂದ 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿಯ ಮಳೆಯ ಸರಾಸರಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   900 ಮಿಮೀ, 650 ಮಿಮೀ, 450 ಮಿಮೀ, 733 ಮಿಮೀ, 400 ಮಿಮೀ
4. ಒಬ್ಬ ಒಕ್ಕಲಿಗನು ಪಶುಖಾದ್ಯದ ಚೀಲಗಳನ್ನು ತಂದನು. ಅವುಗಳ ತೂಕಗಳು ಕಿ.ಗ್ರಾ. ದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಚೀಲಗಳ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ ತೆಗೆಯಿರಿ.
   49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8.

ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಬನ್ನಿ.

ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ (Frequency distribution table)

ಕೆಲವು ಸಲ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು ಅನೇಕ ಸಲ ಬರುತ್ತವೆ. **ಯಾವದೊಂದು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಬಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಆ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕದ ಆವೃತ್ತತೆ ಎನ್ನುವರು.** ಇಂತಹ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳು ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತತೆ ಹೀಗೆ ಮೂರು ಸ್ತಂಭಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

1. ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯವರೆಗಿನ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
   ಉದಾ : 1, 2, 3, 4, 5, 6 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಒಂದು ಹೀಗೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.
2. ಮಾಹಿತಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮದಿಂದ ಓದಿರಿ. ಪ್ರತಿಸಲ ಮಾಹಿತಿಯಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಓದಿದಾಗ, ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತಿರದ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ '|' ಹೀಗೆ ಗುರುತು ಮಾಡಿರಿ. ಈ ಗುರುತಿಗೆ ತಾಳೆಯ ಗುರುತು ಎನ್ನುವರು.
   ಹೇಗೆಂದರೆ, 3 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಓದಿ 3 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎದುರಿನ ಎರಡನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ '|' ಹೀಗೆ ಗುರುತು ಮಾಡಿರಿ. 4 ಗುರುತುಗಳ ವರೆಗಿನ ಗುರುತುಗಳ |||| ಹೀಗೆ ಬರೆದು ಐದನೆಯ ಗುರುತು 卌 ಹೀಗೆ ಮಾಡಿರಿ. ಇದರಿಂದ ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಸುಲಭವಾಗಬಹುದು.
3. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎದುರಿನ ಅಳತೆಯ ಒಟ್ಟು ಗುರುತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಅದಕ್ಕೆ ಆವೃತ್ತತೆ ಎನ್ನುವರು. ಮೂರನೆಯ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತತೆ ಬರೆಯಿರಿ.
4. ಕೊನೆಗೆ ಎಲ್ಲ ಆವೃತ್ತತೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವರು. ಅದನ್ನು N ಈ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ತೋರಿಸುವರು. ಈ ಬೇರೀಜು ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.

ಕೊಟ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸುವದು.

ಉದಾ. ಒಂದು ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯ ಕೆಲವು ಹುಡುಗಿಯರ ಮನೆಯಿಂದ ಶಾಲೆಯ ವರೆಗಿನ ಅಂತರ (ಕಿಮೀ)ದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ಹೇಗೆ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡುವಾ.

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ	ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳು	ಆವೃತ್ತತೆ
1	||	2
2	|	1
3	||	2
4	卌	5
5	||	2
6	|||	3
	ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತತೆ	N = 15

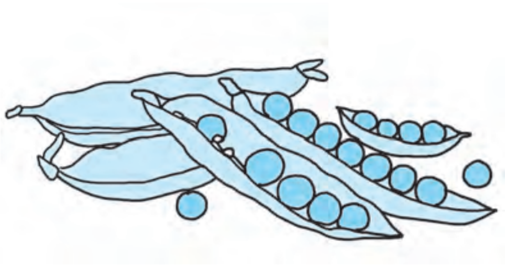
ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವಾಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿದಾಗ ಅದನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿ ಇಡುವ ಸಲುವಾಗಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೇಲೆ ರೇಷೆ ಎಳೆದ ನಂತರ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಯಾದಿ ಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

ಪ್ರಿಯಾಳ ತಾಯಿಯು ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಿಂದ ಬಟಾಣೆ (ವಟಾಣೆ)ಯ ಕಾಯಿಗಳನ್ನು ತಂದಳು. ತಾಯಿಯು ಕಾಯಿಗಳನ್ನು ಸುಲಿಯಲು ಆರಂಭಿಸಿದಳು. ಪ್ರಿಯಾಳು ಹತ್ತಿರದಲ್ಲೇ ಕುಳಿತು ತನ್ನ ಗಣಿತದ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಳು. ಸಹಜವಾಗಿ ಆಕೆಯ ಲಕ್ಷ್ಯವು ತಾಯಿಯು ಸುಲಿಯುತ್ತಿರುವ ಕಾಳುಗಳ ಕಡೆಗೆ ಹೋಯಿತು. ಕೆಲವು ಕಾಯಿಗಳಿಂದ 4 ಕಾಳುಗಳು, ಕೆಲವು ಕಾಯಿಗಳಿಂದ 7 ಕಾಳುಗಳು ದೊರೆತವು. ಆಗ ಪ್ರಿಯಾಳು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ 50 ಕಾಯಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯ ಕಾಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಂದಾಯಿಸಿದಳು.

ಪ್ರಿಯಾಳು ಬಟಾಣೆಯ ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿಯ ಕಾಳುಗಳ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿದಳು.

ಕಾಳುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳು	ಆವೃತ್ತತೆ
2	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
3	𝍸 𝍸 𝍸	15
4	𝍸 𝍸 𝍷𝍷	12
5	𝍷𝍷	2
6	𝍸 𝍷𝍷	7
7	𝍷𝍷𝍷	3
8	𝍷𝍷𝍷	3
	ಒಟ್ಟು ಆವೃತ್ತತೆ	N = 50



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

ತಾಯಿ: ನೀನು ಸುಲಿದ ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ಕಾಳುಗಳು ಬಂದವು ಎಂಬುದನ್ನು ತೆಗೆಯಲು ಬರುವುದೇ ?

ಪ್ರಿಯಾ: ಈ 50 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಬೇರೀಜಿಗೆ 50 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವದಲ್ಲವೇ ? ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಕೆಲಸ ಇದೆ.

ತಾಯಿ: ನಾವು ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಸುಲಭ ಮಾಡುವಾ. ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ 2 ಕಾಳುಗಳು ಎಷ್ಟು ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ, 3 ಕಾಳುಗಳು ಎಷ್ಟು ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ, ಇವುಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಇದೆಯಲ್ಲ ?

ಪ್ರಿಯಾ: ಹೌದು ! 2 ಕಾಳುಗಳು 8 ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ 3 ಕಾಳುಗಳು 15 ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ, 4, ಕಾಳುಗಳ 12 ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಇವೆಲ್ಲವುಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಇದೆ. ಈಗ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದಿತು. 2 × 8, 3 × 15, 4 × 12 ಹೀಗೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿದರೂ ಆ ಐವತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು ದೊರೆಯುವುದು.

ತಾಯಿ: ಏಳು ಸಣ್ಣ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದು ಸ್ವಲ್ಪ ಸುಲಭವಾಗಿದೆಯಲ್ಲ ! ಬಹಳಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಗ್ರಿ ಇರುವಾಗ, ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕದ ಹೀಗೆ ಉಪಯೋಗ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಿಯಾ: ಅಂದರೆ ಒಟ್ಟು ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು 206 ಬಂದಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಾಸರಿ $= \frac{206}{50} =$ 4.12ರಷ್ಟು ಆಯಿತು.

ತಾಯಿ: ಯಾವುದೇ ಕಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಟಾಣೆಯ ಕಾಳುಗಳು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಸರಾಸರಿ ಇದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಬರಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಾಯಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 4 ಕಾಳುಗಳು ಇವೆ ಎಂದು ಅನ್ನಬಹುದು.

ಇದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯಿತು.

- ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ ಸುಲಭ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಮಾಡಲು ತಾಳೆಯ ಗುರುತುಗಳ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಲು ಬರುತ್ತದೆ.
- ಗುರುತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಆವೃತ್ತತೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ, ಇಂತಹ ಪ್ರಕಾರದ ಕೊಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ಎನ್ನುವರು.
- ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದಿದ್ದರೆ ಆಗ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕದ ಉಪಯೋಗ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 55

1. ಒಂದು ವರ್ಗದಲ್ಲಿಯ 30 ಹುಡುಗರ ಎತ್ತರ (ಸೆಮೀ)ದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

   131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132, 131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

2. ಒಂದು ಬಡಾವಣೆಯಲ್ಲಿ 50 ಕುಟುಂಬಗಳು ವಾಸಿಸುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

   5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2.

3. ಒಂದು ಗಾಳವನ್ನು 40 ಸಲ ಒಗೆದಾಗ ಮೇಲಿನ ಪೃಷ್ಠ ಭಾಗದ ಮೇಲೆ ದೊರೆತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಂದಾಯಿಸಲಾಯಿತು. ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

   3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6, 3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4,

4. ಒಂದು ವಸತಿ ಗೃಹದ ಭೋಜನಾಲಯದಲ್ಲಿ 30 ಹುಡುಗರಿಗೆ ಊಟದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕಾಗುವುದು. ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ಆವೃತ್ತತೆಯ ವಿತರಣೆ ಕೋಷ್ಟಕ ತಯಾರಿಸಿರಿ.

   3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2

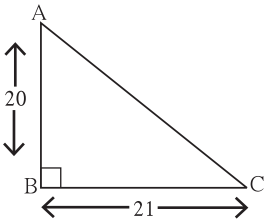
ಸರಾಸರಿಯ ಉಪಯೋಗವು ವಿಜ್ಞಾನದ ಎಲ್ಲ ಶಾಖೆಗಳು, ವೈದ್ಯಕ ಶಾಖೆಗಳು, ಭೂಗೋಲ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಸಾಮಾಜಿಕ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಆಗುತ್ತವೆ.

ಸಂಕೀರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಂಗ್ರಹ 2

1. ಏಂಜಲಳು 15000 ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಪ್ರ. ವ. ಪ್ರ. ಶೇ. 9% ದರದಂತೆ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳ ಸಲುವಾಗಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಳು. ಅವಧಿ ನಂತರ ಆಕೆಗೆ 5000 ರೂಪಾಯಿಗಳಷ್ಟು ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಆಕೆಯು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳ ವರೆಗೆ ಹಣವನ್ನು ಇಟ್ಟಳು ?
2. ಒಂದು ರಸ್ತೆಯ ಡಾಂಬರೀಕರಣದ ಕೆಲಸಕ್ಕಾಗಿ 10 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ 4 ದಿವಸಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ 8 ಕೂಲಿಕಾರರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು ?
3. ನಸರುದ್ದೀನ ಮತ್ತು ಮಹೇಶ ಇವರು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ₹ 40, 000 ಮತ್ತು ₹ 60, 000 ಬಂಡವಾಳ ತೊಡಗಿಸಿ ವ್ಯವಸಾಯ ಆರಂಭಿಸಿದರು. ಈ ವ್ಯವಸಾಯದಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ 30% ಲಾಭ ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು?
4. ಒಂದು ವರ್ತುಳದ ವ್ಯಾಸ 5.6 ಸೆಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಪರೀಘ ಎಷ್ಟು ?
5. ವಿಸ್ತಾರ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $(2a - 3b)^2$ (ii) $(10 + y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$
6. ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗ ಮಾಡಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿರಿ.

   (i) $(x - 5)(x + 5)$ (ii) $(2a - 13)(2a + 13)$

   (iii) $(4z - 5y)(4z + 5y)$ (iv) $(2t - 5)(2t + 5)$
7. ಒಂದು ಎತ್ತಿನ ಗಾಡಿಯ ಚಕ್ರದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 1.05 ಮೀಟರ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಚಕ್ರದ 1000 ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಎತ್ತಿನ ಗಾಡಿಯು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸುವುದು ?
8. ಒಂದು 40 ಮೀ ಉದ್ದದ ಆಯತಾಕೃತಿ ಉದ್ಯಾನದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲ 1000 ಚೌಮೀ ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆಯತದ ಅಗಲ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದರಂತೆ ಅದರ ಪರಿಮಿತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಈ ಉದ್ಯಾನದ ಸುತ್ತಲೂ ಪ್ರವೇಶದ್ವಾರದ 4 ಮೀಟರಗಳಷ್ಟು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು 3 ಸ್ತರಗಳ ಬೇಲಿ ಹಾಕುವುದಿದೆ. ಅದರ ಖರ್ಚು ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ 250 ರೂ. ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ಖರ್ಚು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. 

   ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯ ಮೇಲಿಂದ ಕರ್ಣ AC ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅದರಂತೆ ΔABCಯ ಪರಿಮಿತಿ ತೆಗೆಯಿರಿ.
10. ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿ ಭುಜ 8 ಸೆಮೀ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಪೃಷ್ಠಫಲ ಎಷ್ಟು ?
11. ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ. $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

ಬಹು ಪರ್ಯಾಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿಯ ಯೋಗ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಆರಿಸಿರಿ.

1. 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ 36 ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ x ದ ಬೆಲೆ .... ಇರುವದು.

   (i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36
2. $(61^2 - 51^2)$ ಈ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಜಾಬಾಕಿಯು .... ದಷ್ಟು ಬರುವದು.

   (i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250
3. 2600 ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು 8:5 ಈ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀರ ಮತ್ತು ಸುನೀತಾ ಈ ಇಬ್ಬರಲ್ಲಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಪಾಲಿಗೆ .... ಮತ್ತು .... ಗಳಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳು ದೊರೆಯುವವು.

   (i) ₹ 1500, ₹ 1100 (ii) ₹ 1300, ₹ 900 (iii) ₹ 800, ₹ 500 (iv) ₹ 1600, ₹ 1000

ಉತ್ತರ ಸೂಚಿ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 1 1. -- 2. -- 3. ತ್ರಿಕೋನದ ಅಂತರ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ
4. ಕಾಟಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ
5. ತ್ರಿಕೋನದ ಪರಿಮಧ್ಯ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 2 --
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 3 -- ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 4 -- ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 5 --
ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 6 1.(i) ರೇಷಾಖಂಡ MG $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ GR (ii) ರೇಷಾಖಂಡ MG $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ NG (iii) ರೇಷಾಖಂಡ GC $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ GB (iv) ರೇಷಾಖಂಡ GE $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ GR
2. (i) ರೇಷಾಖಂಡ AB $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ WA (ii) ರೇಷಾಖಂಡ AP $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ YC (iii) ರೇಷಾಖಂಡ AC $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ PY
(iv) ರೇಷಾಖಂಡ PW $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ BY
(v) ರೇಷಾಖಂಡ YA $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ YQ
(vi) ರೇಷಾಖಂಡ BW $\cong$ ರೇಷಾಖಂಡ ZX
(ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಅನೇಕ ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳು ಬರಬಹುದು.)

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 7 ⊙ $\angle AOB \cong \angle BOC$,
$\angle AOB \cong \angle RST$, $\angle AOC \cong \angle PQR$,
$\angle DOC \cong \angle LMN$, $\angle BOC \cong \angle RST$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 8 ⊙(i) 35 (ii) -54 (iii) -36 (iv) -56
(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (viii) -105

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 9 1. (i) -6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$
(v) $\frac{-17}{4}$ (vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$
(x) $\frac{1}{63}$ 2. 24 ÷ 5, 72 ÷ 15, -48 ÷ (-10) ಇ.
3. -5 ÷ 7, -15 ÷ 21, 20 ÷ (-28) ಇತ್ಯಾದಿ ಅನೇಕ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 10 1. 1 2. 4,5 ಹಾಗೂ 17,19
3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 ಒಟ್ಟು 16 ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ
4. 59 ಮತ್ತು 61, 71 ಮತ್ತು 73 5. (2,3),(5,7),(11,12),(17,19),(29,30) ಇತ್ಯಾದಿ ಅನೇಕ 6. 2

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 11 ⊙ (i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2
(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5
(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3
(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17
(viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 29 (x) 13 × 43

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 12 1.(i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1
(v) 2 (vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21

2.(i) ಮಸಾವಿ 25, ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ $\frac{11}{21}$
(ii) ಮಸಾವಿ 19, ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ $\frac{4}{7}$
(iii) ಮಸಾವಿ 23, ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ $\frac{7}{3}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 13 1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288
(iv) 60 (v) 3870 (vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180
(ix) 567 (x) 108
2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60
(iv) 9; 126 (v) 26; 312

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 14 1. (i) 30 (ii)40, 20
2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510
(iv) 23; 69 (v) 7; 588
3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008 (iv) 60 (v)240
4. 365 5. (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$ 6. 144
7. 255 8. 14 ಮೀ 9. 18 ಮತ್ತು 20

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 15 1. ಅಂತರ್ಭಾಗದಲ್ಲಿಯ ಬಿಂದು : R,C,N,X
ಬಾಹ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿಯ ಬಿಂದು T, U, Q, V, Y
ಕೋನದ ಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು : A, W, G, B
2. $\angle ANB$ ಮತ್ತು $\angle BNC$, $\angle BNC$ ಮತ್ತು $\angle ANC$,
$\angle ANC$ ಮತ್ತು $\angle ANB$, $\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle PQT$
3. (i) ಸಂಲಗ್ನವಿದೆ.
(ii) ಮತ್ತು (iii) ಸಂಲಗ್ನವಿಲ್ಲ ಕಾರಣ ಅಂತರ್ಭಾಗ ಬಿನ್ನ ಇಲ್ಲ (iv) ಸಂಲಗ್ನವಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 16 1. (i) 50° (ii) 27° (iii) 45°
(iv) 35° (v) 70° (vi) 0° (vii) $(90-x)^\circ$
2. 20° ಮತ್ತು 70°

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 17 1. (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°
(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180-a)^\circ$
2. ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ : (i) $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle N$
(ii) $\angle D$ ಮತ್ತು $\angle F$ (iii) $\angle Y$ ಮತ್ತು $\angle E$
ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ : (i) $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle G$ (ii) $\angle N$ ಮತ್ತು $\angle J$. 3. $\angle X$ ಮತ್ತು $\angle Z$ ಇದು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನವಿದೆ.
4. 65° ಮತ್ತು 25°

5. (i) ∠P ಮತ್ತು ∠M (ii) ∠T ಮತ್ತು ∠N (iii) ∠P ಮತ್ತು ∠T (iv) ∠M ಮತ್ತು ∠N(v) ∠P ಮತ್ತು ∠N (vi) ∠M ಮತ್ತು ∠T

6. 160° 7. $m\angle A = (160 - x)^\circ$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 18 1. ಕಿರಣ PL ಮತ್ತು ಕಿರಣ PM; ಕಿರಣ PN ಮತ್ತು ಕಿರಣ PT.

2. ಇಲ್ಲ. ಕಾರಣ ಆ ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಒಂದೂ ರೇಷೆ ತಯಾರಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 19 ---

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 20 1. $m\angle APB = 133^\circ$, $m\angle BPC = 47^\circ$, $m\angle CPD = 133^\circ$

2. $m\angle PMS = (180 - x)^\circ$, $m\angle SMQ = x^\circ$, $m\angle QMR = (180 - x)^\circ$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 21 1. $m\angle A = m\angle B = 70^\circ$

2. 40°, 60°, 80° 3. $m\angle ACB = 34^\circ$, $m\angle ACD = 146^\circ$, $m\angle A = m\angle B = 73^\circ$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 22 1. (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$ 2. (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$

3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$ (vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 23 ⊙(i) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$ (iii) $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$ (v) $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (vi) $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, \frac{-13}{24}$ (vii) $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$ (viii) $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$ ಇತ್ಯಾದಿ ಅನೇಕ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 24 ⊙(i) 3.25 (ii) −0.875 (iii) 7.6 (iv) $0.41\dot{6}$ (v) $3.\overline{142857}$ (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 25 1. 149 2. 0 3. 4 4. 60 5. $\frac{17}{20}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 26 1. -- 2.(i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401 (iv) −216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 27 ⊙(i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 28 1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1

2.(i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 29 1. (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$ (iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$ (viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^{5}$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^{3}$ ಅಥವಾ 6^3

(iv) $\frac{1}{y^4}$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 30 1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33 **ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 31** --

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 32 ⊙(i) ಏಕಪದಿ = $7x$; a ; 4

(ii) ದ್ವಿಪದಿ = $5y - 7z$; $5m - 3$

(iii) ತ್ರಿಪದಿ = $3x^3 - 5x^2 - 11$; $3y^2 - 7y + 5$

(iv) ಬಹುಪದಿ = $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 33 ⊙(i) $22p + 18q$

(ii) $18a + 24b + 21c$ (iii) $19x^2 - 20y^2$

(iv) $-11a^2b^2 + 44c$ (v) $3y^2 - 8y + 9$

(vi) $4y^2 + 10y - 8$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 34 ⊙(i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$

(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$

(v) $-12x + 30z - 19y$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 35 1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$

(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$

2. $(40x^2 + 49x + 15)$ ಚೌಸೆಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 36 1. $-2(7x + 12y)$ 2. $-345x^5y^4z^3$ 3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) -5 (vi) $\frac{69}{5}$

4. 16 ವರ್ಷಗಳು 11 ವರ್ಷಗಳು 5. 130 6. 30 ನೋಟು 7. 132, 66

ಸಂಕೀರ್ಣ 1 1. (i) 80 (ii) -6 (iii) -48 (iv) 25 (v) 8 (vi) -100 2. (i) 15; 675

(ii) 38; 228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96

3. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$ 4. (i) 28 (ii) 15

(iii) 36 (iv) 45 (v) 16 5. --

6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026

7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) -8 (iv) $\frac{63}{20}$ 8. --

9. -- 10. -- 11. -- 12.-- 13. (i) 55°

(ii) $(90 - a)^\circ$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)^\circ$

14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)^\circ$

15. -- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°

17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16

19. (i) $8a + 10b - 13c$

(ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$

(iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$

20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

ಬಹು ಪರ್ಯಾಯ ಪ್ರಶ್ನೆ 1. ಅಂತರ್ಮಧ್ಯ 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3

4. $\frac{3}{2}$ 5. $10 \times 3 + (5 + 2)$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 37 1. ₹ 240 2. 32 ಸೂಡುಗಳು

3.18 ಕಿ.ಗ್ರಾ 4. ₹ 24000 5. ₹ 104000

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 38 1. 10 ದಿವಸ; 4 ದಿವಸ 2. 50 ಪುಟಗಳು

3. 2 ತಾಸು; 3 ತಾಸು 4. 20 ದಿವಸ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 39 1. ₹ 12800; ₹ 16000

2. ₹ 10000; ₹ 24000 3. ₹ 38000; ₹ 9120

4. ₹ 147; ₹ 343 5. ₹ 54000; ₹ 15120

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 40 1. ₹ 1770

2. ₹ 25000; ₹ 375000 3. ₹ 14875

4. ₹ 3600 5. ₹ 180000

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 41 1. 10% 2. ₹ 300 3. 5 ವರ್ಷಗಳು

4. ₹ 41000 5. (i) ₹ 882, ₹ 5082

(ii) ₹ 5000, ₹ 6200 (iii) 2 ವರ್ಷಗಳು, ₹ 8800

(iv) ₹ 12000, 10 ವರ್ಷಗಳು (v) ₹ 19200, ₹ 21600

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 42 1. (i) 14 ಸೆಮೀ; 44 ಸೆಮೀ

(ii) 14 ಸೆಮೀ; 88 ಸೆಮೀ (iii) 98 ಸೆಮೀ; 196 ಸೆಮೀ (iv) 11.55 ಸೆಮೀ; 23.1 ಸೆಮೀ 2. 28 ಸೆಮೀ

3. ₹ 56320 4. 250 ಸುತ್ತುಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 43 1. 240°

2. ಲಘು ಕಂಸದ ಹೆಸರು : ಕಂಸ PXQ, ಕಂಸ PR,

ಕಂಸ RY, ಕಂಸ XP, ಕಂಸ XQ, ಕಂಸ QY

ವಿಶಾಲ ಕಂಸದ ಹೆಸರುಗಳು : ಕಂಸ PYQ, ಕಂಸ PQR,

ಕಂಸ RQY, ಕಂಸ XQP, ಕಂಸ QRX

ಅರ್ಧವರ್ತುಳ ಕಂಸಗಳ ಹೆಸರು : ಕಂಸ QPR, ಕಂಸ QYR

3. 250°

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 44 1. 2 ಪಟ್ಟು 2. 3 ಪಟ್ಟು

3. 90 ಮೀ 4. 8 ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 45 1. 144 ಚೌಸೆಮೀ 2. 75 ಚೌಸೆಮೀ

3. 46 ಸೆಮೀ 4. 9 ಪಟ್ಟು

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 46 1. 1170 ಚೌಸೆಮೀ 2. 8.64 ಚೌಸೆಮೀ

3. ₹ 2302750 4. 800 ಫರಶಿಗಳು ; 3200 ಫರಶಿಗಳು

5. 156 ಮೀ ; 845 ಚೌಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 47 1. (i) 54 ಚೌಸೆಮೀ (ii) 150 ಚೌಸೆಮೀ

(iii) 311.04 ಚೌಮೀ (iv) 277.44 ಚೌಮೀ (v) 181.5 ಚೌಮೀ 2. (i) 460 ಚೌಸೆಮೀ (ii) 58.8 ಚೌಸೆಮೀ (iii) 31.6 ಚೌಮೀ (iv) 171 ಚೌಸೆಮೀ 3. 39.5 ಚೌಸೆಮೀ 4. 6.5 ಚೌಮೀ, ₹ 1950

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 48 1. (i) 25 ಮೂಲಮಾನ (ii) 40 ಮೂಲಮಾನ

(iii) 15 ಮೂಲಮಾನ 2. 26 ಸೆಮೀ 3. 16 ಸೆಮೀ 4. 12 ಮೀ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 49 1. (i) ಇದೆ (ii) ಇಲ್ಲ (iii) ಇಲ್ಲ

(iv) ಇಲ್ಲ (v) ಇದೆ (vi) ಇಲ್ಲ

2. (i) ಇದೆ (ii) ಇಲ್ಲ (iii) ಇದೆ (iv) ಇಲ್ಲ (v) ಇಲ್ಲ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 50 **1.** (i) $25a^2+60ab+36b^2$

(ii) $\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}$ (iii) $4p^2-12pq+9q^2$

(iv) $x^2-4+\frac{4}{x^2}$ (v) $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$

(vi) $49m^2-56m+16$ (vii) $x^2+x+\frac{1}{4}$

(viii) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ **2.** $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

3. $(mn+7pq)^2$ **4.** (i) 994009 (ii) 10404

(iii) 9409 (iv) 1010025

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 51 **1.** (i) x^2-y^2 (ii) $9x^2-25$

(iii) a^2-36 (iv) $\frac{x}{25}^2-36$ **2.** (i) 249996

(ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 52 ⦿(i) $3\times67\times a\times a\times a\times b\times b$

(ii) $13\times7\times x\times y\times t\times t$

(iii) $2\times2\times2\times3\times a\times a\times b\times b$

(iv) $t\times r\times r\times s\times s\times s$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 53 ⦿(i) $(p+q)(p-q)$

(ii) $(2x+5y)(2x-5y)$ (iii) $(y+2)(y-2)$

(iv) $\left(p+\frac{1}{5}\right)\left(p-\frac{1}{5}\right)$ (v) $\left(3x+\frac{1}{4}y\right)\left(3x-\frac{1}{4}y\right)$

(vi) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a-1)$

(viii) $2x^2(2xy-3x)$ (ix) $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$

(x) $2(x+2y)(x-2y)$

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 54 **1.** 12.29 ಮಿಮೀ **2.** ₹ 892

3. 626.6 ಮಿಮೀ **4.** 49.4 ಕಿ.ಗ್ರಾ

ಅಭ್ಯಾಸ ಸಂಚ 55 **1.**

ಎತ್ತರ	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	ಒಟ್ಟು
ಹುಡುಗರು	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

ವ್ಯಕ್ತಿ	1	2	3	4	5	ಒಟ್ಟು
ಕುಟುಂಬಗಳು	1	13	16	13	7	50

3.

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ	1	2	3	4	5	6	ಒಟ್ಟು
ಆವೃತ್ತಿ	2	8	13	8	5	4	40

4.

ಚಪಾತಿಗಳು	2	3	4	5	ಒಟ್ಟು
ಹುಡುಗರು	9	10	8	3	30

ಸಂಕೀರ್ಣ 2 **1.** 4 ವರ್ಷಗಳು **2.** 5 ದಿನಗಳು

3. ₹ 12000 ; ₹ 18000 **4.** 17.6 ಸೆಮೀ

5. (i) $4a^2-12ab+9b^2$ (ii) $100+20y+y^2$

(iii) $\frac{p^2}{9}+\frac{pq}{6}+\frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2-6+\frac{9}{y^2}$

6. (i) x^2-25 (ii) $4a^2-169$ (iii) $16z^2-25y^2$ (iv) $4t^2-25$ **7.** 3.3 ಕಿಮೀ

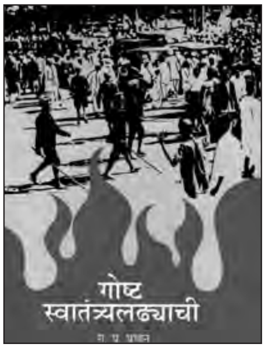
8. 25 ಮೀ ; 130 ಮೀ ; ₹ 94500

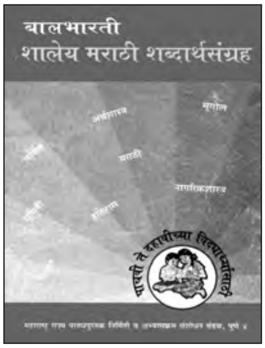
9. 29 ಮೂಲಮಾನ ; 70 ಮೂಲಮಾನ **10.** 384 ಸೆಮೀ²

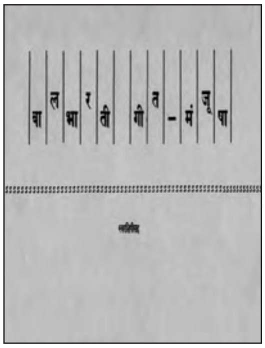
11. $73y^2z^3(5y^2-2z)$

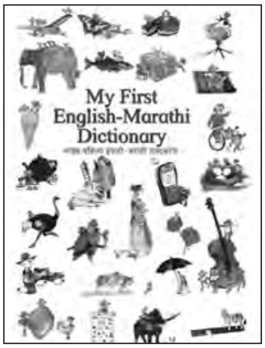
ಬಹುಪರ್ಯಾಯ ಪ್ರಶ್ನೆ **1.** 36 **2.** 1120

3. ₹ 1600, ₹ 1000.









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

ಮಹಾರಾಷ್ಟ್ರ ರಾಜ್ಯ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರ್ಮಿತಿ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ರಮ ಸಂಶೋಧನ ಮಂಡಳ, ಪುಣೆ – ೪೧೧೦೦೪.

कन्नड गणित इ.७वी

₹ 41.00