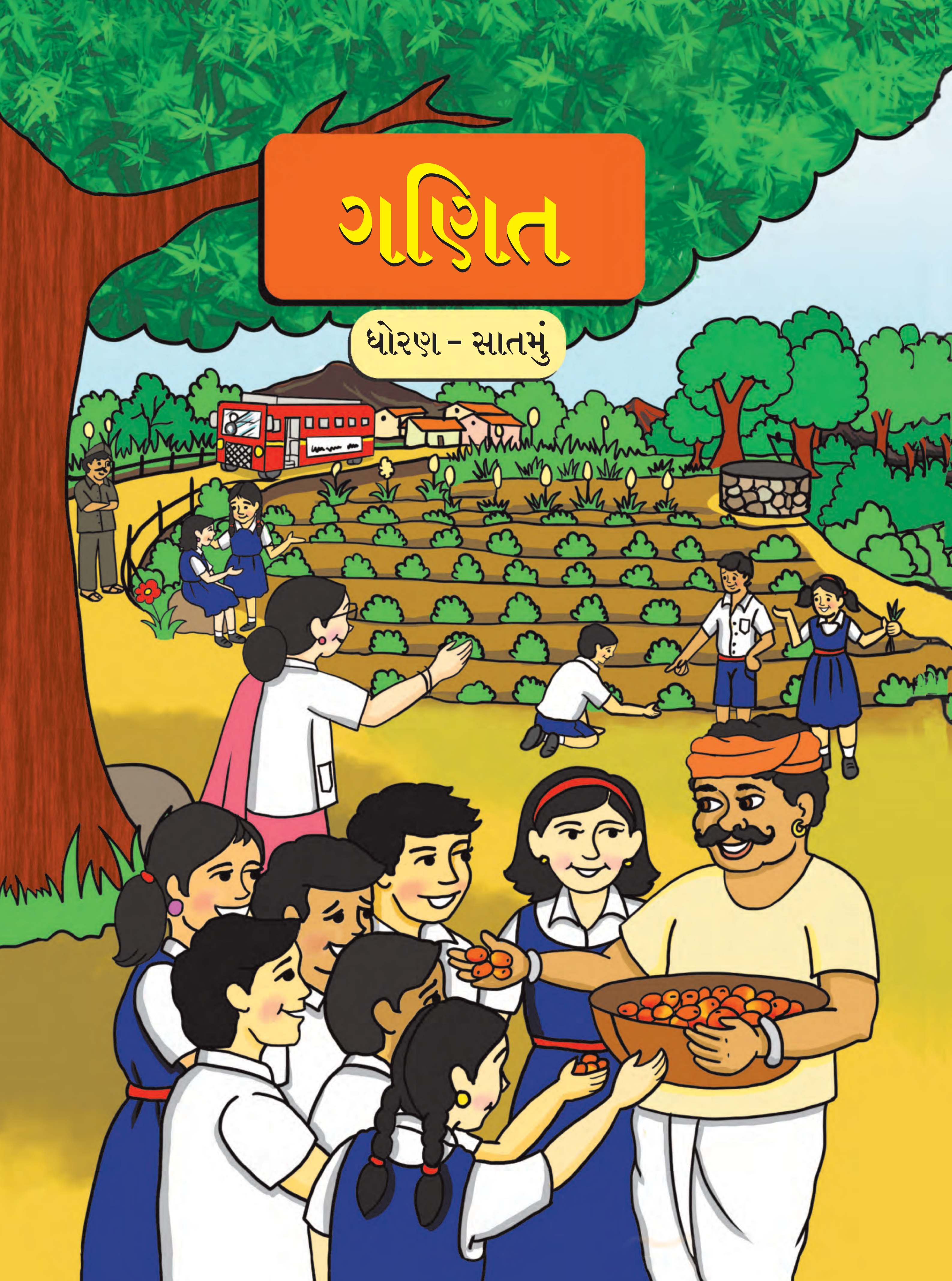
ગણિત

ધોરણ - સાતમું



ભારતનું સંવિધાન

ભાગ ૪ ક

નાગરિકોના મૂળભૂત કર્તવ્યો

અનુચ્છેદ ૫૧ ક

મૂળભૂત કર્તવ્ય - ભારતના પ્રત્યેક નાગરિકનું એ કર્તવ્ય છે કે તેણે -

(ક) સંવિધાનનું પાલન કરવું. સંવિધાનના આદર્શો, રાષ્ટ્રધ્વજ અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવો.

(ખ) સ્વાતંત્ર્ય ચળવળની પ્રેરણા આપનારા આદર્શોનું પાલન કરવું.

(ગ) દેશના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડતા સુરક્ષિત રાખવા પ્રયત્નશીલ રહેવું.

(ઘ) આપણા દેશનું રક્ષણ કરવું, દેશની સેવા કરવી.

(ઙ) દરેક પ્રકારના ભેદભાવને ભૂલીને એકતા અને બંધુત્વની ભાવના વિકસાવવી. સ્ત્રીઓના સન્માનને ઠેસ પહોંચાડનારી પ્રથાઓનો ત્યાગ કરવો.

(ચ) આપણી સંમિશ્ર સંસ્કૃતિના વારસાનું જતન કરવું.

(છ) નૈસર્ગિક પર્યાવરણનું જતન કરવું. સજીવ પ્રાણીઓ પ્રત્યે દયાભાવ રાખવો.

(જ) વૈજ્ઞાનિક દૃષ્ટિ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસાવૃત્તિ કેળવવી.

(ઝ) સાર્વજનિક માલમત્તાનું જતન કરવું. હિંસાનો ત્યાગ કરવો.

(ઞ) દેશની ઉત્તરોત્તર પ્રગતિ માટે વ્યક્તિગત તેમજ સામૂહિક કાર્યમાં ઉત્તમતા-શ્રેષ્ઠતાનું સ્તર જાળવી રાખવાનો પ્રયત્ન કરવો.

(ટ) ૬થી ૧૪ વય જૂથના બાળકોને તેમના વાલીએ શિક્ષણની તક પૂરી પાડવી.

શાસન નિર્ણય ક્રમાંક : અભ્યાસ - 2116/(પ્ર.ક્ર.43/16) એસડી-4 દિનાંક 25-4-2016 અન્વયે સ્થાપિત થયેલ સમન્વય સમિતિની દિનાંક 3-3-2017 રોજની મીટિંગમાં આ પાઠ્યપુસ્તક નિર્ધારિત કરવાની માન્યતા આપવામાં આવી છે.

ગણિત

ધોરણ સાતમું

મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ, પુણે - ૪૧૧ ૦૦૪.

5YLUDR

તમારાં સ્માર્ટફોનમાં DIKSHA App દ્વારા પાઠ્યપુસ્તકનાં પહેલા પાનાં પરનાં Q.R. Codeથી ડિઝીટલ પાઠ્યપુસ્તક અને દરેક પાઠમાં આપેલા Q.R. Codeથી તે સંબંધિત પાઠનાં અધ્યયન – અધ્યાપન માટે ઉપયોગી દૃશ્ય–શ્રાવ્ય સાહિત્ય ઉપલબ્ધ થશે.

પ્રથમાવૃત્તિ : 2017
પુનર્મુદ્રણ : 2022

ભાષાંતર : શ્રીમતી કલ્પના ટી. મહેતા

ભાષાંતર સંયોજક : કેતકી નિતેશ જાની
વિશેષાધિકારી, ગુજરાતી વિભાગ
પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, પુણે.

પ્રકાશક
શ્રી. વિવેક ઉત્તમ ગોસાવી
નિયંત્રક,
પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ મંડળ,
પ્રભાદેવી, મુંબઈ - ૨૫.

ગણિત વિષયતજ્ઞ સમિતિ

ડૉ. મંગલા નારળીકર (અધ્યક્ષ)
ડૉ. જયશ્રી અત્રે (સદસ્ય)
શ્રી. રમાકાંત સરોદે (સદસ્ય)
શ્રી. દાદાસો સરડે (સદસ્ય)
શ્રી. સંદીપ પંચભાઈ (સદસ્ય)
શ્રીમતી લતા ટિળેકર (સદસ્ય)
શ્રીમતી ઉજ્જવલા ગોડબોલે (સદસ્ય, સચિવ)

સંયોજક : ઉજ્જવલા શ્રીકાંત ગોડબોલે
પ્ર. વિશેષાધિકારી, ગણિત વિભાગ
પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, પુણે.

મુખપૃષ્ઠ અને સજાવટ : ધનશ્રી મોકાશી

ચિત્રકાર : ધનશ્રી મોકાશી

સંગણકીય આલેખન : સંદીપ કોળી, મુંબઈ.

અક્ષર ગૂંથણી : સમર્થ ગ્રાફિક્સ,
૫૨૨, નારાયણ પેઠ, પુણે-૩૦.

ગણિત વિષય - રાજ્ય અભ્યાસમંડળના સદસ્ય

શ્રીમતી પૂજા જાધવ	શ્રી. અન્સાર શેખ
શ્રી. ગણેશ કોલતે	શ્રી. પ્રમોદ ઠોંબરે
શ્રી. રામા વ્હન્યાળકર	શ્રી. પ્રકાશ ઝેંડે
શ્રીમતી સુવર્ણા દેશપાંડે	શ્રી. બન્સી હાવળે
શ્રી. ઉમેશ રેળે	શ્રી. શ્રીકાંત રત્નપારખી
શ્રી. આણ્ણાપા પરીટ	શ્રી. સૂર્યકાંત શહાણે
શ્રી. શ્રીપાદ દેશપાંડે	શ્રી. સુરેશ દાતે
શ્રી. રાજેન્દ્ર ચૌધરી	શ્રી. પ્રકાશ કાપસે
શ્રી. ચંદન કુલકર્ણી	શ્રી. સલીમ હાશ્મી
શ્રીમતી અનિતા જાવે	શ્રીમતી આર્યા ભિડે
શ્રીમતી બાગેશ્રી ચવ્હાણ	શ્રી. મિલિંદ ભાકરે
શ્રી. કલ્યાણ કડેકર	શ્રી. જ્ઞાનેશ્વર માશાળકર
શ્રી. સંદેશ સોનવણે	શ્રી. લક્ષ્મણ દાવણકર
શ્રી. સુજિત શિંદે	શ્રી. સુધીર પાટીલ
ડૉ. હનુમંત જગતાપ	શ્રી. રાજારામ બંડગર
શ્રી. પ્રતાપ કાશિદ	શ્રીમતી રોહિણી શિર્કે
શ્રી. કાશિરામ બાવિસાને	શ્રી. સાગર સકુડે
શ્રી. પપ્પુ ગાડે	શ્રી. પ્રદીપ ગોડસે
	શ્રી. રવિન્દ્ર ખંદારે

શ્રીમતી પ્રાજક્તી ગોખલે (નિમંત્રિત સદસ્ય)

નિર્મિતિ : શ્રી. સચિન મેહતા
મુખ્ય નિર્મિતિ અધિકારી
સંજય કાંબળે
નિર્મિતિ અધિકારી
પ્રશાંત હરણે
સહાયક નિર્મિતિ અધિકારી

કાગળ : ૭૦ જી.એસ.એમ. ક્રીમવ્હોવ્હ

મુદ્રણાદેશ : N/PB/2022-23/1,000

મુદ્રક : Bombay Binding Works &
Printers,Mumbai

ભારતનું સંવિધાન

આમુખ

અમે ભારતના લોકો ભારતને એક સાર્વભૌમ સમાજવાદી બિનસાંપ્રદાયિક લોકતંત્રાત્મક પ્રજાસત્તાક તરીકે સંસ્થાપિત કરવાનો

તથા તેના સર્વ નાગરિકોને :

સામાજિક, આર્થિક અને રાજકીય ....ન્યાય

વિચાર, અભિવ્યક્તિ, માન્યતા,

ધર્મ અને ઉપાસનાની ....સ્વતંત્રતા

દરજ્જા અને તકની ....સમાનતા

પ્રાપ્ત થાય તેમ કરવાનો

અને તેઓ સર્વમાં

વ્યક્તિનું ગૌરવ અને રાષ્ટ્રની

એકતા અને અખંડતા સુદૃઢ કરે એવી ....બંધુતા

વિકસાવવાનો

ગંભીરતાપૂર્વક સંકલ્પ કરીને

અમારી સંવિધાનસભામાં ૨૬ નવેમ્બર, ૧૯૪૯ના રોજ આથી આ સંવિધાન અપનાવી, તેને અધિનિયમિત કરી અમને પોતાને અર્પિત કરીએ છીએ.

રાષ્ટ્રગીત

જનગણમન – અધિનાયક જય હે

ભારત – ભાગ્યવિધાતા.

પંજાબ, સિંધુ, ગુજરાત, મરાઠા,

દ્રાવિડ, ઉત્કલ, બંગ,

વિંધ્ય, હિમાચલ, યમુના, ગંગા,

ઉચ્છલ જલધિતરંગ,

તવ શુભ નામે જાગે, તવ શુભ આશિષ માગે,

ગાહે તવ જયગાથા.

જનગણ મંગલદાયક જય હે,

ભારત – ભાગ્યવિધાતા.

જય હે, જય હે, જય હે,

જય જય જય, જય હે.

પ્રતિજ્ઞા

ભારત મારો દેશ છે. બધા ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.

હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે. હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.

હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.

હું મારા દેશ અને દેશબાંધવો પ્રત્યે વફાદારી રાખવાની પ્રતિજ્ઞા લઉં છું. તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ સમાયેલું છે.

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થી મિત્રો,

આપ સૌનું ધોરણ-સાતના વર્ગમાં સ્વાગત છે. તમે ધોરણ એક થી છ સુધીના પાઠ્યપુસ્તકોનો અભ્યાસ કર્યો છે. ગણિત ધોરણ સાતમાનું પાઠ્યપુસ્તક તમારા હાથમાં આપતાં અમને સહુને આનંદ થાય છે.

આ વિષય બરાબર સમજાય, મનોરંજક લાગે, નવું જ્ઞાન મેળવવાનો અને નવા પ્રશ્નો ઉકેલવાનો તમને આનંદ મળે એવું અમે ઇચ્છીએ છીએ. તે માટે પાઠ્યપુસ્તકમાં કેટલીક કૃતિઓ અને રચનાઓ આપી છે તે જરૂર કરજો. તેમાંથી ગમ્મત સાથે જ્ઞાન મળે અને નવા ગુણધર્મો ધ્યાનમાં આવે છે કે તે જુઓ. પરસ્પર ચર્ચા કરવાથી નવા મુદ્દાઓ સમજાય છે. ચિત્રો, વૅન આકૃતિ અને ઈન્ટરનેટની મદદથી ગણિત સહેલાઈથી સમજાય છે. આ મુદ્દા ધ્યાનમાં લેશો એટલે ગણિત જરા પણ અઘરું નહીં લાગે. પાઠ્યપુસ્તકનું દરેક પ્રકરણ તમે ધ્યાનથી વાંચો એવી અપેક્ષા છે. એકાદ મુદ્દો સમજાય નહીં તો શિક્ષક, પાલક કે અન્ય વિદ્યાર્થીઓની મદદથી સમજી લો. કોઈ પણ ઉદાહરણ ઉકેલવાની રીત, તેનું સૂત્ર કેમ અને કેવી રીતે તૈયાર થયું તેનું સ્પષ્ટીકરણ આ પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલું છે. આ રીત વાપરીને ઉદાહરણો ઉકેલવાનો મહાવરો કરો. તે મહત્ત્વનું છે. મહાવરાસંગ્રહમાં આપેલાં ઉદાહરણો જેવાં અન્ય ઉદાહરણો તમે જાતે તૈયાર કરો. આહ્‌વાનાત્મક ઉદાહરણો તારાંકિત કર્યાં છે. ચોકઠામાં આપેલી વધારાની માહિતી તમને આગળના અભ્યાસ માટે ઉપયોગી થશે. પહેલાં ધોરણથી તમે ગણિતમાં જે-જે શીખો છો તે તમને સતત ઉપયોગી થાય છે. દા.ત. સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકારની ક્રિયાઓ ભૂલી જવાથી નહીં ચાલે, બરાબરને ! તેનો સતત મહાવરો કરતા રહો. આ બધી ગાણિતિક-ક્રિયાઓ ઉદાહરણો ઉકેલતી વખતે વારંવાર કરવી પડે છે.

ધોરણ સાતમાના ગણિતમાં અનેક મૂળભૂત સંકલ્પનાઓ છે. તે જો બરાબર સમજાશે તો આગળના ધોરણનો અભ્યાસ સહેલો થશે. તો ચાલો ! ગણિત સમજવા માટે આ પુસ્તક તમારો દોસ્ત બને છે કે નહીં, તે જુઓ !

પુણે
તા. :૨૮ માર્ચ ૨૦૧૭

(ડૉ. સુનિલ મગર)
સંચાલક
મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ
અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ, પુણે.

ધોરણ - સાતમું (ગણિત)

<table>
<tr><th>સૂચવેલ અધ્યયન પ્રક્રિયા</th><th>અધ્યયન નિષ્પત્તિ</th></tr>
<tr><td>

વિદ્યાર્થીને જોડીમાં/સમૂહમાં/વ્યક્તિગત તક આપી કૃતિ કરવા પ્રોત્સાહિત કરવા.

પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણાકાર અને ભાગાકારના નિયમો શોધવા માટે સંદર્ભ પૂરા પાડવા. સંખ્યા રેખા અથવા સંખ્યા પધ્ધતિ (પેટર્ન)નો ઉપયોગ કરી શકાય.

ઉદાહરણ : $3 \times 2 = 6$
$3 \times 1 = 3$
$3 \times 0 = 0$
$3 \times (-1) = -3$
$3 \times (-2) = -6$
સંખ્યા 1 જેટલી ઓછી થઈ.   સંખ્યા 3 જેટલી ઓછી થઈ.
$3 \times (-3) = -9$

એટલે કે જો ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાને ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા વડે ગુણવામાં આવે તો જવાબ ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા મળે છે.

ઉદાહરણ :
(a) $1/4 \times 1/2$ એ 1/2 ના 1/4 એટલે 1/8
(b) $1/2 \div 1/4$ એ 1/2 સંખ્યા બે વાર 1/4 છે.

દૈનિક જીવનના ઉદાહરણો અથવા પેપર વાળવાની પ્રવૃત્તિ અથવા ચિત્ર દ્વારા અપૂર્ણાંક અથવા દશાંશ અપૂર્ણાંકના ગુણાકાર અથવા ભાગાકાર શોધે છે.

- વિરુદ્ધ દિશામાં અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ થયો હોય તેવી સ્થિતિ વિશે ચર્ચા કરે. જેમકે ઝાડથી 10 1/2 મીટર જમણી બાજુ અને 15 2/3 મીટર ડાબી બાજુ ખસવું.
- એક જ સંખ્યાના વારંવાર ગુણાકારને કેવી રીતે ટૂંકાણમાં રજૂ કરી શકાય તે શોધવામાં બાળકોને પણ સહભાગી કરી શકાય. જેમ કે $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ને 2^6 રૂપે રજૂ કરી શકાય.
- વિવિધ સંદર્ભે બૈજિક પદાવલી તૈયાર કરતી વખતે વિવિધ ક્રિયાઓના ઉપયોગ સાથે ચલ અને સહગુણકના યથા સંભવ સંયોજનો શોધે.
- દૈનિક જીવનની સ્થિતિમાં સમીકરણ તૈયાર કરે અને ચલમાં યોગ્ય કિંમત પસંદ કરે જેથી બંને બાજુ સમાન આવે.

</td><td>

વિદ્યાર્થી

07.71.01. બે પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણાકાર/ ભાગાકાર કરે છે.

07.71.02. અપૂર્ણાંકના ભાગાકાર અને ગુણાકારનું અર્થઘટન કરે. દા.ત. $2/3 \times 4/5$ નું 4/5 ના 2/3 ગણા એવું અર્થઘટન કરે છે. અને $1/2 \div 1/4$ નું કેટલા 1/4 મળીને 1/2 બને એવું અર્થઘટન કરે છે.

07.71.03. અપૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંકના ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરવા માટે ગાણિતિક નિયમોનો ઉપયોગ કરે.

07.71.04. વાસ્તવિક સંખ્યા સંબંધી દૈનિક જીવનના પ્રશ્નો ઉકેલે છે.

07.71.05. મોટી સંખ્યાના ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરતી વખતે સંખ્યાના ઘાતાંક રૂપનો ઉપયોગ કરી સાદું રૂપ આપે છે.

07.71.06. દૈનિક જીવન સ્થિતિને સાદા સમીકરણના રૂપમાં રજૂ કરે છે. અને ઉકેલે છે.

07.71.07. બૈજિક પદાવલિના સરવાળા, બાદબાકી કરે છે.

07.71.08. પ્રમાણમાં હોય તેવા જથ્થાને અલગ પાડે છે. દા.ત., 15/45 અને 40/120 આ સંખ્યાઓ પ્રમાણમાં છે. એમ કહે કારણ કે 15, 45, 40, 120 આ સંખ્યાઓ પ્રમાણમાં છે એમ કહે છે.

07.71.09. શતમાનને અપૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતરીત કરવાના અને અપૂર્ણાંક તેમજ દશાંશ અપૂર્ણાંકને શતમાનમાં રૂપાંતરીત કરવાના પ્રશ્નો ઉકેલે છે.

07.71.10. ખૂણાઓની જોડનું તેમના ગુણધર્મને આધારે વર્ગીકરણ કરે છે. જેમકે - રેખિક, કોટિકોણ, પૂરકકોણ, પાસપાસેના ખૂણા અને અભિકોણ. તેમજ, જ્યારે એક ખૂણાનું માપ આપ્યું હોય ત્યારે બીજા ખૂણાનું માપ શોધે છે. બે રેખાને છેદિકા છેદે ત્યારે બનતી ખૂણાઓની જોડના ગુણધર્મો ચકાસે છે.

07.71.11. ત્રિકોણના બે ખૂણાના માપ આપ્યા હોય ત્યારે ત્રીજા ખૂણાનું માપ શોધે છે.

07.71.12. ચોરસ અને લંબચોરસમાં સમાવિષ્ટ વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ શોધે છે.

07.71.13. દૈનિક વ્યવહારના અનુભવથી એકત્રિત આંકડાકીય માહિતી પરથી પ્રાતિનિધિક સંખ્યા (મધ્ય) શોધે છે.

07.71.14. સ્તંભાલેખના ઉપયોગથી આપેલી માહિતીનું અર્થઘટન કરે છે. જેમકે શિયાળા કરતા ઉનાળામાં વધુ થયેલો વીજળીનો વપરાશ, પહેલી 10 ઓવરમાં ટીમે બનાવેલા રન વગેરે.

</td></tr>
</table>

સૂચવેલ અધ્યયન પ્રક્રિયા	અધ્યયન નિષ્પત્તિ
• દૈનિક જીવનમાં એક જ વસ્તુની જુદી જુદી સંખ્યા વચ્ચે સરવાળા/ બાદબાકી કરે. દા.ત.5 નોટબુકના સમૂહમાં 3 નોટબુક ઉમેરતા. • ગુણોત્તર અને શતમાન સંકલ્પનાઓની સમજૂતી મેળવે. • દૈનિક જીવનમાં શતમાનનો ઉપયોગ થતો હોય તેવી નફો/નુકસાન અને સાદું વ્યાજ આધારિત સ્થિતિને ઉકેલે. • દૈનિક જીવનમાં સામાન્ય શિરોબિંદુ ધરાવતા ખૂણાની જોડના ઉદાહરણો શોધે. જેમકે – કાતર, રસ્તા ભેગા થતા હોય તે ચોક, X અને T અક્ષર, વગેરે. • ખૂણાની જુદી જુદી જોડ દોરીને તેના ગુણધર્મો ચકાસે. (એક સમૂહ એક ખૂણાને માપે અને બીજા સમૂહે બીજા ખૂણાનું માપ કહેવું.) • વિવિધ ખૂણાની જોડ વચ્ચેનો સંબંધ, ત્રિકોણના ખૂણા અને બાજુઓ વચ્ચેના સંબંધને આકૃતિ અને ઉચ્ચ પ્રાથમિક ગણિત કીટની મદદથી સમજે. • જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ દોરી તે બધા ત્રિકોણના ખૂણા માપીને ચકાસવા કહેવા. • ત્રિકોણના બાહ્યખૂણાના ગુણધર્મ અને પાયથાગોરસનો પ્રમેય શોધવો. • એકરૂપતાના માપદંડ સ્થાપિત કરે અને ત્યાર બાદ તેને એકની ઉપર એક મૂકીને તેના ગુણધર્મો ચકાસવા. • કંપાસ અને ફૂટપટ્ટીની મદદથી સાદો ત્રિકોણ દોરે. • માહિતીની પ્રાતિનિધિક કિંમત શોધે. દા.ત.મધ્ય, મધ્યક અને બહુલક. તેમ માહિતિને કોષ્ટક રૂપમાં ગોઠવવા અને સ્તંભાલેખ રૂપમાં રજૂ કરવા પ્રોત્સાહિત કરવા. • એકત્રિત સામગ્રી પરથી ભવિષ્યની ઘટના અંગે અનુમાન કરે. • ત્રિકોણની બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો, ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં વધુ હોય છે તે ગુણધર્મ સમજવો.	07.71.15. ત્રિકોણના ખૂણાનો દુભાજક અને બાજુના લંબદુભાજક દોરે છે અને તે સંપાતિ હોય છે તે સમજે છે. 07.71.16. ચોક્કસ બાજુ અને ખૂણો આપ્યો હોય ત્યારે ત્રિકોણ દોરે છે. 07.71.17. ખૂણા, રેખાખંડ અને વર્તુળની એકરૂપતા ઓળખે છે. 07.71.18. મૂળ અવયવય પાડીને સંખ્યાના મસાવિ અને લસાવિ શોધે છે. 07.71.19. ત્રિકોણના બહિર્કોણ ઓળખે છે. 07.71.20. બહુભૂજાકૃતિના અંતઃકોણોના સરવાળાનું સૂત્ર તૈયાર કરે છે. 07.71.21. મૂળ અવયવ પધ્ધતિથી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધે છે. 07.71.22. આપેલી માહિતી પરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરે છે અને તેનું વાંચન કરે છે. 07.71.23. ભાગીદારીમાં વ્યવહાર કરતી વખતે પ્રમાણનો ઉપયોગ કરે છે. 07.71.24. વર્તુળના પરિઘનું સૂત્ર શોધે છે અને તેનો ઉપયોગ કરે છે. 07.71.25. વર્તુળમાં લઘુચાપ, ગુરૂચાપ ઓળખે છે અને ચાપના માપ શોધે છે. 07.71.26. ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળનું સૂત્ર તૈયાર કરે છે. 07.71.27. ઘન અને લંબઘનના પૃષ્ઠફળ શોધે છે. 07.71.28. પાયથાગોરસના સિધ્ધાંતનો ઉપયોગ કરીને કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુ શોધે છે. 07.71.29. વર્ગવિસ્તાર માટેના સૂત્રનો ઉપયોગ કરે છે. 07.71.30. દ્વિપદીનો વર્ગ કરે છે. 07.71.31. દ્વિપદીના અવયવ પાડે છે.

શિક્ષક માટે માર્ગદર્શક મુદ્દા

ધોરણ સાતમાના પાઠ્યપુસ્તકનો ઉપયોગ વર્ગમાં પ્રશ્નોત્તરો, કૃતિ, ચર્ચા અને વિદ્યાર્થીઓ સાથે સંવાદ જેવા વિવિધ માધ્યમો દ્વારા થવો આવશ્યક છે તે માટે પાઠ્યપુસ્તકનું સમજપૂર્વક વાંચન કરવું. પાઠ્યપુસ્તકમાં પોતાના પરિસર, ભૂગોળ, વિજ્ઞાન, અર્થશાસ્ત્ર, જેવા બધા વિષયોનો ગણિત સાથે સમન્વય સાધેલો છે. આવા અનેક વિષયોમાં ગણિતની સંકલ્પનાનો ઉપયોગ થાય છે તે શિક્ષકે વિદ્યાર્થીઓને બતાવવું. તેનાથી ગણિતનો વ્યવહારમાં ઉપયોગ સ્પષ્ટ થશે અને તે શીખવાનું મહત્ત્વ વિદ્યાર્થીઓને સમજાશે. ગણિતની સંકલ્પનાનું સ્પષ્ટીકરણ સરળ ભાષામાં આપેલું છે. મહાવરાસંગ્રહમાં આપેલાં ઉદાહરણો પર આધારિત અનેક ઉદાહરણો શિક્ષકે તૈયાર કરીને વિદ્યાર્થીઓને ઉકેલવા આપવા અને તેમને જ નવાં ઉદાહરણો તૈયાર કરવા પ્રોત્સાહન આપવું.

વિદ્યાર્થીઓ માટે કેટલાક પડકારાત્મક પ્રશ્નો તારાંકિત સ્વરૂપમાં આપેલા છે. ''વધારાની માહિતી માટે'' શીર્ષક હેઠળ થોડી વધારાની માહિતી આપેલી છે. આ માહિતી ગણિતના આગળના અભ્યાસ માટે વિદ્યાર્થીઓને ચોક્કસ ઉપયોગી થશે. ધોરણ સાતમાનું ગણિતનું પાઠ્યપુસ્તક આપને ચોક્કસ ગમશે એવી અમને આશા છે.

અનુક્રમણિકા

વિભાગ પહેલો

વિભાગ બીજો

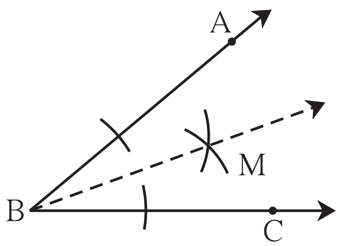
1 ભૌમિતિક રચના

વિભાગ પહેલો

યાદ કરીએ.

- આપણે ગયા વર્ષે રેખા, રેખાખંડ, ખૂણો, ખૂણાનો-દુભાજક વગેરેનો અભ્યાસ કર્યો છે.
  આપણે ખૂણાનું માપ અંશમાં માપીએ છીએ. $\angle ABC$ નું માપ 40° હશે, તો આ માહિતી આપણે $m\angle ABC = 40^\circ$ એ પ્રમાણે લખીએ છીએ.

ખૂણાનો દુભાજક (Angle bisector કોણ-દુભાજક)

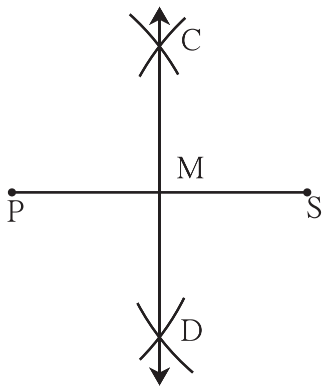


બાજુમાં $\angle ABC$ ની આકૃતિ આપેલી છે.
ખૂણાનો-દુભાજક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરે છે.
કિરણ BM એ $\angle ABC$નો દુભાજક છે કે?

રેખાખંડનો લંબદુભાજક (Perpendicular bisector of a line segment)

4 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ PS દોરો અને તેનો લંબદુભાજક દોરો.
તે લંબ રેખાને CD નામ આપો.

- રેખા CD લંબદુભાજક છે કે તે ચકાસી જોવા શું કરશો?
  $m\angle CMS = \boxed{}^\circ$
- $l(PM) = l(SM)$ છે કે?

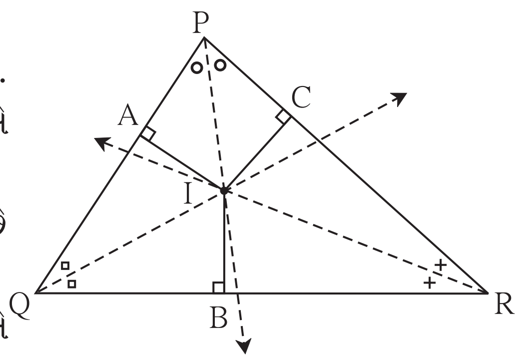


જાણી લઈએ.

ત્રિકોણના ખૂણાના દુભાજકોનો ગુણધર્મ

કૃતિ

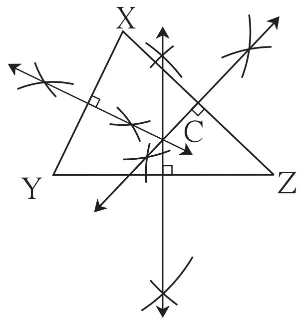
1. કોઈપણ માપનો ΔPQR ત્રિકોણ દોરો.
2. પરિકરની (કંપાસની) મદદથી ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણા દુભાગો. (ખૂણાનો દુભાજક દર્શાવતાં ત્રણેય કિરણો પરસ્પર છેદે એ રીતે દોરો.)
3. આ ત્રણેય કોણદુભાજકો એકજ બિંદુમાંથી પસાર થાય છે માટે જ તે **એકસંપાતી** છે, સંપાતબિંદુને I નામ આપો.
4. ત્રિકોણમાં બિંદુ I માંથી ત્રિકોણની બાજુઓ PQ, QR અને PR પર અનુક્રમે રેખ IA, IB, IC લંબ દોરો. આ ત્રણેય લંબની લંબાઈ માપો. શું દેખાય છે? IA = IB = IC છે કે તે તપાસી જુઓ.

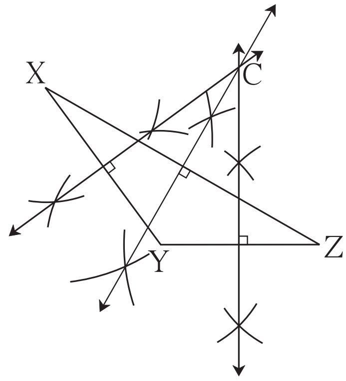


ત્રિકોણની બાજુના લંબદુભાજકોનો ગુણધર્મ

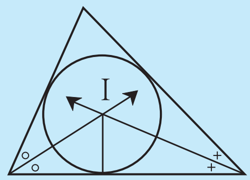
કૃતિ

1. કંપાસ પટ્ટીની મદદથી એક લઘુકોણ ત્રિકોણ અને એક ગુરુકોણ ત્રિકોણ દોરો. બન્ને ત્રિકોણની બાજુના લંબદુભાજક કંપાસની મદદથી દોરો.
2. બન્ને ત્રિકોણની બાજુના લંબદુભાજક એકસંપાતી છે તે જુઓ.
3. ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુના લંબદુભાજક જે બિંદુમાં મળે છે, તે બિંદુને C નામ આપો. બિંદુ C થી ત્રિકોણના ત્રણેય શિરોબિંદુનું અંતર માપો.
   CX = CY = CZ છે, તે ચકાસો.
4. લંબદુભાજકોનું સંપાતબિંદુ ક્યાં છે? તેનું નિરીક્ષણ કરો.



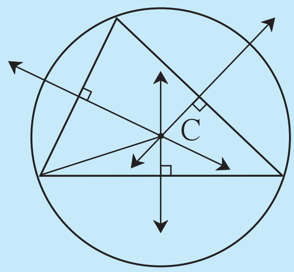


✸ અધિક માહિતી માટે



(1) ત્રિકોણના કોણદુભાજક એકસંપાતી (concurrent) હોય છે. તેના સંપાતબિંદુને **'અંતઃકેન્દ્ર'** (incentre) કહે છે. તે I અક્ષરથી દર્શાવવામાં આવે છે.

(2) ત્રિકોણની બાજુના લંબદુભાજક **'એકસંપાતી'** હોય છે. તેના સંપાતબિંદુને **પરિકેન્દ્ર** (circumcentre) કહે છે. તે C અક્ષરથી દર્શાવાય છે.



મહાવરાસંગ્રહ 1

1. નીચેના માપના રેખાખંડ દોરો અને તેના લંબદુભાજક દોરો.
   (1) 5.3 સેમી (2) 6.7 સેમી (3) 3.8 સેમી
2. નીચેના માપના ખૂણા દોરો અને તેને દુભાગો.
   (1) 105° (2) 55° (3) 90°
3. એક ગુરુકોણ ત્રિકોણ અને એક કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો. યોગ્ય રચના કરી બન્ને ત્રિકોણના ખૂણાના દુભાજકોનું સંપાતબિંદુ શોધો. દરેક ત્રિકોણમાં સંપાતબિંદુનું સ્થાન ક્યાં છે?
4. એક કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો તેની ત્રણેય બાજુના લંબદુભાજકો દોરો. લંબદુભાજકોનું સંપાતબિંદુ ક્યાં છે? તે લખો.

5*. મૈથિલી, શૈલા અને અજય ત્રણેય એકજ શહેરમાં જુદાજુદા સ્થળે રહે છે. તેમનાં ઘરોથી સમાન અંતરે રમકડાંની એક દુકાન છે. આ માહિતી આકૃતિની મદદથી દર્શાવવા માટે કઈ ભૌમિતિક રચનાનો ઉપયોગ કરશો? સ્પષ્ટીકરણ આપો.

જાણી લઈએ.

ત્રિકોણ રચના

કૃતિ

કેટલાક ખૂણાના અને બાજુના માપ આપેલા હોય તો તે પરથી ત્રિકોણ દોરી શકાય કે, તે જોઈએ.

ΔABC એવી રીતે દોરો કે l(AB) = 4 સેમી, l(BC) = 3 સેમી,

- આવો ત્રિકોણ દોરી શકાશે કે?
- આપેલા માપના અનેક ત્રિકોણ દોરી શકાય છે તે ચકાસી જુઓ.
- આ માહિતી ઉપરથી એકમાત્ર ત્રિકોણ દોરવો હોય તો હજી કઈ શરત ઉમેરવી પડશે?

કોઈપણ ઈમારત બાંધતા પહેલાં તેની રચના સૌપ્રથમ કાગળ પર દોરવામાં આવે છે. તે ઈમારતની નાની પ્રતિકૃતિ બનાવેલી પણ તમે જોઈ હશે. કાગળ પર દોરેલી રેખાકૃતિના આધારે ઈમારત બાંધવાનું સરળ બને છે. તેવી જ રીતે કોઈ પણ ભૌમિતિક રચના દોરતા પહેલા તેની કાચી આકૃતિ દોરવાથી પાકી રચના દોરવામાં મદદ થાય છે. રચનાની ક્રિયાનો ક્રમ નક્કી કરી શકાય છે.

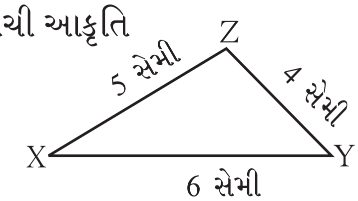
(I) ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની લંબાઈ આપી હોય તો ત્રિકોણ દોરવો.

ઉદા. ΔXYZ એવો દોરો કે l(XY) = 6 સેમી, l(YZ) = 4 સેમી, l(XZ) = 5 સેમી,

કાચી આકૃતિ દોરતી વખતે આપેલી માહિતી ઝડપથી અને શક્ય તેટલા યોગ્ય પ્રમાણ માપમાં બતાવીએ. ઉદાહરણમાં બાજુ XY સૌથી મોટી છે માટે કાચી આકૃતિમાં પણ તે સૌથી મોટી જ બતાવીએ.

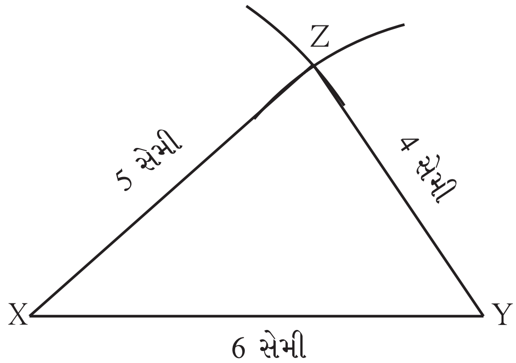
પાકી આકૃતિ દોરવાનાં પગથિયાં.

કાચી આકૃતિ

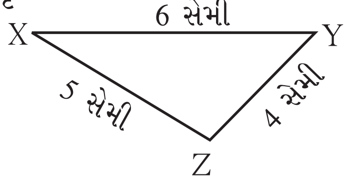


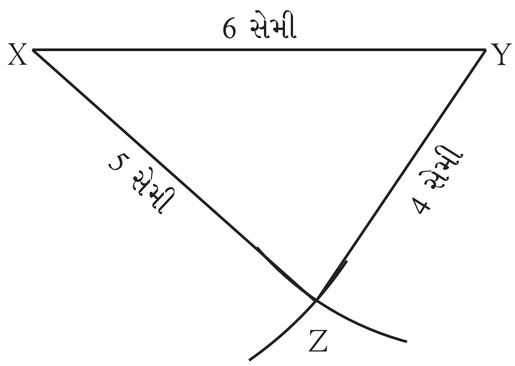
1. કાચી આકૃતિ પ્રમાણે સૌ પ્રથમ રેખ XY = 6 સેમી લંબાઈનો પાયો દોર્યો.
2. રેખ XZ ની લંબાઈ 5 સેમી હોવાથી કંપાસમાં 5 સેમી અંતર લઈને કંપાસની લોખંડની અણી X પર મૂકીને રેખ XY ની ઉપરની બાજુ એક ચાપ દોર્યો.
3. કંપાસમાં 4 સેમી અંતર લઈને કંપાસની લોખંડની અણી Y પર મૂકીને પહેલા દોરેલા ચાપને છેદતો ચાપ દોર્યો. છેદનબિંદુને Z નામ આપ્યું. રેખ XZ અને રેખ YZ દોરી.

   દોરેલા પાયાની નીચેની બાજુએ બન્ને ચાપ દોરીને પણ આ ત્રિકોણ રચના કરી શકાય છે તે જુઓ.



કાચી આકૃતિ



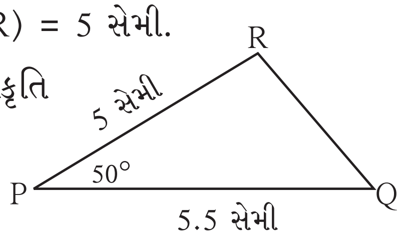


1. નીચે આપેલા માપના ત્રિકોણ દોરો.
   (a) ΔABC માં $l(AB) = 5.5$ સેમી, $l(BC) = 4.2$ સેમી, $l(AC) = 3.5$ સેમી.
   (b) ΔSTU માં $l(ST) = 7$ સેમી, $l(TU) = 4$ સેમી, $l(SU) = 5$ સેમી.
   (c) ΔPQR માં $l(PQ) = 6$ સેમી, $l(QR) = 3.8$ સેમી, $l(PR) = 4.5$ સેમી.
2. પાયો 5 સેમી અને બાકીની દરેક બાજુની લંબાઈ 3.5 સેમી હોય તેવો સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ દોરો.
3. બાજુ 6.5 સેમી હોય તેવા સમભુજ ત્રિકોણની રચના કરો.
4. તમારા મન પ્રમાણે બાજુની લંબાઈના માપ નક્કી કરીને એક સમભુજ ત્રિકોણ, એક સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ અને એક વિષમભુજ ત્રિકોણ દોરો.

(II) ત્રિકોણની બે બાજુ અને તેમાં સમાવિષ્ટ ખૂણો આપ્યો હોય તેવો ત્રિકોણ દોરવો.

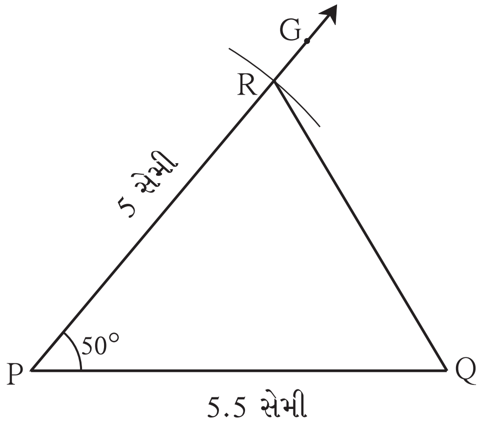
ઉદા. ΔPQR દોરો જેમાં $l(PQ) = 5.5$ સેમી, $m\angle P = 50^\circ$, $l(PR) = 5$ સેમી.
(કાચી આકૃતિ દોરીને તેમાં આપેલી માહિતી દર્શાવી છે. $\angle P$ લઘુકોણ છે તેથી કાચી આકૃતિમાં પણ તે લઘુકોણ જ દર્શાવ્યો છે. તે જુઓ.)

કાચી આકૃતિ

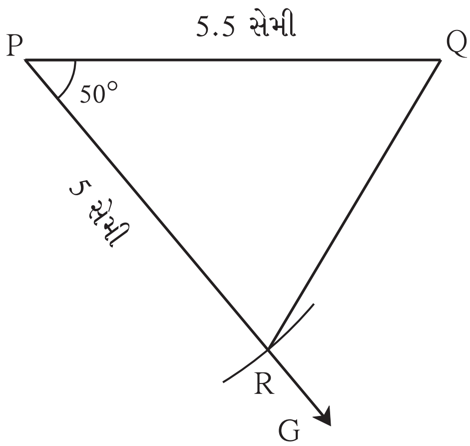


પાકી આકૃતિ દોરવાનાં પગથિયાં

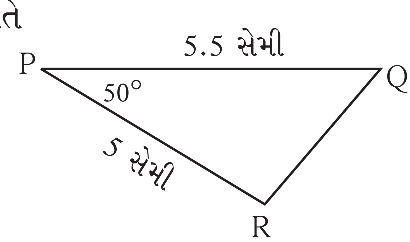
1. કાચી આકૃતિ પ્રમાણે રેખ PQ = 5.5 સેમી લંબાઈનો પાયો દોર્યો.
2. કિરણ PG એવી રીતે દોરો કે જેથી $m\angle GPQ = 50^\circ$ થાય.
3. કંપાસમાં 5 સેમી અંતર લો. કંપાસની લોખંડની અણી P પર મૂકીને કિરણ PG પર ચાપ દોર્યો. અને છેદન બિંદુને R નામ આપ્યું. બિંદુ Q અને બિંદુ R જોડો. ΔPQR અપેક્ષિત ત્રિકોણ તૈયાર થયો.



કિરણ PG રેખ PQ ની નીચેની બાજુએ પણ દોરી શકાય.
હવે કાચી આકૃતિ નીચે પ્રમાણે દોરીએ.
તે પ્રમાણે ΔPQR દોર્યો.



કાચી આકૃતિ



⊙ નીચે આપેલા માપ પરથી ત્રિકોણ દોરો.

1. ΔMAT દોરો જેમાં $l(MA) = 5.2$ સેમી, $m\angle A = 80^\circ$, $l(AT) = 6$ સેમી.
2. ΔNTS દોરો જેમાં $m\angle T = 40^\circ$, $l(NT) = l(TS) = 5$ સેમી.
3. ΔFUN દોરો જેમાં $l(FU) = 5$ સેમી, $l(UN) = 4.6$ સેમી, $m\angle U = 110^\circ$
4. ΔPRS દોરો જેમાં $l(RS) = 5.5$ સેમી, $l(RP) = 4.2$ સેમી, $m\angle R = 90^\circ$

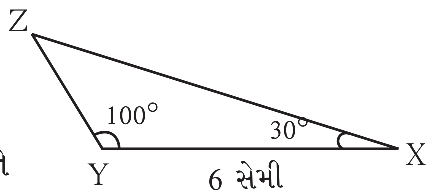
(III) બે ખૂણા અને તેમાં સમાવિષ્ટ બાજુની લંબાઈ આપી હોય તેવો ત્રિકોણ દોરવો.

ઉદા. ΔXYZ દોરો જેમાં $l(YX) = 6$ સેમી, $m\angle ZXY = 30^\circ$, $m\angle XYZ = 100^\circ$

$\angle XYZ$ ગુરુકોણ છે.

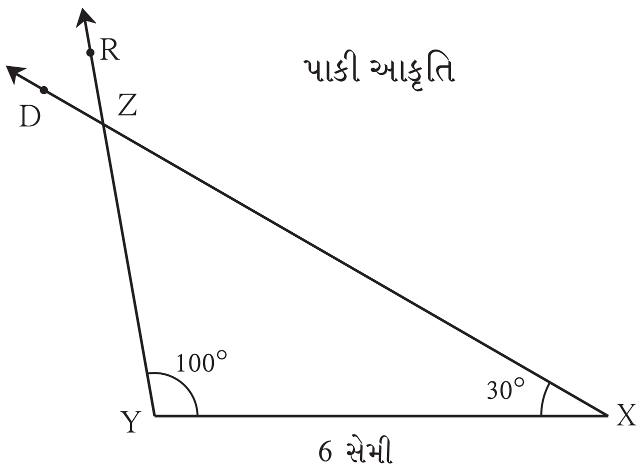
તેથી કાચી આકૃતિમાં પણ ખૂણો Y ગુરૂકોણ દર્શાવ્યો તે જુઓ.

કાચી આકૃતિ



પાકી આકૃતિ દોરવાનાં પગથિયાં

1. કાચી આકૃતિ પ્રમાણે રેખ YX = 6 સેમી લઈ પાયો દોર્યો.
2. કિરણ YR એવી રીતે દોર્યું જેથી $m\angle XYR = 100^\circ$
3. રેખ XY ની જે બાજુએ બિંદુ R છે, તે જ બાજુએ કિરણ XD એવી રીતે દોર્યો કે, જેથી $m\angle YXD = 30^\circ$. YR અને XD કિરણોના છેદનબિંદુને Z નામ આપ્યું. ΔXYZ અપેક્ષિત ત્રિકોણ તૈયાર થયો.
4. પાયાની બીજી બાજુએ પણ આવો જ ત્રિકોણ દોરી શકાય છે તે દોરીને જુઓ.



પાકી આકૃતિ

મગજ ચલાવો

ઉદા. ΔABC માં $m\angle A = 60^\circ$, $m\angle B = 40^\circ$ અને $l(AC) = 6$ સેમી છે. તો તમે ΔABC દોરી શકો કે? ત્રિકોણ દોરવા માટે બીજી કઈ માહિતી આપવી જરૂરી છે? તે માહિતી મેળવવા કયા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી શકાશે? કાચી આકૃતિ દોરીને નક્કી કરો.

ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપના સરવાળાનો ગુણધર્મ યાદ કરો. આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને રેખ AC ને સમાવિષ્ટ કરતાં $\angle C$ નું માપ મળશે ને?

મહાવરાસંગ્રહ 4

⊙ નીચે આપેલા માપ પરથી ત્રિકોણ દોરો.

1. ΔSAT, માં $l(AT) = 6.4$ સેમી, $m\angle A = 45^\circ$, $m\angle T = 105^\circ$
2. ΔMNP, માં $l(NP) = 5.2$ સેમી, $m\angle N = 70^\circ$, $m\angle P = 40^\circ$
3. ΔEFG, માં $l(EG) = 6$ સેમી, $m\angle F = 65^\circ$, $m\angle G = 45^\circ$
4. ΔXYZ, માં $l(XY) = 7.3$ સેમી, $m\angle X = 34^\circ$, $m\angle Y = 95^\circ$

(IV) કર્ણ અને એક બાજુની લંબાઈ આપેલી હોય ત્યારે કાટકોણ ત્રિકોણ દોરવો.

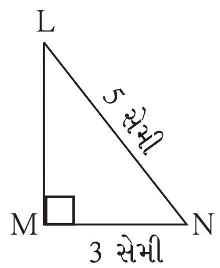
ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે ત્રિકોણ **કાટકોણ ત્રિકોણ** હોય છે તે આપણે જાણીએ છીએ. આવા ત્રિકોણમાં **કાટખૂણાની સામેની** બાજુને કર્ણ કહે છે.

ઉદા. ΔLMN દોરો જેમાં $m\angle LMN = 90^\circ$, કર્ણ = 5 સેમી, $l(MN) = 3$ સેમી.

આપેલી માહિતી ઉપરથી, કાચી આકૃતિ દોરો.

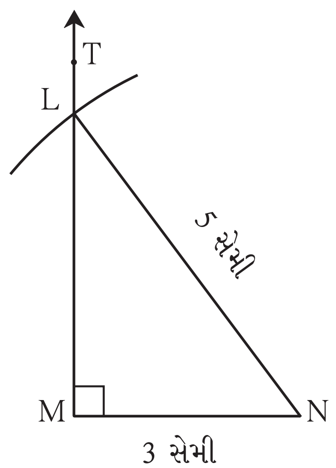
$m\angle LMN = 90^\circ$ એટલે અંદાજે કાટકોણ ત્રિકોણ દોર્યો. અને કાટખૂણાની નિશાની બતાવી છે. એટલે જ આપેલી માહિતી પ્રમાણે કાચી આકૃતિ દોરી છે તે ધ્યાનમાં લો.

કાચી આકૃતિ



પાકી આકૃતિ દોરવાનાં પગથિયાં

1. કાચી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે રેખ MN પાયો 3 સેમી લંબાઈનો દોર્યો.
2. રેખ MN ના બિંદુ M પાસે 90° માપનો ખૂણો બનાવતું કિરણ MT દોર્યું.
3. કંપાસમાં 5 સેમી અંતર લઈને કંપાસની લોખંડની અણી બિંદુ N ઉપર મૂકીને કિરણ MT ને છેદતો ચાપ દોર્યો. છેદનબિંદુને L નામ આપ્યું. ΔLMN તૈયાર થયો.
4. પાયાની બીજી બાજુએ પણ આવીજ આકૃતિ દોરી શકાય છે, તે ધ્યાનમાં રાખો.



મહાવરાસંગ્રહ 5

નીચે આપેલા માપ પરથી ત્રિકોણ દોરો.

1. ΔMAN, માં $m\angle MAN = 90^\circ$, $l(AN) = 8$ સેમી, $l(MN) = 10$ સેમી.
2. કાટકોણ ત્રિકોણ STU માં કર્ણ SU = 5 સેમી અને $l(ST) = 4$ સેમી.
3. ΔABC માં $l(AC) = 7.5$ સેમી, $m\angle ABC = 90^\circ$, $l(BC) = 5.5$ સેમી.
4. ΔPQR માં $l(PQ) = 4.5$ સેમી, $l(PR) = 11.7$ સેમી, $m\angle PQR = 90^\circ$.
5. વિદ્યાર્થીઓએ ત્રિકોણ રચના માટે જુદાંજુદાં ઉદાહરણો તૈયાર કરીને મહાવરો કરવો.

કૃતિ

નીચેની માહિતી પરથી ત્રિકોણ દોરવાનો પ્રયત્ન કરો.

1. ΔABC માં $m\angle A = 85^\circ$, $m\angle B = 115^\circ$, $l(AB) = 5$ સેમી.
2. ΔPQR માં $l(QR) = 2$ સેમી, $l(PQ) = 4$ સેમી, $l(PR) = 2$ સેમી.

ઉપરના બંને ત્રિકોણ તમે દોરી શક્યા કે? જો દોરી ન શક્યા હોય તો તેની પાછળનું કારણ શોધો.

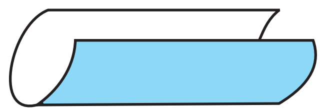
✸ અધિક માહિતી મેળવવા માટે કૃતિ

દા.ત., ΔABC દોરો જેમાં $l(BC) = 8$ સેમી, $l(CA) = 6$ સેમી, $m\angle ABC = 40^\circ$. $l(BC) = 8$ સેમીના પાયા પર 40° નો ખૂણો બનાવતું કિરણ દોરો. આ કિરણ પર બિંદુ A મળવું જોઈએ. તે માટે C કેન્દ્ર અને 6 સેંમી ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરો. શું દેખાય છે? આ ચાપ, કિરણને બે ઠેકાણે છેદે છે. એટલે કે આપેલા માપના જ પણ બે ભિન્ન ત્રિકોણ મળે છે.

ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાનાં માપ આપ્યા હોય અને એકપણ બાજુનું માપ આપ્યું ન હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાશે કે? આવા કેટલાં ત્રિકોણ દોરી શકાશે?

જાણી લઈએ

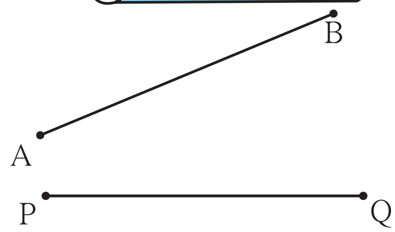
રેખાખંડની એકરૂપતા (Congruence of segments)



કૃતિ I : એક લંબચોરસ કાગળ લો. આ કાગળની સામસામેની બાજુ જોડો. તે પરસ્પર બંધ બેસતી આવે છે તેની ખાતરી કરો.

કૃતિ II : કંપાસપટ્ટીની મદદથી રેખ AB ની લંબાઈ માપો અને રેખ PQ ની લંબાઈ માપો અને લખો.

$l(AB)$ = ...સેમી, $l(PQ)$ = ...સેમી



રેખ AB અને રેખ PQ રેખાખંડોની લંબાઈ સરખી છે કે? તે રેખાખંડો ઊંચકીને એકબીજા પર મૂકી શકાતા નથી માટે એક પારદર્શક કાગળ લો. તેને રેખ AB પર મૂકીને તે કાગળ પર AB રેખાખંડ બિંદુના નામ સહિત દોરી લો. આ પારદર્શક કાગળ પર મળેલો નવો રેખાખંડ ફરી રેખ PQ પર મૂકીને તપાસો. A બિંદુ P પર મૂકવાથી બિંદુ B બિંદુ Q પર પડે છે તેની ખાતરી કરો. આ ઉપરથી રેખ AB એ રેખ PQ સાથે **એકરૂપ** છે તે સમજાય છે.

આ ઉપરથી કહી શકાય કે, જો રેખાખંડોની લંબાઈ સમાન હોય તો તે રેખાખંડ પરસ્પર બંધબેસે છે. એટલે જ કે તે **એકરૂપ** છે, એમ કહેવાય છે.

રેખાખંડ AB, રેખાખંડ PQ ને એકરૂપ છે, તે **રેખ AB $\cong$ રેખ PQ** આમ લખાય છે.

આ મને સમજાયું.

- જો આપેલા રેખાખંડોની લંબાઈ સમાન હોય તો તે રેખાખંડો એકરૂપ હોય છે.

❀ જો રેખ AB $\cong$ રેખ PQ એટલે જ રેખ PQ $\cong$ રેખ AB.

❀ જો રેખ AB $\cong$ રેખ PQ, રેખ PQ $\cong$ રેખ MN તો રેખ AB $\cong$ રેખ MN તે ધ્યાનમાં રાખો.

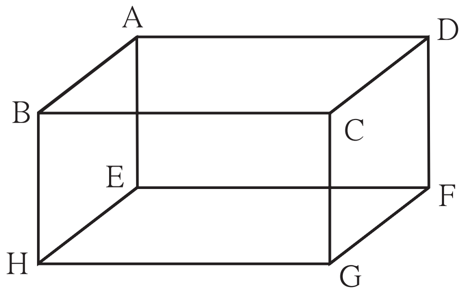
એટલે જ એક રેખાખંડ બીજા સાથે અને બીજો, ત્રીજા સાથે એકરૂપ હોય તો પહેલો રેખાખંડ ત્રીજા સાથે પણ એકરૂપ હોય છે.

કૃતિ I :

કોઈપણ એક ખોખું લો. તેની દરેક બાજુની લંબાઈ માપો. કઈ કઈ બાજુઓ એકરૂપ છે તે જુઓ.

કૃતિ II :

નીચેની આકૃતિ ઉપરથી એકરૂપ રેખાખંડોની જોડીઓ લખો.



(1) રેખ AB ≅ રેખ DC

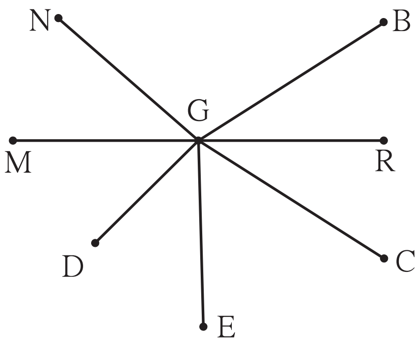
(2) રેખ AE ≅ રેખ BH

(3) રેખ EF ≅ રેખ ....

(4) રેખ DF ≅ રેખ ....

મહાવરાસંગ્રહ 6

1. નીચેની આકૃતિમાંથી એકરૂપ રેખાખંડોની જોડીઓ લખો. (વિભાજક (Devider)નો ઉપયોગ કરીને શોધો.)



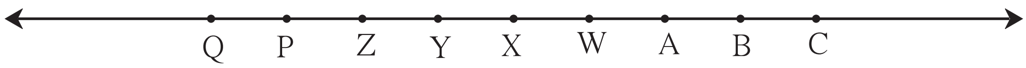
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

2. નીચેની રેખા પર પાસેપાસેના કોઈપણ બે બિંદુ વચ્ચેનું અંતર સમાન છે. તે પરથી ખાલી જગ્યા પૂરો.



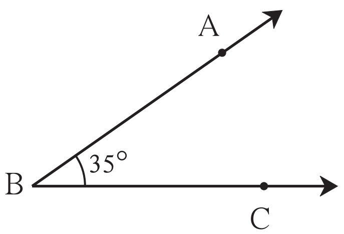
(i) રેખ AB ≅ રેખ .... (ii) રેખ AP ≅ રેખ .... (iii) રેખ AC ≅ રેખ ....

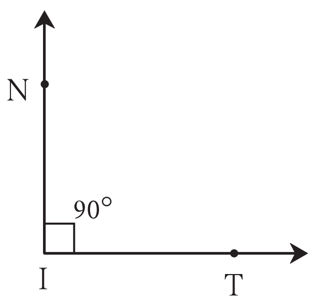
(iv) રેખ .... ≅ રેખ BY (v) રેખ .... ≅ રેખ YQ (vi) રેખ BW ≅ રેખ ....

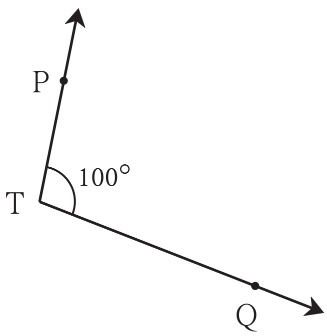
જાણી લઈએ

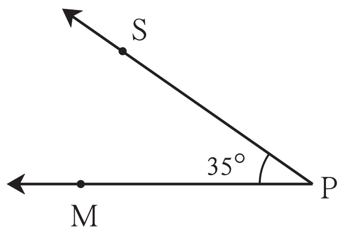
ખૂણાની એકરૂપતા (Congruence of angles)

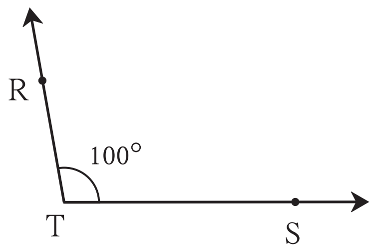
નીચે આપેલા ખૂણાનું નિરીક્ષણ કરીને સરખા માપના ખૂણાઓની જોડી લખો.

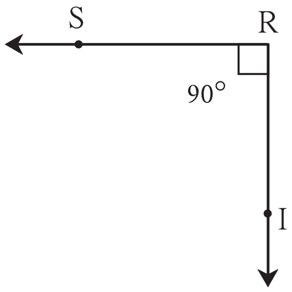




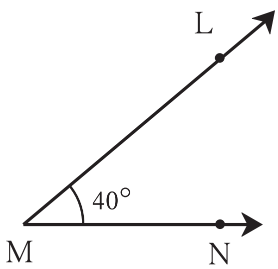


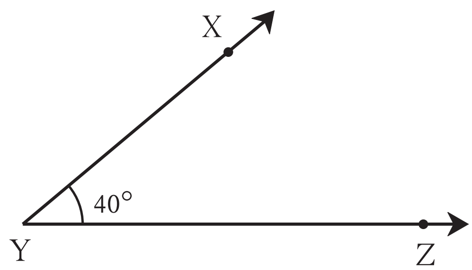






કૃતિ





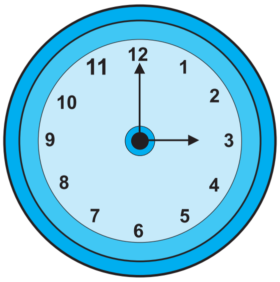
આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 40° ના ∠LMN અને ∠XYZ બે ખૂણા દોરો. એક પારદર્શક કાગળ (ટ્રેસ પેપર) ∠LMN પર મૂકીને બિંદુના નામ સાથે ખૂણાની બાજુઓ દોરી લો. પારદર્શક કાગળ તે ઉપાડીને ખૂણો ∠XYZ ઉપર મૂકો. શિરોબિંદુ M, શિરોબિંદુ Y ઉપર, કિરણ MN, કિરણ YZ ઉપર મૂકીને કિરણ ML, કિરણ YX પર પડે છે તે ચકાસો. આ પરથી સરખા માપના ખૂણા એકરૂપ હોય છે તે સમજાય છે. ખૂણાની એકરૂપતા ખૂણાની ભૂજાઓની લંબાઈ પર આધારિત હોતી નથી. ખૂણાની એકરૂપતા ખૂણાના માપ ઉપર આધારિત હોય છે. ∠LMN અને ∠XYZ એકરૂપ છે તે ∠LMN ≅ ∠XYZ આમ લખાય છે.

આ મને સમજાયું.

- જે ખૂણાના માપ સમાન હોય છે તે બે ખૂણા એકરૂપ હોય છે.

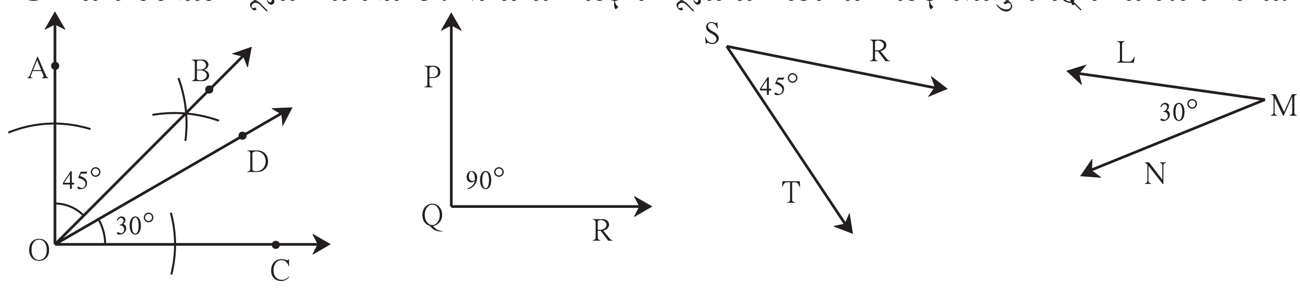
- જો ∠LMN ≅ ∠XYZ તો ∠XYZ ≅ ∠LMN
- જો ∠LMN ≅ ∠ABC અને ∠ABC ≅ ∠XYZ તો ∠LMN ≅ ∠XYZ

ચાલો, ચર્ચા કરીએ



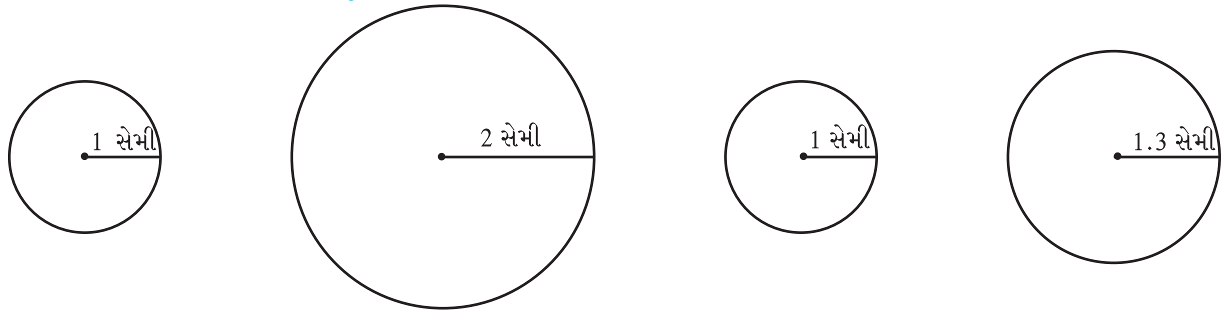
- ઘડિયાળમાં કેટલાં વાગ્યા છે? ☐
- બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશનો ખૂણો બન્યો છે? ☐
- ઘડિયાળના કાંટા વચ્ચે આ માપના ખૂણા સાથે એકરૂપ ખૂણો હજી કેટલાં વાગે બનશે? ☐

⊙ નીચે કેટલાંક ખૂણા આપેલા છે. તેમાંથી એકરૂપ ખૂણાની જોડીઓ એકરૂપતાનું ચિહ્ન વાપરીને લખો.



જાણી લઈએ.

વર્તુળની એકરૂપતા (Congruence of circles)



(a) (b) (c) (d)

કૃતિ I : ઉપરની આકૃતિના વર્તુળોનું નિરીક્ષણ કરો.

ઉપર પ્રમાણે 1 સેમી, 2 સેમી, 1 સેમી, 1.3 સેમી ત્રિજ્યાના વર્તુળો કાગળ ઉપર દોરો અને તે વર્તુળાકાર ચકતીઓ કાપો. આ ચકતીઓ એકબીજા પર મૂકીને કઈ ચકતીઓ એકબીજા સાથે બંધબેસતી આવે છે તે તપાસો.

નિરીક્ષણો : 1. આકૃતિ (a) અને (c) ના વર્તુળો પરસ્પર બંધબેસતાં આવે છે.

2. આકૃતિ (b) અને (c) વર્તુળો પરસ્પર બંધબેસતાં આવતાં નથી,
આકૃતિ (a) અને આકૃતિ (d) ના વર્તુળો પણ બંધબેસતા નથી.

જે વર્તુળો એકબીજા સાથે બંધબેસતા આવે છે તેને **એકરૂપ વર્તુળો** કહેવાય છે.

કૃતિ II : જુદાજુદા માપની પણ સરખી જાડાઈની બંગડીઓ લાવીને તેમાંથી કઈ બંગડીઓ એકરૂપ છે તે શોધો.

કૃતિ III : વ્યવહારમાં તમને એકરૂપ વર્તુળો ક્યાં દેખાય છે, તે શોધો.

કૃતિ IV : ઘરમાં વર્તુળાકાર કિનારવાળી થાળીઓ અથવા વાટકીઓ લો. તેની કિનાર એકબીજા સાથે જોડીને કઈ કિનારો એકબીજા સાથે એકરૂપ છે તે જુઓ.

આ મને સમજાયું.

- જે વર્તુળોની ત્રિજ્યા સમાન હોય છે તે વર્તુળો એકરૂપ હોય છે.

ICT Tools or Links

Geogebra Software ના Construction tools નો ઉપયોગ કરીને જુદા-જુદા માપના ત્રિકોણો અને વર્તુળો દોરો.

2 પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણાકાર અને ભાગાકાર

યાદ કરીએ

- ગયા વર્ષે આપણે પૂર્ણાંક સંખ્યાના સરવાળા અને બાદબાકી કરતાં શીખ્યા છીએ. તેનો ઉપયોગ કરીને નીચેની ખાલી જગ્યા પૂરો.

  (1) $5 + 7 = \square$ (2) $10 + (-5) = \square$ (3) $-4 + 3 = \square$

  (4) $(-7) + (-2) = \square$ (5) $(+8) - (+3) = \square$ (6) $(+8) - (-3) = \square$

- નીચેની પ્રત્યેક ક્રિયાનો જવાબ 3 આવે એ રીતે ખાલી કૌંસમાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

$(-6) + (\quad)$ $4 - (\quad)$ $7 + (\quad)$

3

$(-5) - (\quad)$ $-8 + (\quad)$ $9 - (\quad)$

જાણી લઈએ

પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણાકાર

મયુરી શાળામાંથી ઘરે જતી હતી ત્યારે તેની સાયકલ પંક્ચર થઈ ગઈ. પંક્ચર કઢાવવા તેની પાસે પૂરતા પૈસા નહોતા. ત્યારે તેને સુશાંત, સ્નેહલ અને કલ્પના દરેકે પાંચ રૂપિયા ઉછીના આપ્યા. તેથી તેની પાસે ઉછીના 15 રૂપિયા ભેગા થયા અને તેથી તેની સાયકલની મરામત થઈ ગઈ. આપણે ઉછીના રૂપિયા અથવા કરજ '–' (ઋણ) ચિહ્નથી દર્શાવીએ છીએ એટલે મયુરી પર 15 રૂપિયાનું કરજ થયું અથવા તેની પાસે –15 રૂપિયા હતા.

અહીં આપણે $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ એ સમજી લીધું.

આ પરથી $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = -15$ ધ્યાનમાં આવે છે.

બીજે દિવસે મયુરી તેની મમ્મી પાસેથી 15 રૂપિયા લાવી. દરેકને પૈસા પાછા આપી કરજ ચૂકવ્યું, કરજ ચૂકવી દેવું એટલે પૈસા મેળવવા એટલે $-(-15) = +15$ આ ધ્યાનમાં રાખો.

આપણે પૂર્ણ સંખ્યાના ગુણાકાર અને ભાગાકાર શીખ્યા છીએ. આ ક્રિયા કરવા ઘડિયા પણ તૈયાર કર્યા છે. હવે પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણાકાર જોઈએ એટલે જ ઋણસંખ્યા, ધન સંખ્યા અને શૂન્ય મળીને જે સમૂહ છે તેમાંની સંખ્યાના ગુણાકાર જોઈએ.

$(-3) + (-3) + (-3) + (-3)$ નો સરવાળો એટલે જ (-3) સંખ્યા 4 વખત લઈને કરેલો સરવાળો. તે -12 આવે છે. આ સરવાળો આપણે $(-3) \times 4 = -12$ આમ પણ લખી શકીએ. તેવીજ રીતે $(-5) \times 6 = -30$, $(-7) \times 2 = -14$, $8 \times (-7) = -56$

હવે (− 4) નો ઘડિયો તૈયાર કરીએ.

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times 1 = -4$

$(-4) \times 2 = -8$

$(-4) \times 3 = -12$

આમાંના આકૃતિબંધનું નિરીક્ષણ કરો. અહીં (− 4) નો ગુણક એક એકમથી વધે કે ગુણાકાર 4 જેટલો ઓછો થયેલો દેખાય છે.

આ જ આકૃતિબંધ રાખીને (− 4) નો ઘડિયો આ પ્રમાણે થશે. ગુણક ઓછો કરીને લખીએ, તો તે આવો હશે.

$(-4) \times (-2) = 8$

$(-4) \times (-1) = 4$

$(-4) \times 0 = 0$

(− 4) નો ગુણક એક એકમથી ઓછો થાય, તો ગુણાકાર 4 જેટલો વધે છે તે ધ્યાનમાં લો.

નીચેના તક્તામાં (− 5) નો ઘડિયો આપેલો છે. તક્તામાંના (− 6) અને (− 7) ના ઘડિયા પૂરા કરો.

$(-5) \times (-3) = 15$	$(-6) \times (-3) = \square$	$(-7) \times (-3) = \square$
$(-5) \times (-2) = 10$	$(-6) \times (-2) = \square$	$(-7) \times (-2) = \square$
$(-5) \times (-1) = 5$	$(-6) \times (-1) = \square$	$(-7) \times (-1) = \square$
$(-5) \times 0 = 0$	$(-6) \times 0 = \square$	$(-7) \times 0 = \square$
$(-5) \times 1 = -5$	$(-6) \times 1 = \square$	$(-7) \times 1 = \square$
$(-5) \times 2 = -10$	$(-6) \times 2 = \square$	$(-7) \times 2 = \square$
$(-5) \times 3 = -15$	$(-6) \times 3 = \square$	$(-7) \times 3 = \square$
$(-5) \times 4 = -20$	$(-6) \times 4 = \square$	$(-7) \times 4 = \square$

આ મને સમજાયું.

- બે ધન પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર ધન પૂર્ણાંક આવે છે.
- એક ધન પૂર્ણાંક અને એક ઋણ પૂર્ણાંકનો ગુણાકાર ઋણ પૂર્ણાંક આવે છે.
- બે ઋણ પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર ધન પૂર્ણાંક આવે છે.

(ધન સંખ્યા) × (ધન સંખ્યા) = (ધન સંખ્યા)

(ધન સંખ્યા) × (ઋણ સંખ્યા) = (ઋણ સંખ્યા)

(ઋણ સંખ્યા) × (ધન સંખ્યા) = (ઋણ સંખ્યા)

(ઋણ સંખ્યા) × (ઋણ સંખ્યા) = (ધન સંખ્યા)

મહાવરાસંગ્રહ 8

⊙ ગુણાકાર કરો.

(i) $(-5) \times (-7)$ (ii) $(-9) \times (6)$ (iii) $(9) \times (-4)$ (iv) $(8) \times (-7)$

(v) $(-124) \times (-1)$ (vi) $(-12) \times (-7)$ (vii) $(-63) \times (-7)$ (viii) $(-7) \times (15)$

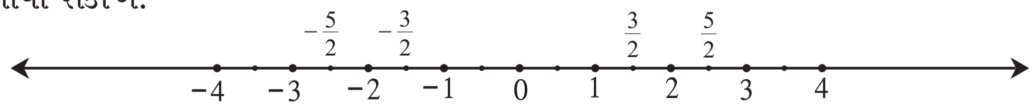
જાણી લઈએ

પૂર્ણાંક સંખ્યાનો ભાગાકાર

એક ધન પૂર્ણાંકને બીજી ધન પૂર્ણાંક વડે ભાગવાની ક્રિયા આપણે જાણીએ છીએ. આ ભાગાકાર પૂર્ણ સંખ્યા અથવા અપૂર્ણાંક સંખ્યા હોય છે તે પણ આપણને ખબર છે.

જેમ કે, $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3,\quad 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

સંખ્યારેખા પર શૂન્યની ડાબી બાજુ આપણે ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યા દર્શાવી શકીએ છીએ. તેવી જ રીતે તેના ભાગ પણ દર્શાવી શકીએ.



અહીં $-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ સંખ્યારેખા પર દર્શાવેલી છે.

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right), \left(\frac{-5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ આ પરસ્પર વિરુદ્ધ સંખ્યાની જોડીઓ છે તે ધ્યાનમાં રાખો.

એટલે જ $\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0,\quad \frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0,\quad -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

વિરુદ્ધ સંખ્યાની જોડીને સરવાળા વ્યસ્ત સંખ્યાની જોડી પણ કહે છે.

$(-1) \times (-1) = 1$ એ આપણે જોયું છે. આ સમીકરણની બંને બાજુઓને (-1) વડે ભાગીએ તો $(-1) = \frac{1}{(-1)}$ સમીકરણ મળે છે. માટે $\frac{1}{(-1)}$ આ ભાગાકાર એટલે (-1) છે તે જાણી લો.

આ ઉપરથી $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$ એ સમજાય છે.

ધન પૂર્ણાંકને ઋણ પૂર્ણાંક વડે ભાગવું.

$$\frac{7}{-2} = \frac{7\times1}{(-1)\times2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{(7)\times(-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

ઋણ પૂર્ણાંકને ઋણ પૂર્ણાંક વડે ભાગવું.

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1)\times13}{(-1)\times2} = \frac{(-1)}{(-1)}\times13\times\frac{1}{2} = (-1)\times\frac{(-1)}{1}\times\frac{13}{2} = 1\times\frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

આ જ પ્રમાણે $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$, $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ વગેરે ચકાસી જુઓ.

આ ઉપરથી ઋણ પૂર્ણાંકના ભાગાકાર સમજાય છે.

એક પૂર્ણાંક સંખ્યાને બીજી શૂન્યેતર પૂર્ણાંક સંખ્યા વડે ભાગીએ તો મળતો ભાગાકાર લખતી વખતે છેદ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા હોવો જોઈએ એ નિયમ છે, માટે $\frac{7}{-2} = \frac{-7}{2}$, $\frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ આમ લખાય છે.

આ મને સમજાયું.

પૂર્ણાંક સંખ્યાના ભાગાકારના નિયમ ગુણાકારના નિયમો જેવા જ છે.

- બે ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાનો ભાગાકાર, ધન સંખ્યા આવે છે.
- બે ઋણ પૂર્ણાંક સંખ્યાનો ભાગાકાર, ધન સંખ્યા આવે છે.
- ધન પૂર્ણાંક અને ઋણ પૂર્ણાંકનો ભાગાકાર, હંમેશા ઋણ સંખ્યા આવે છે.

મહાવરાસંગ્રહ 9

1. નીચેના ઉદાહરણો ઉકેલો.

(i) $(-96) \div 16$ (ii) $98 \div (-28)$ (iii) $(-51) \div 68$ (iv) $38 \div (-57)$

(v) $(-85) \div 20$ (vi) $(-150) \div (-25)$ (vii) $100 \div 60$ (viii) $9 \div (-54)$

(ix) $78 \div 65$ (x) $(-5) \div (-315)$

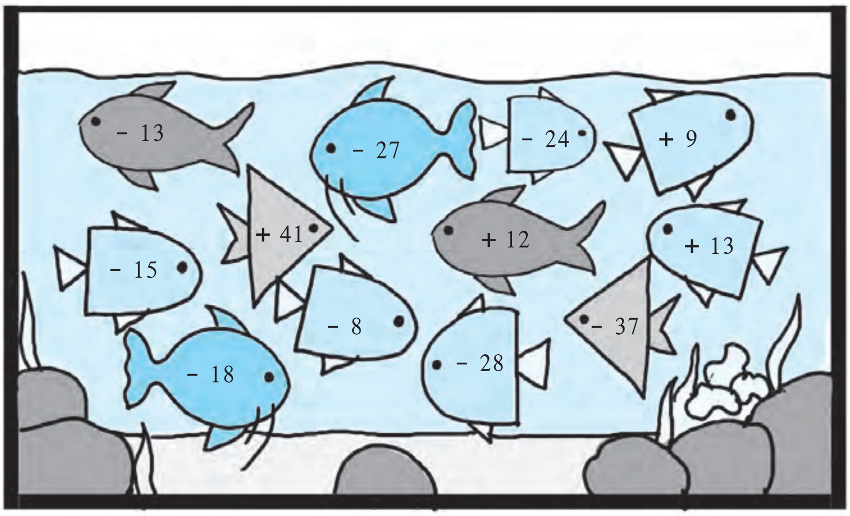
2*. જેનો જવાબ $\frac{24}{5}$ આવે એવા પૂર્ણાંકોના ત્રણ ભાગાકારના ઉદાહરણો તૈયાર કરો.

3*. જેનો જવાબ $\frac{-5}{7}$ આવે એવા પૂર્ણાંકોના ત્રણ ભાગાકારના ઉદાહરણો તૈયાર કરો.

4. નીચે એક તળાવમાં કેટલીક સંખ્યા ધારણ કરેલી માછલીઓ છે. કોઈપણ 4 જોડીઓ લઈને તેમાંની સંખ્યાના ગુણાકાર કરો. તેમજ 4 જુદી જોડીઓ લઈને તેમાંની સંખ્યાના ભાગાકાર કરો.

ઉદા.

1. $(-13) \times (-15) = 195$ 2. $(-24) \div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$



3 મસાવિ - લસાવિ

યાદ કરીએ

- સૌથી નાની મૂળ સંખ્યા (prime number) કઈ?
- 1 થી 50 સુધીમાં કેટલી મૂળસંખ્યા છે? તેની યાદી કરો.
- નીચેની સંખ્યામાંથી જે સંખ્યા મૂળસંખ્યા છે, તે સંખ્યાની ફરતે વર્તુળ કરો.

  17, 15, 4, 3, 1, 2, 12, 23, 27, 35, 41, 43, 58, 51, 72, 79, 91, 97

  સહમૂળ સંખ્યા (coprime numbers) : જે બે સંખ્યાનો સામાન્ય વિભાજક '1' હોય છે, તે સંખ્યા એકબીજાની **સહમૂળ સંખ્યા** છે એમ કહે છે. સહમૂળ સંખ્યાને **સાપેક્ષ મૂળ સંખ્યા** (relatively prime numbers) પણ કહે છે.

જેમ કે : 10 અને 21 આ બે સંખ્યા સહમૂળ સંખ્યા છે. કારણકે 10 ના વિભાજક : **1**, 2, 5, 10 અને 21 ના વિભાજકો **1**, 3, 7, 21 આ બન્નેમાં **1** એ એકમાત્ર સામાન્ય વિભાજક છે. (3, 8) ; (4, 9); (21, 22) ; (22, 23) ; (23, 24) વગેરે. કેટલીક **સહમૂળ સંખ્યા** છે. **બે ક્રમિક સંખ્યાઓ હંમેશા સહમૂળ હોય છે** તે ચકાસી જુઓ.

જાણી લઈએ

જોડમૂળ સંખ્યા (Twin prime numbers)

જે બે મૂળસંખ્યા વચ્ચેનો તફાવત 2 હોય, તેને જોડમૂળ સંખ્યા કહે છે.

જેમ કે : (3, 5) ; (5, 7) ; (11, 13) ; (29, 31) વગેરે.

મહાવરાસંગ્રહ 10

1. જે સંખ્યા મૂળ નથી અને સંયુક્ત પણ નથી, તેવી સંખ્યા કઈ છે?
2. નીચેની જોડીઓમાંથી સહમૂળ સંખ્યાઓની જોડી ઓળખો.

   (i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15
3. 25 થી 100 સુધીની બધી મૂળ સંખ્યાની યાદી બનાવો. તે કેટલી છે તે લખો.
4. 51 થી 100 સુધીની બધી જોડમૂળ સંખ્યા લખો.
5. 1 થી 50 વચ્ચેની સહમૂળ સંખ્યાઓની 5 જોડી લખો.
6. મૂળ સંખ્યામાંથી સમસંખ્યા કઈ?

જાણી લઈએ

સંખ્યાના મૂળ અવયવ પાડવા (Prime factorisation of a number)

સંખ્યાનો લસાવિ અને મસાવિ કાઢવા માટે યુક્લિડનો એક સહેલો પણ મહત્ત્વનો નિયમ અનેક વખત વાપરવામાં આવે છે. એ નિયમ છે, **"કોઈપણ સંયુક્ત સંખ્યા, મૂળ સંખ્યાના ગુણાકારના રૂપમાં લખી શકાય છે."**

સંખ્યાના મૂળ અવયવ કેવી રીતે પાડવા તે જોઈએ.

ઉદા. 24 ને મૂળ અવયવોના ગુણાકારના રૂપમાં લખો.

મૂળ અવયવ શોધવાની પદ્ધતિ

ઊભી માંડણી

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

આડી માંડણી

$24 = 2 \times 12$

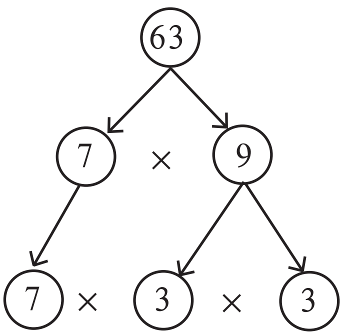
$= 2 \times 2 \times 6$ ...12 ના અવયવ પાડ્યા છે.

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ...6 ના અવયવ પાડ્યા છે.

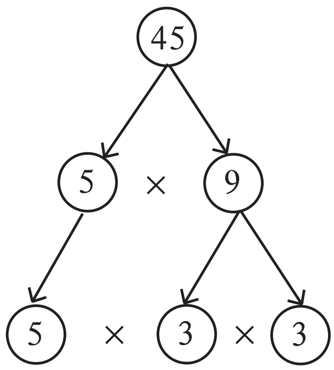
2 અને 3 મૂળ અવયવ છે.

> **યાદ રાખો :**
> આપેલી સંખ્યા તેના મૂળ અવયવોના ગુણાકારના રૂપમાં લખવી એટલે તે સંખ્યાના મૂળ અવયવ પાડવા.

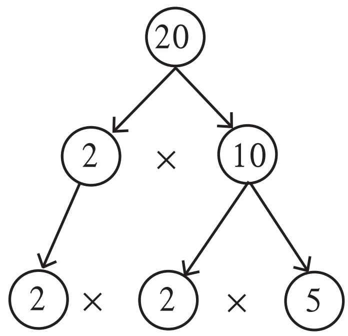
ઉદા. નીચે આપેલી સંખ્યા મૂળ અવયવોના ગુણાકારના રૂપમાં લખો.



$63 = 7 \times 3 \times 3$



$45 = 5 \times 3 \times 3$



$20 = 2 \times 2 \times 5$

ઉદા. 117 ના મૂળ અવયવ પાડો.

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

$117 = 3 \times 3 \times 13$

ઉદા. 250 ના મૂળ અવયવ પાડો.

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

ઉદા. 40 ના મૂળ અવયવ પાડો.

ઊભી માંડણી

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$$40 = 10 \times 4$$
$$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

આડી માંડણી

$$40 = 8 \times 5$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

મહાવરાસંગ્રહ 11

⊙ નીચેની સંખ્યાના મૂળ અવયવ પાડો.

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216

(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

યાદ કરીએ

મહત્તમ સામાન્ય વિભાજક (મસાવિ)

[Greatest Common Divisor – GCD or Highest Common Factor – HCF]

આપણે ધન પૂર્ણાંક સંખ્યાના મસાવિ અને લસાવિ શીખ્યા છીએ. હવે તેનો હજી આગળ અભ્યાસ કરીએ. આપેલી સંખ્યાઓનો મસાવિ એટલે તે સંખ્યાઓનો સૌથી મોટો સામાન્ય વિભાજક.

- નીચેના દરેક ઉદાહરણમાં સંખ્યાના બધા વિભાજક લખો અને મસાવિ શોધો.

(i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

જાણી લઈએ

મૂળ અવયવ પદ્ધતિ : મૂળ અવયવ પાડીને સંખ્યાનો મસાવિ શોધવો સરળ છે.

દા.ત., મૂળ અવયવ પદ્ધતિથી 24 અને 32 નો મસાવિ શોધો.

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$24 = 4 \times 6$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$32 = 8 \times 4$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$$

દરેક સંખ્યામાં સામાન્ય અવયવ 2 છે જે 3 વખત આવે છે માટે મસાવિ $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

ઉદા. 195, 312 અને 546 નો મસાવિ શોધો.

$$195 = 5 \times 39 = 5 \times \underline{3} \times \underline{13}$$

$$312 = 4 \times 78 = 2 \times 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{13}$$

$$546 = 2 \times 273 = 2 \times 3 \times 91 = 2 \times \underline{3} \times 7 \times \underline{13}$$

પ્રત્યેક સંખ્યામાં 3 અને 13 સામાન્ય અવયવો એક-એક વખત જ આવેલા છે.

$\therefore$ મસાવિ = $3 \times 13 = 39$

ઉદા. 10, 15 અને 12 નો મસાવિ શોધો.

$10 = 2 \times 5$ $\quad$ $15 = 3 \times 5$ $\quad$ $12 = 2 \times 2 \times 3$

આ સંખ્યામાં કોઈપણ મૂળ સંખ્યા સામાન્ય વિભાજક નથી. 1 એ એકજ સામાન્ય વિભાજક છે.

માટે મસાવિ = 1

ઉદા. 60, 12 અને 36 નો મસાવિ શોધો.

$$60 = 4 \times 15 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 5$$

$$12 = 2 \times 6 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$$

$$36 = 3 \times 12 = 3 \times 3 \times 4 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$$

$\therefore$ મસાવિ = $2 \times 2 \times 3 = 12$

આ ઉદાહરણ ઊભી માંડણીથી કરીએ. એક સાથે બધી સંખ્યા લખીને મૂળ અવયવ શોધીએ.

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

$\therefore$ મસાવિ = $2 \times 2 \times 3 = 12$

યાદ રાખો, કે અહીં 12 એ 36 અને 60 નો વિભાજક છે.

આ મને સમજાયું.

- આપેલી સંખ્યામાંથી એક સંખ્યા, બાકીની સંખ્યાઓની વિભાજક હોય તો તે સંખ્યા જ આપેલી સંખ્યાનો મસાવિ હોય છે.
- આપેલી સંખ્યાઓમાં એકપણ સામાન્ય અવયવ ન હોય, તો તે સંખ્યાનો મસાવિ 1 હોય છે. કારણ 1 એ તે સંખ્યાઓનો એકમાત્ર સામાન્ય વિભાજક હોય છે.

*** વધારાની માહિતી**

બે ક્રમિક સમસંખ્યાનો મસાવિ 2 હોય છે અને બે ક્રમિક વિષમસંખ્યાનો મસાવિ 1 હોય છે.

આ નિયમ વિવિધ ઉદાહરણો લઈને ચકાસી જુઓ.

મસાવિ શોધવાની ભાગાકાર પદ્ધતિ

ઉદા. 144 અને 252 નો મસાવિ શોધો.

```
144)252( 1
   -144
    108)144( 1
       -108
         36)108(3
           -108
            000
```

(1) મોટી સંખ્યાને નાની સંખ્યા વડે ભાગો.

(2) આ ભાગાકારમાં મળની શેષ વડે આગળના ભાજકને ભાગો.

(3) બીજા પગથિયાંના ભાગાકારથી મળતી શેષ વડે બીજા પગથિયાંના ભાજકને ભાગો અને શેષ શોધો.

(4) આ પ્રમાણે શેષ શૂન્ય આવે ત્યાં સુધી ક્રિયા કરો. જે ભાગાકારમાં શેષ શૂન્ય આવે તે ભાગાકારનો ભાજક એ આગળ આપેલી સંખ્યાનો મસાવિ છે.

$\therefore$ 144 અને 252 નો મસાવિ = 36

ઉદા. $\frac{209}{247}$ ને સંક્ષિપ્ત રૂપ આપો.

```
209)247 ( 1
   -209
     38)209 (5
       -190
         19)38(2
           -38
            00
```

સંક્ષિપ્ત રૂપ આપવા બંને સંખ્યાનો મસાવિ શોધીએ. તે માટે 247 અને 209 નો મસાવિ ભાગાકાર પદ્ધતિથી શોધીએ.

અહીં મસાવિ 19 આવે છે એટલે કે અંશસ્થાને અને. છેદસ્થાને રહેલી સંખ્યાને 19 વડે ભાગ જશે.

$$\therefore \quad \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

મહાવરાસંગ્રહ 12

1. મસાવિ શોધો.

(i) 25, 40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27

(v) 18, 32, 48 (vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102

(ix) 56, 57 (x) 777, 315, 588

2. ભાગાકાર પદ્ધતિથી મસાવિ શોધો અને સંક્ષિપ્ત રૂપ આપો.

(i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$

યાદ કરીએ.

લઘુતમ સામાન્ય વિભાજ્ય (લસાવિ) [Least common multiple–LCM]

આપેલી સંખ્યાનો લસાવિ એટલે તેમાંની પ્રત્યેક સંખ્યા વડે વિભાજ્ય હોય એવી નાનામાં નાની સંખ્યા.

- નીચેની સંખ્યાના ઘડિયા લખો અને તેનો લસાવિ શોધો.

(i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

જાણી લઈએ

ઉદા. 60 અને 48 નો લસાવિ શોધો.

દરેક સંખ્યાના મૂળ અવયવો જોઈએ.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $\qquad\qquad$ $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ઉપરના ગુણાકારમાં આવતી દરેક મૂળ સંખ્યા જોઈએ, તેમાં

2 વધારેમાં વધારે 4 વખત છે. (48 ના અવયવમાં)

3 વધારેમાં વધારે 1 વખત છે. (60 ના અવયવમાં)

5 વધારેમાં વધારે 1 વખત છે. (60 ના અવયવમાં)

$\therefore$ લસાવિ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 24 = 240$

ઉદા. 18, 30 અને 50 નો લસાવિ શોધીએ.

$18 = 2 \times 9$	$30 = 2 \times 15$	$50 = 2 \times 25$
$= 2 \times 3 \times 3$	$= 2 \times 3 \times 5$	$= 2 \times 5 \times 5$

ઉપર આપેલા ગુણાકારમાં 2, 3 અને 5 મૂળ સંખ્યા આવે છે.

2 સંખ્યા વધારેમાં વધારે $\square$ વખત, 3 સંખ્યા વધારેમાં વધારે $\square$ વખત અને 5 વધારેમાં વધારે $\square$ વખત આવી છે.

$\therefore$ લસાવિ $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$ $\qquad$ $\therefore$ 18, 30, 50 નો લસાવિ 450 છે.

ઉદા. 16, 28 અને 40 નો લસાવિ શોધો.

ઊભી માંડણી

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

- વિભાજ્યતાની કસોટીનો ઉપયોગ કરીને બધી સંખ્યાઓ સાથે નિ:શેષ ભાગ જતી સંખ્યા શોધો. અને તેના વડે આપેલી સંખ્યાઓને ભાગો. ભાગાકારથી મળેલી સંખ્યા માટે આ જ ક્રિયા શક્ય હોય તેટલી વખત કરો.
- હવે મળેલી સંખ્યામાંથી ઓછામાં ઓછી બે સંખ્યાની વિભાજક હોય તેવી સંખ્યા શોધીને તેના વડે જેનો ભાગ જાય તે સંખ્યાને ભાગો. આ જ ક્રિયા શક્ય હોય તેટલી વખત કરો.
- 1 સિવાય અન્ય કોઈપણ સામાન્ય અવયવ ન હોય ત્યારે અટકવું.
- ડાબા સ્તંભની સંખ્યાનો ગુણાકાર કરો. તેને સૌથી નીચેની આડી લીટીની સંખ્યા વડે ગુણો.

$\therefore$ લસાવિ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 560$

ઉદા. 18 અને 30 નો લસાવિ અને મસાવિ શોધો. લસાવિ, મસાવિનો ગુણાકાર અને આપેલી બે સંખ્યાનો ગુણાકાર, આ બન્ને ગુણાકારની તુલના કરો.

2	18	30
3	9	15
	3	5

મસાવિ $= 2 \times 3 = 6$

લસાવિ $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

મસાવિ $\times$ લસાવિ $= 6 \times 90 = 540$

આપેલી બે સંખ્યાનો ગુણાકાર $= 18 \times 30 = 540$

આપેલી બે સંખ્યાનો ગુણાકાર $=$ મસાવિ $\times$ લસાવિ

આ ઉપરથી એવું જણાય કે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર તે બે સંખ્યાના મસાવિ અને લસાવિના ગુણાકાર જેટલો હોય છે. આ વિધાનની સત્યતા નીચે આપેલી સંખ્યાજોડ માટે તપાસો.

(15, 48), (14, 63), (75, 120)

ઉદા. 15, 45 અને 105 નો લસાવિ અને મસાવિ શોધો.

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = \underline{3} \times \underline{5}$

$45 = \underline{3} \times 3 \times \underline{5}$

$105 = \underline{3} \times \underline{5} \times 7$

મસાવિ $= 3 \times 5 = 15$

લસાવિ $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

ઉદા. બે અંકી બે સંખ્યાનો ગુણાકાર 1280 છે અને તેનો મસાવિ 4 છે, તો તેનો લસાવિ શોધો.

મસાવિ × લસાવિ = આપેલી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

4 × લસાવિ = 1280

∴ લસાવિ $= \dfrac{1280}{4} = 320$

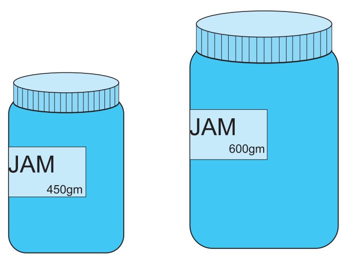
મહાવરાસંગ્રહ 13

1. લસાવિ શોધો.
   (i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86
   (vi) 15, 30, 90 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81
   (x) 18, 36, 27
2. નીચે આપેલી સંખ્યાના મસાવિ અને લસાવિ શોધો તેનો ગુણાકાર આપેલી બે સંખ્યાના ગુણાકાર જેટલો હોય છે તે તાળો મેળવીને જુઓ.
   (i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

લસાવિ અને મસાવિનો ઉપયોગ

ઉદા. દુકાનમાં 450 ગ્રામ જૅમની નાની બાટલી 96 રૂપિયાની છે અને તે જ જૅમની 600 ગ્રામ વજનની મોટી બાટલી 124 રૂપિયાની છે, તો કઈ બાટલી ખરીદવી વધારે ફાયદાકારક છે?

ઉકેલ : આપણે એકમ પદ્ધતિ શીખ્યા છીએ. તે પ્રમાણે દરેક બાટલીની અંદરના 1 ગ્રામ જૅમની કિંમત શોધીને તુલના કરી શકીએ. પણ નાનો સામાન્ય અવયવ લેવા કરતા મોટો સામાન્ય અવયવ લેતાં ગણતરી સરળ બને છે.



450 અને 600 નો મસાવિ 150 છે તેનો ઉપયોગ કરીએ.

$450 = 150 \times 3$, $600 = 150 \times 4$

$\therefore$ નાની બાટલીના 150 ગ્રામ જૅમની કિંમત $\frac{96}{3}$ = 32 રૂપિયા

મોટી બાટલીના 150 ગ્રામ જૅમની કિંમત $\frac{124}{4}$ = 31 રૂપિયા

$\therefore$ 600 ગ્રામ જૅમની બાટલી ખરીદી કરવી વધારે ફાયદાકારક છે.

ઉદા. સરવાળો કરો. $\frac{17}{28} + \frac{11}{35}$

રીત 1 : સરવાળો કરવા માટે અપૂર્ણાંકના છેદ સમાન કરીએ.

ઉકેલ : $\frac{17}{28}+\frac{11}{35} = \frac{17\times35+11\times28}{28\times35} = \frac{595+308}{28\times35} = \frac{903}{28\times35} = \frac{903}{980} = \frac{129}{140}$

રીત 2 : સરવાળો કરવા માટે 28 અને 35 નો લસાવિ શોધીએ.

ઉકેલ : લસાવિ = $7 \times 4 \times 5 = 140$

$$\frac{17}{28} + \frac{11}{35} = \frac{17\times5}{28\times5} + \frac{11\times4}{35\times4} = \frac{85+44}{140} = \frac{129}{140}$$

છેદોનો ગુણાકાર કરવાને બદલે લસાવિ કાઢવાથી આપણી ગણતરી કેટલી સરળ બની ગઈ ને !

ઉદા. એક સંખ્યાને અનુક્રમે 8, 10, 12, 14 સંખ્યા વડે ભાગીએ તો દરેક વખતે શેષ 3 વધે છે, તો એવી નાનામાં નાની સંખ્યા કઈ છે?

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

ઉકેલ: ભાજ્ય સંખ્યા શોધવા માટે આપેલા ભાજકોનો લસાવિ શોધીએ.

લસાવિ = $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 = 840$

તે લસાવિમાં દરેક વખતે મળતી શેષ ઉમેરીએ.

તે સંખ્યા = લસાવિ + શેષ = 840 + 3 = 843

ઉદા. 16,20,80 નો લસાવિ શોધો.

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

ઉકેલ : $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

લસાવિ = $4 \times 4 \times 5 = 80$

અહીં એક ગમ્મત જોઈ કે? 80 એ આપેલી સંખ્યામાંની એક છે અને 16 અને 20 આપેલી અન્ય સંખ્યા 80ના વિભાજક છે.

યાદ રાખો : જો આપેલી સંખ્યામાંથી સૌથી મોટી સંખ્યાને, અન્ય સંખ્યાઓ વડે નિઃશેષ ભાગ જતો હોય તો, તે મોટી સંખ્યા જ આપેલી સંખ્યાઓનો લસાવિ હોય છે.

ઉપરના નિયમનો તાળો મેળવવા (18,90) (35,140,70) આ સંખ્યાસમૂહ લઈને ચકાસી જુઓ.

ઉદા. શ્રેયસ, શલાકા અને સ્નેહલ એક વર્તુળાકાર દોડપટ્ટી પરના એક જ સ્થળેથી એક જ સમયે દોડવાની શરૂઆત કરે છે અને અનુક્રમે 16,24 અને 18 મિનિટમાં એક ફેરો પૂર્ણ કરે છે, તો તે ત્રણેય ઓછામાં ઓછા કેટલા સમય પછી શરૂઆતના સ્થળે એક સાથે આવશે?

ઉકેલ : જે સમય પછી તે ભેગા થશે, તે સમય 16, 24 અને 18 નો નાનામાં નાનો સામાન્ય ગુણક હશે. તે ગુણક શોધવા માટે લસાવિ શોધીએ.

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\quad$ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\quad$ $18 = 2 \times 3 \times 3$

લસાવિ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 મિનિટ પછી અથવા 2 કલાક 24 મિનિટ પછી ભેગા થશે.

મહાવરાસંગ્રહ 14

1. યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરો.

   (i) 120 અને 150 નો મસાવિ .... છે.

   (1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120

   (ii) નીચેનામાંથી .... આ સંખ્યાઓનો મસાવિ 1 નથી.

   (1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15

2. મસાવિ અને લસાવિ શોધો.

   (i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 49, 84

3. લસાવિ શોધો.

   (i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120

4. કોઈ એક સંખ્યાને 8, 9, 10, 15, 20 વડે ભાગીએ તો દરેક વખતે 5 શેષ વધે છે, તો એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

5. $\frac{348}{319}, \frac{221}{247}, \frac{437}{551}$ અપૂર્ણાંકોને સંક્ષિપ્ત રૂપ આપો.

6. બે સંખ્યાઓનો લસાવિ અને મસાવિ અનુક્રમે 432 અને 72 છે. બે સંખ્યામાંથી એક સંખ્યા 216 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.

7. બે અંકી બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર 765 છે અને તેનો મસાવિ 3 છે, તો તેનો લસાવિ શોધો.

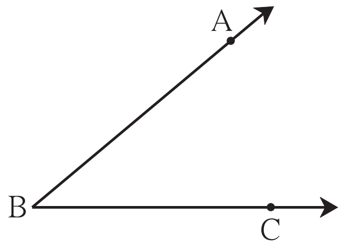
8. એક વિક્રેતા પાસે 392 મીટર, 308 મીટર, 490 મીટર લંબાઈના પ્લાસ્ટિકના દોરાના ત્રણ રીલ છે. દોરો વધે નહિ એ રીતે તે ત્રણેય રીલના દોરાના સરખી લંબાઈના ટુકડા કર્યા, તો દરેક ટુકડો વધારેમાં વધારે કેટલી લંબાઈનો થયો હશે?

9*. બે ક્રમિક સમ સંખ્યાનો લસાવિ 180 છે તો તે સંખ્યા કઈ?

4 ખૂણા અને ખૂણાની જોડીઓ

52NDKC

યાદ કરીએ

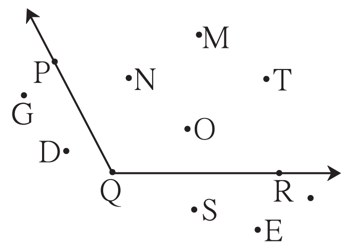


- આપેલા ખૂણાનું નામ લખો. ....
- ખૂણાના શિરોબિંદુનું નામ લખો. ....
- ખૂણાની ભૂજાના નામ લખો. ....
- ખૂણાની ભૂજા પર દર્શાવેલા બિંદુના નામ લખો. ....

જાણી લઈએ

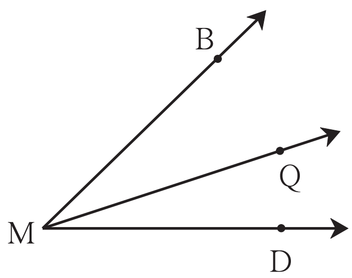
ખૂણાનો અંતર્ભાગ અને બાહ્યભાગ

આપેલી આકૃતિમાં સમતલમાંના ખૂણાની ભૂજા ઉપરના બિંદુઓ સિવાયના બિંદુ N, બિંદુ M, બિંદુ T જેવા બિંદુઓનો સમૂહ એટલે ∠PQR નો **અંતર્ભાગ** છે. (Interior of an angle)



સમતલમાંના જે બિંદુ ખૂણાની ભૂજા પર નથી અને ખૂણાના અંતર્ભાગમાં પણ નથી એવા બિંદુ G, બિંદુ D, બિંદુ E જેવા બિંદુનો સમૂહ એટલે ∠PQR નો **બાહ્યભાગ** છે. (Exterior of an angle)

આસન્નકોણો (સંલગ્નખૂણા -Adjacent angles)



આપેલા ખૂણા જુઓ. તેમાં ∠BMQ અને ∠QMD ની એક ભૂજા, કિરણ MQ **સામાન્ય ભૂજા** છે. તેમનું શિરોબિંદુ M **સામાન્ય શિરોબિંદુ** છે. આ બન્ને ખૂણાના અંતર્ભાગમાં એકપણ બિંદુ સામાન્ય નથી. એકબીજાથી જોડાયેલા આવા ખૂણાઓને **આસન્નકોણો** અથવા **સંલગ્નખૂણા** કહે છે.

સંલગ્ન ખૂણાની એક ભૂજા સામાન્ય હોય અને બાકીની બે ભુજાઓ સામાન્ય ભુજાની વિરુધ્ધ બાજુએ હોય છે. આસન્નકોણોના અંતર્ભાગ વિભિન્ન હોય છે.

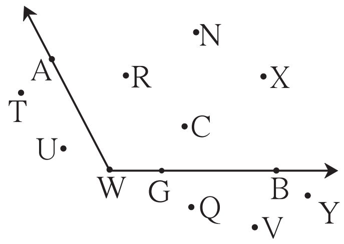
ઉપરની આકૃતિમાં ∠BMD અને ∠BMQ આ બન્ને ખૂણાની પણ ભૂજા MB સામાન્ય ભૂજા છે. છતાં પણ તે આસન્નકોણો નથી, કારણ તેના અંતર્ભાગ જુદા-જુદા નથી.

આ મને સમજાયું.

- જે બે ખૂણાઓને એક **સામાન્ય** શિરોબિંદુ હોય, એક ભૂજા સામાન્ય હોય અને તેમના અંતર્ભાગ ભિન્ન હોય, તેવા ખૂણાઓને **આસન્નકોણો** કહેવાય છે.

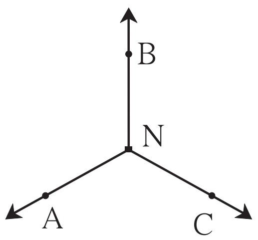
મહાવરાસંગ્રહ 15

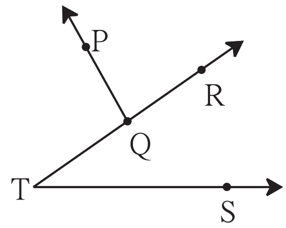
1. આકૃતિનું નિરીક્ષણ કરો અને $\angle AWB$ માટે નીચેનો તક્તો પૂર્ણ કરો.



અંતર્ભાગના બિંદુના નામ	
બાહ્યભાગના બિંદુના નામ	
ખૂણાની ભૂજા પરના બિંદુના નામ	

2. નીચેની આકૃતિમાંના આસન્નકોણોની જોડીઓ લખો.

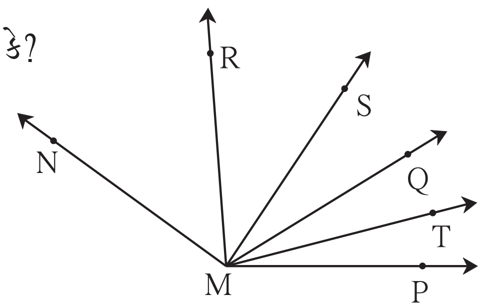




3. આકૃતિ પરથી આપેલી નીચેની જોડીઓ આસન્નકોણોની છે કે? જો ન હોય તો કારણ લખો.

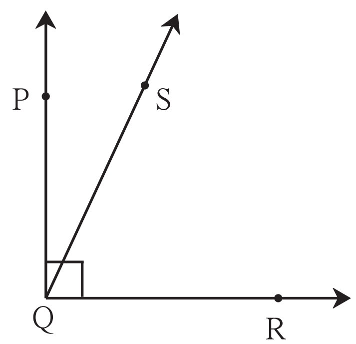
(i) $\angle PMQ$ અને $\angle RMQ$ (ii) $\angle RMQ$ અને $\angle SMR$

(iii) $\angle RMS$ અને $\angle RMT$ (iv) $\angle SMT$ અને $\angle RMS$



જાણી લઈએ

કોટિકોણો (Complementary angles)

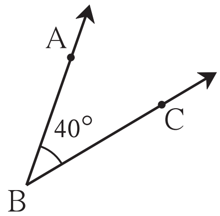


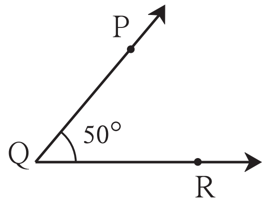
- $\angle PQR$, એક કાટખૂણો દોરો.
- તેના અંતર્ભાગમાં S બિંદુ લો.
- કિરણ QS દોરો.
- $\angle PQS$ અને $\angle SQR$ ના માપોનો સરવાળો કરો.
- સરવાળો કેટલો આવશે?

જે બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 90° હોય છે તે ખૂણા પરસ્પરના કોટિકોણ કહેવાય છે.

અહીં $\angle PQS$ અને $\angle SQR$ પરસ્પરના કોટિકોણ છે.

ઉદા. આકૃતિમાંના ખૂણાનું નિરીક્ષણ કરો અને ચોકઠામાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.





$m\angle ABC = \boxed{}^\circ$

$m\angle PQR = \boxed{}^\circ$

$m\angle ABC + m\angle PQR = \boxed{}^\circ$

$\angle ABC$ અને $\angle PQR$ ના માપનો સરવાળો 90° છે માટે તે પરસ્પરના કોટિકોણ છે.

ઉદા. 70° ના ખૂણાના કોટિકોણનું માપ કેટલું?

ઉકેલ : આપેલા ખૂણાના કોટિકોણનું માપ x ધારીએ.

$70 + x = 90$

$\therefore 70 + x - 70 = 90 - 70$

$x = 20^\circ$

70° માપના કોટિકોણનું માપ 20° છે.

ઉદા. $(a + 15)^\circ$ અને $(2a)^\circ$ એકબીજાના કોટિકોણ છે, તો દરેક ખૂણાનું માપ કેટલું?

ઉકેલ : $a + 15 + 2a = 90$

$3a + 15 = 90$

$3a = 75$

$a = 25$

$\therefore a + 15 = 25 + 15 = 40^\circ$

અને $2a = 2 \times 25 = 50^\circ$

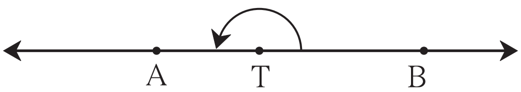
મહાવરાસંગ્રહ 16

1. નીચે કેટલાંક ખૂણાના માપ આપેલા છે તેના કોટિકોણના માપ લખો.

   (i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (v) 20° (vi) 90° (vii) x°

2. $(y - 20)^\circ$ અને $(y + 30)^\circ$ એકબીજાના કોટિકોણ છે, તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

યાદ કરીએ

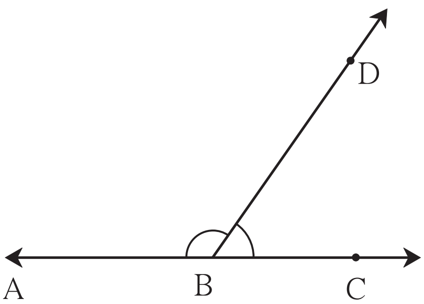


રેખ AB પર T બિંદુ છે.

- $\angle ATB$ કયા પ્રકારનો ખૂણો છે?
- તેનું માપ કેટલું?

જાણી લઈએ

પૂરકકોણો (Supplementary angles)

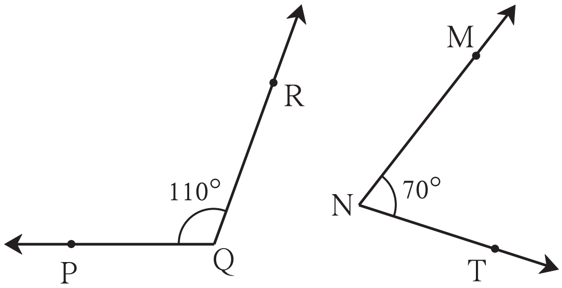


- બાજુની, આકૃતિમાં રેખા AC આપેલી છે.
  BD રેખા પરના B બિંદુથી કિરણ BD દોર્યું છે અહીં કેટલા ખૂણા બને છે?
- $m\angle ABD = \boxed{}^\circ$, $m\angle DBC = \boxed{}^\circ$
- $m\angle ABD + m\angle DBC = \boxed{}^\circ$

જે બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° હોય છે તે પરસ્પરના પૂરકકોણ કહેવાય છે.

અહીં $\angle ABD$ અને $\angle DBC$ પરસ્પરના પૂરકકોણ છે.

દા.ત. નીચેની આકૃતિના ખૂણાનું નિરીક્ષણ કરો અને ચોકઠામાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.



- $m\angle PQR = \square°$ $m\angle MNT = \square°$
- $m\angle PQR + m\angle MNT = \square°$

$\angle PQR$ અને $\angle MNT$ પરસ્પરના પૂરકકોણ છે.

દા.ત. 135° ના પૂરકકોણનું માપ શોધો.

ઉકેલ : પૂરકકોણનું માપ p° ધારીએ.

પૂરકકોણના માપનો સરવાળો 180° હોય છે.

$135 + p = 180$

$\therefore 135 + p - 135 = 180 - 135$

$\therefore p = 45$

$\therefore$ 135° માપના પૂરકકોણનું માપ 45° છે.

દા.ત. $(a + 30)°$ અને $(2a)°$ એ એકબીજાના પૂરકકોણ છે. તો દરેક ખૂણાનું માપ કેટલું?

ઉકેલ : $a + 30 + 2a = 180$

$\therefore 3a = 180 - 30$

$\therefore 3a = 150$

$\therefore a = 50$

$\therefore a + 30 = 50 + 30 = 80°$

$\therefore 2a = 2 \times 50 = 100°$

$\therefore$ તે ખૂણાના માપ અનુક્રમે 80° અને 100° છે.

મહાવરાસંગ્રહ 17

1. નીચેના ખૂણાના પૂરકકોણના માપ લખો.
   (i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) $a°$
2. નીચે કેટલાંક ખૂણાના માપ આપેલા છે. તેમાંથી પૂરકકોણની અને કોટિકોણની યોગ્ય જોડીઓ બનાવો.
   $m\angle B = 60°$ $m\angle N = 30°$ $m\angle Y = 90°$ $m\angle J = 150°$
   $m\angle D = 75°$ $m\angle E = 0°$ $m\angle F = 15°$ $m\angle G = 120°$
3. ΔXYZ માં $m\angle Y = 90°$, તો $\angle X$ અને $\angle Z$ આ ખૂણાઓ વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
4. કોટિકોણની જોડીમાં ખૂણાના માપ વચ્ચે 40° નો તફાવત હોય તો તે ખૂણાના માપ શોધો.
5. □PTNM લંબચોરસ છે. તેમાં પૂરકકોણની કેટલી જોડીઓ તૈયાર થશે? તે જોડીઓ લખો.

6*. જો $m\angle A = 70°$ તો $\angle A$ ના કોટિકોણના પૂરકકોણનું માપ કેટલું?

7. $\angle A$ અને $\angle B$ એકબીજાના પૂરકકોણ છે અને $m\angle B = (x + 20)°$, તો $m\angle A$ કેટલું?

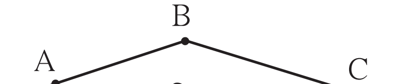
ચાલો, ચર્ચા કરીએ

નીચેના વિધાનોની ચર્ચા કરો. વિધાનો સાચા હોય તો તેનું ઉદાહરણ આપો. વિધાનો ખોટાં હોય તો કારણ આપો.

- બે લઘુકોણ પરસ્પરના કોટિકોણ હોઈ શકે છે.
- બે કાટકોણ પરસ્પરના કોટિકોણ હોઈ શકે છે.
- એક લઘુકોણ અને એક ગુરુકોણ પરસ્પરના કોટિકોણ હોઈ શકે છે.
- બે લઘુકોણ પરસ્પરના પૂરકકોણ હોઈ શકે છે.
- બે કાટકોણ પરસ્પરના પૂરકકોણ હોય છે.
- એક લઘુકોણ અને એક ગુરુકોણ પરસ્પરના પૂરકકોણ હોઈ શકે છે.

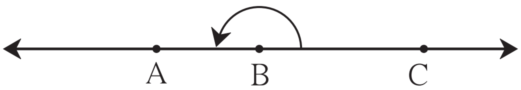
જાણી લઈએ

વિરુદ્ધ કિરણો (Opposite rays)



આકૃતિ (i)

બાજુની આકૃતિના કિરણોના નામ આપો.
કિરણોના આરંભબિંદુના નામ આપો.
આકૃતિ (i) ના ખૂણાનું નામ લખો.



આકૃતિ (ii)

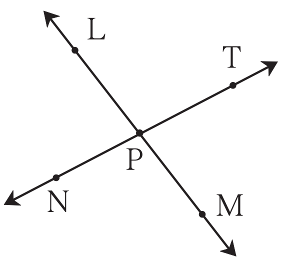
બાજુની આકૃતિ (ii) ના ખૂણાનું નામ લખો.
આકૃતિમાં આરંભબિંદુ B હોય તેવા કિરણોના નામ લખો.

આકૃતિ (i) માં કિરણ BC અને કિરણ BA મળીને એક ગુરુકોણ બને છે. તો આકૃતિ (ii) માં કિરણ BC અને કિરણ BA મળીને સરળકોણ બને છે અને એક સીધી રેખા મળે છે. તેથી કિરણ BC અને કિરણ BA એકબીજાના વિરુદ્ધ કિરણો છે.

આ મને સમજાયું.

- જે બે કિરણોનું આરંભબિંદુ સામાન્ય હોય છે અને તે કિરણો મળીને એક રેખા બને તો, તે કિરણોને પરસ્પરના વિરુદ્ધ કિરણો કહે છે.

મહાવરાસંગ્રહ 18

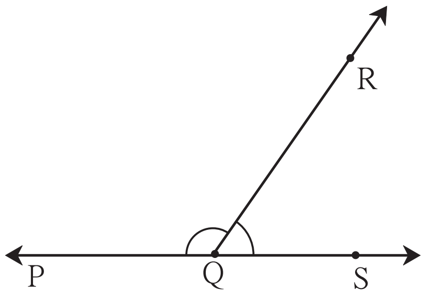


1. બાજુની આકૃતિમાંના વિરુદ્ધ કિરણોની જોડીના નામ લખો.

2. કિરણ PM અને કિરણ PT વિરુદ્ધ કિરણો છે કે? સકારણ લખો.

જાણી લઈએ

સુરેખકોણો (Angles in linear pair)



- આપેલી આકૃતિમાંના ખૂણાના નામ લખો.
- ખૂણાની જોડી કયા પ્રકારની છે?
- ખૂણાની અસામાન્ય ભૂજાઓ કઈ કઈ છે?
- m$\angle$PQR = $\boxed{}^\circ$
- m$\angle$RQS = $\boxed{}^\circ$
- m$\angle$PQR + m$\angle$RQS = 180°

આકૃતિમાં $\angle$PQR અને $\angle$RQS સંલગ્નકોણો છે તેમજ તે પૂરકકોણો પણ છે. તેમની અસામાન્ય ભૂજાઓ પરસ્પર વિરુદ્ધ કિરણો છે, એટલે જ કે અસામાન્ય ભૂજાઓથી એક રેખા બને છે. આ બે ખૂણાઓને સુરેખકોણો કહે છે. **સુરેખકોણોની જોડમાંના ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.**

આ મને સમજાયું.

- જે બે ખૂણાની એક બાજુ સામાન્ય હોય છે અને અસામાન્ય બાજુથી એક રેખા બને તો, તેને સુરેખકોણો કહે છે. સુરેખકોણો હંમેશા પૂરકકોણો હોય છે.

ઉપક્રમ : સ્ટ્રૉ અથવા સળીઓ લઈને બધા પ્રકારના ખૂણાની જોડીઓ તૈયાર કરો.

મહાવરાસંગ્રહ 19

નીચેના વર્ણન પ્રમાણે ખૂણાની જોડીઓ દોરો. ન દોરી શકાય તેના કારણ લખો.

(i) સંલગ્ન ન હોય તેવા કોટિકોણો

(ii) પૂરક ન હોય તેવા સુરેખકોણો

(iii) સુરેખકોણો ન હોય પણ પૂરકકોણો હોય

(iv) સુરેખકોણો ન હોય તેવા સંલગ્ન કોણો

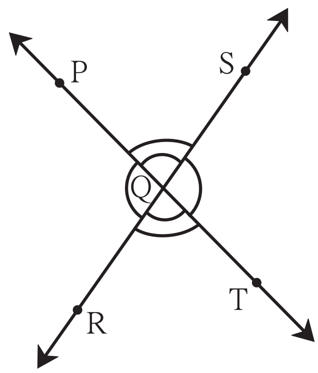
(v) જે કોટિકોણો નથી અને સંલગ્નકોણો પણ નથી

(vi) પરસ્પર કોટીકોણો હોય તેવા સુરેખકોણો

જાણી લઈએ

અભિકોણો (સામસામેના ખૂણા, વિરુદ્ધ કોણો – Vertically opposite angles)

બાજુની આકૃતિમાં રેખ PT અને રેખ RS પરસ્પરને Q બિંદુમાં છેદે છે. ચાર ખૂણા બન્યા છે. $\angle$PQR કિરણ QP અને કિરણ QR થી બનેલો છે. QP અને QR કિરણોના વિરુદ્ધ કિરણ અનુક્રમે QT અને QS છે. તે વિરુદ્ધ કિરણોથી બનેલો ખૂણો $\angle$SQT છે માટે $\angle$SQT એ $\angle$PQR નો અભિકોણો છે એમ કહેવાય.



આ મને સમજાયું.

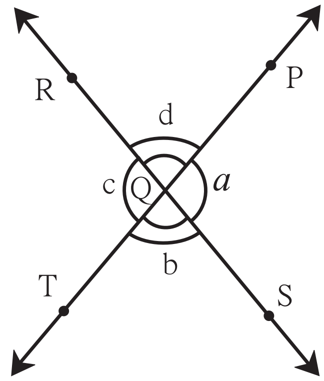
- જે બે કિરણોથી ખૂણો બને, તેના વિરુદ્ધ કિરણોથી બનેલો ખૂણો પહેલા ખૂણાનો અભિકોણ (વિરુદ્ધ કોણ) હોય છે.

જાણી લઈએ

અભિકોણોનો ગુણધર્મ

- આપેલી આકૃતિમાં $\angle PQS$ નો અભિકોણ કયો?

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે $m\angle PQS = a$, $m\angle SQT = \mathrm{b}$, $m\angle TQR = \mathrm{c}$, $m\angle PQR = \mathrm{d}$ એમ ધારીએ તો,



$\angle PQS$ અને $\angle SQT$ સુરેખકોણો છે.

$\therefore a + \mathrm{b} = 180^\circ$

તેમજ $m\angle SQT$ અને $m\angle TQR$ સુરેખકોણો છે.

$\therefore \mathrm{b} + \mathrm{c} = 180^\circ$

$\therefore a + \mathrm{b} = \mathrm{b} + \mathrm{c}$

$\therefore a = \mathrm{c}$ . . . . (બંને બાજુથી b બાદ કરીને)

$\therefore$ $\angle PQS$ અને $\angle TQR$ ના માપ સરખા છે એટલે જ તે ખૂણા એકરૂપ છે.

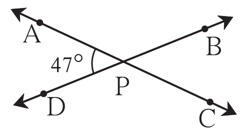
તેવીજ રીતે $m\angle PQR = m\angle SQT$ એટલે જ $\angle PQR$ અને $\angle SQT$ એકરૂપ છે.

આ મને સમજાયું.

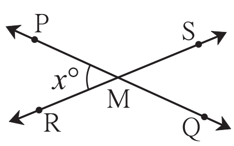
બે રેખાઓ એકબીજાને છેદે ત્યારે બનતા અભિકોણોના માપ સરખાં હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 20

1. રેખા AC અને રેખા BD પરસ્પર P બિંદુમાં છેદે છે. $m\angle APD = 47^\circ$ $\angle APB$, $\angle BPC$, $\angle CPD$ ના માપ લખો.



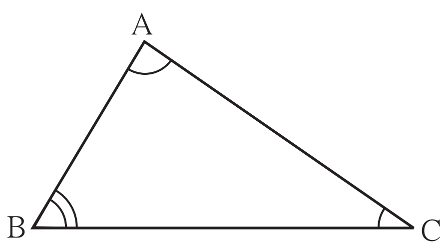
2. રેખ PQ અને રેખ RS પરસ્પર M બિંદુમાં છેદે છે. $m\angle PMR = x^\circ$ $\angle PMS$, $\angle SMQ$ અને $\angle QMR$ ના માપ લખો.



જાણી લઈએ

બહુકોણના અંતઃકોણો (Interior angles of a polygon)

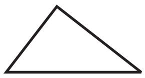
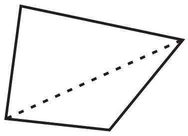
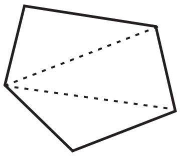
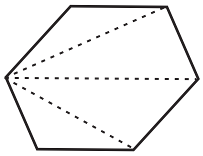
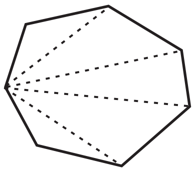
ત્રિકોણના અંતઃકોણો



ΔABC ના $\angle A$, $\angle B$ અને $\angle C$ અંતઃકોણો છે.

- $m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \boxed{}^\circ$

નીચેના તક્તાનું નિરીક્ષણ કરો અને નિષ્કર્ષ શોધો.

બાજુની સંખ્યા	બહુકોણનું નામ	બહુકોણની આકૃતિ (Polygon)	ત્રિકોણોની સંખ્યા	અંત:કોણોનો સરવાળો
3	ત્રિકોણ		1	$180^\circ \times 1 = \boxed{}$
4	ચતુષ્કોણ		2	$180^\circ \times 2 = \boxed{}$
5	પંચકોણ		3	$180^\circ \times 3 = \boxed{}$
6	ષટ્કોણ		4	$180^\circ \times \boxed{} = \boxed{}$
7	સપ્તકોણ		5	
8	અષ્ટકોણ		6	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n બાજુવાળો બહુકોણ		(n - 2)	$180^\circ \times (n - 2)$

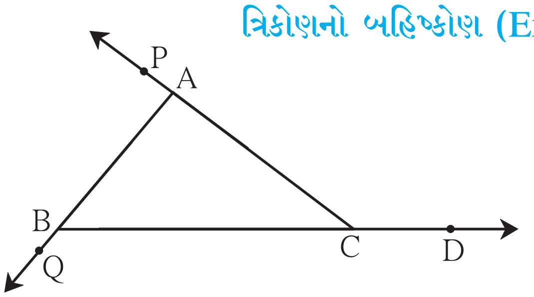
યાદ રાખો કે, બહુકોણમાં ઉપર પ્રમાણે તૈયાર થતાં ત્રિકોણોની સંખ્યા તેની બાજુની સંખ્યા કરતાં બે જેટલી ઓછી હોય છે.

આ મને સમજાયું.

- n - બાજુવાળા બહુકોણના બધા અંત:કોણોના માપનો સરવાળો = $180^\circ \times (n - 2)$

જાણી લઈએ

ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ (Exterior angle of a triangle)



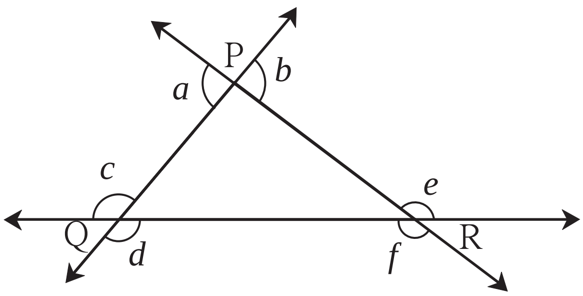
ΔABC ની બાજુ BC આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વધારીએ તો, $\angle$ACD આ નવો ખૂણો ત્રિકોણની બહાર બને છે.

$\angle$ACD એ ΔABC નો બહિષ્કોણ છે. $\angle$ACD અને $\angle$ACB સુરેખકોણો છે. $\angle$PAB અને $\angle$QBC પણ ΔABC ના બહિષ્કોણ છે.

આ મને સમજાયું.

- ત્રિકોણની એક બાજુ ને લંબાવતાં, જે ખૂણો ત્રિકોણના અંતઃકોણ સાથે સુરેખકોણની જોડ બનાવે, તે ખૂણાને **ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ** કહે છે.

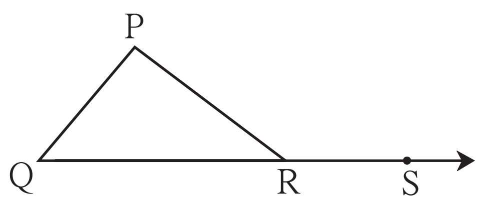
ઉદા. બાજુની આકૃતિમાં ત્રિકોણના બધા બહિષ્કોણો દર્શાવ્યા છે. a, b, c, d, e, f એ ΔPQR ના બહિષ્કોણ છે. દરેક ત્રિકોણને આ પ્રમાણે છ બહિષ્કોણો હોય છે.



જાણી લઈએ

ત્રિકોણના બહિષ્કોણનો ગુણધર્મ

બાજુની આકૃતિમાં $\angle$PRS એ ΔPQR નો બહિષ્કોણ છે. $\angle$PRQ તેની અંતઃકોણ છે. બીજા બે અંતઃકોણો એટલે $\angle$P અને $\angle$Q એ $\angle$PRS થી દૂર એટલે લાંબે છે. $\angle$P અને $\angle$Q ને $\angle$PRS ના **અંતઃસમ્મુખકોણો** કહે છે.



$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \boxed{}^\circ$ ....(ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાનો સરવાળો.)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \boxed{}^\circ$ ....(સુરેખકોણો)

$\therefore\ m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

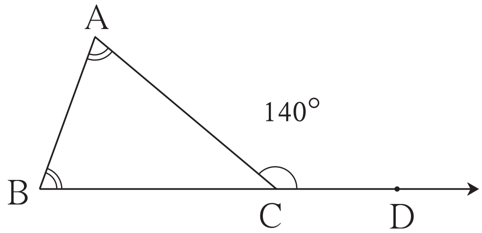
$\therefore\ m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ ($m\angle$PRQ બંને બાજુથી બાદ કરીને.)

આ મને સમજાયું.

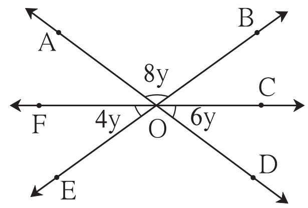
- ત્રિકોણના બહિષ્કોણનું માપ તેના અંતઃસમ્મુખકોણોના માપના સરવાળા જેટલું હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 21

1. આકૃતિમાં $\angle ACD$ એ ΔABC નો બહિષ્કોણ છે. $\angle A$ અને $\angle B$ ના માપ સમાન છે. જો $m\angle ACD = 140^\circ$ તો $\angle A$ અને $\angle B$ નું માપ શોધો.



2. બાજુની આકૃતિના ખૂણાના માપ જોઈને તેના ઉપરથી બાકીના ત્રણેય ખૂણાના માપ લખો.



3*. ΔABC સમદ્વિભુજ ત્રિકોણમાં $\angle A$ અને $\angle B$ ના માપ સરખા છે. $\angle ACD$ એ ΔABC નો બહિષ્કોણ છે. $\angle ACB$ અને $\angle ACD$ ના માપ અનુક્રમે $(3x - 17)^\circ$ અને $(8x + 10)^\circ$ છે, તો $\angle ACB$ અને $\angle ACD$ ના માપ શોધો. તેમજ $\angle A$ અને $\angle B$ ના માપ પણ શોધો.

ICT Tools or Links

- Geogebra મદદથી એકજ આરંભબિંદુ વાળા બે કિરણો દોરો. Move Option નો ઉપયોગ કરીને કિરણોને ફેરવો. એક ચોક્કસ સ્થિતિમાં તે વિરુદ્ધ કિરણો બને છે તેની ખાતરી કરો.
- સુરેખકોણોની જોડ બનાવો. તેની સામાન્ય ભૂજા move કરીને સુરેખકોણોની જુદી-જુદી જોડીઓ બનાવવાનો અનુભવ લો.
- Geogebra ના Polygon Tools નો ઉપયોગ કરીને જુદા-જુદા બહુકોણો દોરો અને તેના અંતઃકોણોના માપનો ગુણધર્મ ચકાસી જુઓ.

5 સંમેય સંખ્યા અને તેના પરની ક્રિયા

5ZX9LZ

જાણી લઈએ

સંમેય સંખ્યા (Rational numbers)

છઠ્ઠા ધોરણમાં આપણે 1, 2, 3, 4, ... ગણનસંખ્યા એટલે જ પ્રાકૃતિક સંખ્યા શીખી ગયા છીએ. પ્રાકૃતિક સંખ્યા, શૂન્ય અને પ્રાકૃતિક સંખ્યાની વિરોધી સંખ્યા મળીને તૈયાર થતો પૂર્ણાંક સંખ્યાસમૂહ આપણે જાણીએ છીએ. તેમજ $\frac{7}{11}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$ જેવા અપૂર્ણાંકથી પણ આપણે પરિચિત છીએ. પૂર્ણાંક સંખ્યા અને અપૂર્ણાંક સંખ્યા એમ બન્ને પ્રકારની સંખ્યાનો સમાવેશ કરતો કોઈ સંખ્યાસમૂહ છે કે? તેનો વિચાર કરીએ.

$4 = \frac{12}{3}$, $7 = \frac{7}{1}$, $-3 = \frac{-3}{1}$, $0 = \frac{0}{2}$ આ પ્રમાણે બધી પૂર્ણાંક સંખ્યા આપણે $\frac{m}{n}$ ના સ્વરૂપમાં લખી શકીએ છીએ તે પણ આપણે જાણીએ છીએ. જો m એ કોઈપણ પૂર્ણાંક અને n એ કોઈપણ શૂન્યેત્તર પૂર્ણાંક હોય તો $\frac{m}{n}$ આ સંખ્યાને સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે. આવી સંમેય સંખ્યાનો સમૂહ ઉપરની દરેક પ્રકારની સંખ્યાને સમાવી લે છે.

સંમેય સંખ્યા $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{-17}{28}$, 2.17 ....

પૂર્ણાંક સંખ્યા – 3, – 8, – 1 ....

પૂર્ણ સંખ્યા 0

પ્રાકૃતિક સંખ્યા

1, 2, 3, ...

આપેલો કોઠો પૂર્ણ કરો.

	-3	$\frac{3}{5}$	-17	$-\frac{5}{11}$	5
પ્રાકૃતિક સંખ્યા	×				✓
પૂર્ણાંક સંખ્યા	✓				
સંમેય સંખ્યા	✓				

સંમેય સંખ્યા પરની ક્રિયા

સંમેય સંખ્યા અંશ અને છેદનો ઉપયોગ કરીને વ્યવહારી અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે, માટે સંમેય સંખ્યા ઉપરની ક્રિયા અપૂર્ણાંક પરની ક્રિયાની જેમ જ કરવામાં આવે છે.

(1) $\frac{5}{7} + \frac{9}{11} = \frac{55+63}{77} = \frac{118}{77}$

(2) $\frac{1}{7} - \frac{3}{4} = \frac{4-21}{28} = \frac{-17}{28}$

(3) $2\frac{1}{7} + 3\frac{8}{14} = \frac{15}{7} + \frac{50}{14}$

$= \frac{30}{14} + \frac{50}{14}$

$= \frac{80}{14} = \frac{40}{7}$

(4) $\frac{9}{13} \times \frac{4}{7} = \frac{9\times4}{13\times7} = \frac{36}{91}$

(5) $\frac{3}{5} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{3\times(-4)}{5\times5} = \frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13} \times \frac{26}{3} = \frac{3\times2}{1} = \frac{6}{1}$

યાદ કરીએ

એક સંખ્યાને બીજી સંખ્યા વડે ભાગવી એટલે એ સંખ્યાને બીજી સંખ્યાના ગુણાકાર-વ્યસ્તથી ગુણવી.

આપણે જોયું છે કે, $\frac{5}{6}$ અને $\frac{6}{5}$, $\frac{2}{11}$ અને $\frac{11}{2}$ ગુણાકાર-વ્યસ્ત સંખ્યાઓની જોડીઓ છે.

તેમજ, $\left(\frac{-5}{4}\right) \times \left(\frac{-4}{5}\right) = 1$; $\left(\frac{-7}{2}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = 1$ આ ઉપરથી $\left(\frac{-5}{4}\right)$ અને $\left(\frac{-4}{5}\right)$ અને $\left(\frac{-7}{2}\right)$ અને $\left(\frac{-2}{7}\right)$ ગુણાકાર-વ્યસ્ત સંખ્યાની જોડીઓ છે. એટલે જ $\frac{-5}{4}$ અને $\frac{-4}{5}$ એકબીજાના ગુણાકાર વ્યસ્ત છે અને $\frac{-7}{2}$ અને $\frac{-2}{7}$ પણ પરસ્પરના ગુણાકાર વ્યસ્ત છે.

ધ્યાન રાખો બરાબર !

દા.ત. $\frac{-11}{9}$ અને $\frac{9}{11}$ નો ગુણાકાર -1 છે માટે $\frac{-11}{9}$, $\frac{9}{11}$ એ ગુણાકાર વ્યસ્તની જોડી નથી.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

આપણે વિવિધ સંખ્યા સમૂહોની વિશેષતા જોઈએ. તે માટે જૂથમાં ચર્ચા કરતાં કરતાં નીચેનો તક્તો પૂર્ણ કરો. પ્રાકૃતિક સંખ્યાસમૂહ, પૂર્ણાંક સંખ્યાસમૂહ અને સંમેય સંખ્યાસમૂહનો વિચાર કરીએ. આ દરેક સંખ્યાસમૂહ સામે સરવાળો, બાદબાકી ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયા કરવાથી મળતા નિષ્કર્ષને (✓) અથવા (×) નિશાનીથી દર્શાવો. શૂન્ય વડે ભાગાકાર કરી શકાતો નથી તે ધ્યાનમાં રાખો.

- બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો સરવાળો કરીએ તો જવાબ હંમેશા (પ્રાકૃતિક) સંખ્યા જ મળે છે માટે પ્રાકૃતિક સંખ્યાસમૂહની આગળ સરવાળાના ખાનામાં (✓) નિશાની કરો.
- બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાની બાદબાકી કરીએ તો જવાબ હંમેશા પ્રાકૃતિક સંખ્યા જ આવે એવું નથી. કારણ $7 - 10 = -3$ આવા અસંખ્ય ઉદાહરણો છે માટે બાદબાકીના ખાનામાં (×) નિશાની કરો. તક્તામાં (×) ની નિશાની આવે ત્યારે તેનું કારણ સ્પષ્ટ કરો. (×) નું કારણ ઉદાહરણ સાથે આપતી વખતે, અસંખ્ય ઉદાહરણોમાંથી એક પર્યાપ્ત છે.

સંખ્યાસમૂહ	સરવાળો	બાદબાકી	ગુણાકાર	ભાગાકાર
પ્રાકૃતિક સંખ્યા	✓	× $(7 - 10 = -3)$	✓	× $(3 \div 5 = \frac{3}{5})$
પૂર્ણાંક સંખ્યા				
સંમેય સંખ્યા				

આ મને સમજાયું.

- પ્રાકૃતિક સંખ્યાસમૂહ, સરવાળા અને ગુણાકારની ક્રિયા માટે પર્યાપ્ત છે, પણ બાદબાકી અને ભાગાકારની ક્રિયા માટે પર્યાપ્ત નથી એટલે જ કે બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાની બાદબાકી અને ભાગાકાર પ્રાકૃતિક સંખ્યા જ હોય એવું નથી.
- પૂર્ણાંક સંખ્યાસમૂહ સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકારની ક્રિયા માટે પર્યાપ્ત છે, પણ ભાગાકારની ક્રિયા માટે પર્યાપ્ત નથી.
- સંમેય સંખ્યા સમૂહ સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર દરેક ક્રિયા માટે પર્યાપ્ત છે. યાદ રાખો કે, શૂન્ય વડે ભાગાકાર થાય નહિ.

મહાવરાસંગ્રહ 22

1. નીચેની સંમેય સંખ્યાનો સરવાળો કરો.

(i) $\frac{5}{36} + \frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17} + \frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11} + 1\frac{3}{77}$

2. નીચેની સંમેય સંખ્યાની બાદબાકી કરો.

(i) $\frac{7}{11} - \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36} - \frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$

3. નીચેની સંમેય સંખ્યાનો ગુણાકાર કરો.

(i) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5} \times \frac{4}{15}$ (iii) $\frac{(-8)}{9} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6} \times \frac{3}{4}$

4. ગુણાકાર વ્યસ્ત સંખ્યા લખો.

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. નીચેની સંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર કરો.

(i) $\frac{40}{12} \div \frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11} \div \frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8} \div \frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3} \div (-4)$

(v) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13} \div \frac{7}{26}$ (vii) $\frac{9}{11} \div (-8)$ (viii) $5 \div \frac{2}{5}$

જાણી લઈએ

સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંખ્યા

- 2 થી 9 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓની વચ્ચે કેટલી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે? તે લખો.
- – 4 થી 5 ની વચ્ચે કઈ કઈ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે? તે લખો.
- $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{4}$ ની વચ્ચે કઈ સંમેય સંખ્યા હશે?

ઉદા. $\frac{1}{2}$ અને $\frac{4}{7}$ સંમેય સંખ્યાની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા શોધીએ. તે માટે આ સંખ્યાને સમચ્છેદ રૂપ આપીએ.

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 7}{2\times 7} = \frac{7}{14}, \qquad \frac{4}{7} = \frac{4\times 2}{7\times 2} = \frac{8}{14}$$

7 અને 8 એ પાસેપાસેની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. પરંતુ $\frac{7}{14}$ અને $\frac{8}{14}$ એ પાસેપાસેની સંમેય સંખ્યા છે કે? કોઈપણ સંમેય સંખ્યાનો છેદ મોટો કરી શકાય છે તેના ગણામાં તેનો અંશ પણ મોટો થાય છે.

$$\frac{7}{14} = \frac{70}{140}, \qquad \frac{8}{14} = \frac{80}{140}$$ . . . (અંશને અને છેદને 10 વડે ગુણવાથી)

હવે $\frac{70}{140} < \frac{71}{140} \ldots\ldots < \frac{79}{140} < \frac{80}{140}$ અહીં $\frac{7}{14}$ અને $\frac{8}{14}$ ની વચ્ચે કેટલી સંખ્યા મળી?

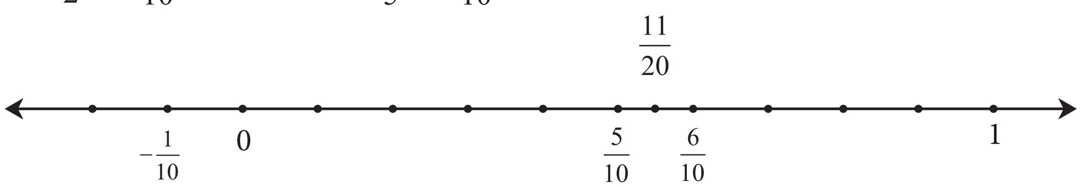
તેમજ $\frac{7}{14} = \frac{700}{1400}$, $\frac{8}{14} = \frac{800}{1400}$ . . . (અંશને અને છેદને 100 વડે ગુણવાથી)

માટે $\frac{700}{1400} < \frac{701}{1400} \ldots\ldots < \frac{799}{1400} < \frac{800}{1400}$

આ ઉપરથી સંમેય સંખ્યાનું રૂપાંતર વધુમાં વધુ મોટા છેદવાળી સમમૂલ્ય સંખ્યામાં કરીને તેમની વચ્ચેની સંમેય સંખ્યાઓ સહેલાઈથી શોધી શકાય છે.

ઉદા., $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{5}$ સંમેય સંખ્યાની વચ્ચેની સંખ્યા શોધવી. $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{5}$ સંમેય સંખ્યાને પહેલા સમચ્છેદ રૂપ આપીએ.

જેમ કે $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$, $\qquad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$



સંખ્યારેખા પર $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$ સંખ્યા દર્શાવતા બિંદુ છે. તેને જોડતા રેખાખંડોનું મધ્યબિંદુ શોધીએ અને તે બિંદુ જે સંખ્યા દર્શાવે તે જોઈએ.

$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right) = \frac{11}{20}$ હવે આ બિંદુ તે રેખાખંડનું મધ્યબિંદુ છે.

કારણ, $\frac{6}{10} - \frac{11}{20} = \frac{12-11}{20} = \frac{1}{20}$ $\qquad$ તેમજ $\frac{11}{20} - \frac{5}{10} = \frac{11-10}{20} = \frac{1}{20}$

$\therefore$ $\frac{5}{10}$ અને $\frac{6}{10}$ ની વચ્ચે બરાબર મધ્યમાં $\frac{11}{20}$ સંખ્યા છે. માટે જ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{5}$ ની વચ્ચે $\frac{11}{20}$ ની સંખ્યા છે. આજ રીતે $\frac{1}{2}$ અને $\frac{11}{20}$ અને $\frac{11}{20}$ અને $\frac{3}{5}$ ની વચ્ચેની સંખ્યા શોધી શકાશે.

આ મને સમજાયું.

- બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અસંખ્ય સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 23

⊙ નીચે આપેલી બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યા લખો.

(i) $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}$, $-\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}$, $\frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}, \frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}, \frac{11}{7}$ (viii) $0, \frac{-3}{4}$

✸ વધારાની માહિતી માટે

જો m પૂર્ણસંખ્યા હોય તો $m + 1$ એ તેની નજીકની મોટી પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. m અને $m + 1$ ની વચ્ચે એકપણ પૂર્ણાંક સંખ્યા હોતી નથી. ક્રમિક ન હોય તેવી કોઈપણ બે પૂર્ણાંક સંખ્યાની વચ્ચેની પૂર્ણાંક સંખ્યા ગણી શકાય છે તેની ખાતરી કરો; પરંતુ ધ્યાનમાં લો કે, કોઈપણ બે સંમેય સંખ્યાની વચ્ચે અસંખ્ય સંમેય સંખ્યા હોય છે.

યાદ કરીએ

દશાંશ અપૂર્ણાંકના ગુણાકાર અને ભાગાકાર કેવી રીતે કરાય તે આપણે જોયું છે.

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = \frac{35.1}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

આ ઉપરથી ધ્યાનમાં આવે છે કે, દશાંશ અપૂર્ણાંકને 100 વડે ભાગવું એટલે દશાંશચિહ્ન 2 ઘર ડાબીબાજુ લઈ જવું, 1000 વડે ગુણવું એટલે દશાંશચિહ્ન ત્રણ ઘર જમણીબાજુ લઈ જવું. આવા ભાગાકાર અને ગુણાકાર કરતી વખતે નીચેના નિયમ ઉપયોગી થાય છે.

દશાંશ અપૂર્ણાંકના અપૂર્ણાંકી ભાગ પછી ગમે તેટલા શૂન્ય લખીએ અથવા પૂર્ણાંક ભાગની પહેલાં કેટલાં પણ શૂન્ય લખીએ તો પણ દશાંશ અપૂર્ણાંકની કિંમત બદલાતી નથી.

$$1.35 = \frac{135}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$0.35 = \frac{35}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{35000}{100000} = 0.35000$ વગેરે.

$1.35 = 001.35$ નો ઉપયોગ કેવી રીતે થાય છે તે જુઓ.

$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$

જાણી લઈએ

સંમેય સંખ્યાનું દશાંશરૂપ (Decimal representation of rational numbers)

દા.ત., $\frac{7}{4}$ સંમેય સંખ્યા દશાંશરૂપમાં લખો.

$$
\begin{array}{r}
1.75 \\
4\overline{)7.000} \\
-\ 4 \\
\hline
30 \\
-\ 28 \\
\hline
20 \\
-\ 20 \\
\hline
00
\end{array}
$$

(1) 7 = 7.0 = 7.000 (અપૂર્ણાંકી ભાગ પછી ગમે તેટલાં શૂન્ય મૂકી શકાય)

(2) 7 ને 4 વડે ભાગતાં 1 થી ભાગ ચાલ્યો અને શેષ 3 વધી. હવે ભાગાકારમાં પૂર્ણાંક 1 પછી દશાંશચિહ્ન લખીએ. શેષ 3 ની આગળ ભાજ્યનું 0 નીચે ઉતારીને 30 નો 4 વડે ભાગતાં 7 થી ભાગ ચલાવીએ. હવે આવતો ભાગાકાર અપૂર્ણાંક ભાગ છે માટે ભાગાકારમાં દશાંશચિહ્ન પછી 7 લખીએ. હવે ભાજ્યનું બીજું એક 0 નીચે ઉતારીને 5 થી ભાગ આપી ભાગાકાર પૂર્ણ કરીએ.

આ ભાગાકારમાં દશાંશ અપૂર્ણાંકી ભાગમાં પછી લખેલા શૂન્યનો ઉપયોગ કર્યો છે.

દા.ત., $2\frac{1}{5}$ દશાંશરૂપમાં લખો.

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ નું દશાંશરૂપ ત્રણ પદ્ધતિથી શોધીએ.

$\frac{1}{5}$ નું દશાંશરૂપ શોધીએ.

(I)

$$
\begin{array}{r}
0.2 \\
5\overline{)1.0} \\
-\ 0 \\
\hline
10 \\
-\ 10 \\
\hline
00
\end{array}
\qquad \frac{1}{5} = 0.2
$$

(II)

$$
\begin{array}{r}
2.2 \\
5\overline{)11.000} \\
-\ 10 \\
\hline
010 \\
-\ 10 \\
\hline
00
\end{array}
$$

(III)

$$
\begin{aligned}
\frac{11}{5} &= \frac{11\times 2}{5\times 2} \\
&= \frac{22}{10} \\
&= 2.2 \\
\frac{11}{5} &= 2.2
\end{aligned}
$$

$\therefore\ 2\frac{1}{5} = 2.2$

દા.ત., $\frac{-5}{8}$ સંમેય સંખ્યા દશાંશરૂપમાં લખો.

$\frac{5}{8}$ નું દશાંશરૂપ ભાગાકાર કરીને 0.625 મળે છે. $\therefore\ \frac{-5}{8} = -0.625$

ઉપરના બધા ઉદાહરણોમાં શેષ શૂન્ય આવે છે. ભાગાકારની ક્રિયા પૂર્ણ થાય છે. સંમેય સંખ્યાના આવા દશાંશરૂપને **ખંડિત દશાંશરૂપ** કહેવાય છે.

દા.ત., કેટલીક સંમેય સંખ્યાનું દશાંશરૂપ કેવી રીતે જુદુ છે તે જોઈએ.

(i) $\frac{5}{3}$ સંખ્યા દશાંશરૂપમાં લખો.

$$\begin{array}{r}
1.66 \\
3\overline{)5.00} \\
-\ 3 \\
\hline
2\ 0 \\
-\ 1\ 8 \\
\hline
20 \\
-\ 18 \\
\hline
2
\end{array}$$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\dot{6}$

(ii) $\frac{2}{11}$ સંખ્યા દશાંશરૂપમાં લખો.

$$\begin{array}{r}
0.18 \\
11\overline{)2.00} \\
-\ 0 \\
\hline
20 \\
-\ 11 \\
\hline
90 \\
-\ 88 \\
\hline
20
\end{array}$$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ નું દશાંશરૂપ શોધો. $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$$\begin{array}{r}
2.33 \\
3\overline{)7.00} \\
-\ 6 \\
\hline
1\ 0 \\
-\ 9 \\
\hline
10 \\
-\ 9 \\
\hline
01
\end{array}$$

$2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\dot{3}$

(iv) $\frac{5}{6}$ નું દશાંશરૂપ શોધો.

$$\begin{array}{r}
0.833 \\
6\overline{)50} \\
-\ 48 \\
\hline
020 \\
-\ 18 \\
\hline
020 \\
-\ 18 \\
\hline
02
\end{array}$$

$\frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

ઉપરના દરેક ઉદાહરણોમાં ભાગાકારની ક્રિયા પૂર્ણ થતી નથી. **દશાંશચિહ્નની જમણી બાજુ એક અંક અથવા કેટલાંક અંકોનો સમૂહ ફરી-ફરી આવે છે, આવા અપૂર્ણાંકને આવર્તી (આવૃત્ત) દશાંશ અપૂર્ણાંક કહે છે.**

જે દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં દશાંશચિહ્નની જમણી બાજુ એકજ અંક ફરીને ફરી આવે છે, તેના પર ટપકું મૂકાય છે. જેમ કે, $2\frac{1}{3} = 2.33... = 2.\dot{3}$ તેમજ દશાંશચિહ્નની જમણી તરફ જે અંકોનું જૂથ ફરી ફરી આવે છે તે જૂથપર આડી રેખા કરવામાં આવે છે. જેમ કે, $\frac{2}{11} = 0.1818....... = 0.\overline{18}$ અને $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

આ મને સમજાયું.

- કેટલીક સંમેય સંખ્યાનું દશાંશરૂપ ખંડિત,
તો કેટલીક **સંમેય સંખ્યાનું દશાંશરૂપ આવર્તી** હોય છે.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.

- ભાગાકાર કર્યા વગર કયા છેદવાળી સંમેય સંખ્યા ખંડિત સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે? તે શોધો.

મહાવરાસંગ્રહ 24

⊙ નીચેની સંમેય સંખ્યા દશાંશરૂપમાં લખો.

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારના ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરીને લખેલી સંખ્યાની માંડણી એટલે પદાવલિ.

$72 \div 6 + 2 \times 2$ આ પદાવલિ છોડી જવાબ શોધો.

હંસાની રીત

$72 \div 6 + 2 \times 2$
$= 12 + 2 \times 2$
$= 12 + 4$
$= 16$

મંગુની રીત

$72 \div 6 + 2 \times 2$
$= 12 + 2 \times 2$
$= 14 \times 2$
$= 28$

બંને જવાબ જુદાજુદા આવ્યા. કારણ બંનેએ જુદાજુદા ક્રમે ક્રિયા કરી. આ પ્રમાણે ક્રિયાનો ક્રમ જુદો લઈએ તો જવાબ જુદોજુદો આવે. આવું ન થાય માટે ક્રિયાનો ક્રમ નક્કી કરવા કેટલાંક નિયમો છે. તે નિયમ પાળીએ તો એકજ જવાબ મળે છે. તે નિયમ જોઈએ. ક્યારેક ક્યારેક માત્ર જે ક્રિયા પહેલા કરવી તેવી અપેક્ષા હોય. તે વખતે પદાવલિમાં કૌંસનો ઉપયોગ કરેલો હોય છે.

પદાવલિ છોડવાના નિયમો

(1) રાશિમાં એક કરતાં વધારે ક્રિયા હોય તો ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયા ડાબેથી જમણી તરફ જે ક્રમે આપેલી હોય તે ક્રમથી કરવી.

(2) પછી સરવાળા અને બાદબાકીની ક્રિયા, ડાબેથી જમણી તરફ જે ક્રમે આપેલી હોય તે ક્રમે કરવી.

(3) કૌંસમાં એક કરતાં વધારે ક્રિયા હોય તો, ઉપરના બંને નિયમ પાળીને તે ક્રિયા પહેલા કરવી.

ઉપરના નિયમ વાપરવાથી હંસાની રીત સાચી છે તે સમજાય છે. $\therefore 72 \div 6 + 2 \times 2 = 16$

નીચેની પદાવલિ છોડીએ.

ઉદા. $40 \times 10 \div 5 + 17$
$= 400 \div 5 + 17$
$= 80 + 17$
$= 97$

ઉદા. $80 \div (15 + 8 - 3) + 5$
$= 80 \div (23 - 3) + 5$
$= 80 \div 20 + 5$
$= 4 + 5$
$= 9$

દા.ત. $2 \times \{25 \times [(113 - 9) + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + 26]\}$

$= 2 \times \{25 \times 130\}$

$= 2 \times 3250$

$= 6500$

દા.ત. $\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{3}{4} - \frac{5}{21}$ (પહેલા ગુણાકાર)

$= \frac{3\times21-5\times4}{84}$ (પછી બાદબાકી)

$= \frac{63-20}{84} = \frac{43}{84}$

યાદ રાખો.

ક્રિયાનો ક્રમ સ્પષ્ટ કરવા માટે એક કરતાં વધારે વખત કૌંસનો ઉપયોગ કરવો પડે છે. તે માટે સાદો કૌંસ ( ), ચોરસ કૌંસ [ ], છગડિયો કૌંસ { } વાપરવામાં આવે છે. કૌંસ છોડતી વખતે સૌથી અંદરના કૌંસની ક્રિયા પહેલા કરાય છે. પછી ક્રમસર બહારના કૌંસમાંની ક્રિયા કરવામાં આવે છે.

મહાવરાસંગ્રહ 25

નીચેની પદાવલિ છોડો.

1. $50 \times 5 \div 2 + 24$
2. $(13 \times 4) \div 2 - 26$
3. $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div 14 - 1)]$
4. $\{(220 - 140) + [10 \times 9 + (-2 \times 5)]\} - 100$
5. $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{6}{4}$

ઉપક્રમ : ચોકઠામાં આપેલા અંકનો અને ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરો અને કિંમત 112 આવે એવી પદાવલિ તૈયાર કરો.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	$+ \quad \times$ $\div \quad -$

*** વધારાની માહિતી માટે**

પદાવલિ છોડતો વખતે ચિહ્નોનો ક્રમ

કૌં →	ના →	ભા →	ગુ →	સ →	બા
( )	$\times$	$\div$	$\times$	$+$	$-$
કૌંસમાંની ક્રિયા સૌ પ્રથમ	નો, ની, નું, ના ગુણાકાર ક્રિયા ઉદા. 200 ના $\frac{1}{4}$ $= 200 \times \frac{1}{4}$	ભાગાકાર	ગુણાકાર	સરવાળો	બાદબાકી

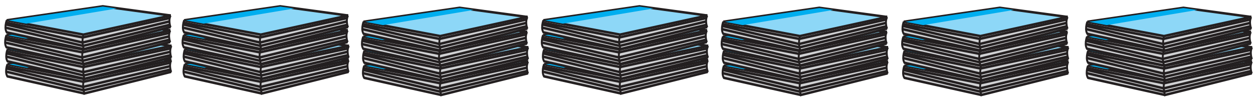
6 ઘાતાંક

6175NH

યાદ કરીએ

7 બાળકોને, દરેકને 4 નોટબુકની વહેંચણી કરી.

કુલ નોટબુક $= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$ નોટબુક



અહીં સરવાળાની ક્રિયા અનેક વખત કરેલી છે.

એકજ સંખ્યાનો અનેક વખત કરેલો સરવાળો ગુણાકારના રૂપમાં માંડી શકાય છે.

કુલ નોટબુકો $= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 7 = 28$

જાણી લઈએ

પાયો અને ઘાતાંક (Base and Index)

હવે સંખ્યાને અનેક વખત લઈને કરેલા ગુણાકારની માંડણી ટૂંકમાં કેવી રીતે કરાય તે જોઈએ.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ અહીં 8 વખત 2 લઈને ગુણાકાર કરેલો છે.

આ માંડણી ટૂંકમાં 2^8 આમ થાય. અહીં 2^8 એ ગુણાકારનું **ઘાતાંક રૂપ** છે.

આમાં 2 એ <u>પાયો</u> (આધાર) અને 8 એ <u>ઘાતાંક</u> છે.

$8 \leftarrow$ ઘાતાંક
$2 \leftarrow$ પાયો

ઉદા. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ અહીં 5^4 એ **ઘાતાંકિત સંખ્યા** છે.

5^4 આ ઘાતાંક રૂપની સંખ્યામાં 5 પાયો અને 4 ઘાતાંક છે.

તેનું વાંચન '5 નો ઘાતાંક 4' અથવા '5 નો ચાર ઘાત' અથવા '5 નો ચોથો ઘાત' એમ કરાય છે.

સામાન્ય રીતે a કોઈપણ સંખ્યા હોય તો, $a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots$ (m વખત) $= a^m$

a^m નું વાંચન 'a નો ઘાતાંક m' અથવા 'a નો m ઘાત' એમ કરાય છે.

અહીં m એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

$\therefore\ 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ એટલે 5^4 આ ઘાતાંકિત સંખ્યાની કિંમત 625 છે.

તેમજ $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$ એટલે $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ ની કિંમત $\frac{-8}{27}$ છે.

$7^1 = 7$, $10^1 = 10$ એ ધ્યાનમાં રાખો. **કોઈપણ સંખ્યાનો પહેલો ઘાત એટલે તે સંખ્યા પોતે જ હોય છે.** સંખ્યાનો ઘાતાંક 1 હોય તો તે ન લખવાની પ્રથા છે. જેમ કે $5^1 = 5$, $a^1 = a$

મહાવરાસંગ્રહ 26

1. નીચેનો તકતો પૂર્ણ કરો.

અ. ક્ર.	ઘાતાંકિત સંખ્યા	પાયો	ઘાતાંક	ગુણાકાર રૂપ	કિંમત
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		(-8)	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. કિંમત શોધો.

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$ (v) 9^3

(vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

વર્ગ અને ઘન (Square and cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 નું વાંચન **'3 નો બીજો ઘાત'**

અથવા **'3 નો વર્ગ'** કરાય.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 નું વાંચન **'5 નો ત્રીજો ઘાત'**

અથવા **'5 નો ઘન'** કરાય.

યાદ રાખો.

કોઈપણ સંખ્યાનો બીજો ઘાત એટલે તે સંખ્યાનો વર્ગ.

કોઈપણ સંખ્યાનો ત્રીજો ઘાત એટલે તે સંખ્યાનો ઘન.

જાણી લઈએ

સમાન પાયાવાળી ઘાતાંકિત સંખ્યાનો ગુણાકાર

દા.ત., $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

આ ઉપરથી $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

દા.ત., $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

આ ઉપરથી $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

દા.ત., $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

આ ઉપરથી $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

આ મને સમજાયું.

- જો a સંમેય સંખ્યા હોય અને m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, તો $a^m \times a^n = a^{m+n}$

મહાવરાસંગ્રહ 27

સાદું રૂપ આપો.

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{P}{5}\right)^3 \times \left(\frac{P}{5}\right)^7$

જાણી લઈએ

સમાન પાયાવાળી ઘાતાંકિત સંખ્યાનો ભાગાકાર

દા.ત., $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6\times6\times6\times6}{6\times6}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 6^2$$

$\therefore\ 6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$

દા.ત., $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)}$$

$$= (-2)^2$$

$\therefore\ (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$

આ મને સમજાયું.

- જો a શૂન્યેત્તર સંમેય સંખ્યા, m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તેમ જ $m > n$ હોય તો $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a° નો અર્થ

$a \neq 0$ હોય તો

$\frac{a^m}{a^m} = 1$ તેમજ

$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$

$\therefore\ \boxed{a^0 = 1}$

a^{-m} નો અર્થ

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$

$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$

$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$

$$= \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $\therefore\ a^{-1} = \frac{1}{a}$

તેમજ $a \times \frac{1}{a} = 1$ એટલે $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore\ a^{-1}$ એ a નો ગુણાકાર વ્યસ્ત છે.

આ પ્રમાણે $\frac{5}{3}$ નો ગુણાકાર વ્યસ્ત $\frac{3}{5}$ છે.

$\therefore\ \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$

દા.ત. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ આ ઘાતાંકિત સંખ્યા જોઈએ.

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

આ મને સમજાયું.

- આ ઉપરથી જો $a \neq 0$, $b \neq 0$, અને m ઘન પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$.

નીચેના ઉદાહરણોનું નિરીક્ષણ કરીને કયો નિયમ મળે છે તે જોઈએ.

દા.ત. $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{3^4}{3^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^{-2}$$

દા.ત. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

આ મને સમજાયું.

- જો a સંમેય સંખ્યા હોય, $a \neq 0$ અને m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, તો $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

જાણી લઈએ

પાયો (-1) હોય અને ઘાતાંક પૂર્ણ સંખ્યા હોય તો શું થાય છે તે જુઓ.

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

m સમસંખ્યા હોય તો $(-1)^m = 1$ અને m વિષમ સંખ્યા હોય તો $(-1)^m = -1$

મહાવરાસંગ્રહ 28

1. સાદુંરૂપ આપો.

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. કિંમત શોધો.

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) $4^7 \div 4^5$

જાણી લઈએ

બે સંખ્યાના ગુણાકારનો અને ભાગાકારનો ઘાત

નીચેના ઉદાહરણોનું નિરીક્ષણ કરીનો કયો નિયમ મળે છે તે જોઈએ.

દા.ત. $(2 \times 3)^4$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

દા.ત. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{4\times4\times4}{5\times5\times5} = \frac{4^3}{5^3}$

આ મને સમજાયું.

જો a અને b એ શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા હોય અને m પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તો,

(1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$\left(a^m\right)^n$ એટલે ઘાતાંકિત સંખ્યાનો ઘાત (ઘાતનો ઘાત)

દા.ત. $\left(5^2\right)^3$

$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{2\times3}$

$= 5^6$

દા.ત. $\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$

$= \frac{1}{7^{-2}\times7^{-2}\times7^{-2}\times7^{-2}\times7^{-2}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)\times5}}$

$= \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10}$

$\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$

દા.ત. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^3$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times$ .... n વખત $= a^{m+m+m\text{.........} n \text{ વખત}} = a^{m\times n}$

ઉપરના ઉદાહરણો ઉપરથી આ નિયમ મળે છે.

આ મને સમજાયું.

- જો a શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા તેમજ m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, તો $\left(a^m\right)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$

યાદ રાખો :

જો a અને b એ શૂન્યેત્તર પરિમેય સંખ્યા અને m, n પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તો,

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^m$

મહાવરાસંગ્રહ 29

1. સાદું રૂપ આપો.

(i) $\left[\left(\dfrac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $(3^4)^{-2}$ (iii) $\left(\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-3}\right)^4$ (iv) $\left(\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (v) $(6^5)^4$

(vi) $\left[\left(\dfrac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\dfrac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. નીચેની સંખ્યા ધન ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીને લખો.

(i) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\dfrac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ગણિત મારો સાથી : વિજ્ઞાનમાં, ખગોળશાસ્ત્રમાં

(1) દશમાન પદ્ધતિમાં સંખ્યા લખવા માટે 10 ના ઘાતાંકનો વિશેષ ઉપયોગ થાય છે. પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર 38,40,00,000 મીટર છે.

આ અંતર 10 ના ઘાતાંકના રૂપમાં નીચે પ્રમાણે લખાય છે.

384 000 000 = 384×10^6

38 4000000 = 38.4×10^7

3 84000000 = 3.84×10^8 (પ્રમાણિત રૂપ)

(2) ઑક્સિજનના અણુનો વ્યાસ નીચે મિમીમાં આપેલો છે.

0.0000000000000356 = 3.56×10^{-14}

(3) નીચેની સંખ્યા પ્રમાણિત રૂપમાં લખવાનો પ્રયત્ન કરો.

સૂર્યનો વ્યાસ 1400000000 મીટર છે.

પ્રકાશનો વેગ = 300000000 મીટર/સેકંડ છે.

(4) બાજુની આકૃતિમાં Googol સંખ્યા દર્શાવી છે તે 10 ના ઘાતાંકના રૂપમાં લખવાનો પ્રયત્ન કરો.

કોઈપણ ખૂબ મોટી અથવા ખૂબ નાની સંખ્યા લખતી વખતે એક અંકી પૂર્ણાંક વાળી દશાંશ અપૂર્ણાંક સંખ્યા અને 10 ના યોગ્ય ઘાતનો ગુણાકાર કરીને લખાય છે. એને તે સંખ્યાનું **પ્રમાણિત રૂપ** (Standard form) કહેવાય છે.

Googol

10000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

યાદ કરીએ

પૂર્ણ વર્ગસંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધવું.

આપેલી સંખ્યાને તે જ સંખ્યા વડે ગુણીએ તો આવતો ગુણાકાર તે સંખ્યાનો વર્ગ હોય છે.

ઉદા. $6 \times 6 = 6^2 = 36$

$6^2 = 36$ નું વાંચન આપણે 6 નો વર્ગ 36 છે. એમ કરીએ છીએ.

ઉદા. $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

$(-5)^2 = 25$ નું વાંચન (-5) નો વર્ગ 25 છે.

જાણી લઈએ

✸ આપેલી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધવું.

ઉદા. $3 \times 3 = 3^2 = 9$ અહીં 3 નો વર્ગ 9 છે.

આજ માહિતી 9 નું વર્ગમૂળ 3 છે એવા રૂપમાં લખી શકાય.

વર્ગમૂળ માટે $\sqrt{}$ નિશાની વપરાય છે. $\sqrt{9}$ એટલે 9 નું વર્ગમૂળ $\therefore \sqrt{9} = 3$ છે.

ઉદા. $7 \times 7 = 7^2 = 49$ $\therefore \sqrt{49} = 7$

ઉદા. $8 \times 8 = 8^2 = 64$ આ ઉપરથી $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ આ ઉપરથી 64 નું વર્ગમૂળ -8 પણ મળે છે.

x ધનસંખ્યા હોય તો તેના બે વર્ગમૂળ હોય છે.

તેમાંથી ઋણ વર્ગમૂળ $-\sqrt{x}$ અને ધન વર્ગમૂળ $\sqrt{x}$ વડે દર્શાવાય છે.

ઉદા. 81 નું વર્ગમૂળ શોધો.

$81 = 9 \times 9 = -9 \times -9$ $\therefore \sqrt{81} = 9$ અને $-\sqrt{81} = -9$

આપણે ઘણી વબત ધન વર્ગમૂળનો વિચાર કરીએ છીએ.

✸ આપેલી સંખ્યાનું અવયવ પદ્ધતિથી વર્ગમૂળ શોધવું.

ઉદા. 144 નું વર્ગમૂળ શોધો.

આપેલી સંખ્યાના મૂળ અવયવોમાંથી સમાન અવયવોની જોડી બનાવો.

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$
\begin{aligned}
144 &= 2 \times 72 \\
&= 2 \times 2 \times 36 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 18 \\
&= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}
\end{aligned}
$$

આપેલા અવયવોમાંથી સમાન અવયવોની જોડી બનાવી.

દરેક જોડીનો એક અવયવ લખીને ગુણાકાર કરો.

$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12$ $\therefore \sqrt{144} = 12$

ઉદા. 324 નું વર્ગમૂળ શોધો.

આપેલી સંખ્યાના મૂળ અવયવો પાડીને સમાન અવયવોની જોડી બનાવો.

$$\begin{aligned} 324 &= 2 \times 162 \\ &= 2 \times 2 \times 81 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 27 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9 \\ &= \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \end{aligned}$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

વર્ગમૂળ માટે પ્રત્યેક જોડીમાંથી એક સંખ્યા લો અને ગુણાકાર કરો.

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$

$\therefore \sqrt{324} = 18$

મહાવરાસંગ્રહ 30

⊙ વર્ગમૂળ શોધો.

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✸ વધારાની માહિતી (ભાગાકાર પદ્ધતિથી વર્ગમૂળ)

(1) 9801 નું વર્ગમૂળ શોધો.

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	− 81
189	1701
+ 9	− 1701
198	0000

$\sqrt{9801} = 99$

(2) 19321 નું વર્ગમૂળ શોધો.

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	− 1
23	093
+ 3	− 69
269	2421
+ 9	− 2421
278	0000

(3) 141.61 નું વર્ગમૂળ શોધો.

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	− 1
21	041
+ 1	− 21
229	2061
+ 9	− 2061
238	0000

જે સંખ્યાના મૂળ અવયવ ખૂબ મોટા છે અને તેને લીધે અવયવ પાડવા મુશ્કેલ બને છે, તેના વર્ગમૂળ શોધવા માટે આ પદ્ધતિ ઉપયોગી થાય છે.

બીજો એક ઉપયોગ જોવા માટે $\sqrt{137}$ શોધીએ.

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+ 1	−1
21	037
+ 1	− 21
227	1600
+ 7	− 1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

પણ $(11.8)^2 = 139.24$

$\therefore 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

આપ્રમાણે $\sqrt{137}$ ની નજીકની સંખ્યા શોધી શકાય છે.

જે સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પૂર્ણ સંખ્યા નથી, તેના વર્ગમૂળનો નજીકનો દશાંશ અપૂર્ણાંક આ પદ્ધતિથી મળી શકે છે.

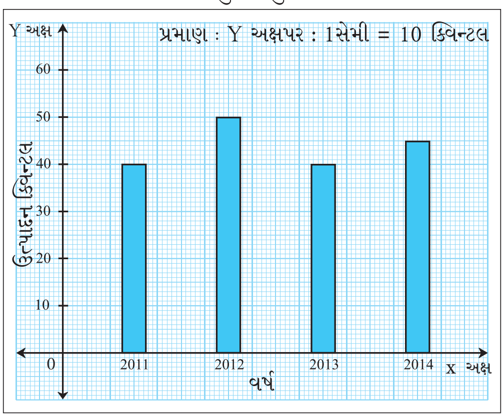
7 જોડસ્તંભાલેખ

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

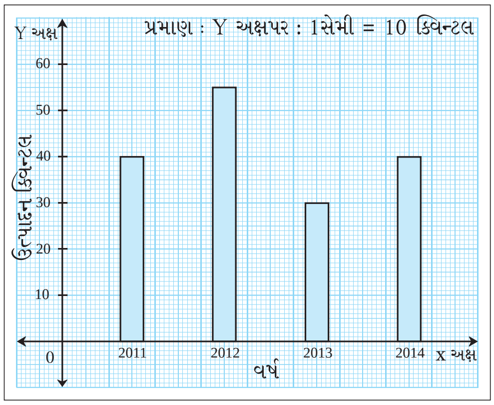
જોડસ્તંભાલેખ

અજય અને વિજયના ખેતરમાં થયેલું ઘઉંનું ઉત્પાદન ક્વિન્ટલમાં કેટલું છે તેની માહિતી નીચેના બે સ્તંભાલેખમાં દર્શાવી છે. તેનું નિરીક્ષણ કરો.

અજયનું ઘઉંનું ઉત્પાદન

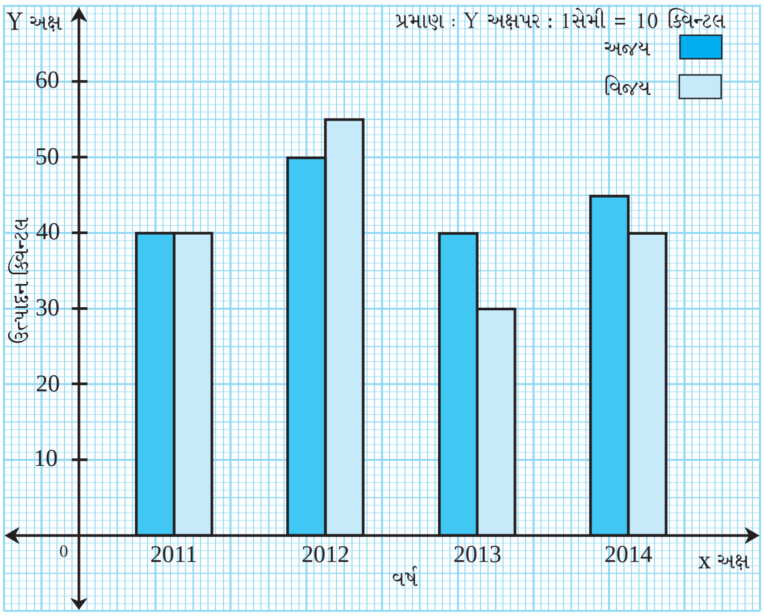


વિજયનું ઘઉંનું ઉત્પાદન



બંને આલેખોની માહિતી એકજ આલેખમાં દર્શાવી શકાય છે કે તે જોઈએ. નીચેનો આલેખ જુઓ. આ પ્રમાણે ઓછી જગ્યામાં વધારે માહિતી આપી શકાય, તેમજ અજય-વિજયના ઘઉંના ઉત્પાદનની તુલના કરવી સહેલી પડે. આવા પ્રકારના સ્તંભાલેખને જોડસ્તંભાલેખ કહેવાય છે.

અજયનું અને વિજયનું ઘઉંનું ઉત્પાદન

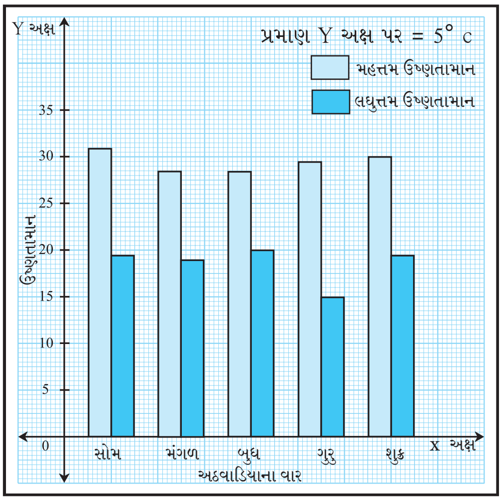


જોડસ્તંભાલેખનું નિરીક્ષણ કરીને, નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

- કયા વર્ષે બંનેનું ઘઉંનું ઉત્પાદન સરખું છે?
- 2014 માં કોનું ઘઉંનું ઉત્પાદન વધારે હતું?
- 2013 માં દરેકનું ઘઉંનું ઉત્પાદન કેટલું હતું?

જોડસ્તંભાલેખનું વાંચન

પુણે શહેરનું પાંચ દિવસનું મહત્તમ અને લઘુત્તમ ઉષ્ણતામાન (°C માં) આપેલું છે. જોડસ્તંભાલેખનું નિરીક્ષણ કરીને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.



- X – અક્ષ પર કઈ માહિતી દર્શાવી છે?
- Y – અક્ષ પર કઈ માહિતી દર્શાવી છે?
- સૌથી વધારે ઉષ્ણતામાન કયા વારે છે?
- લઘુત્તમ ઉષ્ણતામાન કયા દિવસે સૌથી વધારે છે?
- ગુરુવારે મહત્તમ અને લઘુત્તમ ઉષ્ણતામાનમાં કેટલો ફરક છે?
- કયા દિવસે મહત્તમ અને લઘુત્તમ ઉષ્ણતામાનમાં સૌથી વધારે તફાવત છે?

જાણી લઈએ

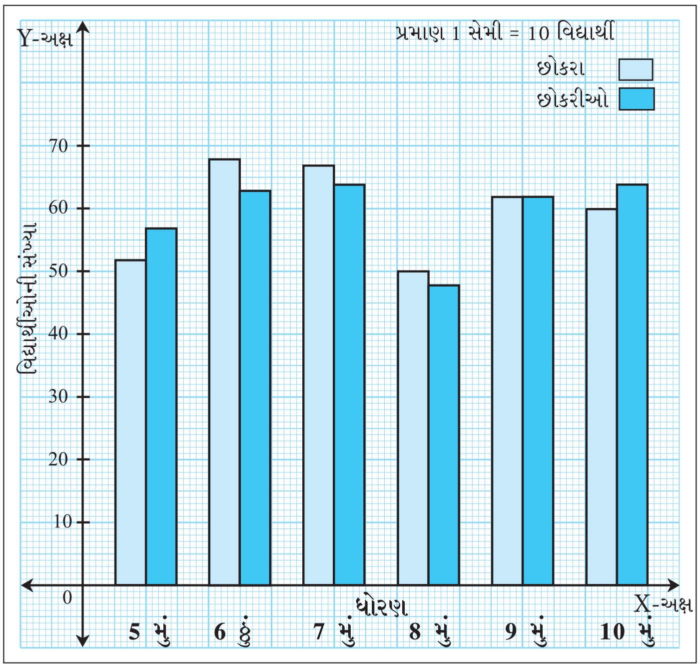
જોડસ્તંભાલેખ (Joint bar graph) દોરવો.

એક શાળાના છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા આપેલી છે. માહિતી ઉપરથી જોડસ્તંભાલેખ બનાવો.

ધોરણ	5 મું	6 ઠું	7 મું	8 મું	9 મું	10 મું
છોકરાઓ	52	68	67	50	62	60
છોકરીઓ	57	63	64	48	62	64

જોડસ્તંભાલેખ માટેના પગથિયાં

1. આલેખ કાગળ પર X–અક્ષ અને Y–અક્ષ અને તેનું છેદનબિંદુ બતાવો.
2. બે જોડસ્તંભાલેખ વચ્ચેનું અંતર સમાન રાખીને X અક્ષ પર ધોરણ બતાવો.
3. Y અક્ષ પર પ્રમાણ નક્કી કરો.
   જેમ કે, 1 એકમ = 10 છોકરા/છોકરી
   Y અક્ષ પર છોકરાંની/છોકરીઓની સંખ્યા દર્શાવો.
4. નક્કી કરેલા પ્રમાણાનુસાર દરેક ધોરણના છોકરાંની અને છોકરીઓની સંખ્યા દર્શાવતા સ્તંભોની ઊંચાઈ નક્કી કરો અને સ્તંભાલેખ દોરો. બે સ્તંભો જુદા બતાવવા જુદા રંગનો ઉપયોગ કરો.

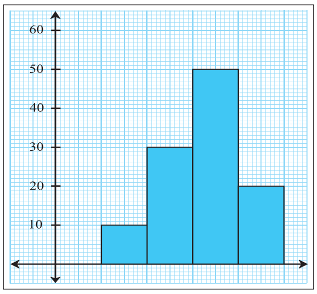


આ મને સમજાયું.

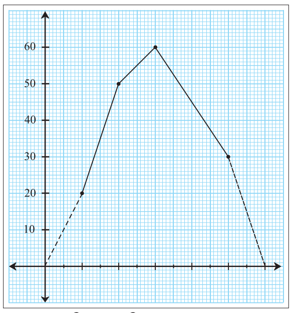
- જોડસ્તંભાલેખમાં બધા સ્તંભની પહોળાઈ સરખી હોવી જોઈએ.
- નજીકના બે જોડ સ્તંભ વચ્ચેનું અંતર સમાન હોવું જોઈએ.
- જોડ સ્તંભાલેખનો ઉપયોગ તુલનાત્મક અભ્યાસ માટે કરવામાં આવે છે.

ગણિત મારો સાથી : વર્તમાનપત્રો, માસિક, માહિતીની રજુઆત

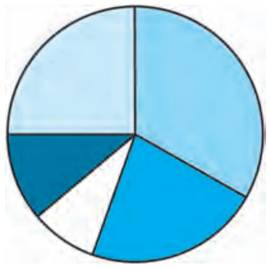
- વર્તમાનપત્રમાં આવતા જુદાજુદા પ્રકારના આલેખોનો સંગ્રહ કરીને તેના ઉપર ચર્ચા કરો.



1. સ્તંભાલેખ



2. રેખાલેખ



3. વૃત્તાલેખ

ICT Tools or Links

માહિતીની રજુઆત કરતી વખતે જોડસ્તંભાલેખને બદલે વિવિધ આલેખોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. MS-Excell, Graph Matica, Geogebra માં રહેલા જુદાજુદા આલેખ શિક્ષકની મદદથી જુઓ.

મહાવરાસંગ્રહ 31

1. વૈશ્વિક વૃક્ષદિને બે શાળાએ રોપેલા છોડની સંખ્યા તક્તામાં આપી છે. તે ઉપરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

છોડનું નામ / શાળાનું નામ	બદામ	કણજી	કડવો લીમડો	આસોપાલવ	ગુલમહોર
નૂતન વિદ્યાલય	40	60	72	15	42
ભારત વિદ્યાલય	42	38	60	25	40

2. એક જ્યુસ સેન્ટર પર શનિવારે અને રવિવારે જુદાજુદા ફળોના જ્યુસ પીવા આવેલા ગ્રાહકોની સંખ્યા તક્તામાં દર્શાવી છે. તે માહિતી ઉપરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

ફળો / વાર	મોસંબી	સંતરા	સફરજન	અનાનસ
શનિવાર	43	30	56	40
રવિવાર	59	65	78	67

3. ગ્રામપંચાયતની ચૂંટણીમાં પાંચ મતદાન કેન્દ્રો ઉપર નીચે પ્રમાણે મતદાન થયું. તે ઉપરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

કેન્દ્ર ક્રમાંક / વ્યક્તિ	1	2	3	4	5
પુરુષો	200	270	560	820	850
સ્ત્રીઓ	700	240	340	640	470

4. ભારતના પાંચ શહેરોનું મહત્તમ અને લઘુતમ ઉષ્ણતામાન °C માં આપેલું છે. તે પરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

શહેર / ઉષ્ણતામાન	દિલ્હી	મુંબઈ	કોલકત્તા	નાગપુર	કપૂરથલા
મહત્તમ ઉષ્ણતામાન	35	32	37	41	37
લઘુતમ ઉષ્ણતામાન	26	25	26	29	26

5. તક્તામાં સોલાપુર અને પુણેની સરકારી હૉસ્પિટલમાં એક દિવસમાં લસીકરણ કરેલા બાળકોની સંખ્યા આપેલી છે. તે ઉપરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

રસીનું નામ / શહેર	ડી.પી.ટી. પૂરક	પોલિયો પૂરક	અછબડા (ઓરી)	કમળો
સોલાપુર	65	60	65	63
પુણે	89	87	88	86

6. મહારાષ્ટ્ર અને ગુજરાત રાજ્યના સાક્ષરોનું પ્રમાણ ટકાવારીમાં આપેલું છે. તેના પરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

સાલ / રાજ્ય	1971	1981	1991	2001	2011
મહારાષ્ટ્ર	46	57	65	77	83
ગુજરાત	40	45	61	69	79

ગણિત ગમ્મત

$1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

આ ઉપરથી $1 + 3 + \ldots + (2n - 1) = n^2$ આ સૂત્ર ધ્યાનમાં આવે છે કે?

આ સૂત્ર $n = 5, 6, 7, 8, \ldots$ આ સંખ્યા માટે ચકાસી જુઓ.

વિજ્ઞાન-પ્રયોગની નોંધ ઉપરથી અનુમાન કાઢવા તેમ જ ભૂગોળ, અર્થશાસ્ત્રમાં પણ જોડસ્તંભાલેખનો ઉપયોગ થાય છે.

8 બૈજિક રાશિ અને તેના પરની ક્રિયા

જાણી લઈએ

બૈજિક રાશિ (Algebraic expressions)

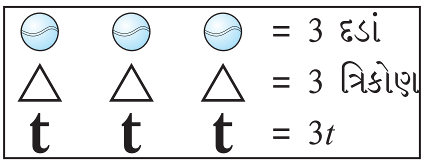
- નીચે આપેલી સળીઓની રચના જુઓ અને આકૃતિબંધનું નિરીક્ષણ કરો.

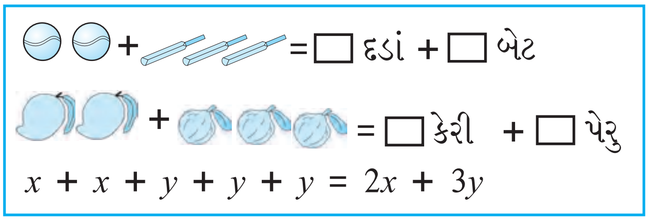
સળીની રચના				......	..	......	..	......
ચોરસ	1	2	3	4	..	10	..	n
સળીની રચના	4	7	10	13	..	......	..	......
	3 + 1	6 + 1	9 + 1	12 + 1	..	......	..	......
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$		$3 \times 10 + 1$		$3 \times n + 1$

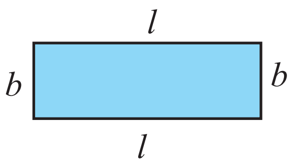
ઉપરના આકૃતિબંધનું નિરીક્ષણ કર્યા પછી ધ્યાનમાં આવે છે કે, સળીની સંખ્યા = 3 × ચોરસની સંખ્યા + 1

ચોરસની સંખ્યા બદલાતી રહે છે. તે 2, 3, 4, ... , 10,...માંથી કોઈપણ હોઈ શકે. ચોરસની સંખ્યા જાણતા ન હોઈએ તો તે કોઈપણ અક્ષરથી દર્શાવાય છે. અહીં ચોરસની સંખ્યા n અક્ષરથી દર્શાવેલી છે.

n એ ચલ છે. ચલનો ઉપયોગ કરેલી સંખ્યા $3 \times n + 1$ એટલે જ $3n + 1$ એ બૈજિક રાશિ છે.







લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2l + 2b$

$= 2(l + b)$

આ મને સમજાયું.

- $3n + 1$, $3t$, $2x + 3y$, $2(l + b)$ આ બૈજિક રાશિઓ છે. આ રાશિઓમાં n, t, y, l, b, x એ ચલ છે.

જાણી લઈએ

- $3x$ રાશિમાં 3 એ x ચલનો **સહગુણક** (coefficient) છે.
- $-15t$ માં -15 એ t ચલનો સહગુણક છે.
- જે રાશિમાં ગુણાકારની એકજ ક્રિયા હોય છે તે રાશિને **પદ** (term) કહેવાય છે.
- બૈજિક રાશિમાં એકપદ હોય છે અથવા અનેક પદોનો સરવાળો હોય છે.

પદ	સહગુણક	ચલ
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

દા.ત. બૈજિક રાશિ : $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$

આ રાશિમાં $4x^2$ પહેલું પદ છે. તેમાં 4 એ સહગુણક છે.

$-2y$ બીજું પદ છે. તેમાં -2 સહગુણક છે.

$\frac{5}{6}xz$ ત્રીજું પદ છે. તેમાં $\frac{5}{6}$ સહગુણક છે.

યાદ રાખો.

- $15 - x$ બૈજિક રાશિમાં બે પદો છે. પહેલું પદ 15 એ એક સંખ્યા છે.
  $15 - x = 15 + (-x)$ $\therefore$ બીજું પદ $-x$ છે. આ પદના x ચલનો સહગુણક (-1) છે.
- જે પદના ચલ અને તેના ઘાતાંક સમાન હોય, તે પદોને **સજાતીય પદો (સરૂપ પદો)** કહેવાય છે.

સજાતીય પદો (સરૂપ પદો) (Like terms)

(i) $2x, \; 5x, \; -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y, \; \frac{6}{7}yx^2$

વિજાતીય પદો (ભિન્નરૂપ પદો) (Unlike terms)

(i) $7xy, \; 9y^2, \; -2xyz, \; 8mn, \; 8m^2n^2, \; 8m^3n$

બૈજિક રાશિના પ્રકાર (Types of algebraic expressions)

રાશિના પદોની સંખ્યા પરથી રાશિનું નામ નક્કી થાય છે. એક પદ હોય તો **એકપદ રાશિ**, બે પદો હોય તો **દ્વિપદ રાશિ**, ત્રણ પદો હોય તો **ત્રિપદ રાશિ**, ત્રણથી વધારે પદો હોય તો **બહુપદ રાશિ** એવું નામ આપવામાં આવે છે.

એકપદ રાશિ	દ્વિપદ રાશિ	ત્રિપદ રાશિ	બહુપદ રાશિ
$4x$	$2x - 3y$	$a + b + c$	$a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
$\frac{5}{6}m$	$2l + 2b$	$x^2 - 5x + 6$	$4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
-7	$3mn - 5m^2n$	$8a^3 - 5a^2b + c$	$5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

મહાવરાસંગ્રહ 32

- નીચેની રાશિમાંના પદોની સંખ્યા પરથી એકપદ, દ્વિપદ, ત્રિપદ અને બહુપદ રાશિમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

જાણી લઈએ

બૈજિક રાશિનો સરવાળો (Addition of algebraic expressions)

✸ એકપદ રાશિના સરવાળા (Addition of monomial expressions)

દા.ત., 3 પેરૂ + 4 પેરૂ = (3 + 4) પેરૂ = 7 પેરૂ   દા.ત., $3x + 4x = (3 + 4)\ x = 7x$

સજાતીય પદોનો સરવાળો એકજ પ્રકારની વસ્તુના સરવાળા પ્રમાણે કરવામાં આવે છે.

દા.ત., સરવાળો કરો.

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\ ab = \frac{-1}{21}\ ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> વિચાર કરો.
> $3x + 4y$ = કેટલાં?
> 3 પેરૂ + 4 કેરી = 7 પેરૂ ?
> $7m - 2n = 5m$?

✸ દ્વિપદ રાશિના સરવાળા (Addition of binomial expressions)

આડી માંડણી

દા.ત., $(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

ઊભી માંડણી

$$\begin{array}{rr} & 2x + 4y \\ + & 3x + 2y \\ \hline & 5x + 6y \end{array}$$

સજાતીય પદોનો સરવાળો કરતી વખતી તે પદોના સહગુણકોનો સરવાળો કરીને તેની આગળ ચલ લખાય છે.

દા.ત., સરવાળો કરો. $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

આડી માંડણી

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

ઊભી માંડણી

$$\begin{array}{rr} & 9x^2y^2 - 7xy \\ + & 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline & 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

બરાબર ધ્યાન રાખો !

$3x + 7y$ અહીં બંને પદો સજાતીય નથી તેથી તેનો સરવાળો $3x + 7y$ અથવા $7y + 3x$ આમ જ લખવો પડે.

મહાવરાસંગ્રહ 33

⦿ સરવાળો કરો.

(i) 9p + 16q ; 13p + 2q

(ii) 2a + 6b + 8c; 16a + 13c + 18b

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

જાણી લઈએ

બૈજિક રાશિની બાદબાકી (Subtraction of algebraic expressions)

પૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરતી વખતે એક પૂર્ણાંકમાંથી બીજો પૂર્ણાંક બાદ કરવો એટલે જ પહેલા પૂર્ણાંકમાંથી બીજો પૂર્ણાંકની વિરોધી સંખ્યા ઉમેરવી તે આપણે શીખ્યા છીએ.

આ જ નિયમનો ઉપયોગ આપણે બૈજિક રાશિની બાદબાકી માટે કરવાના છીએ.

દા.ત. $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

દા.ત. $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

દા.ત. પહેલી રાશિમાંથી બીજી રાશિ બાદ કરો.

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

આડી માંડણી

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$

$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$

$= (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$

$= 7x + 50y - 2z$

ઊભી માંડણી

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & + 23y & + 12z \\ - & \oplus 9x & \ominus 27y & \oplus 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & + 50y & - 2z \end{array}$$

(જે રાશિ બાદ કરવાની હોય તે રાશિના દરેક પદોના ચિહ્નો બદલીને સરવાળો કરવો.)

મહાવરાસંગ્રહ 34

⊙ પહેલી રાશિમાંથી બીજી રાશિ બાદ કરો.

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$ (v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

જાણી લઈએ

બૈજિક રાશિના ગુણાકાર (Multiplication of algebraic expressions)

✱ એકપદને એકપદ રાશિ વડે ગુણવી.

ઉદા. $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

ઉદા. $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

ઉદા. $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3 b^2$

ઉદા. $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

બે એકપદ રાશિનો ગુણાકાર કરતી વખતે, સૌપ્રથમ સહગુણકોના ચિહ્ન ધ્યાનમાં લઈ ગુણાકાર કરવો. પછી બધાં ચલનો ગુણાકાર કરવો.

✱ **દ્વિપદને એકપદ રાશિ વડે ગુણવી.**

ઉદા. $x\ (x + y)$

$= x \times x\ +\ x \times y$

$= x^2 + xy$

ઉદા. $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z\ -\ 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

✱ **દ્વિપદને એકપદ રાશિ વડે ગુણવી.**

ઉદા.

$$\begin{array}{rl}
 3x + 4y & \\
\times\ \ 5x + 7y & \\
\hline
15x^2 + 20xy \qquad\qquad & [5x \text{ થી ગુણીને}] \\
+ 21xy + 28y^2 & [7y \text{ થી ગુણીને}] \\
\hline
15x^2 + 41xy + 28y^2 & [\text{સરવાળો કરીને}]
\end{array}$$

$(3x + 4y)\ \ (5x + 7y)$

$= 3x\ (5x + 7y) + 4y\ (5x + 7y)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

ઉદા. એક લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ $(2x + 7)$ મી અને પહોળાઈ $(x + 2)$ મી છે, તો તે ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ $= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x\ (x + 2) + 7\ (x + 2)$

$= 2x^2 + 11x + 14$

લંબચોરસ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ $(2x^2 + 11x + 14)$ મી^{2}

મહાવરાસંગ્રહ 35

1. ગુણાકાર કરો.

   (i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$

   (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. એક લંબચોરસની લંબાઈ $(8x + 5)$ સેમી અને પહોળાઈ $(5x + 3)$ સેમી છે, તો તે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

યાદ કરીએ

એકચલ સમીકરણો (Equations in one variable)

- નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

જાણી લઈએ

દા.ત., $2x + 2 = 8$

$\therefore\ 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore\ 2x = 6$

$\therefore\ x = 3$

દા.ત., $3x - 5 = x - 17$

$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore\ 2x = -12$

$\therefore\ x = -6$

દા.ત.,એક લંબચોરસની લંબાઈ તેની પહોળાઈના બમણા કરતાં 1 સેમી વધારે છે. તે લંબચોરસની પરિમિતિ 50 સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : લંબચોરસની પહોળાઈ x સેમી ધારીએ.

લંબચોરસની લંબાઈ $(2x + 1)$ સેમી થશે.

$2 \times$ લંબાઈ $+ 2 \times$ પહોળાઈ $=$ લંબચોરસની પરિમિતિ

$$2\ (2x + 1) + 2x = 50$$

$$\therefore\ 4x + 2 + 2x = 50$$

$$\therefore\ 6x + 2 = 50$$

$$\therefore\ 6x = 50 - 2$$

$$\therefore\ 6x = 48\ \therefore\ x = 8$$

લંબચોરસની પહોળાઈ 8 સેમી છે.

લંબચોરસની લંબાઈ $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ લંબચોરસની લંબાઈ $= 17$ સેમી છે.

દા.ત., બે ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો 69 છે, તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

ઉકેલ : એક પ્રાકૃતિક સંખ્યા x ધારીએ.

તો તેના પછીની ક્રમિક સંખ્યા $x + 1$ થશે.

$$(x) + (x + 1) = 69$$

$$\therefore\ x + x + 1 = 69$$

$$\therefore\ 2x + 1 = 69$$

$$\therefore\ 2x = 69 - 1$$

$$\therefore 2x = 68\ \therefore\ x = 34$$

પ્રાકૃતિક સંખ્યા $= 34$

તેના પછીની ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $= 34 + 1$

$= 35$

$\therefore$ તે સંખ્યાઓ 34 અને 35.

યાદ રાખો :

ઉદાહરણના ઉકેલ પરથી સમજાય છે કે, સમીકરણનું એક પદ '=' ચિહ્નની એક બાજુથી બીજી બાજુ લઈ જઈએ ત્યારે તેનું ચિહ્ન બદલવું પડે છે.

મહાવરાસંગ્રહ 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ આ બાદબાકી માટે સાચો પર્યાય પસંદ કરો.

   (i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3\ (5x + 4y)$ (iv) $-2\ (7x + 12y)$

2. $(23\ x^2\ y^3 z) \times (-15x^3 yz^2)$ નો જવાબ .... આવશે.

   (i) $-345\ x^5\ y^4\ z^3$ (ii) $345\ x^2\ y^3\ z^5$ (iii) $145\ x^3\ y^2\ z$ (iv) $170\ x^3\ y^2\ z^3$

3. નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

   (i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

   (iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2\ (x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5\ (x + 1) = 74$

4. રાકેશની ઉંમર સાનિયાની ઉંમર કરતાં 5 વર્ષ ઓછી છે. તેમની ઉંમરનો સરવાળો 27 વર્ષ છે, તો બંનેની ઉંમર કેટલી?

5. એક ફૂલવાડીમાં આસોપાલવના જેટલા વૃક્ષો ઉગાડ્યાં તેના કરતાં જાંબુના 60 વૃક્ષો વધારે ઉગાડ્યા. જો બંને પ્રકારના કુલ ઝાડ 200 હોય, તો જાંબુના કેટલા વૃક્ષો ઉગાડ્યા હશે?

6. શુભાંગી પાસે 50 રૂપિયાની જેટલી નોટો છે. તેનાથી બમણી નોટો 20 રૂપિયાની છે. તેની પાસે કુલ 2700 રૂપિયા છે તો 50 રૂપિયાની નોટો કેટલી?

7*. વિરાટે કરેલા રન રોહિતના રન કરતાં બમણા હતાં. બંનેના મળીને થયેલા રન દ્વિશતક (બેવડી સદી) કરતાં બે જેટલા ઓછા હતાં. તો દરેકે કેટલાં રન કર્યાં?

સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 1

1. નીચેના ઉદાહરણો ઉકેલો.

(i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$

(iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. મૂળ અવયવ પાડીને નીચેની સંખ્યાના મસાવિ અને લસાવિ શોધો.

(i)75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. સંક્ષિપ્ત રૂપ આપો.

(i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. નીચેની સંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધો.

(i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. એક ચૂંટણી માટે ચાર મતદાન કેન્દ્રો આપેલા છે. દરેક કેન્દ્ર પર સ્ત્રીઓ અને પુરુષોએ કરેલા મતદાનની માહિતી તક્તામાં આપેલી છે. તે પરથી જોડસ્તંભાલેખ દોરો.

મતદાન કેન્દ્રો / લિંગ	નવોદય વિદ્યાલય	વિદ્યાનિકેતન શાળા	સીટી હાઈસ્કૂલ	એકલવ્ય શાળા
સ્ત્રીઓ	500	520	680	800
પુરુષો	440	640	760	600

6. પદાવલિની કિંમત શોધો.

(i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

(iii) $\frac{5}{3}+\frac{4}{7}\div\frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. ઉકેલો.

(i) $\frac{5}{12}+\frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5}\times\frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. ΔABC દોરો જેમાં, $m\angle A = 55°$, $m\angle B = 60°$, અને $l(AB) = 5.9$ સેમી.

9. ΔXYZ દોરો જેમાં, $l(XY) = 3.7$ સેમી, $l(YZ) = 7.7$ સેમી, $l(XZ) = 6.3$ સેમી.

10. ΔPQR દોરો જેમાં, $m\angle P = 80°$, $m\angle Q = 70°$, $l(QR) = 5.7$ સેમી.

11. આપેલા માપ ઉપરથી ΔEFG દોરો. $l(FG) = 5$ સેમી, $m\angle EFG = 90°$, $l(EG) = 7$ સેમી.

12. ΔLMN માં $l(LM) = 6.2$ સેમી, $m\angle LMN = 60°$, $l(MN) = 4$ સેમી તો ΔLMN દોરો.

13. નીચેના ખૂણાના કોટિકોણના માપ શોધો.

(i) $35°$ (ii) $a°$ (iii) $22°$ (iv) $(40-x)°$

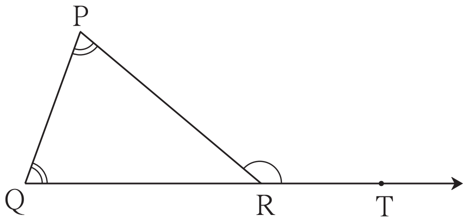
14. નીચેના ખૂણાના પૂરકકોણના માપ શોધો.

(i) $111°$ (ii) $47°$ (iii) $180°$ (iv) $(90-x)°$

15. નીચેની આકૃતિઓ દોરો.

(i) આસન્નકોણની જોડ (ii) પૂરક કોણો છે પરંતુ આસન્નકોણો નથી એવા ખૂણા.

(iii) બે સંલગ્ન કોટિકોણની જોડ.

16. 

ΔPQR માં $\angle P$ અને $\angle Q$ સરખા માપના છે અને $m\angle PRQ = 70^\circ$ તો નીચેના ખૂણાનાં માપ શોધો.

(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. સાદું રૂપ આપો.

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. કિંમત શોધો.

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. ઉકેલો.

(i) $(6a-5b-8c) + (15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n) - (-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+3p) - (9m+7n-8p)$

20. નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

બહુપર્યાયી પ્રશ્નો

નીચેના પ્રશ્નોના પર્યાયી જવાબો આપેલા છે. તે જવાબોમાંથી યોગ્ય પર્યાય પસંદ કરો.

1. ત્રિકોણના ત્રણેય કોણદુભાજક એકસંપાતી (સંગામી) હોય છે. તેના સંપાતબિંદુને (સંગમબિંદુને) .... કહેવાય છે.

(i) પરિકેન્દ્ર (ii) શિરોબિંદુ (iii) અંતઃકેન્દ્ર (iv) છેદનબિંદુ

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ ....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}$ નું સાદુરૂપ .... છે.

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ આ સમીકરણનો ઉકેલ .... છે.

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. નીચેનામાંથી કઈ પદાવલિની કિંમત 37 છે?

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

9 સમપ્રમાણ અને વ્યસ્તપ્રમાણ

વિભાગ બીજો

61YSTK

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

સમપ્રમાણ (Direct proportion)

આપણે છઠ્ઠા ધોરણમાં બે સંખ્યાની તુલના કરીને તે ગુણોત્તરના રૂપમાં કેવી રીતે લખાય છે તે જોયું છે.

ઉદા. હવે નીચેનું ચિત્ર જુઓ. અહીં વર્તુળમાં દર્શાવેલા વ્યાસને લીધે વર્તુળના થયેલા ભાગ દર્શાવ્યા છે.

(A) (B) (C) (D)

અહીં વ્યાસની સંખ્યા અને તૈયાર થતાં વર્તુળોના ભાગની સંખ્યા વચ્ચે શો સંબંધ દેખાય છે?

- આકૃતિ (A) માં **એક** વ્યાસને લીધે વર્તુળના $\boxed{}$ ભાગ થયા છે.
- આકૃતિ (B) માં બે વ્યાસને લીધે વર્તુળના $\boxed{}$ ભાગ થયા છે.
- આકૃતિ (D) માં **ચાર** વ્યાસને લીધે વર્તુળના $\boxed{}$ ભાગ થયા છે.

$$\frac{\text{વ્યાસની સંખ્યા}}{\text{ભાગની સંખ્યા}} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

અહીં વ્યાસની સંખ્યા અને તેને લીધે થયેલા ભાગોની સંખ્યાનો ગુણોત્તર સ્થિર છે.

ઉદા. નગરપાલિકાની શાળાના વિદ્યાર્થીઓને મળેલી નોટબુકોની સંખ્યા નીચેના તકતામાં દર્શાવી છે.

બાળકો	15	12	10	5
નોટબુકો	90	72	60	30

$$\frac{\text{બાળકોની સંખ્યા}}{\text{નોટબુકોની સંખ્યા}} = \frac{15}{90} = \frac{12}{72} = \frac{10}{60} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

એટલે જ આ ગુણોત્તર 1:6 **સ્થિર** અથવા **અચળ** (constant) છે.

ઉપરના બન્ને ઉદાહરણોમાં એવું જણાય છે કે, વ્યાસની સંખ્યા વધે તો વર્તુળના ભાગોની સંખ્યા વધે છે. વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા ઓછી થાય છે તો નોટબુકની પણ ઓછી થાય છે. વ્યાસની સંખ્યા અને વર્તુળના ભાગોની સંખ્યા સમપ્રમાણમાં છે તેવી જ રીતે વિદ્યાર્થીની સંખ્યા અને નોટબુકોની સંખ્યા સમપ્રમાણમાં છે.

ઉપક્રમ : ✸ મોટર સાયકલમાં ભરેલું પેટ્રોલ અને તેણે કાપેલું અંતર સમપ્રમાણમાં હોય છે કે ? વિચાર કરો.

✸ વિજ્ઞાનના અને રોજિંદા વ્યવહારમાં સમ પ્રમાણમાં બદલાતી સંખ્યાના ઉદાહરણો આપી શકાશે કે ? તેની ચર્ચા કરો.

ઉદા. 10 પેનની કિંમત 60 રૂપિયા હોય તો, 13 પેનની કિંમત કેટલા રૂપિયા ?

ઉકેલ : 13 પેનની કિંમત શોધવાની છે તે x રૂપિયા થશે એમ ધારીએ.

પેનની સંખ્યા અને તેની કિંમત સમપ્રમાણમાં હોવાને લીધે તેનો ગુણોત્તર લખીને સમીકરણ મેળવીએ.

$$\frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$\therefore$ $10x = 780$ (બંને બાજુને $60x$ વડે ગુણતાં)

$\therefore$ $x = 78$

$\therefore$ 13 પેનની કિંમત ₹ 78 છે.

મહાવરાસંગ્રહ 37

1. 7 કિગ્રા કાંદા 140 રૂપિયાના તો 12 કિગ્રા કાંદા કેટલાં રૂપિયામાં મળશે ?
2. 600 રૂપિયામાં 15 ઘાસના પૂળા મળે છે, તો 1280 રૂપિયામાં કેટલાં ઘાસના પૂળા મળશે ?
3. રોજ 13 કિલો 500 ગ્રામ પૂરક ખોરાક 9 ગાય માટે પર્યાપ્ત છે. તેજ પ્રમાણમાં 12 ગાય માટે કેટલો ખોરાક જોઈશે ?
4. 12 ક્વિન્ટલ સોયાબીનના 36,000 રૂપિયા થાય છે, તો 8 ક્વિન્ટલ સોયાબીનની કિંમત કેટલી?
5. બે મોબાઈલની કિંમત 16,000 રૂપિયા છે તેવા 13 મોબાઈલ ખરીદ્યા, તો કુલ કેટલા રૂપિયા થશે ?

જાણી લઈએ

વ્યસ્ત પ્રમાણ (Inverse proportion)

વૃક્ષારોપણ કરવા 90 ખાડા ખોદવાના છે. તે માટે કેટલાક સ્વયંસેવક ભેગા થયા છે. એક સ્વયંસેવક રોજ એક ખાડો ખોદે છે.

15 સ્વયંસેવકોને તે ખાડા ખોદતા $\frac{90}{15} = 6$ દિવસ લાગશે.

10 સ્વયં સેવકોને તે ખાડા ખોદતા $\frac{90}{10} = 9$ દિવસ લાગશે.

સ્વયંસેવકોની સંખ્યા અને ખાડા ખોદવા માટે લાગતા દિવસ સમપ્રમાણમાં છે કે ?

સ્વયંસેવકોની સંખ્યા **ઓછી** થાય છે તો કામના દિવસ **વધે** છે. આનાથી ઉલટું સ્વયંસેવકોની સંખ્યા **વધે** છે તો કામના દિવસો **ઓછા** થાય છે. સ્વયંસેવક અને દિવસની સંખ્યાનો ગુણાકાર **સ્થિર (અચળ)** છે. આ સંખ્યા વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય છે.

ઉદા. ધારોકે સુધાને એક સંગ્રહના 48 ઉદાહરણો ઉકેલવાના છે. તે રોજ 1 ઉદાહરણ કરે તો તેને સંગ્રહ પૂર્ણ કરવામાં 48 દિવસ લાગશે. તે રોજ 8 ઉદાહરણો ઉકેલશે તો, સંગ્રહ પૂર્ણ કરવામાં તેને $\frac{48}{8} = 6$ દિવસ લાગે. તે રોજ 12 ઉદાહરણો કરતી હોય તો તેને $\frac{48}{12} = 4$ દિવસ લાગશે.

રોજ કરેલા ઉદાહરણો અને તે માટે લાગેલા દિવસો **વ્યસ્ત પ્રમાણમાં** છે. તેમનો ગુણાકાર **સ્થિર** છે.

$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$ તે ધ્યાનમાં રાખો.

ઉદા. એક મોટી ભીંત બાંધતા 15 મજૂરોને 8 કલાક લાગે છે; તો 12 મજૂરોને તે જ કામ કરતાં કેટલાં કલાક લાગશે ?

ઉકેલ : મજૂરોની સંખ્યા વધે તો કામના કલાક ઓછા થાય.
મજૂરોની સંખ્યા અને તેમને લાગતા સમયનું પ્રમાણ વ્યસ્ત છે.
મજૂરોની સંખ્યા અને ભીંત બાંધવા લાગતા કલાકનો ગુણાકાર સ્થિર છે.
હવે x ચલનો ઉપયોગ કરીને આ ઉદાહરણ ઉકલીએ.

ધારોકે, 12 મજૂરોને x કલાક લાગે છે તેમ ધારીએ.
જ્યારે 15 મજૂરોને 8 કલાક લાગે છે.

$$12 \times x = 15 \times 8$$
$$\therefore \quad 12x = 120$$
$$\therefore \quad x = 10$$

માટે 12 મજૂરોને ભીંત બાંધતા 10 કલાક લાગશે.

ઉદા. વર્ગમાં 40 પાનાનો હસ્તલિખિત અંક બનાવવાનું કામ ચાલુ કર્યું. એક વિદ્યાર્થીને આ અંક બનાવતા 80 દિવસ લાગે છે, તો 4 વિદ્યાર્થીઓને અંક બનાવતા કેટલા દિવસ લાગશે ?

ઉકેલ : એક જ કામ વધારે વિદ્યાર્થી કરતા હોય તો ઓછા દિવસ લાગે એટલે વિદ્યાર્થી સંખ્યા અને દિવસોની સંખ્યાનું પ્રમાણ વ્યસ્ત છે. 4 વિદ્યાર્થીઓને x દિવસ લાગે છે તેમ ધારીએ.

વિદ્યાર્થી	દિવસ
1	80
4	x

$$4x = 80 \times 1$$
$$x = \frac{80}{4}$$
$x = 20$ $\therefore$ 4 વિદ્યાર્થીઓને અંક બનાવતા 20 દિવસ લાગશે.

ઉદા. એક શાળાના 7-મા ધોરણના વિદ્યાર્થીઓ પર્યટનમાં એક ખેતરની વાડી જોવા બસમાં ગયા. તે વખતે તેમને થયેલા કેટલાંક અનુભવો જોઈએ. નીચેની દરેક બાબત સમપ્રમાણમાં છે કે વ્યસ્ત પ્રમાણ તે લખો.

- પર્યટન માટે દરેક વિદ્યાર્થી પાસેથી ખર્ચના 60 રૂપિયા લીધા.

  કુલ વિદ્યાર્થી 45 હતાં માટે $\boxed{}$ રૂપિયા ભેગા થયા.

  જો 50 વિદ્યાર્થી હોત તો $\boxed{}$ રૂપિયા ભેગા થાત.

  વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને ભેગી થતી રકમ એ .... પ્રમાણમાં છે.

- શાળાની નજીકના મીઠાઈવાળાએ વિદ્યાર્થીઓને વહેંચવા માટે 90 લાડવા આપ્યા.

  45 વિદ્યાર્થીઓ પર્યટનમાં આવે તો દરેકને $\boxed{}$ લાડવા મળે.

  30 વિદ્યાર્થી પર્યટનમાં આવ્યા હોત તો દરેકને $\boxed{}$ લાડવા મળ્યા હોત.

  વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને દરેકને મળનારા લાડવા .... પ્રમાણમાં છે.

- પર્યટનનું સ્થળ શાળાથી 120 કિમી. દૂર હતું.

  ખેતરની વાડીમાં જતી વખતે બસની ઝડપ કલાકે 40 કિમી હતી. માટે $\boxed{}$ કલાક લાગ્યા.

  પાછા ફરતી વખતે બસની ઝડપ કલાકે 60 કિમી હતી માટે $\boxed{}$ કલાક લાગ્યા.

  બસની ઝડપ અને લાગેલો સમય .... પ્રમાણમાં છે.

- ખેડૂતે ઝાડના બોર એકઠાં કર્યાં. તે 180 બોર હતાં. .

  તેણે 45 વિદ્યાર્થીઓને તે સમાન ભાગે વહેંચી આપ્યા. તેથી દરેકને $\boxed{}$ બોર મળ્યા.

  જો 60 વિદ્યાર્થી હોત તો દરેકને $\boxed{}$ બોર મળ્યા હોત.

  વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અને દરેકને મળતા બોરની સંખ્યા .... પ્રમાણમાં છે.

મહાવરાસંગ્રહ 38

1. એક ખેતરનું નીંદામણ પૂરું કરવા માટે 5 મજૂરોને 12 દિવસ લાગે છે. તો 6 મજૂરોને કેટલાં દિવસ લાગશે? 15 મજૂરોને કેટલાં દિવસ લાગશે ?
2. મોહનરાવે રોજ 40 પાના પ્રમાણે એક પુસ્તક વાંચ્યું, તો તે પુસ્તક 10 દિવસમાં વાંચીને પૂરું કર્યું. તે જ પુસ્તક 8 દિવસમાં વાંચીને પૂરું કરવાનું હોય તો દરરોજ કેટલાં પાના વાંચવા જોઈએ ?
3. મેરીની સાયકલ ચલાવવાની ઝડપ કલાકે 6 કિમીની છે. તે તેના ઘરેથી 12 કિમીના અંતરે આવેલા માસીના ઘરે જવાની છે, તો તેને કેટલો સમય લાગશે ? તેની સાઈકલની ઝડપ કલાકે 4 કિમી. હોય, તો તેને કેટલો સમય લાગશે ?
4. એક સરકારી ગોદામનો અનાજપૂરવઠો 4000 માણસોને 30 દિવસ ચાલે છે, તો તે અનાજ-પૂરવઠો 6000 માણસોને કેટલાં દિવસ ચાલશે ?

જાણી લઈએ

ભાગીદારી (Partnership)

એક વ્યવસાય ચાલુ કરતી વખતે જગ્યા, કાચો માલ વગેરે માટે પૈસા જોઈએ છે. વ્યવસાય શરૂ કરવા જોઈતી રકમને રોકાણ (મૂડી) કહેવાય છે. ઘણીવાર બે અથવા વધારે વ્યક્તિ મળીને મૂડી ભેગી કરે છે. એટલે જ તે વ્યક્તિઓ ભાગીદારીમાં રોકાણ કરીને વ્યવસાય શરૂ કરે છે. ભાગીદારીના વ્યવસાયમાં બેંકમાં ભાગીદારોનું સંયુક્ત ખાતું હોય છે. તે વ્યવસાય માટે મૂડીનું જે પ્રમાણમાં રોકાણ હોય છે તે પ્રમાણમાં વ્યવસાયમાં થયેલો નફો અથવા તોટાની વહેંચણી કરવામાં આવે છે.

દા.ત. જેલમ અને અથર્વે અનુક્રમે 2,100 અને 2,800 રૂપિયાની મૂડી રોકીને વ્યવસાય ચાલુ કર્યો. તેમને 3,500 રૂપિયા ફાયદો થયો. તો તેની વહેંચણી કેવી રીતે કરવી ?

ઉકેલ : મૂડીનું પ્રમાણ શોધીએ. 2100:2800 એટલે $\frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$ માટે મૂડીનું પ્રમાણ 3:4 છે.

નફાની વહેંચણી મૂડીના પ્રમાણમાં કરવાનુ છે. જેલમનો નફો $3x$ રૂ. અને અથર્વનો નફો $4x$ રૂ. ધારીએ.

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ કુલ નફો 3,500 છે.

$\therefore\ 7x = 3500$ $\therefore\ x = 500$

જેલમને $3x$ = 1,500 રૂપિયા અને અથર્વને $4x$ = 2,000 રૂપિયા નફો મળશે.

દા.ત. એક વ્યવસાયમાં ચિન્મય અને સૅમે 1,30,000 રૂપિયાની મૂડી 3:2 ના પ્રમાણમાં રોકી તો દરેકનું રોકાણ કેટલું ? આ વ્યવસાયમાં તેમને 36,000 રૂપિયાનો નફો થયો, તો દરેકનો નફો કેટલો હશે ?

ઉકેલ : ચિન્મય અને સૅમના રોકાણનું પ્રમાણ 3:2 છે.

રોકાણના **પ્રમાણમાં** નફાની વહેંચણી થાય માટે નફાનું પ્રમાણ 3:2 હશે.

ચિન્મયનું રોકાણ $3y$ અને સૅમનું રોકાણ $2y$ ધારીએ.

$3y + 2y$ = કુલ રોકાણ

$\therefore\ 5y = 130000$

$\therefore\ \frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ ..... (5 વડે ભાગીને)

$\therefore\ y = 26000$

$\therefore$ ચિન્મયનું રોકાણ $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$= 78{,}000$

સૅમનું રોકાણ $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$= 52{,}000$

ચિન્મયનો નફો $3x$ અને સૅમનો નફો $2x$ ધારીએ.

$3x + 2x$ = કુલ નફો

$\therefore\ 5x = 36000$

$\therefore\ \frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ ..... (5 વડે ભાગીને)

$\therefore\ x = 7200$

$\therefore$ ચિન્મયનો નફો $= 3x$

$= 3 \times 7200$

$= 21{,}600$

સૅમનો નફો $= 2x$

$= 2 \times 7200$

$= 14{,}400$

દા.ત. અબ્દુલ, સેજલ અને સોહમે સાયલીને 30 રૂપિયા, 70 રૂપિયા અને 50 રૂપિયા આપ્યા. સાયલીએ તેમાં 150 રૂપિયા નાખી કાગળ, રંગ વગેરે વસ્તુઓ લાવી. દરેકે ભેટકાર્ડો બનાવ્યા અને તે બધા ભેટકાર્ડો વેચી નાંખ્યા. તેમને કુલ 420 રૂપિયા નફો મળ્યો, તો દરેકને કેટલો નફો મળ્યો ?

ઉકેલ : ચારેયે મળીને કુલ મૂડી 300 રૂપિયા રોકી તેમાંથી સાયલીના 150 રૂપિયા હતાં એટલે કે અર્ધી મૂડી સાયલીની હતી. કુલ 420 રૂપિયા નફો થયો. સાયલીનો નફો 420 ના અર્ધા એટલે 210 રૂપિયા નફો બાકીના 210 રૂપિયા અબ્દુલ, સેજલ અને સોહમને વહેંચી આપ્યાં.

અબ્દુલ, સેજલ અને સોહમની મૂડી અનુક્રમે 30 રૂપિયા, 70 રૂપિયા અને 50 રૂપિયા છે.

મૂડીનું પ્રમાણ 30:70:50 છે. એટલે જ 3:7:5 છે. ત્રણેયનો મળીને નફો 210 રૂપિયા છે.

તેમનો નફો અનુક્રમે $3k$, $7k$, $5k$ ધારીએ. $3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore\ 15k = 210$

$\therefore\ k = 14$

એટલે અબ્દુલનો નફો $= 3k = 3 \times 14 = 42$ રૂપિયા

સેજલનો નફો $= 7k = 7 \times 14 = 98$ રૂપિયા, સોહમનો નફો $= 5k = 5 \times 14 = 70$ રૂપિયા

દા.ત. સરિતાબહેન, આયેશા અને મીનાક્ષીએ દરેકે અનુક્રમે ₹ 2,400, ₹ 5,200 અને ₹ 3,400 રોકાણ કરીને વ્યવસાય ચાલુ કર્યો. તેમને 50% નફો થયો. તે તેમણે કેવી રીતે વહેંચવો ? તે નફો ન લેતાં પછીના વર્ષમાં વ્યવસાય માટે મૂડીમાં ભેળવે, તો દરેકની પછીના વર્ષ માટેની મૂડી કેટલી થશે ?

ઉકેલ : કુલ મૂડી $= 2400 + 5200 + 3400 = 11{,}000$ રૂપિયા

આ મૂડી ઉપર 50% નફો થયો.

$\therefore$ કુલ નફો $= \frac{11000 \times 50}{100} = 5{,}500$ રૂપિયા

મૂડીના પ્રમાણમાં નફો વહેંચવાનો છે.

આપણે બે સંખ્યાનું પ્રમાણ બંને સંખ્યાના સામાન્ય વિભાજક વડે ભાગીને સહેલું કરી લઈએ. તે જ પ્રમાણે બે કરતાં વધારે સંખ્યાનું પ્રમાણ પણ સહેલું કરી શકાય તે જુઓ.

ભાગીદારીનું પ્રમાણ $= 2400 : 5200 : 3400$

$= 24 : 52 : 34$ (100 વડે ભાગીને)

$= 12 : 26 : 17$ (2 વડે ભાગીને)

સરિતાબહેનનો નફો $=12p$, આયેશાનો નફો $= 26p$, મીનાક્ષીનો નફો $= 17p$ ધારીએ.

$\therefore\ 12p + 26p + 17p = 55p = 5500 \ \therefore\ p = \dfrac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ સરિતાબહેનનો નફો $= 12 \times 100 = 1200$, આયેશાનો નફો $= 26 \times 100 = 2600$ અને

મીનાક્ષીનો નફો $= 17 \times 100 = 1700$,

નફો ન લેતાં વગર મૂડીમાં ઉમેરીએ તો દરેકની નવી મૂડી નીચેપ્રમાણે થશે.

પછીના વર્ષ માટે સરિતાબહેનની મૂડી $= 2400 + 1200 =$ ₹ 3,600

પછીના વર્ષ માટે આયેશાની મૂડી $= 5200 + 2600 =$ ₹ 7,800

પછીના વર્ષ માટે મીનાક્ષીની મૂડી $= 3400 + 1700 =$ ₹ 5,100

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

- ઉપરના ઉદાહરણમાં સરિતાબહેન, આયેશા અને મીનાક્ષી દરેકે નફો ન લેતા પોતાની મૂડીમાં ઉમેર્યો, તો પછીના વર્ષ માટે તેમની મૂડીનું પ્રમાણ શોધો.

મહાવરાસંગ્રહ 39

1. સુરેશ અને રમેશે 1,44,000 રૂપિયા 4:5 ના પ્રમાણમાં રોકીને એક ભૂખંડ ખરીદ્યો. કેટલાંક વર્ષે તે વેચવાથી તેમને 20% નફો મળ્યો, તો દરેકને કેટલો નફો મળ્યો ?
2. વિરાટ અને સમ્રાટ બન્નેએ અનુક્રમે 50,000 રૂપિયા અને 1,20,000 રૂપિયા રોકીને વ્યવ-સાય ચાલુ કર્યો. આ વ્યવસાયમાં તેમને 20% ખોટ ગઈ. તો દરેકને કેટલી ખોટ ગઈ?
3. શ્વેતા, પિયુષ અને નચિકેત ત્રણેયે મળીને સોલાપુરી ચાદર અને ટુવાલ વેચવાનો વ્યવસાય 80,000 રૂપિયા રોકીને શરૂ કર્યો. તેમાં શ્વેતાની મૂડી 30,000 રૂપિયા હતી અને પિયુષની મૂડી 12,000 રૂપિયા હતી. તેમને વર્ષની આખરે 24% નફો થયો, તો નચિકેતની ભાગીદારી કેટલી હતી ? નચિકેતને મળેલા નફાની રકમ કેટલી ?
4. 'અ' અને 'બ' ને મળેલા 24,500 રૂપિયા નફો તેમણે 3:7 ના પ્રમાણમાં વહેંચી લીધો. દરેકે પોતપોતાના નફામાંથી 2% રકમ સૈનિક કલ્યાણ નિધિમાં આપી, તો દરેકે કેટલી રકમ સૈનિક કલ્યાણ નિધિમાં આપી?

5*. જયા, સીમા, નિખિલ અને નિલેશે વ્યવસાય માટે 3:4:7:6 ના પ્રમાણમાં 3,60,000 રૂપિયાની ભાગીદારી કરી. તો જયાની મૂડી કેટલા રૂપિયા હતી ? તેમને આ વ્યવહારમાં 12% નફો થયો. તો નિખિલના ભાગે કેટલા રૂપિયા આવશે ?

10 બૅંક અને સાદુંવ્યાજ

628NVB

યાદ કરીએ

બૅંક પૈસાની વ્યવહાર કરતી સરકારમાન્ય સંસ્થા છે. બૅંકને લીધે પૈસાનું નિયોજન એટલે અર્થનિયોજન કરવું સરળ બને છે. બૅંકમાં રોકડ રકમ ભરવી અથવા રોકડ કાઢવી જેવો વ્યવહાર કરી શકાય છે. તે માટે બૅંકમાં ખાતું ખોલવું પડે છે. બૅંકમાં જુદાંજુદાં પ્રકારના ખાતાં હોય છે.

જાણી લઈએ

વિવિધ ખાતાં

✸ ચાલુ ખાતું (Current account)

ચાલુ ખાતું મુખ્યત્ત્વે વેપારીઓ માટે અને રોજેરોજ પૈસાનો વ્યવહાર કરનારાઓ માટે હોય છે. તેમાં ખાતેદાર એક દિવસમાં ગમે તેટલી વખત પૈસા મૂકી કે ઉપાડી શકે છે. બૅંક આ ખાતાં માટે પાસબુક અને માગણી કરવાથી ચેકબુક આપે છે. આ પ્રકારના ખાતાંમાં બૅંક વ્યાજ આપતી નથી. એકની મદદથી બૅંકમાં પૈસા ભરી શકાય અથવા બૅંકમાંથી પૈસા ઉપાડી પણ શકાય છે.

✸ બચત ખાતું (Savings account)

ખાતેદાર ચોક્કસ રકમ બૅંકમાં જમા કરાવીને બચત ખાતું ખોલાવી શકે છે. કેટલીક બૅંકોમાં કોઈપણ રકમ જમા કરાવ્યા વિના પણ ખાતું ખોલાવી શકાય છે. આ ખાતાંમાં દરરોજની જમા રકમના આધારે બૅંક કેટલુંક વ્યાજ આપે છે. ઘણી વખત ચોક્કસ સમયમાં કેટલી આ ખાતાં માટે બૅંક પાસબુક અને માગણી અનુસાર ચેકબુક આપે છે.

✸ આવર્તી રોકાણ ખાતું (Recurring deposit account)

આ ખાતાંમાં દર મહિને કેટલી રકમ જમા કરવી તે બૅંક ખાતેદાર નક્કી કરે છે. આ પ્રકારની મૂડી ઉપર બૅંક વ્યાજ આપે છે. આ વ્યાજ બચત ખાતાં કરતાં વધારે હોય છે. આવા ખાતાંને લીધે ખાતેદારને ફરજિયાત બચત કરવી પડે છે.

ઉપરોક્ત ખાતાંઓ માટે ઘણી વખત બૅંકમાં સંયુક્ત ખાતું હોવું સગવડ ભર્યું હોય છે. દા.ત., પતિ-પત્ની, માતા-પિતા અને બાળક વગેરે. તેમજ વ્યવસાયમાં ભાગીદારી હાઉસીંગ સોસાયટી, સેવાભાવી ટ્રસ્ટ વગેરે માટે બૅંકના સંયુક્તે ખાતાં હોય તો એક કરતાં વધારે વ્યક્તિઓ નિયમાનુસાર વાપરી શકે છે.

✸ મુદતી થાપણ (Fixed deposit)

થાપણદાર ચોક્કસ રકમ ચોક્કસ સમય માટે બૅંકમાં જમા કરે છે. આ પ્રકારની થાપણ પર બૅંક બચતખાતાં કરતાં વધારે વ્યાજનો દર રાખે છે. મુદતી થાપણ ઉપરનો વ્યાજદર દરેક બૅંકમાં જુદો જુદો હોઈ શકે છે. જ્યેષ્ઠ નાગરિકોને નિયમિત દર કરતા થોડો વધારે વ્યાજદર મળે છે.

એ.ટી.એમ., ક્રેડિટ અને ડેબિટ કાર્ડ : બૅંકમાં ગયા વગર રોકડ રકમ મેળવવા માટે ATM (Automated teller machine) કાર્ડનો ઉપયોગ થાય છે. રોકડ રકમ વગર વ્યવહાર કરવા માટે ક્રેડિટકાર્ડ અને ડેબિટકાર્ડનો ઉપયોગ થઈ શકે છે. બૅંકને વિનંતી કરવાથી આ બન્ને કાર્ડ તે બૅંકના ખાતેદારને મળી શકે છે.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.

- તમે બેંકની પાસબુક જોઈ છે કે ?
  અહીં બેંકની પાસબુકનું એક પાનું આપેલું છે. તેમાં કરેલી નોંધનું નિરીક્ષણ કરો.

લાઈન નં. પંક્તિ નં. LINE NO.	તારીખ દિનાંક DATE	વિગત માહિતી PARTICULARS	ચેક ક્ર. CHEQUE No.	રકમ ઉપાડી ઉપાડેલી રકમ AMOUNT WITHDRAWN	રકમ મૂકી જમા કરેલી રકમ AMOUNT DEPOSITED	સિલ્લક BALANCE
1.	2.2.2016	cash			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	cheque	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	cheque	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	self		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	interest			135.00	7635.00

- તારીખ 2.2.16 ના રોજ બેંકમાં જમા કરેલી રકમ ☐ રૂપિયા. સિલ્લક ☐ રૂપિયા.
- તારીખ 12.2.16 ના રોજ ચેક ક્ર. 243965 દ્વારા ☐ રકમ ઉપાડી. સિલ્લક ☐ રૂપિયા.
- તારીખ 26.2.16 ના રોજ બેંકે વ્યાજ (interest) આપ્યું છે. તેની રકમ ☐ રૂપિયા.

બચત ખાતું અને આવર્તી રોકાણ ખાતાં માટે પાસબુક હોય છે. તે પાસબુકમાં તારીખ અનુસાર મૂકેલા પૈસા, ઉપાડેલા પૈસા અને સિલ્લક પૈસા આ બધી નોંધ હોય છે.

ઉપક્રમ : તમારા ઘરની મોટી વ્યક્તિની પરવાનગી લઈને તેમની બેંકની પાસબુકની નોંધના અર્થ સમજો.

યાદ કરીએ

સુવિદ્યાએ કમ્પ્યુટરની ખરીદી કરવા માટે દર વરસે દર સેંકડે 8 ના દરે બેંક પાસેથી 30,000 રૂપિયા એક વર્ષ માટે કરજે લીધા. મુદત પૂરી થયા પછી લીધેલી રકમ કરતાં તેને 2400 રૂપિયા વધારે આપવા પડ્યા.

- આ માહિતી ઉપરથી નીચેના ચોરસમાં યોગ્ય સંખ્યા લખો.

મુદ્દલ = ₹ ☐ , વ્યાજનો દર = ₹ ☐ , વ્યાજ = ₹ ☐ , મુદત = ☐ વર્ષ

બેંકને પાછી આપેલી કુલ રકમ = 30000 + 2400 = ☐

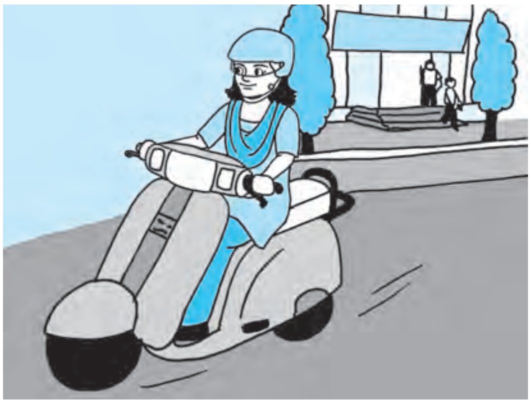
જાણી લઈએ

ઉપરના ઉદાહરણમાં સુવિદ્યાએ બેંકમાં કુલ કેટલી રકમ જમા કરી તે શોધવા માટે મુદ્દલ અને વ્યાજનો સરવાળો કર્યો, આ રકમને **રાશ** કહે છે.

મુદ્દલ + વ્યાજ = રાશ

ઉદા. નેહાએ બે પૈડાનું વાહન (ટૂ વ્હીલર) લેવા માટે દ.વ.દ.સેં. 12 ના દરે બેંક પાસેથી 50,000 રૂપિયા કરજે લીધા. એક વર્ષ પછી તે બેંકને કુલ કેટલી રકમ પાછી આપશે ?

ઉકેલ : ઉપરના ઉદાહરણમાં મુદત પછી બેંકને કુલ પાછી આપેલી રકમ શોધવાની છે. એટલે જ રાશ શોધવાની છે. અહીં મુદ્દલ 50,000 રૂપિયા છે. દ.વ.દ.સેં.12 ના દરે એટલે 100 રૂપિયા મુદ્દલ પર 1 વર્ષનું વ્યાજ 12 રૂપિયા છે.



વ્યાજનો મુદ્દલ સાથેનો ગુણોત્તર બે પ્રકારે લખીને સમીકરણ મેળવીએ.

50,000 રૂપિયા મુદ્દલ પર મળતું વ્યાજ x રૂપિયા ધારીએ.

100 રૂપિયા મુદ્દલ પર મળતું વ્યાજ 12 રૂપિયા છે.

$$\frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$ (બંને બાજુ 50000 થી ગુણતાં)

$$x = 6000$$

(બેંકને પાછી આપવાની રકમ) રાશ = મુદ્દલ + વ્યાજ

= 50000 + 6000

$\therefore$ બેંકને પાછી આપવાની રકમ = ₹ 56,000

ઉદા. આકાશે દ.વ.દ.સેં.8 ના દરે બેંકમાં 25,000 રૂપિયા 3 વર્ષ માટે રોકાણ તરીકે મૂક્યા, તો તેને દર વર્ષે કેટલું વ્યાજ મળશે ? કુલ કેટલું વ્યાજ મળ્યું ?

ઉકેલ : આ ઉદાહરણમાં મુદ્દલ 25,000 રૂપિયા, મુદત 3 વર્ષ વ્યાજનો દર સેંકડે 8 છે.

100 રૂ.મુદ્દલ પર 8 રૂપિયા વ્યાજ છે માટે 25,000 રૂપિયા મુદ્દલ પર 1 વર્ષનું x રૂપિયા વ્યાજ છે, એમ ધારીએ. વ્યાજનો મુદ્દલ સાથેનો ગુણોત્તર લઈએ.

$$\frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$ (બંને બાજુ 25000 થી ગુણતાં)

$$\therefore x = 2000$$

આકાશને 1 વર્ષનું 2000 રૂપિયા વ્યાજ મળ્યું.

આકાશને 3 વર્ષનું કુલ = 2000 × 3 = 6000 રૂપિયા વ્યાજ મળ્યું.

જાણી લઈએ

સાદા વ્યાજના ઉદાહરણો ગણતી વખતે એક સૂત્રનો ઉપયોગ થાય છે, તે સૂત્ર જોઈએ.

દર વર્ષે મુદ્દલ કાયમ રાખીને એકજ દરે વ્યાજની ગણતરી થાય છે. તે ગણતરીને સાદા વ્યાજની ગણતરી કહેવાય છે. 'મ' મુદ્દલ માટે 'ક' મુદત માટે મૂકીએ અને વ્યાજનો દર દ.વ.દ.સેં.'દ' હોય તો કુલ કેટલું વ્યાજ મળશે તે શોધીએ. 'મ' મુદ્દલપર 1 વર્ષનું વ્યાજ 'વ' ધારીએ.

1 વર્ષનું વ્યાજ અને મુદ્દલનો ગુણોત્તર જોઈએ.

$$\therefore \frac{\text{વ}}{\text{મ}} = \frac{\text{દ}}{100} \qquad \therefore \text{વ} = \frac{\text{મ} \times \text{દ}}{100}$$

$$\text{ક વર્ષનું વ્યાજ} = \text{વ} \times \text{ક} = \frac{\text{મ} \times \text{દ} \times \text{ક}}{100}$$

$$\therefore \text{કુલ વ્યાજ} = \frac{\text{મુદ્દલ} \times \text{દર} \times \text{મુદત}}{100}$$

આગળનું ઉદાહરણ સૂત્રથી ઉકેલીએ.

ઉપરના ઉદાહરણમાં મ = 25000, દ = 8, ક = 3

$$\text{કુલ વ્યાજ} = \frac{\text{મ} \times \text{દ} \times \text{ક}}{100}$$

$$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$$

$$= 6000$$

માટે કુલ વ્યાજ 6,000 રૂપિયા છે.

આ મને સમજાયું.

- $\text{કુલ વ્યાજ} = \dfrac{\text{મ} \times \text{દ} \times \text{ક}}{100}$ અહીં મ = મુદ્દલ, દ = વ્યાજનો દર, ક = મુદત (વર્ષમાં)

ઉદા. સંદીપભાઈએ બાળકોના શિક્ષણ માટે દ.વ.દ.સેં. $8\frac{1}{2}$ ના દરે બેંક પાસેથી 1,20,000 રૂપિયા શૈક્ષણિક કરજ 4 વર્ષ માટે લીધું. મુદતને અંતે તેમણે બેંકને કુલ કેટલી રકમ પાછી આપી ?

ઉકેલ : આ ઉદાહરણમાં મુદ્દલ 1,20,000 રૂપિયા છે. સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને વ્યાજ શોધીએ.

મ = 1,20,000, દ = 8.5 , ક = 4

$$\therefore \text{કુલ વ્યાજ} = \frac{\text{મ} \times \text{દ} \times \text{ક}}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$$

$$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$$

$$= 120 \times 85 \times 4$$

$$= 40800$$

બેંકને પાછી આપેલી કુલ રકમ એટલે જ રાશ = 120000 + 40800 = 1,60,800 રૂપિયા આપ્યા.

1. રિહાનાએ 1500 રૂપિયા શાળાની સંચયિકામાં દ.સ.દ.સેં. 9 ના દરે 2 વર્ષ માટે મૂક્યા તો મુદતને અંતે તેને કુલ કેટલી રકમ મળશે ?
2. જેઠાલાલે બૅંક પાસેથી દ.વ.દ.સેં.10 ના દરે 2,50,000 રૂપિયા 5 વર્ષની મુદત માટે ગૃહ કરજ લીધું. તો તેને દર વર્ષે કેટલું વ્યાજ આપવું પડશે ? આ રીતે તેણે બૅંકને કુલ કેટલી રકમ ચૂકવી?

3*. શ્રીકાંતે 85,000 રૂપિયા દ.વ.દ.સેં.7 ના દરે $2\frac{1}{2}$ વર્ષ માટે 'બચત બૅંક'માં મૂક્યા. તો તેને મુદતના અંતે કેટલું સાદું વ્યાજ મળ્યું ?

4. વ્યાજના કોઈક દરે 5000 રૂપિયા મુદ્દલ પર 4 વર્ષમાં 1200 રૂપિયા વ્યાજ થાય છે, તો તે જ દરે તે જ મુદતમાં 15000 રૂપિયા મુદ્દલનું વ્યાજ કેટલું થશે ?
5. પંકજે 1,50,000 રૂપિયા દ.વ.દ.સેં 10 ના દરે 2 વર્ષ માટે બૅંકમાં થાપણ રૂપે મૂક્યા. તો કુલ કેટલી રકમ તેને પાછી મળશે ?

જાણી લઈએ

મુદ્દલ, મુદત, દર રાશમાંથી ત્રણ બાબતો આપી હોય તો ચોથી બાબત શોધવી.

સૂત્રમાં શોધવાની સંખ્યા માટે અક્ષર ધારીને સમીકરણ લખીને ઉદાહરણ ગણી શકાય છે.

ઉદા. મુદ્દલ = 25,000 રૂપિયા, રાશ = 31000 રૂપિયા, મુદત = 4 વર્ષ તો વ્યાજનો દર કેટલો ?

અહીં રાશ − મુદ્દલ = વ્યાજ

31000 − 25000 = 6000

મુદ્દલ = 25,000 રૂપિયા, મુદત = 4 વર્ષ, વ્યાજ = 6000,

હવે આપણે સૂત્રની મદદથી વ્યાજનો દર શોધીએ. દર = દ ધારીએ.

$$\text{સાદું વ્યાજ} = \frac{\text{મુદ્દલ} \times \text{દર} \times \text{મુદત}}{100}$$

$$\therefore 6000 = \frac{25000 \times \text{દ} \times 4}{100}$$

$$\therefore \text{દ} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$\therefore$ દ = 6 $\quad\therefore$ વ્યાજનો દર દ.વ.દ.સેં. 6 રૂપિયા છે.

ઉદા. ઉન્મેષે કેટલીક રકમ 5 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે કરજરૂપે લીધી. વ્યાજનો દર દ.વ.દ.સે. જ છે. તેણે 5 વર્ષ પછી મુદતને અંતે કુલ 17400 રૂપિયા પાછા આપ્યા. તો તેણે કેટલું કરજ લીધું હતું ?

$\text{વ્યાજ} = \frac{\text{મુદ્દલ} \times \text{દર} \times \text{મુદત}}{100}$ આ સૂત્ર ઉદાહરણ ઉકેલવા માટે સીધે સીધું વાપરી શકાતું નથી.

કારણ કે વ્યાજ અને મુદ્દલ બંને ખબર નથી; મુદ્દલ 100 રૂપિયા ધારીએ તેનું 5 વર્ષમાં વ્યાજ 45 રૂપિયા થાય અને તેથી 100 + 45 = 145 રૂપિયા રાશ થશે. હવે મુદ્દલનો અને રાશનો ગુણોત્તર લખીને મુદ્દલ મેળવીએ.

ઉન્મેષેનું મુદ્દલ મ હશે તો $\frac{\text{મ}}{17400} = \frac{100}{145}$

$\therefore$ મ $= \frac{100 \times 17400}{145} = 12000$

$\therefore$ ઉન્મેષનું કરજ 12,000 રૂપિયા હતું.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ.

- સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને બીજી રીતે સમીકરણ લખીને આ ઉદાહરણ ગણી શકાય કે ?

મહાવરાસંગ્રહ 41

1. 1700 રૂપિયાનું દ.વ.દ.સેં. કેટલાંક દરે, 2 વર્ષનું વ્યાજ 340 રૂપિયા થતું હોય, તો વ્યાજનો દર સેંકડે .... હશે.
   (i) 12 % (ii) 15 % (iii) 4 % (iv) 10 %
2. 3000 રૂપિયાનું ચોક્કસ દરે, ચોક્કસ વર્ષનું વ્યાજ 600 રૂપિયા થાય છે, તો 1500 રૂપિયાનું તેટલાં જ દરે, તેટલાં જ વર્ષનું વ્યાજ કેટલાં રૂપિયા થશે ?
   (i) 300 રૂપિયા (ii) 1000 રૂપિયા (iii) 700 રૂપિયા (iv) 500 રૂપિયા
3. જાવેદે 12,000 રૂપિયા દ.વ.દ.સેં. 9 ના દરે કેટલાંક વર્ષ માટે બેંકમાં મૂક્યા. તે દર વર્ષે વ્યાજની રકમ કાઢી લેતો. મુદત પૂરી થતાં સુધીમાં તેને કુલ 17,400 રૂપિયા મળ્યા તો તેણે કેટલાં વર્ષ માટે રકમ મૂકી હશે?

4*. લતાબહેને ગૃહ ઉદ્યોગ શરૂ કરવા માટે બેંક માંથી કેટલીક રકમ દ.વ.દ.સેં. 10 ના દરે $2\frac{1}{2}$ વર્ષ માટે કરજે લીધા. તેણે કરજ ચૂકવવા કુલ 10,250 રૂપિયા વ્યાજ આપ્યું, તો તેણે કુલ કેટલી રકમ કરજે લીધી હશે?

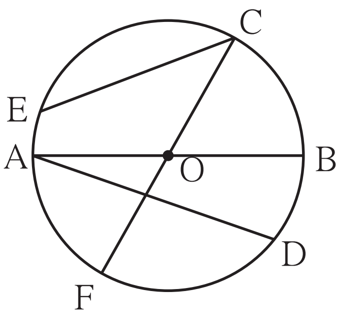
5. નીચેના તક્તામાં ખાલી જગ્યા પૂરો.

ક્ર.	મુદ્દલ	વ્યાજનો દર (દ.વ.દ.સેં.)	મુદત	વ્યાજ	રાશ
(i)	4200	7%	3 વર્ષ	......	......
(ii)	......	6%	4 વર્ષ	1200	......
(iii)	8000	5%	......	800	......
(iv)	......	5%	......	6000	18000
(v)	......	$2\frac{1}{2}$ %	5 વર્ષ	2400	......

ઉપક્રમ :
- જુદી જુદી બેંકોની પ્રત્યક્ષ મુલાકાત લો અને તેના વિવિધ ખાતાંઓ માટે આપવામાં આવતું વ્યાજ જાણીલો.
- શાળામાં શિક્ષકની મદદથી સંચયિકા (બચત બેંક) શરૂ કરો. તેમાં ખાતું ખોલાવીને આર્થિક બચત કરો.

11 વર્તુળ

યાદ કરીએ



- બાજુના O કેન્દ્રિત વર્તુળની ત્રિજ્યા, જીવા અને વ્યાસ ઓળખો અને તેના નામ નીચેના તક્તામાં લખો.

ત્રિજ્યા				
જીવા				
વ્યાસ				

વર્તુળનો પરીઘ (Circumference of a circle)

કૃતિ I દંડગોળાકાર પાણીની બાટલી કાગળ ઉપર મૂકીને તેના તળિયાની ફરતે વર્તુળ દોરો. દોરાની મદદથી વર્તુળનો પરિઘ માપો.

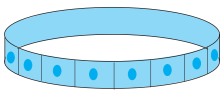
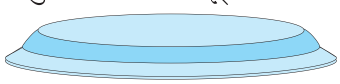
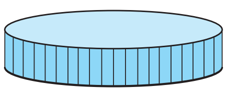
કૃતિ II બંગડીનો પરિઘ દોરીથી માપો.

કૃતિ III કોઈપણ એક વર્તુળાકાર વસ્તુનો પરિઘ દોરાની મદદથી માપો.

જાણી લઈએ

પરિઘ અને વ્યાજનો સંબંધ

કૃતિ I : નીચેની વસ્તુના પરિઘ અને વ્યાસ માપીને પરિઘનું વ્યાસ સાથેનો ગુણોત્તર કોઠામાં લખો.

અ.ક્ર.	વસ્તુ	પરિઘ	વ્યાસ	પરિઘનો વ્યાસ સાથે ગુણોત્તર
1.	 બંગડી	19 સેમી	6 સેમી	$\frac{19}{6} = 3.16$
2.	વર્તુળાકાર ઊંઘી મૂકેલી થાળી 	....	....	....
3.	 બરણીનું ઢાંકણું	....	....	....

કોઠા ઉપરથી પરિઘનો વ્યાસ સાથેનો ગુણોત્તર તપાસો. આપણને શું દેખાઈ આવે છે ?

કોઈપણ વર્તુળના પરિઘનો તેના વ્યાસ સાથેનો ગુણોત્તર ત્રણગણા કરતાં થોડો વધારે અચળ હોય છે. આ અચળ સંખ્યા π (પાય) ગ્રીક વર્ણાક્ષરથી દર્શાવાય છે. આ સંખ્યા સંમેય સંખ્યા નથી તે મહાન ગણિતજ્ઞોએ ઘણી જહેમત પછી સાબિત કર્યું છે. વ્યવહારમાં π ની કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 લેવામાં આવે છે. ઉદાહરણમાં π ની કિંમત આપી ન હોય ત્યારે તે $\frac{22}{7}$ લેવી.

ત્રિજ્યા 'r', વ્યાસ 'd' અને પરિઘ 'c' હોય તો $\frac{\text{પરિઘ (c)}}{\text{વ્યાસ (d)}} = \pi$ એટલે જ $\boxed{c = \pi d}$

પણ $d = 2r$ $\therefore c = \pi \times 2r$ એટલે જ $\boxed{c = 2\pi r}$

ઉદા. 1. એક વર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે, તો તેનો પરિઘ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનો વ્યાસ : $d = 14$ સેમી

વર્તુળનો પરિઘ $= \pi d$

$\therefore c = \frac{22}{7} \times 14$

$\therefore$ વર્તુળનો પરિઘ $= 44$ સેમી

ઉદા. 2. એક વર્તુળની ત્રિજ્યા 35 સેમી છે, તો તેનો પરિઘ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળની ત્રિજ્યા : $r = 35$ સેમી

વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

$\therefore \quad c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$

$\therefore$ વર્તુળનો પરિઘ $= 220$ સેમી

ઉદા. 3. એક વર્તુળનો પરિઘ 198 સેમી, તો તેની ત્રિજ્યા અને વ્યાસ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનો પરિઘ, $c = 2\pi r$

$\therefore \quad 198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$\therefore \quad r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$

$\therefore$ ત્રિજ્યા $= 31.5$ સેમી

$\therefore$ વ્યાસ $= 2 \times 31.5 = 63$ સેમી

ઉદા. 4. એક વર્તુળનો પરિઘ 62.80 સેમી છે. $\pi = 3.14$ લઈને વર્તુળનો વ્યાસ શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળનો પરિઘ, $c = \pi d$

$\therefore \quad 62.80 = 3.14 \times d$

$\therefore \quad \frac{62.80}{3.14} = d$

$\therefore \quad 20 = d$

$\therefore$ વ્યાસ $= 20$ સેમી

ઉદા. 5. એક વર્તુળાકાર જગ્યાની ત્રિજ્યા 7.7 મીટર છે. તે જગ્યાને કાંટેરી તારની વાડનાં 3 ફેરી કરવા માટે દર મીટરના 50 રૂપિયા પ્રમાણે કેટલો ખર્ચ આવશે ?

ઉકેલ : વર્તુળાકાર જગ્યાનો પરિઘ $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$

એક ફેરા માટે જોઈતા તારની લંબાઈ $= 48.4$ મી.

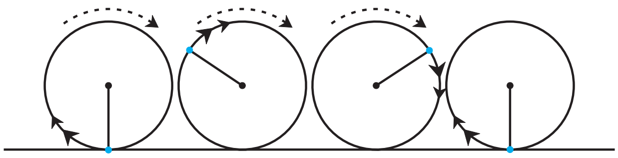
એક ફેરા માટે તારની વાડનો ખર્ચ = તારની લંબાઈ $\times$ દર મીટરનો ભાવ

$= 48.4 \times 50$

$= 2420$ રૂપિયા

$\therefore$ ત્રણ ફેરા માટે જરૂરી તારની વાડનો ખર્ચ $= 3 \times 2420 = 7260$ રૂપિયા

ઉદા. **6.** એક બસના પૈડાંનો વ્યાસ 0.7 મી. છે. બે ગામ વચ્ચેનું 22 કિમી અંતર પૂર્ણ કરવા માટે પૈડાંના કેટલા આંટા થશે ?



ઉકેલ : પૈડાંનો પરિઘ $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 0.7$

$= 2.2$ મી.

સજાતીય રાશિનો ગુણોત્તર શોધતી વખતે તેના એકમો સમાન હોવા જોઈએ.

22 કિમી. = $22 \times 1000 = 22000$ મીટર

એટલે કે, 2.2 મીટર અંતર કપાય છે, ત્યારે પૈડાનું એક ચક્કર પૂર્ણ થાય છે. (1 આંટો = 1 પરિઘ)

પૈડાંના કુલ આંટા = $\frac{\text{અંતર}}{\text{પરિઘ}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$

22 કિમી. અંતર પૂરું કરવા બસના પૈડાંના 10,000 આંટા થશે.

મહાવરાસંગ્રહ 42

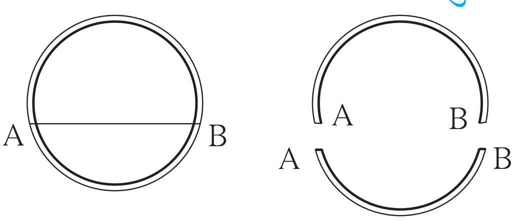
1. નીચેનો કોઠો પૂર્ણ કરો.

અ.ક્ર.	ત્રિજ્યા (r)	વ્યાસ (d)	પરિઘ (c)
(i)	7 સેમી	....	....
(ii)	....	28 સેમી	....
(iii)	....	....	616 સેમી
(iv)	....	....	72.6 સેમી

2. એક વર્તુળનો પરિઘ 176 સેમી છે. તો તેની ત્રિજ્યા શોધો.
3. એક વર્તુળાકાર બગીચાની ત્રિજ્યા 56 મીટર છે. બાગની ફરતે વાડ કરવા તારના ચાર ફેરા કરવા દર મીટરના 40 રૂપિયા પ્રમાણે કેટલો ખર્ચ થશે ?
4. એક બળદગાડાના પૈડાંનો વ્યાસ 1.4 મીટર છે. 1.1 કિલોમીટર અંતર કપાતાં બળદગાડાનું પૈડું કેટલા આંટાં ફરશે?

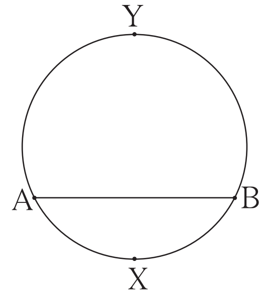
યાદ કરીએ

વર્તુળ ચાપ (Arc of the circle)

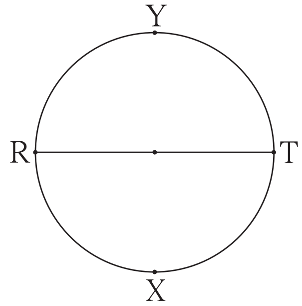


બાજુમાં એક પ્લાસ્ટિકની વર્તુળાકાર બંગડી બતાવી છે. ધારોકે બંગડી A અને B બિંદુ પાસેથી તૂટી ગઈ, તો ચિત્રની બંગડીના દરેક ટુકડાને વર્તુળના સંદર્ભમાં શું કહે છે?

જાણી લઈએ



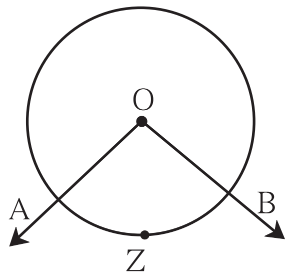
બાજુની આકૃતિમાં જીવા AB ને લીધે વર્તુળના બે ભાગ થયા છે. તેમાંથી ચાપ AXB નાનો છે, તેને **લઘુચાપ** કહેવાય છે. લઘુચાપ AXB ને 'ચાપ AB' એમ પણ લખી શકાય છે. અને ચાપ AYB મોટો છે. તેને **ગુરુચાપ** કહેવાય છે.



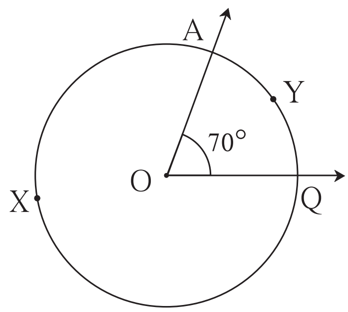
જે બે વર્તુળચાપના અંત્યબિંદુ સામાન્ય હોય છે અને તે બે વર્તુળચાપ મળીને એક પૂર્ણ વર્તુળ બનતું હોય તો તે ચાપ એકબીજાના **સંગતચાપ** હોય છે. અહીં ચાપ AYB અને ચાપ AXB એકબીજાના **સંગતચાપ** છે.

બાજુની આકૃતિમાં જીવા RT વર્તુળનો વ્યાસ છે. વ્યાસને લીધે વર્તુળના બંને ચાપ સરખા બને છે. તેને **અર્ધવર્તુળચાપ** કહે છે. તે ધ્યાનમાં રાખો.

કેન્દ્રીય કોણ અને ચાપનું માપ (Central angle and Measure of an arc)



બાજુની આકૃતિમાં, વર્તુળનું કેન્દ્ર 'O', $\angle$AOB નું શિરોબિંદુ છે. વર્તુળનું કેન્દ્ર, જે ખૂણાનું શિરોબિંદુ હોય છે તે ખૂણાને **કેન્દ્રીયકોણ** કહે છે. આકૃતિમાં $\angle$AOB, ચાપ AZB સાથે સંબંધિત કેન્દ્રીયકોણ છે. **ચાપે કેન્દ્ર સાથે કરેલાં કેન્દ્રીયકોણનું માપ એ જ ચાપનું માપ માનવામાં આવે છે.**



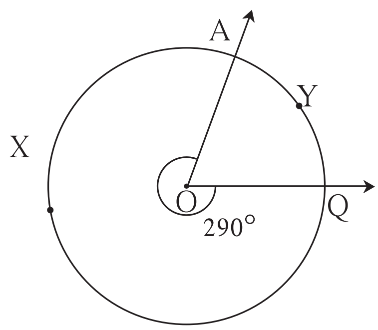
✸ **લઘુચાપનું માપ**

લઘુચાપના કેન્દ્રીયકોણનું માપ એ જ તે લઘુચાપનું માપ છે. તેમ માનવામાં આવે છે.

બાજુની આકૃતિમાં $\angle$AOQ આ કેન્દ્રીયકોણનું માપ 70° છે.

$\therefore$ લઘુચાપ AYQ નું માપ પણ 70° છે.

$\therefore$ m(ચાપ AYQ) = 70° એમ લખાય છે.



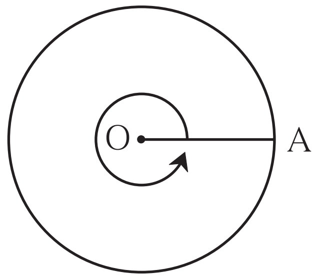
✸ **ગુરુચાપનું માપ**

ગુરુચાપનું માપ = 360° – સંગત લઘુચાપનું માપ

$\therefore$ આકૃતિમાં ગુરુચાપ AXQ નું માપ

$360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$ છે.

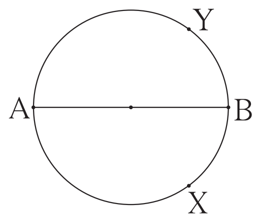
✸ વર્તુળનું માપ (Measure of circle)



આકૃતિમાં દર્શાવ્યાપ્રમાણે વર્તુળની ત્રિજ્યા OA ઘડિયાળના કાંટાની વિરુદ્ધ દિશામાં પૂર્ણકોણમાંથી ફરે છે ત્યારે ખૂણો 360° માપનો થાય છે. તેનો A છેડો એક વર્તુળ પૂરું કરે છે. વર્તુળને કરેલો કેન્દ્રીયકોણ 360° છે.

∴ પૂર્ણ વર્તુળનું માપ 360° છે.

✸ અર્ધવર્તુળ ચાપનું માપ



હવે, આકૃતિ ઉપરથી અર્ધવર્તુળ ચાપ AXB અને અર્ધવર્તુળ ચાપ AYB ના માપ નક્કી કરો.

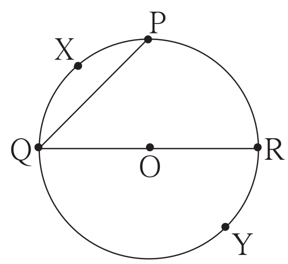
આ મને સમજાયું.

- લઘુચાપનું માપ તેના સંબંધિત કેન્દ્રીયકોણના માપ જેટલું હોય છે.
- ગુરુચાપનું માપ = 360° – સંગત લઘુચાપનું માપ
- અર્ધવર્તુળ ચાપનું માપ 180° હોય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 43

1. સાચો પર્યાય પસંદ કરો.
   જો 'O' કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં ચાપ AXB અને ચાપ AYB એકબીજાના સંગતચાપ હોય અને m(ચાપ AXB) = 120° હોય તો m(ચાપ AYB) = કેટલું ?
   (i) 140°   (ii) 60°   (iii) 240°   (iv) 160°

2. 'O' કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં કેટલાંક ચાપ દર્શાવ્યા છે. તેમાંથી વર્તુળના લઘુચાપ, ગુરુચાપ અને અર્ધવર્તુળ ચાપના નામ લખો.



3. O કેન્દ્રવાળા વર્તુળમાં લઘુચાપ PXQ નું માપ 110° છે, તો ગુરુચાપ PYQ નું માપ શોધો.

ICT Tools or Links

Geogebra Software નો ઉપયોગ કરીને કેન્દ્રીયકોણ અને ચાપના જુદાજુદા માપનો સહસંબંધ move option ના ઉપયોગ દ્વારા ચકાસી જુઓ.

12 પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

62HTAL

યાદ કરીએ

પરિમિતિ (Perimeter)

બંધ આકૃતિની બધી બાજુની લંબાઈનો સરવાળો એટલે તે આકૃતિની '**પરિમિતિ**'.

બહુકોણની પરિમિતિ = તેની બધી બાજુની લંબાઈનો સરવાળો.

$\therefore$ ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુ

a બાજુવાળા ચોરસની પરિમિતિ = $4a$

લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 લંબાઈ + 2 પહોળાઈ

લંબાઈ l અને પહોળાઈ b લેતાં લંબચોરસની પરિમિતિ = $2l + 2b$

ઉદા. એક લંબચોરસની પરિમિતિ 64 સેમી છે. તેની લંબાઈ 17 સેમી હોય, તો પહોળાઈ કેટલી હશે?

ઉકેલ : લંબચોરસની પહોળાઈ x સેમી ધારીએ.

2 લંબાઈ + 2 પહોળાઈ = પરિમિતિ

2 (લંબાઈ + પહોળાઈ) = 64

$\therefore \quad 2(17 + x) = 64$

$\therefore \quad \dfrac{2(17+x)}{2} = \dfrac{64}{2}$

$\therefore \quad 17 + x = 32$

$\therefore \quad x = 15$

$\therefore$ લંબચોરસની પહોળાઈ 15 સેમી છે.

ઉદા. લંબાઈ 28 સેમી અને પહોળાઈ 20 સેમી વાળા એક લંબચોરસની પરિમિતિ એક ચોરસની પરિમિતિ જેટલી છે. તો તે ચોરસની બાજુનું માપ કેટલું ?

ઉકેલ : લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 (લંબાઈ + પહોળાઈ)

= 2 (28 + 20)

= 96

ચોરસની બાજુ a હોય તો $4a = 96$

ચોરસની પરિમિતિ = 96

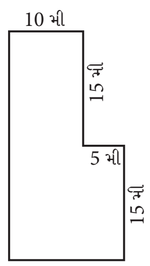
$\therefore \quad 4a = 96$

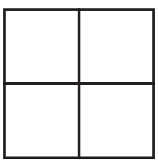
$\therefore \quad a = \dfrac{96}{4} = 24$

$\therefore$ ચોરસની બાજુ 24 સેમી છે.

મહાવરાસંગ્રહ 44

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ બમણી કરીએ, તો તે લંબચોરસની પરિમિતિ, મૂળ લંબચોરસની પરિમિતિનાં કેટલા ગણી થશે ?
2. એક ચોરસની બાજુ ત્રણ ગણી કરીએ તો તેની પરિમિતિ, મૂળ ચોરસની પરિમિતિના કેટલી ગણી થશે?
3. બાજુમાં મેદાનની આકૃતિ આપેલી છે. તેમાં બાજુની લંબાઈના માપ આપેલાં છે. તેના પરથી મેદાનની પરિમિતિ શોધો.





4. એક મીટર લંબાઈના ચોરસાકૃતિ કાપડમાંથી ચાર સરખા આકારના રૂમાલ બનાવ્યા. દરેક રૂમાલની ચારે બાજુએ લૅસ લગાડવા માટે કેટલી લાંબી લૅસ જોઈશે ?

યાદ કરીએ

ક્ષેત્રફળ (Area)

- ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ $\times$ બાજુ = (બાજુ)^2
- લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ $\times$ પહોળાઈ = $l \times b$

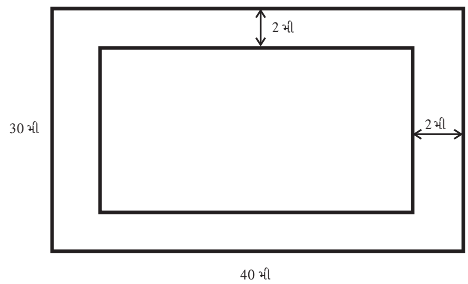
ક્ષેત્રફળ માપવાનો એકમ ચોરસ મીટર, ચોરસ સેમી, ચોરસ કિમી વગેરે છે.

કૃતિ I

ખો-ખો, કબડ્ડીની રમતના મેદાનો, ટેનિસ કૉર્ટ, બૅડમિંટન કૉર્ટ પૈકી શક્ય હોય તેની લંબાઈ, પહોળાઈ માપીને તેનું ક્ષેત્રફળ અને પરિમિતિ શોધો.

કૃતિ II

અનિરૂદ્ધના ઘરની દિવાલને રંગ કરવાનો છે. દિવાલની લંબાઈ 7 મીટર અને ઊંચાઈ 5 મીટર છે. રંગારાએ દિવાલને રંગ કરી આપવાનો દર પ્રતિ ચોરસ મીટરે 120 રૂપિયા કહ્યો. તો તેણે રંગારાને કેટલા રૂપિયા આપવા પડે? તે નક્કી કરો.



ઉદા. એક 40 મીટર લાંબા અને 30 મીટર પહોળા લંબચોરસ બગીચાની અંદરની બાજુએ ચારે કોર 2 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવો છે. તે રસ્તા પર 25 સેમી $\times$ 20 સેમીના માપની લાદી બેસાડવી છે તો આવી કેટલી લાદી જોઈશે?

લાદી બેસાડવાની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ.

બગીચાનું ક્ષેત્રફળ = 40 $\times$ 30 = 1200 ચો.મીટર

રસ્તો છોડીને અંદરના બગીચાનું ક્ષેત્રફળ = 36 $\times$ 26 = 936 ચો.મી.

$\therefore$ લાદી બેસાડવાનાં ભાગનું ક્ષેત્રફળ = 1200 − 936 = 264 ચો.મી.

100 સેમી = 1 મી
25 સેમી = $\frac{25}{100}$ મી

દરેક લાદીનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ ચો.મી.

એક લાદીનું ક્ષેત્રફળ $\frac{1}{20}$ ચો.મી. તો 264 ચો.મી.જગ્યા માટે લાદીની સંખ્યા શોધીએ.

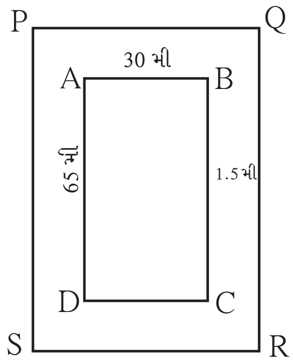
$$\text{લાદીની સંખ્યા} = \frac{\text{જગ્યાનું કુલ ક્ષેત્રફળ}}{\text{એક લાદીનું ક્ષેત્રફળ}}$$

$$= 264 \div \frac{1}{20}$$

$$= 264 \times 20 = 5280$$

એટલે જ 5280 લાદી જોઈશે.

ઉદા. એક લંબચોરસ આકારના મેદાનની લંબાઈ 65 મી.અને પહોળાઈ 30 મીટર છે. આ મેદાનની ફરતે બહારથી ચારે બાજુ 1.5 મીટર પહોળો રસ્તો છે. તો તે રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ઉકેલ : મેદાનનો આકાર લંબચોરસ છે.

ધારો કે, આકૃતિમાં $\square$ ABCD મેદાન છે. તેની ફરતે 1.5 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવાનો છે.

$\square$ ABCD મેદાન છે. તેની ચારે તરફ 1.5 મીટર અંતર છોડી દીધા પછી $\square$ PQRS લંબચોરસ મળે છે.

લંબચોરસ PQRS ની લંબાઈ = 65 + 1.5 + 1.5 = 68 મીટર

લંબચોરસ PQRS ની પહોળાઈ = 30 + 1.5 + 1.5 = 33 મીટર

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ – લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ

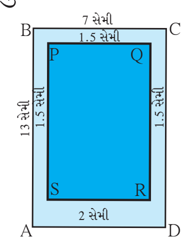
= $68 \times 33 - 65 \times 30 = \boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$ ચો.મી.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

- ઉપરના ઉદાહરણમાં રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ જુદી રીતે શોધી શકાશે કે ?

ઉદા. એક મોબાઈલની લંબાઈ 13 સેમી અને પહોળાઈ 7 સેમી છે. તેના પર લંબચોરસ સ્ક્રીન $\square$ PQRS આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે છે. તો સ્ક્રીનનું ક્ષેત્રફળ કેટલું?

ઉકેલ : મોબાઈલની બાજુથી બનેલો લંબચોરસ ABCD ધારીએ, તેની લંબાઈ 13 સેમી અને પહોળાઈ 7 સેમી છે. AB, BC અને DC ની બાજુથી 1.5 સેમી અંતર છોડ્યું અને DA બાજુથી 2 સેમી અંતર છોડ્યું તો તેથી બનતો લંબચોરસ PQRS છે.



લંબચોરસ PQRS ની લંબાઈ = $\boxed{}$ સેમી

લંબચોરસ PQRS ની પહોળાઈ = $\boxed{}$ સેમી

સ્ક્રીનનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ = ... × .... = $\boxed{}$ ચો.સેમી.

કૃતિ :

જુદા જુદા માપના મોબાઈલ જુઓ તેના પર બેસાડેલાં સ્ક્રીનનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

મહાવરાસંગ્રહ 45

1. એક ચોરસની બાજુ 12 સેમી હોય, તે ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. એક લંબચોરસની લંબાઈ 15 સેમી અને પહોળાઈ 5 સેમી હોય તે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ 102 ચો.સેમી છે. લંબચોરસની લંબાઈ 17 સેમી છે, તો લંબચોરસની પરિમિતિ કેટલી ?

4*. એક ચોરસની બાજુ ત્રણ ગણી કરતાં, તેનું ક્ષેત્રફળ, મૂળ ચોરસના ક્ષેત્રફળના કેટલા ગણું થશે?

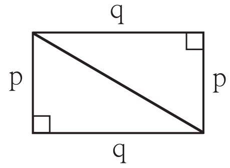
જાણી લઈએ

કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of right angled triangle)

કૃતિ : એકજ માપના બે કાટકોણ ત્રિકોણ કાપી લો. તેને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોડો. જેથી એક લંબચોરસ બને છે તે જુઓ. ત્રિકોણની કાટકોણ બનાવતી બાજુની લંબાઈ p અને q છે. અને તે જ લંબચોરસની પણ બાજુઓ છે. આકૃતિ પરથી દેખાય છે કે, લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 2 × કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

∴ 2 × કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = p × q

∴ કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{p \times q}{2}$



આ મને સમજાયું.

કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × કાટકોણ બનાવતી બાજુની લંબાઈનો ગુણાકાર

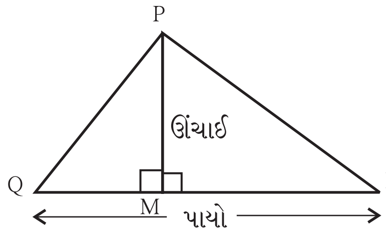
કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટકોણ બનાવતી બે બાજુઓમાંથી એક બાજુ પાયો ધારીએ અને બીજી બાજુ તેની ઊંચાઈ ધારીએ તો,

કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × પાયો × ઊંચાઈ

ΔABC કોઈપણ ત્રિકોણ હોય તો તેની કોઈપણ એક બાજુ પાયા તરીકે લેવાય છે. પાયાની સામેના શિરોબિંદુથી પાયા ઉપર દોરેલા લંબનું માપ તે ત્રિકાણની ઊંચાઈ હોય છે.

ΔPQR લીધો. તે ત્રિકોણમાં QR પાયો લીધો. P થી QR પાયા પર PM લંબ દોરેલો છે.

આકૃતિ 1: બિંદુ M, રેખ QR પર છે.



ΔPMR અને ΔPMQ કાટકોણ ત્રિકોણો છે.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMQ) + A(\Delta PMR)$

$= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

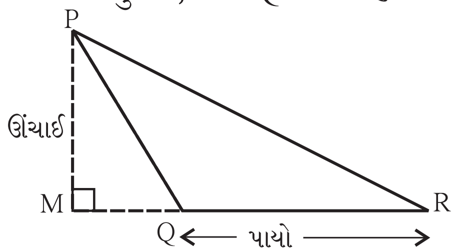
$= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} l(QR) \times l(PM)$

= $\frac{1}{2}$ × પાયો × ઊંચાઈ

$A(\Delta PQR)$ = $\frac{1}{2}$ × પાયો × ઊંચાઈ

આકૃતિ 2: બિંદુ M, રેખ QRની બહાર છે.



ΔPMR અને ΔPMQ કાટકોણ ત્રિકોણો છે.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMR) - A(\Delta PMQ)$

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

= $\frac{1}{2}$ × પાયો × ઊંચાઈ

$A(\Delta PQR)$ = $\frac{1}{2}$ × પાયો × ઊંચાઈ

આ મને સમજાયું.

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{ઊંચાઈ}$$

ઉદા.1. એક કાટકોણ ત્રિકોણની કાટકોણ બનાવતી બાજુ 3.5 સેમી અને 4.2 સેમી છે, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ: કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ કાટકોણ બનાવતી બાજુની લંબાઈનો ગુણાકાર

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

$= 7.35$ ચો.સેમી.

ઉદા.2. એક ત્રિકોણનો પાયો 5.6 સેમી અને ઊંચાઈ 4.5 સેમી છે, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ?

ઉકેલ: ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ ઊંચાઈ

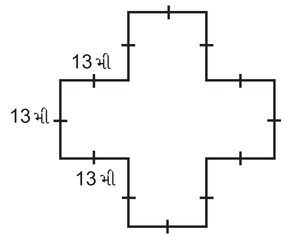
$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

$= 12.6$ સેમી^{2}

(ચોસેમી ને સેમી^{2} એમ પણ લખાય છે.)

મહાવરાસંગ્રહ 46

1. એક દિનદર્શિકાના પાનાની લંબાઈ 45 સેમી અને પહોળાઈ 26 સેમી છે, તો તે પાનાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ?
2. એક ત્રિકોણની ઊંચાઈ 3.6 સેમી અને પાયો 4.8 સેમી છે, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ?
3. એક લંબચોરસાકાર ભૂખંડની લંબાઈ 75.5 મીટર અને પહોળાઈ 30.5 મીટર છે. તેનો દર 1000 રૂપિયા પ્રતિચોરસ મીટર હોય, તો તે ભૂખંડની કિંમત કેટલી થાય?
4. લંબચોરસ સભાખંડની લંબાઈ 12 મીટર અને પહોળાઈ 6 મીટર છે. આ સભાખંડમાં 30 સેમી. બાજુવાળી ચોરસ લાદી બેસાડવાની છે; તો આખા સભાખંડમાં કેટલી લાદી બેસશે ? તેને બદલે ચોરસ લાદી 15 સેમી બાજુવાળી લઈએ તો કેટલી લાદી બેસશે ?
5. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણેના માપવાળા બગીચાની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો.

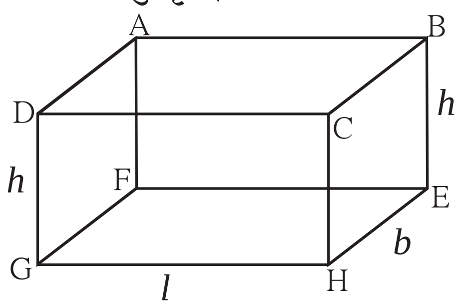


જાણી લઈએ

પૃષ્ઠફળ (Surface area)

કોઈપણ ત્રિમિતિય વસ્તુના બધા પૃષ્ઠભાગોના (બધી સપાટીના) ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો એટલે તે વસ્તુનું પૃષ્ઠફળ હોય છે.

✸ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ :

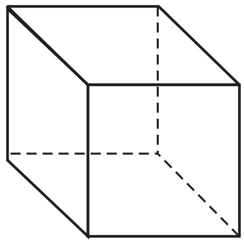


- લંબઘનને છ સપાટી હોય છે.
- દરેક સપાટી લંબચોરસ હોય છે.
- સામસામેની લંબચોરસ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ સરખું હોય છે.
- લંબઘનની દરેક ધાર તેને જોડતી અન્ય બે ધારને લંબ હોય છે.
- લંબઘનની આડી સપાટીની લંબાઈ l વડે અને પહોળાઈ b વડે દર્શાવીએ. ઊભી સપાટીની ઊંચાઈ h વડે દર્શાવીએ.

લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ GHEF નું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ $= l \times b$
લંબચોરસ ADGF નું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ BCHE નું ક્ષેત્રફળ = પહોળાઈ × ઊંચાઈ $= b \times h$
લંબચોરસ CHGD નું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ ABEF નું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × ઊંચાઈ $= l \times h$

લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = બધા લંબચોરસના ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો
લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = 2 (લંબાઈ × પહોળાઈ + પહોળાઈ × ઊંચાઈ + લંબાઈ × ઊંચાઈ)
$= 2\,(l \times b + b \times h + l \times h) = 2\,(lb + bh + lh)$

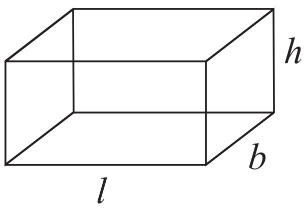
✸ ઘનનું પૃષ્ઠફળ



- ઘનને 6 સપાટી હોય છે.
- દરેક સપાટી ચોરસ હોય છે.
- દરેક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ સરખું હોય છે.
- ચોરસની બાજુ l ધારીએ.
- ઘનની એક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસનું ક્ષેત્રફળ
- ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = 6 ચોરસના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો
  = 6 × બાજુ^{2}
  $= 6 \times l^2$

ઉદા. લંબાઈ 1.5 મીટર, પહોળાઈ 1.2 મીટર અને 1.3 મીટર માપની પતરાની લંબઘનાકાર બંધ પેટી બનાવવી હોય તો તેને કેટલું પતરું જોઈશે ?

ઉકેલ : પેટીની લંબાઈ = l = 1.5 મીટર, પહોળાઈ = b = 1.2 મીટર અને ઊંચાઈ = h = 1.3 મીટર

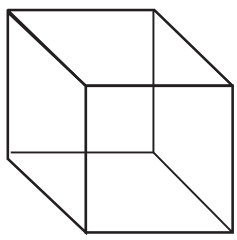


પેટીનું પૃષ્ઠફળ $= 2\,(l \times b + b \times h + l \times h)$
$= 2\,(1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$
$= 2\,(1.80 + 1.56 + 1.95)$
$= 2\,(5.31)$
= 10.62 ચો.મી.

પેટી બનાવવા કુલ 10.62 ચો.મી. પતરું જોઈશે.

ઉદા. એક ઘનાકાર પેટીની બાજુ 0·4 મી છે. તે પેટીને બહારથી રંગ કરવાનો ખર્ચ દર ચોરસમીટરે 50 રૂપિયા પ્રમાણે કેટલો થશે ?

ઉકેલ : બાજુ = l = 0.4 મીટર



ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ $= 6 \times (l)^2$
$= 6 \times (0.4)^2$
$= 6 \times 0.16 = 0.96$ ચો.મી.

1 ચોમી રંગવાનો ખર્ચ 50 રૂપિયા

∴ 0.96 ચો.મી.રંગવાનો ખર્ચ $= 0.96 \times 50$
= 48 રૂપિયા

પેટી રંગવાવો ખર્ચ 48 રૂપિયા થશે.

મહાવરાસંગ્રહ 47

1. ઘનની બાજુ નીચે પ્રમાણે હોય તો તેનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધો.
   (i) 3 સેમી (ii) 5 સેમી (iii) 7.2 મી (iv) 6.8 મી (v) 5.5 મી
2. નીચે લંબઘનની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે આપેલી છે. તે પરથી તેનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધો.
   (i) 12 સેમી, 10 સેમી, 5 સેમી. (ii) 5 સેમી, 3.5 સેમી, 1.4 સેમી.
   (iii) 2.5 સેમી, 2 મી, 2.4 મી. (iv) 8 મી, 5 મી, 3.5 મી.
3. એક મૅચબૉક્સની લંબાઈ 4 સેમી, પહોળાઈ 2.5 સેમી અને ઊંચાઈ 1.5 સેમી છે. તે સંપૂર્ણ મૅચબૉક્સને બહારથી રંગીન કાગળ ચોંટાડવાનો છે, તો કુલ કેટલો કાગળ જોઈશે ?
4. બગીચાનો સૂકો કચરો ટ્રોલીમાંથી લઈ જવા ઢાંકણ વગરની પતરાની પેટી બનાવવી છે. તેની લંબાઈ 1.5 મીટર, પહોળાઈ 1 મી અને ઊંચાઈ 1 મીટર છે. તે માટે જરૂરી પતરાનું કુલ પૃષ્ઠફળ કેટલું? તે પેટી અંદરથી અને બહારથી રંગવી છે, તો 150 રૂપિયે દર ચોરસ મીટર પ્રમાણે તે પેટી રંગવાનો કેટલો ખર્ચ આવશે ?

ગણિત ગમ્મત

કેટલીક ત્રણ અંકી સંખ્યા એવી હોય છે કે,
તેને તેના અંકોના ગુણાકાર વડે નિ:શેષ ભાગ જાય છે.

ઉદા. (i) 175 ની સંખ્યા લો, $1 \times 7 \times 5 = 35$, $\frac{175}{35} = 5$

(ii) 816 ની સંખ્યા લો, $8 \times 1 \times 6 = 48$, $\frac{816}{48} = 17$

(iii) 612 ની સંખ્યા લો, $6 \times 1 \times 2 = 12$, $\frac{612}{12} = 51$

આ પ્રમાણે 135, 312, 672 પણ સંખ્યા છે.
આવી બીજી કેટલીક સંખ્યા શોધો.

13 પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત

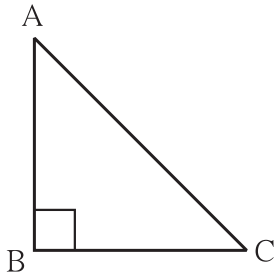
62RFYI

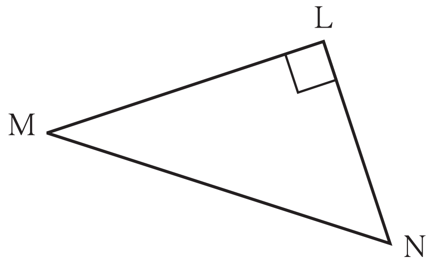
યાદ કરીએ

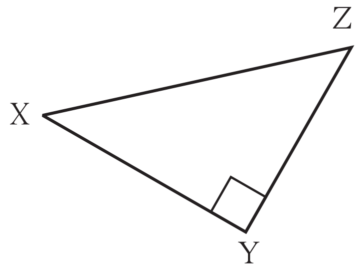
કાટકોણ ત્રિકોણ (Right angled triangle)

જે ત્રિકોણનો એક ખૂણો કાટકોણ હોય છે, તે ત્રિકોણને કાટકોણ ત્રિકોણ કહેવાય છે. તેમાં કાટકોણની સામેની બાજુને કર્ણ કહેવાય છે, તે આપણે જાણીએ છીએ.

- નીચેના કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણના નામ લખો.







ΔABC નો કર્ણ ☐ ΔLMN નો કર્ણ ☐ ΔXYZ નો કર્ણ ☐

પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત (Theorem of Pythagoras)

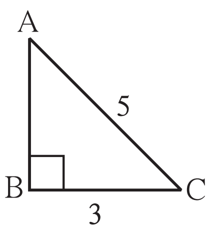
પાયથાગોરસ મહાન ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી ઈસવીસન પૂર્વે છઠ્ઠી સદીમાં થઈ ગયા. ગણિત વિષયમાં તેમનું યોગદાન ખૂબ મોટું છે. ગણિત શીખવવાની તેમની કાબેલિયત ખૂબજ લોકપ્રિય હતી. તેમણે અનેક શિષ્યો તૈયાર કર્યા હતાં.

કાટકોણ ત્રિકોણ વિશેનો એક સિદ્ધાંત ઘણાંવર્ષો પહેલાથી અનેક દેશના લોકો જાણતા હતાં. ભારતના શુલ્વસૂત્ર ગ્રંથમાં પણ તે છે. તે સિદ્ધાંતને પાયથાગોરસે સૌપ્રથમ સિદ્ધ કરી બતાવ્યો માટે તેનું નામ તે સિદ્ધાંતને આપવામાં આવ્યું.

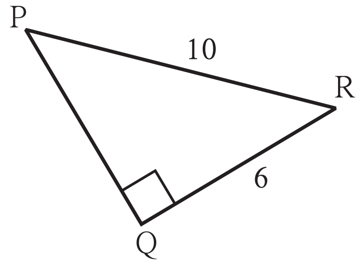
કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણનો વર્ગ, બાકીની બે બાજુના વર્ગોના સરવાળા જેટલો હોય છે. આ પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત છે.

કૃતિ નીચે કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને કાટખૂણો બનાવતી એક ભૂજાના માપ આપેલાં છે. આ માપના ત્રિકોણ તમારી નોટબુકમાં દોરો અને ત્રીજી બાજુની લંબાઈ માપો અને પાયથાગોરસના સિદ્ધાંત ચકાસી જુઓ.

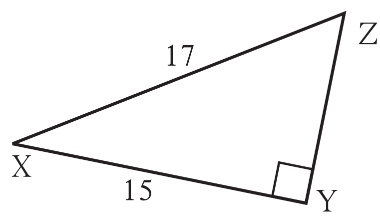
(i)



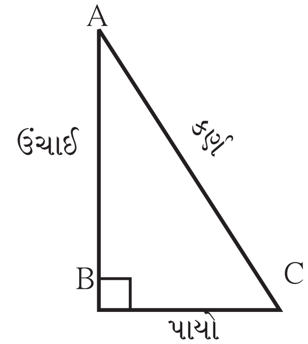
(ii)



(iii)



જાણી લઈએ



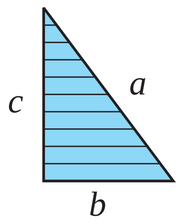
બાજુની આકૃતિ ઉપરથી. પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત નીચે પ્રમાણે લખાય છે. ΔABC માં $\angle B$ કાટકોણ હોય તો,

$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$

સામાન્ય રીતે કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટકોણ બનાવતી બાજુમાંથી એકબાજુ પાયા તરીકે લેવાય અને બીજી બાજુ ઊંચાઈ તરીકે લેવાય છે. તેથી આ સિદ્ધાંત (કર્ણ)^2 = (પાયો)^2 + (ઊંચાઈ)^2 આમ લખાય છે.

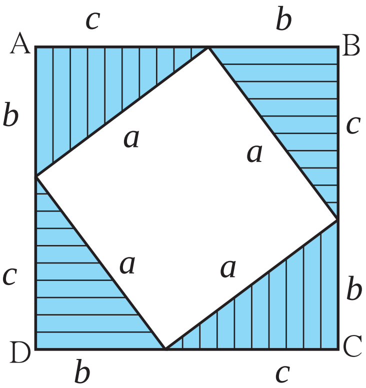
પાયથાગોરસના **સિદ્ધાંતનો તાળો મેળવવા** નીચેની કૃતિ કરો.

કૃતિ એક કાર્ડપેપરમાંથી સરખા માપના 8 કાટકોણ ત્રિકોણ કાપો. તેની બાજુઓની લંબાઈના માપ કોઈપણ લઈ શકાય. તે ત્રિકોણોનો કર્ણ 'a' એકમ, કાટકોણ બનાવતી બાજુ 'b' એકમ અને 'c' એકમ છે, એમ ધારીએ.

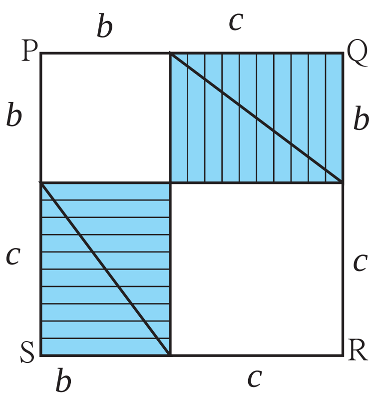


તે દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\frac{bc}{2}$ થશે તે ધ્યાનમાં લો.

હવે બીજા ચાર્ટ પેપર પર (b + c) એકમ બાજુવાળા બે ચોરસ પેન્સિલથી દોરો. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પહેલાં કાપેલા 8 ત્રિકોણોમાંથી 4 ત્રિકોણ ચોરસ ABCD માં મૂકો અને બાકીના 4 ત્રિકોણ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચોરસ PQRS માં મૂકો. ત્રિકોણોથી ઢંકાયેલો ભાગ રેખાંકિત કરો.



આકૃતિ (i)



આકૃતિ (ii)

આકૃતિઓનું નિરીક્ષણ કરો. આકૃતિ (i) માં ખાલી જગ્યામાં જેની બાજુ 'a' છે. તેવો ચોરસ બને છે. આકૃતિ (ii) માં ખાલી જગ્યામાં 'b' અને 'c' બાજુવાળા બે ચોરસ બને છે.

બંને ચોરસમાં રેખાંકિત કરેલો ભાગ સરખો એટલે ચાર કાટકોણ ત્રિકોણોના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે.

આકૃતિ (i) માં ચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ $= a^2 + 4 \times$ કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2}\, bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

આકૃતિ (ii) માં ચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ $= b^2 + c^2 + 4 \times$ કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2}\ bc$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc$$

ચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ = ચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ

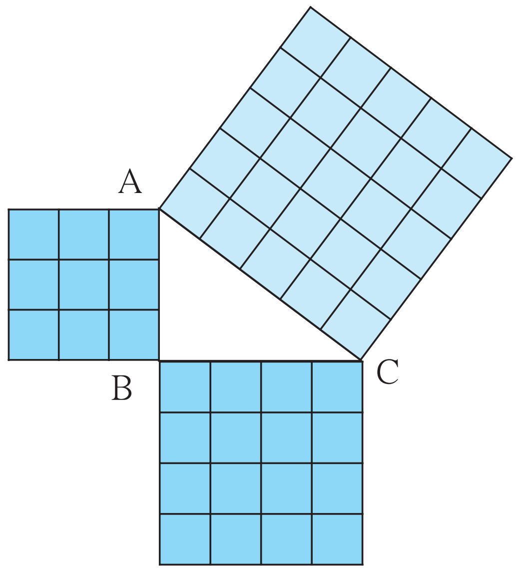
$$\therefore \quad a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

- આકૃતિ (i) માં 'a' બાજુવાળા ચતુષ્કોણનો દરેક ખૂણો કાટકોણ છે, તે કોણમાપકથી માપ્યા વગર નક્કી કરી શકાય કે?

કૃતિ એક કાર્ડપેપર ઉપર 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમીના માપનો એક કાટકોણ ત્રિકોણ દોરો. દરેક બાજુપર ચોરસની રચના કરો. દરેક ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધીને પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત ચકાસો.



પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત વાપરીને કાટકોણ ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુ આપેલી હોય ત્યારે ત્રીજી બાજુ શોધવી.

ઉદા. ΔABC માં $\angle C = 90°$, $l(AC) = 5$ સેમી અને $l(BC) = 12$ સેમી, તો $l(AB) =$ કેટલી ?

ઉકેલ : કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $\angle C = 90°$ છે માટે બાજુ AB કર્ણ છે. પાયથાગોરસ સિદ્ધાંત અનુસાર,

$$l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

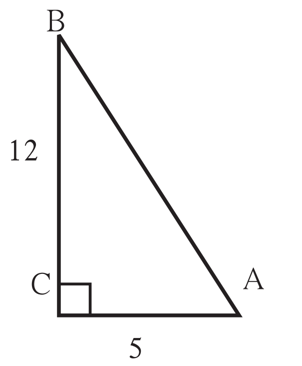
$$= 25 + 144$$

$$\therefore l(AB)^2 = 169$$

$$\therefore l(AB)^2 = 13^2$$

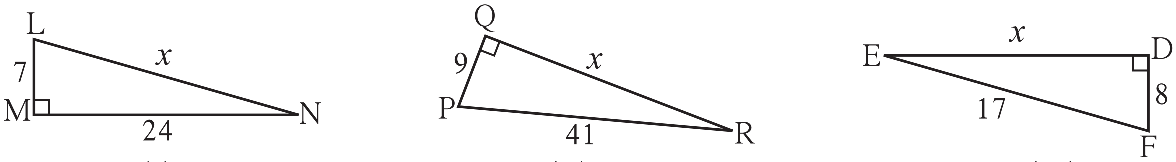
$$\therefore l(AB) = 13$$

$\therefore$ રેખ AB ની લંબાઈ = 13 સેમી.



મહાવરાસંગ્રહ 48

1. નીચેની આકૃતિઓ જુઓ અને 'x' ની કિંમત શોધો.



(i) (ii) (iii)

2. કાટકોણ ΔPQR માં $\angle P = 90^\circ$ જો $l(PQ) = 24$ સેમી અને $l(PR) = 10$ સેમી, તો રેખ QR ની લંબાઈ શોધો.
3. કાટકોણ ΔLMN માં $\angle M = 90^\circ$ જો $l(LM) = 12$ સેમી અને $l(LN) = 20$ સેમી, તો રેખ MN ની લંબાઈ શોધો.
4. 15 મી લાંબી એક સીડી જમીનથી 9 મીટરની ઊંચાઈએ એક બારી સુધી પહોંચે છે, તો દીવાલનો પાયો અને સીડીના છેડા વચ્ચેનું અંતર શોધો.

જાણી લઈએ

પ્રાકૃતિક સંખ્યાના ત્રિકૂટોમાં જો મોટી સંખ્યાનો વર્ગ અન્ય બે સંખ્યાના વર્ગોના સરવાળા જેટલો હોય તો તેને **પાયથાગોરસનો ત્રિકૂટ** કહે છે. જે ત્રિકોણોની બાજુની લંબાઈ આવા ત્રિકૂટની સંખ્યા દ્વારા દર્શાવી શકાય તે ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ હોય છે.

ઉદા. (7,24,25) નીચેની ત્રણ સંખ્યા પાયથાગોરસનો ત્રિકૂટ છે કે ?

7, 24, 25 દરેક સંખ્યાનો વર્ગ કરીએ.

$7^2 = 49,\ 24^2 = 576,\ 25^2 = 625$

$\therefore\ 49 + 576 = 625$

$\therefore\ 7^2 + 24^2 = 25^2$

$\therefore$ 7, 24 અને 25 પાયથાગોરસનો ત્રિકૂટ છે.

ઉપક્રમ : 1 થી 50 સંખ્યા સમૂહની સંખ્યા જુઓ અને તેમાંથી પાયથાગોરસના ત્રિકૂટ શોધો.

મહાવરાસંગ્રહ 49

1. નીચે કેટલાંક ત્રિકૂટો આપેલા છે, તેમાંથી પાયથાગોરસના ત્રિકૂટો કયા છે, તે નક્કી કરો.

(i) 3, 4, 5 (ii) 2, 4, 5

(iii) 4, 5, 6 (iv) 2, 6, 7

(v) 9, 40, 41 (vi) 4, 7, 8

2. નીચે કેટલાંક ત્રિકોણની બાજૂ આપેલી છે, તેના પરથી કયા ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ છે, તે ઓળખો.

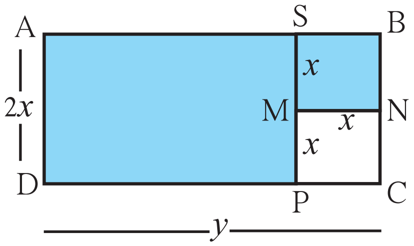
(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61 (iv) 1.5, 1.6, 1.7

(v) 40, 20, 30

14 બૈજિક સૂત્રો – વર્ગ વિસ્તરણ

62HPC9

યાદ કરીએ



બાજુની આકૃતિમાં લંબચોરસ ABCD બતાવેલ છે. આ લંબચોરસની લંબાઈ y એકમ છે અને પહોળાઈ $(2x)$ એકમ છે. આ લંબચોરસાકાર ટૂકડામાંથી x એકમ બાજુવાળો ચોરસ કાપી લીધો. છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે બૈજિક રાશિ પરની ક્રિયાનો ઉપયોગ કરી શકાય. લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ એ A($\square$ABCD) આમ લખીએ.

છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ = A($\square$ABCD) – A($\square$MNCP) = $2xy - x^2$

છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ = A($\square$ASPD) + A($\square$SBNM) = $(y - x) \times 2x + x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

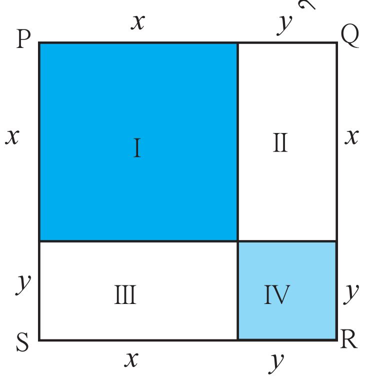
$= 2xy - x^2$

જાણી લઈએ

વર્ગ-વિસ્તરણ

બૈજિક રાશિનો ગુણાકાર કરીને મેળવેલી રાશિ તે ગુણાકારનું વિસ્તરણ હોય છે. ચોક્કસ પ્રકારની રાશિનું વિસ્તરણ તરત લખી શકાય માટે સૂત્રો બનાવાય છે. તેમાંથી કેટલાંક સૂત્રો આપણે જોઈએ.

કૃતિ I



- બાજુની આકૃતિમાં $\square$PQRS છે. આ ચોરસની બાજુ $(x + y)$ છે.

$\therefore$ A ($\square$PQRS) = $(x + y)^2$

ચોરસ PQRS I, II, III, IV લંબચોરસમાં વિભાજીત થયેલો છે.

ચોરસ PQRS નું ક્ષેત્રફળ લંબચોરસ I, II, III, IV ના ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો છે.

$\therefore$ A ($\square$PQRS) = A (લંબચોરસ I) + A (લંબચોરસ II) + A (લંબચોરસ III) + A (લંબચોરસ IV)

$$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

હવે $(x + y)^2$ આ બૈજિક રાશિનો ગુણાકાર કરીએ.

$(x + y)\ (x + y) = x\ (x + y) + y\ (x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2 \qquad \therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)$ આ દ્વિપદીનો વર્ગ કરીને મેળવેલી બૈજિક રાશિ, અને ક્ષેત્રફળોના સરવાળા ઉપરથી મળેલી રાશિ બન્ને સમાન છે.

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ એ દ્વિપદ રાશિના વર્ગ – વિસ્તરણનું સૂત્ર છે.

કૃતિ II બાજુની આકૃતિમાં PQRS 'a' બાજુવાળો ચોરસ છે. તેનું 4 લંબચોરસમાં વિભાજન કરેલું છે. જેમ કે $(a - b)$ બાજુવાળો ચોરસ, b બાજુવાળો ચોરસ અને $(a - b)$ અને b બાજુવાળા 2 લંબચોરસ.

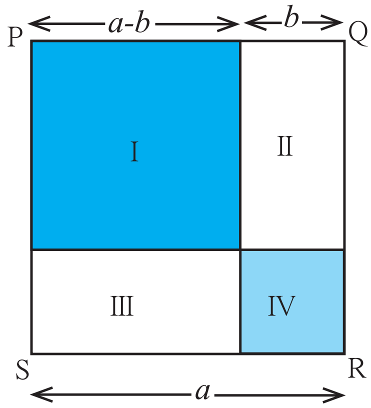
A (ચોરસ I) + A (લંબચોરસ II) + A (લંબચોરસ III) + A (ચોરસ IV) = A ($\square$PQRS)

$$(a - b)^2 + (a - b)\,b + (a - b)\,b + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



બૈજિક રાશિઓનો ગુણાકાર કરીને સૂત્ર બનાવીએ.

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b) \times (a - b)\\ &= a\,(a - b) - b\,(a - b)\\ &= a^2 - ab - ab + b^2\\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

આ મને સમજાયું.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

વર્ગ-વિસ્તરણ સૂત્રોમાં a અને b માટે કોઈપણ સંખ્યા લઈએ તો તેનો તાળો મેળવી શકાય છે.

જેમ કે $a = 5$, $b = 3$ લઈએ તો

$$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2\\ &= 25 + 30 + 9 = 64\end{aligned}$$

$$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$$

$$\begin{aligned}a^2 - 2ab + b^2 &= 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2\\ &= 25 - 30 + 9 = 4\end{aligned}$$

નીચેની કિંમત લઈને વર્ગ વિસ્તરણ સૂત્રો ચકાસો.

(i) $a = -7$, $b = 8$ (ii) $a = 11$, $b = 3$ (iii) $a = 2.5$, $b = 1.2$

વિસ્તરણ કરો.

ઉદા. $(2x + 3y)^2$

$$\begin{aligned}&= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2\\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2\end{aligned}$$

ઉદા. $(5x - 4)^2$

$$\begin{aligned}&= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2\\ &= 25x^2 - 40x + 16\end{aligned}$$

ઉદા. $(51)^2$

$$\begin{aligned}&= (50 + 1)^2\\ &= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1\\ &= 2500 + 100 + 1\\ &= 2601\end{aligned}$$

ઉદા. $(98)^2$

$$\begin{aligned}&= (100 - 2)^2\\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2\\ &= 10000 - 400 + 4\\ &= 9604\end{aligned}$$

મહાવરાસંગ્રહ 50

1. વિસ્તરણ કરો.

   (i) $(5a + 6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p - 3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

   (v) $(ax + by)^2$ (vi) $(7m - 4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

2. $\left(8 - \frac{1}{x}\right)$ આ દ્વિપદ રાશિનો વર્ગ નીચેનામાંથી ક્યો ? યોગ્ય પર્યાય લખો.

   (i) $64 - \frac{1}{x^2}$ (ii) $64 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ (iv) $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ આ નીચેનામાંથી કઈ રાશિનું વર્ગ-વિસ્તરણ છે?

   (i) $(m + n)(p + q)$ (ii) $(mn - pq)$ (iii) $(7mn + pq)$ (iv) $(mn + 7pq)$

4. વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને કિંમત શોધો.

   (i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

જાણી લઈએ

✻ $(a + b)$ $(a - b)$ નો વિસ્તરણ

$$
\begin{aligned}
(a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b)\\
&= a\,(a - b) + b\,(a - b)\\
&= a^2 - ab + ba - b^2\\
&= a^2 - b^2\\
(a + b)(a - b) &= a^2 - b^2
\end{aligned}
$$

આ મને સમજાયું.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ઉદા. $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

ઉદા. $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

મહાવરાસંગ્રહ 51

1. વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ગુણાકાર લખો.

   (i) $(x + y)(x - y)$ (ii) $(3x - 5)(3x + 5)$

   (iii) $(a + 6)(a - 6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

2. વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને નીચેનાની કિંમત શોધો.

   (i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

જાણી લઈએ

બૈજિક રાશિના અવયવ પાડવા.

આપણે પૂર્ણસંખ્યાના અવયવો પાડતા શીખ્યા છીએ. હવે બૈજિક રાશિના અવયવો પાડવાની ક્રિયા જોઈએ. પહેલા એકપદ રાશિના અવયવ પાડીએ.

$15 = 3 \times 5$ એટલે 3 અને 5 એ 15 ના અવયવ છે.

તેમજ $3x = 3 \times x$ એટલે 3 અને x એ $3x$ ના અવયવ છે.

$5t^2$ આ રાશિ જુઓ. $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

$1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2$ આ બધા $5t^2$ ના અવયવ છે.

$6\ ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

એકપદ રાશિના અવયવ પાડતી વખતે પહેલા સહગુણકના અવયવ પાડવા, પછી ચલ ભાગના અવયવ પાડવા.

મહાવરાસંગ્રહ 52

⊙ નીચેના રાશિના બધા અવયવ છૂટા પાડીને તે રાશિ અવયવોના ગુણાકારના રૂપમાં લખો.

(i) $201\ a^3 b^2$ (ii) $91\ xyt^2$ (iii) $24\ a^2 b^2$ (iv) tr^2s^3

જાણી લઈએ

દ્વિપદ રાશિના અવયવ પાડવા.

$4xy + 8xy^2$ આ દ્વિપદ રાશિના દરેક પદના 4 x અને y અવયવ છે.

$\therefore \quad 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x\ (y + 2xy) = 4xy\ (1 + 2y)$

બંને પદના સામાન્ય અવયવ શોધીને તે કૌંસની બહાર ગુણાકારના રૂપમાં લખતા ગયા, આ રીતે દ્વિપદ રાશિના અવયવ પાડી શકાય છે.

$9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc\ (3a + 4c)$ આ પ્રમાણે અવયવ પાડી શકાય છે.

$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$ આ સૂત્ર આપણે જાણીએ છીએ.

આ ઉપરથી, $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ આ બે અવયવ પણ મળે છે.

અવયવ પાડો.

ઉદા. $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$

$= (a + 2b)\ (a - 2b)$

ઉદા. $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$

$= 3(a + 3b)\ (a - 3b)$

મહાવરાસંગ્રહ 53

⊙ નીચેની રાશિના અવયવ પાડો.

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ (vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

❑❑❑

15 આંકડાશાસ્ત્ર

631C16

જાણી લઈએ

સરાસરી

અસ્મિતાને રોજ સાઈકલ પર ઘરેથી શાળામાં જતાં કેટલી મિનિટ લાગે છે? તે આપેલું છે.
અસ્મિતાને સોમવારથી શનિવાર સાઈકલ પર શાળામાં જવા માટે લાગતો સમય નીચેના તક્તામાં આપેલો છે.

વાર	સોમવાર	મંગળવાર	બુધવાર	ગુરુવાર	શુક્રવાર	શનિવાર
મિનિટ	20	20	22	18	18	20

આ ઉપરથી એવું જણાય છે કે, ક્યારેક તેને 18 મિનિટ લાગે છે, ક્યારેક 22 મિનિટ લાગે છે, તો ક્યારેક 20 મિનિટ લાગે છે. શાળાના 6 દિવસનો વિચાર કરીએ તો તેને શાળામાં જવા માટે દરરોજ અંદાજે કેટલી મિનિટ લાગશે ?

ગણિતમાં આવો અંદાજ કરવા સરાસરી કાઢવામાં આવે છે. અહીં 6 દિવસોની મિનિટોનો સરવાળો કરીને તે સરવાળાને 6 વડે ભાગીએ તો જે સંખ્યા મળશે તે દરરોજનો અંદાજે લાગતો સમય છે. એટલે કે તે આ બધી સંખ્યાની સરાસરી છે.

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{છ દિવસોમાં શાળામાં જવા લાગતી મિનિટોનો સરવાળો}}{\text{કુલ દિવસ}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

અસ્મિતાને શાળામાં જવા રોજ સરાસરી $19\frac{2}{3}$ મિનિટ જેટલો સમય લાગે છે.

ઉદા. એક શાળાએ, વિદ્યાર્થીઓના ઘર શાળાથી કેટલાં દૂર છે તે જાણવા સર્વેક્ષણ કર્યું, તેમાંથી નીચેના 6 વિદ્યાર્થીઓના તેમના ઘરથી શાળા સુધીના અંતર નીચે આપેલાં છે. તે અંતરની સરસરી શોધીએ.
950 મી, 800 મી, 700 મી, 1.5 કિમી, 1 કિમી, 750 મી.

ઉકેલ :વિદ્યાર્થીઓના ઘરથી શાળા સુધીના અંતરની સરાસરી કાઢવા દરેક અંતર સમાન એકમમાં હોવું જરૂરી છે.

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{છ વિદ્યાર્થીઓના ઘર અને શાળા વચ્ચેના અંતરનો સરવાળો}}{\text{કુલ વિદ્યાર્થી}}$$

1 કિમી = 1000 મીટર
1.5 કિમી = 1500 મીટર

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ મી.}$$

વિદ્યાર્થીઓના ઘર અને શાળા વચ્ચેનું સરાસરી અંતર 950 મીટર છે.

ચાલો, ચર્ચા કરીએ

ઉદા. ઋતુજા અઠવાડિયાના સાતેય દિવસ દોરડાં કૂદવાનો મહાવરો કરતી હતી. પ્રત્યેક દિવસે એક મિનિટમાં તેણે કૂદેલા દોરડાની સંખ્યા નીચે આપેલી છે.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{સાત દિવસ દરરોજ મારેલા કૂદકાનો સરવાળો}}{\text{કુલ દિવસ}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

એક મિનિટમાં મારેલા કૂદકાની સરાસરી = 60.42

જે બાબત વિશે માહિતી જોઈએ, તેના જેટલા નમૂના આપેલી સામગ્રીમાં હોય છે. તેને **'પ્રાપ્તાંક' (Observations)** કહે છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે દોરડાંના કૂદકા પૂર્ણ સંખ્યામાં ગણાય છે. ક્યારેય કૂદકા અપૂર્ણાંકમાં ન હોય છતાં પણ તેની સરાસરી અપૂર્ણાંકમાં આવી શકે.

આ મને સમજાયું.

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{આપેલી માહિતીના બધા પ્રાપ્તાંકોનો સરવાળો}}{\text{કુલ પ્રાપ્તાંકની સંખ્યા}}$$

ઉપક્રમ : ✱ વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના 10-10 ના જૂથ બનાવીને દરેક જૂથના બાળકોની ઊંચાઈની સરાસરી શોધો.

✱ વર્ગ શિક્ષક પાસેથી હાજરીપત્રક લઈ એક અઠવાડિયાની સરાસરી હાજરી શોધો.

મહાવરાસંગ્રહ 54

1. એક શહેરમાં એક અઠવાડિયામાં પડેલો વરસાદ મિમીમાં નીચે આપેલો છે. તે પરથી અઠવાડિયાના વરસાદની સરાસરી શોધો.
   9, 11, 8, 20, 10, 16, 12
2. શાળાના સ્નેહસંમેલનમાં સ્વયંસિદ્ધા મહિલા બચત જૂથે ખાદ્યપદાર્થનો સ્ટૉલ રાખ્યો હતો. દર કલાકે થયેલું વેચાણ ₹960, ₹830, ₹945, ₹800, ₹847, ₹970 આ પ્રમાણે છે. તો દર કલાકે સરાસરી કેટલાં રૂપિયાનું વેચાણ થયું ?
3. વિદર્ભમાં 5 વર્ષ સુધી પ્રતિવર્ષ પડતાં વરસાદની નોંધ નીચે દર્શાવેલી છે. તે પરથી 5 વર્ષના વરસાદની સરાસરી શોધો.
   900 મિમી., 650 મિમી, 450 મિમી, 733 મિમી, 400 મિમી.
4. એક ખેડૂત પશુખાદ્યની 8 ગુણો લાવ્યો. તેનું વજન કિ.ગ્રા.માં નીચે આપ્યું છે. તો ગુણીનું સરાસરી વજન શોધો.
   49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

જાણી લઈએ

આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો (Frequency distribution table)

ઘણીવાર આપેલી માહિતીમાં કેટલાંક પ્રાપ્તાંક અનેક વખત આવે છે. **એક પ્રાપ્તાંક કેટલી વખત આવ્યો? તે દર્શાવતી સંખ્યાને તે પ્રાપ્તાંકની 'આવૃત્તિ'** (Frequency – વારંવારતા) કહે છે અને ત્યારે આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવાય છે. આ કોઠામાં પ્રાપ્તાંક, તાળાની નિશાની અને આવૃત્તિ એમ ત્રણ સ્તંભ હોય છે.

1. પહેલા સ્તંભમાં નાની સંખ્યાથી શરૂઆત કરીને મોટી સંખ્યા સુધીના પ્રાપ્તાંક લખો,
   દા.ત. 1, 2, 3, 4, 5, 6 જેવી સંખ્યા એકની નીચે એક ક્રમથી લખવી.
2. માહિતીમાં આપેલી સંખ્યા ક્રમથી વાંચો. દરેક વખતે માહિતીની સંખ્યા વાંચીએ કે, તક્તામાં તે સંખ્યા નજીકના સ્તંભમાં '|' આવી નિશાની કરો. આ નિશાનીને **'તાળાની નિશાની'** કહે છે.
   જેમ કે 3, સંખ્યા વાંચીને 3 પ્રાપ્તાંક સામે બીજા સ્તંભમાં '|' આવી નિશાની કરો. ચાર નિશાની સુધી |||| આમ લખીએ તો પાંચમી નિશાની 𝍸 આવી કરો. તેથી કુલ નિશાની ગણવી સરળ બને.
3. દરેક સંખ્યા સામેની તાળાની કુલ નિશાની ગણીને લખો તેને આવૃત્તિ કહેવાય છે. ત્રીજા સ્તંભમાં આવૃત્તિ લખો.
4. છેલ્લે બધી આવૃત્તિનો સરવાળો કરો. તે N અક્ષરથી દર્શાવાય છે. આ સરવાળો કુલ પ્રાપ્તાંકની સંખ્યા જેટલો હોય છે.

આપેલી માહિતી ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવવો.

ઉદા. એક વર્ગની કેટલીક છોકરીઓના ઘરથી શાળા સુધીનાં અંતર (કિમી) માં આપ્યા છે.
1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6
તેની ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો કેવી રીતે બનાવાય? તે જોઈએ.

પ્રાપ્તાંક	તાળાની નિશાની	આવૃત્તિ
1	||	2
2	|	1
3	||	2
4	𝍸	5
5	||	2
6	|||	3
	કુલ આવૃત્તિ	N = 15

પ્રાપ્તાંકની ગણતરી કરતી વખતે જે સંખ્યા ગણાઈ ગઈ છે તે યાદ રાખવા તે સંખ્યા પર લીટી દોરાય છે. અહીં પહેલા ત્રણ પ્રાપ્તાંક ગણાઈ ગયા પછી પ્રાપ્તાંકની યાદી પ્રાપ્તાંકની ગણતરી માટે આપી છે.

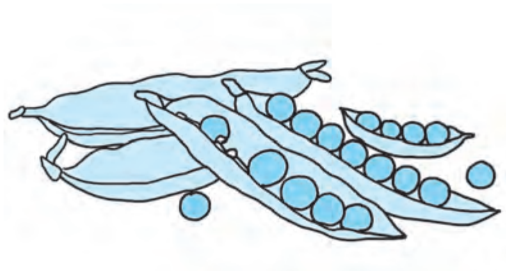
(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

ગણિત મારો સાથી : ઘરમાં, બજારમાં

પ્રિયાની મમ્મી બજારમાંથી વટાણા લાવી. માતાએ વટાણા ફોલવાની શરૂઆત કરી. પ્રિયા મમ્મીની નજીક જ બેસીને ગણિતનો અભ્યાસ કરતી હતી. સ્વાભાવિક જ તેનું ધ્યાન મમ્મી ફોલતી હતી તે વટાણા તરફ ગયું. વટાણાની કેટલીક શીંગોમાંથી 4 દાણા તો કેટલીક શીંગોમાંથી 7 દાણા નીકળ્યા. પછી પ્રિયાએ તેમાંથી 50 શીંગો લીધી અને ફોલીને દાણાની સંખ્યાની નોંધ કરી.

પ્રિયાએ વટાણાની શીંગોમાંના દાણાની સંખ્યા પરથી નીચે પ્રમાણે આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવ્યો.

દાણાની સંખ્યા	તાળાની નિશાની	આવૃત્તિ
2	𝍸 |||	8
3	𝍸 𝍸 𝍸	15
4	𝍸 𝍸 ||	12
5				2
6	𝍸 ||	7
7					3
8					3
	કુલ આવૃત્તિ	N = 50



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

મમ્મી : તે ફોલેલી શીંગોમાંથી સરાસરી કેટલા દાણા નીકળ્યા તે શોધી શકાશે કે ?

પ્રિયા : હા, 50 સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીને સરવાળાને 50 વડે ભાગવાના. એમ જ ને? કંટાળાજનક કામ છે.

મમ્મી : આપણે તે કામ સહેલું કરીએ, કોઠામાં 2 દાણા કેટલી શીંગમાં, 3 દાણા કેટલી શીંગમાં વગેરે ખબર છે ને ?

પ્રિયા : હા ! બે દાણા 8 શીંગમાં, ત્રણ દાણા 15 શીંગમાં, ચાર દાણા 12 શીંગમાં વગેરે માહિતી છે. હવે ધ્યાનમાં આવ્યું. 2×8, 3×15, 4×12 આમ ગુણાકાર કરીને તેનો સરવાળો કરીએ તો તે પચાસ સંખ્યાઓનો સરવાળો મળશે ને !

મમ્મી : સાત નાના ગુણાકાર અને તેનો સરવાળો કરવાનું સહેલું છે ને ! આમ સામગ્રી ખૂબ વધારે હોય ત્યારે આવૃત્તિ વિતરણ કોઠાનો ઉપયોગ થાય છે.

પ્રિયા : પછી કુલ દાણાનો સરવાળો (દાણાની સંખ્યા $\times$ આવૃત્તિ) 206 આવ્યો માટે એટલે

સરાસરી $= \frac{206}{50} = 4.12$ આવી.

મમ્મી : કોઈપણ શીંગમાં વટાણાના દાણા પૂર્ણ સંખ્યામાં જ હોય છે. પણ સરાસરી અપૂર્ણાંકમાં આવી શકે છે. અહીં દરેક શીંગમાં સામાન્ય રીતે 4 દાણા છે એમ કહી શકાય.

આ મને સમજાયું.

- પ્રાપ્તાંકોનું વર્ગીકરણ સહજ રીતે કરવા તાળાની નિશાનીનો ઉપયોગ કરી શકાય છે.
- નિશાનીની સંખ્યા આવૃત્તિ દર્શાવે છે, આવા પ્રકારના કોઠાને, આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો કહે છે.
- પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા વધારે હોય ત્યારે આવૃત્તિ વિતરણ કોઠાનો ઉપયોગ કરીને સરાસરી શોધી શકાય છે.

મહાવરાસંગ્રહ 55

1. એક વર્ગના 30 બાળકોની ઊંચાઈ (સેમી) માં આપેલી છે. તે ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવો.
   131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132, 131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140
2. એક વસાહતમાં 50 કુટુંબો રહે છે. દરેક કુટુંબમાંની વ્યક્તિની સંખ્યા નીચે આપેલી છે. તેની પરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવો.
   5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2.
3. એક પાસો 40 વખત ફેંક્યો અને તેના પૃષ્ઠભાગ ઉપર મળેલી સંખ્યાની નોંધ નીચે પ્રમાણે કરી.
   તેના ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવો.
   3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6,
   3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4,
4. એક વસતિગૃહના ભોજનાલયમાં 30 બાળકોને જમવામાં નીચે પ્રમાણે રોટલીઓની જરૂર પડે છે. તેના ઉપરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોઠો બનાવો.
   3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2

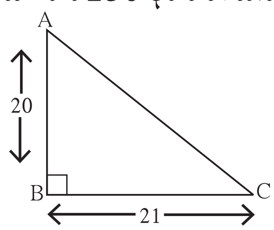
સરાસરીનો ઉપયોગ વિજ્ઞાનની બધી શાખા, વૈદકીય શાખા, ભૂગોળ, અર્થશાસ્ત્ર, સામાજિક શાસ્ત્ર વગેરે વિષયોમાં થાય છે.

સંકીર્ણ પ્રશ્નસંગ્રહ 2

1. એંજલે 15,000 રૂપિયા દ.વ.દ.સેં.9 ના દરે કેટલાંક વર્ષ માટે બેંકમાં મૂક્યા. તેને મુદત પૂરી થતાં સુધીમાં 5400 રૂપિયા સાદુ વ્યાજ મળ્યું, તો તેણે કેટલાં વર્ષ માટે રકમ મૂકી હતી ?
2. એક રસ્તાનું ડાંબરીકરણ કરવાનું કામ કરતાં 10 મજૂરોને 4 દિવસ લાગે છે. તો તે કામ માટે 8 મજૂરોને કેટલાં દિવસ લાગશે ?
3. નસરુદ્દીન અને મહેશ દરેકે ₹ 40,000 અને ₹ 60,000 રોકીને વ્યવસાય શરૂ કર્યો. આ વ્યવસાયમાં તેને 30% નફો થયો. તો દરેકને કેટલો નફો મળ્યો ?
4. એક વર્તુળનો વ્યાસ 5.6 સેમી છે તો તેનો પરિઘ શોધો.
5. વિસ્તરણ કરો.

   (i) $(2a - 3b)^2$ (ii) $(10 + y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$
6. સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને ગુણાકાર કરો.

   (i) $(x - 5)(x + 5)$ (ii) $(2a - 13)(2a + 13)$

   (iii) $(4z - 5y)(4z + 5y)$ (iv) $(2t - 5)(2t + 5)$
7. એક બળદગાડાના પૈડાંનો વ્યાસ 1.05 મીટર છે. તો પૈડાંના 1000 આંટામાં બળદગાડું કેટલા કિલોમીટર અંતર કાપશે ?
8. એક 40 મી. લંબાઈ ધરાવતા લંબચોરસ બગીચાનું ક્ષેત્રફળ 1000 ચો.મી.છે. તો બગીચાની પહોળાઈ અને પરિમિતિ શોધો. આ બગીચાની ફરતે દરવાજાની 4 મીટર જગ્યા છોડીને તારના ત્રણ ફેરાની વાડ કરવાની છે. જેનો ખર્ચ 250 રૂપિયે પ્રતિ મીટર થાય છે. તો તારની વાડ કરવાનો કુલ ખર્ચ કેટલો ?
9. 

   આકૃતિમાં આપેલી માહિતી ઉપરથી કર્ણ AC શોધો. તેમજ ΔABC ની પરિમિતિ શોધો.
10. એક ઘનની બાજુ 8 સેમી છે તો તે ઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ કેટલું ?
11. અવયવ પાડો : $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

બહુપર્યાયી પ્રશ્ન

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ માટે પર્યાયો આપેલા છે. તે પર્યાયોમાંથી એક યોગ્ય જવાબ પસંદ કરો.

1. 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 આ સંખ્યાઓની સરાસરી 36 છે તો x ની કિંમત .... છે.

   (i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36
2. $(61^2 - 51^2)$ આ વર્ગસંખ્યાની બાદબાકી, વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને .... આવે છે.

   (i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250
3. સમીર અને સુનીતા બંને વચ્ચે 2600 રૂપિયાની વહેંચણી 8:5 ના પ્રમાણમાં કરી. તો દરેકના હિસ્સામાં અનુક્રમે .... અને .... આવશે.

   (i) ₹ 1500, ₹ 1100 (ii) ₹ 1300, ₹ 900

   (iii) ₹ 800, ₹ 500 (iv) ₹ 1600, ₹ 1000

ઉત્તરસૂચિ

મહાવરાસંગ્રહ 1 **1.**- **2.**- **3.** ત્રિકોણના આંતર્ભાગમાં
4. કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણપર
5. ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્ર શોધો. મહાવરાસંગ્રહ 2 --
મહાવરાસંગ્રહ 3- મહાવરાસંગ્રહ 4 -મહાવરાસંગ્રહ 5-

મહાવરાસંગ્રહ 6 **1.**(i) રેખ MG ≅ રેખ GR
(ii) રેખ MG ≅ રેખ NG (iii) રેખ GC ≅ રેખ GB
(iv) રેખ GE ≅ રેખ GR
2. (i) રેખ AB ≅ રેખ WA (ii) રેખ AP ≅ રેખ YC
(iii) રેખ AC ≅ રેખ PY (iv) રેખ PW ≅ રેખ BY
(v) રેખ YA ≅ રેખ YQ (vi) રેખ BW ≅ રેખ ZX
(ઉપરના પ્રશ્નો માટે દરેકના અનેક ઉત્તરો શક્ય છે.)

મહાવરાસંગ્રહ 7 ⊙ $\angle AOB \cong \angle BOC$,
$\angle AOB \cong \angle RST$, $\angle AOC \cong \angle PQR$,
$\angle DOC \cong \angle LMN$, $\angle BOC \cong \angle RST$

મહાવરાસંગ્રહ 8 ⊙(i) 35 (ii) -54 (iii) -36
(iv) -56 (v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (viii) -105

મહાવરાસંગ્રહ 9 **1.** (i) -6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$
(v) $\frac{-17}{4}$ (vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$
(x) $\frac{1}{63}$ **2.** $24 \div 5$, $72 \div 15$, $-48 \div (-10)$ ઇ.
3. $-5 \div 7$, $-15 \div 21$, $20 \div (-28)$ ઇત્યાદી અનેક.

મહાવરાસંગ્રહ 10 **1.** 1 **2.** 4,5 અને 17,19
3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 કુલ 16 મૂળ સંખ્યા
4. 59 અને 61, 71 અને 73 **5.** (2,3),(5,7), (11,13),(17,19),(29,31) ઇત્યાદી અનેક. **6.** 2

મહાવરાસંગ્રહ 11 ⊙ (i) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
(ii) 3×19 (iii) 23 (iv) $2 \times 3 \times 5 \times 5$
(v) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
(vi) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13$ (vii) $3 \times 3 \times 5 \times 17$
(viii) $2 \times 3 \times 3 \times 19$ (ix) 13×29 (x) 13×43

મહાવરાસંગ્રહ 12 **1.**(i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1
(v) 2 (vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21
2.(i) મસાવિ 25, સંક્ષિપ્ત રૂપ $\frac{11}{21}$
(ii) મસાવિ 19, સંક્ષિપ્ત રૂપ $\frac{4}{7}$
(iii) મસાવિ 23, સંક્ષિપ્ત રૂપ $\frac{7}{3}$

મહાવરાસંગ્રહ 13 **1.** (i) 60 (ii) 120 (iii) 288
(iv) 60 (v) 3870 (vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180
(ix) 567 (x) 108
2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60
(iv) 9; 126 (v) 26; 312

મહાવરાસંગ્રહ 14 **1.** (i) 30 (ii)40, 20
2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510
(iv) 23; 69 (v) 7; 588
3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008 (iv) 60 (v)240
4. 365 **5.** (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$ **6.** 144
7. 255 **8.** 14 મી **9.** 18 અને 20

મહાવરાસંગ્રહ 15 **1.** અંતર્ભાગના બિંદુ : R,C,N,X
બાહ્યભાગના બિંદુ : T, U, Q, V, Y
ખૂણાની ભૂજા પરના બિંદુ: A, W, G, B
2. $\angle ANB$ અને $\angle BNC$, $\angle BNC$ અને $\angle ANC$,
$\angle ANC$ અને $\angle ANB$, $\angle PQR$ અને $\angle PQT$
3. (i) સંલગ્ન આસન્નકોણો છે.
(ii) અને (iii) આસન્નકોણો નથી કારણ અંતર્ભાગ ભિન્ન નથી. (iv) આસન્નકોણો છે.

મહાવરાસંગ્રહ 16 **1.** (i) 50° (ii) 27° (iii) 45°
(iv) 35° (v) 70° (vi) 0° (vii) $(90-x)^\circ$
2. 20° અને 70°

મહાવરાસંગ્રહ 17 **1.** (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°
(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180-a)^\circ$
2. કોટિકોણની જોડીઓ : (i) $\angle B$ અને $\angle N$
(ii) $\angle D$ અને $\angle F$ (iii) $\angle Y$ અને $\angle E$
પૂરકોણની જોડીઓ : (i) $\angle B$ અને $\angle G$ (ii) $\angle N$ અને $\angle J$.
3. $\angle X$ અને $\angle Z$ પરસ્પરના કોટિકોણ હોય છે.
4. 65° અને 25°

5. (i) ∠P અને ∠M (ii) ∠T અને ∠N (iii) ∠P અને ∠T (iv) ∠M અને ∠N (v) ∠P અને ∠N (vi) ∠M અને ∠T 6. 160° 7. $m\angle A = (160-x)°$

મહાવરાસંગ્રહ 18 1. કિરણ PL અને કિરણ PM; કિરણ PN અને કિરણ PT.

2. નથી, કારણ કે બન્ને કિરણો મળીને એક સીધી રેખા બનતી નથી.

મહાવરાસંગ્રહ 19 ---

મહાવરાસંગ્રહ 20 1. $m\angle APB = 133°$, $m\angle BPC = 47°$, $m\angle CPD = 133°$

2. $m\angle PMS = (180 - x)°$, $m\angle SMQ = x°$, $m\angle QMR = (180 - x)°$

મહાવરાસંગ્રહ 21 1. $m\angle A = m\angle B = 70°$

2. 40°, 60°, 80° 3. $m\angle ACB = 34°$, $m\angle ACD = 146°$, $m\angle A = m\angle B = 73°$

મહાવરાસંગ્રહ 22 1. (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$ 2. (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$

3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$

(v) $\frac{2}{5}$ (vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

મહાવરાસંગ્રહ 23 ⊙(i) $\frac{3}{7},\frac{4}{7},\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30},\frac{22}{30},\frac{21}{30}$

(iii) $-\frac{9}{15},-\frac{7}{15},\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9},0,-\frac{4}{9}$ (v) $-\frac{2}{4},-\frac{1}{4},\frac{3}{4}$

(vi) $\frac{17}{24},\frac{11}{24},\frac{-13}{24}$ (vii) $\frac{6}{7},\frac{8}{7},\frac{9}{7}$

(viii) $-\frac{1}{8},-\frac{2}{8},-\frac{5}{8}$ ઇત્યાદી અનેક.

મહાવરાસંગ્રહ 24 ⊙(i) 3.25 (ii) −0.875 (iii) 7.6

(iv) $0.41\dot{6}$ (v) $3.\overline{142857}$ (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

મહાવરાસંગ્રહ 25 1. 149 2. 0 3. 4 4. 60 5. $\frac{17}{20}$

મહાવરાસંગ્રહ 26 1.-2.(i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401 (iv) −216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

મહાવરાસંગ્રહ 27 ⊙(i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

મહાવરાસંગ્રહ 28

1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1

2.(i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

મહાવરાસંગ્રહ 29 1. (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8}

(iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$ (iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$

(vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$ (viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^{5}$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^{3}$ અથવા 6^3

(iv) $\frac{1}{y^4}$

મહાવરાસંગ્રહ 30 1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

મહાવરાસંગ્રહ 31 --

મહાવરાસંગ્રહ 32 ⊙(i) એકપદ = $7x$; a ; 4

(ii) દ્વિપદ = $5y - 7z$; $5m - 3$

(iii) ત્રિપદ= $3x^3 - 5x^2 - 11$; $3y^2 - 7y + 5$

(iv) બહુપદ = $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

મહાવરાસંગ્રહ 33 ⊙(i) $22p + 18q$

(ii) $18a + 24b + 21c$ (iii) $19x^2 - 20y^2$

(iv) $-11a^2b^2 + 44c$ (v) $3y^2 - 8y + 9$

(vi) $4y^2 + 10y - 8$

મહાવરાસંગ્રહ 34 ⊙(i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$

(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$

(v) $-12x + 30z - 19y$

મહાવરાસંગ્રહ 35 1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$ (iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$

2. $(40x^2 + 49x + 15)$ ચો.સેમી

મહાવરાસંગ્રહ 36 1. $-2(7x + 12y)$ 2. $-345x^5y^4z^3$

3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) -5 (vi) $\frac{69}{5}$

4. 16 વર્ષ, 11 વર્ષ 5. 130 6. 30 નોટો 7. 132, 66

સંકીર્ણ 1 1. (i) 80 (ii) -6 (iii) -48 (iv) 25 (v) 8 (vi) -100 2. (i) 15; 675 (ii) 38; 228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96

3. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$ 4. (i) 28 (ii) 15 (iii) 36 (iv) 45 (v) 16 5. --

6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026

7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) -8 (iv) $\frac{63}{20}$ 8. --

9. -- 10. -- 11. -- 12. -- 13. (i) 55° (ii) $(90 - a)°$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)°$

14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$

15. -- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°

17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16

19. (i) $8a + 10b - 13c$

(ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$

(iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$

20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

બહુપર્યાયી પ્રશ્નો 1. અંતઃકેન્દ્ર 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3

4. $\frac{3}{2}$ 5. $10 \times 3 + (5 + 2)$

મહાવરાસંગ્રહ 37 1. ₹ 240 2. 32 ઘાસના પૂળા

3. 18 કિ.ગ્રા. 4. ₹ 24,000 5. ₹ 1,04,000

મહાવરાસંગ્રહ 38 1. 10 દિવસ; 4 દિવસ 2. 50 પાના

3. 2 કલાક ; 3 કલાક 4. 20 દિવસ

મહાવરાસંગ્રહ 39 1. ₹ 12,800; ₹ 16,000

2. ₹ 10,000; ₹ 24,000 3. ₹ 38,000; ₹ 9,120

4. ₹ 147; ₹ 343 5. ₹ 54,000; ₹ 15,120

મહાવરાસંગ્રહ 40 1. ₹ 1770

2. ₹ 25,000; ₹ 3,75,000 3. ₹ 14,875

4. ₹ 3600 5. ₹ 1,80,000

મહાવરાસંગ્રહ 41 1. 10% 2. ₹ 300 3. 5 વર્ષ

4. ₹ 41,000 5. (i) ₹ 882, ₹ 5082

(ii) ₹ 5000, ₹ 6200 (iii) 2 વર્ષ, ₹ 8800

(iv) ₹ 12,000, 10 વર્ષ (v) ₹ 19,200, ₹ 21,600

મહાવરાસંગ્રહ 42 1. (i) 14 સેમી; 44 સેમી

(ii) 14 સેમી; 88 સેમી (iii) 98 સેમી; 196 સેમી

(iv) 11.55 સેમી; 23.1 સેમી 2. 28 સેમી

3. ₹ 56,320 4. 250 આંટા

મહાવરાસંગ્રહ 43 1. 240°

2. **લઘુચાપના નામ :** ચાપ PXQ, ચાપ PR, ચાપ RY, ચાપ XP, ચાપ XQ, ચાપ QY

ગુરુચાપના નામ : ચાપ PYQ, ચાપ PQR, ચાપ RQY, ચાપ XQP, ચાપ QRX

અર્ધવર્તુળચાપના નામ : ચાપ QPR, ચાપ QYR

3. 250°

મહાવરાસંગ્રહ 44 1. 2 ગણી 2. 3 ગણી

3. 90 મી 4. 8 મી

મહાવરાસંગ્રહ 45 1. 144 ચો.સેમી 2. 75 ચોસેમી

3. 46 સેમી 4. 9 ગણું

મહાવરાસંગ્રહ 46 1. 1170 ચો.સેમી 2. 8.64 ચો.સેમી

3. ₹ 23,02,750 4. 800 લાદી ; 3200 લાદી

5. 156 મી ; 845 ચો.મી.

મહાવરાસંગ્રહ 47 **1.** (i) 54 ચોસેમી (ii) 150 ચોસેમી (iii) 311.04 ચોમી (iv) 277.44 ચોમી (v) 181.5 ચોમી **2.** (i) 460 ચોસેમી (ii) 58.8 ચોસેમી (iii) 31.6 ચોમી (iv) 171 ચોસેમી **3.** 39.5 ચોસેમી **4.** 6.5 ચોમી, ₹ 1950

મહાવરાસંગ્રહ 48 **1.** (i) 25 એકમ (ii) 40 એકમ (iii) 15 એકમ **2.** 26 સેમી **3.** 16 સેમી **4.** 12 મી

મહાવરાસંગ્રહ 49 **1.** (i) છે. (ii) નથી. (iii) નથી. (iv) નથી. (v) છે. (vi) નથી.

2. (i) છે. (ii) નથી. (iii) છે. (iv) નથી. (v) નથી.

મહાવરાસંગ્રહ 50 **1.** (i) $25a^2+60ab+36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}$ (iii) $4p^2-12pq+9q^2$ (iv) $x^2-4+\frac{4}{x^2}$ (v) $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$ (vi) $49m^2-56m+16$ (vii) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (viii) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ **2.** $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$ **3.** $(mn+7pq)^2$ **4.** (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

મહાવરાસંગ્રહ 51 **1.** (i) x^2-y^2 (ii) $9x^2-25$ (iii) a^2-36 (iv) $\frac{x^2}{25}-36$ **2.** (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

મહાવરાસંગ્રહ 52 ⊙ (i) $3\times67\times a\times a\times a\times b\times b$ (ii) $13\times7\times x\times y\times t\times t$ (iii) $2\times2\times2\times3\times a\times a\times b\times b$ (iv) $t\times r\times r\times s\times s\times s$

મહાવરાસંગ્રહ 53 ⊙ (i) $(p+q)(p-q)$ (ii) $(2x+5y)(2x-5y)$ (iii) $(y+2)(y-2)$ (iv) $\left(p+\frac{1}{5}\right)\left(p-\frac{1}{5}\right)$ (v) $\left(3x+\frac{1}{4}y\right)\left(3x-\frac{1}{4}y\right)$ (vi) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a-1)$ (viii) $2x^2(2y-3)$ (ix) $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$ (x) $2(x+2y)(x-2y)$

મહાવરાસંગ્રહ 54 **1.** 12.29 મિમી **2.** ₹ 892 **3.** 626.6 મિમી **4.** 49.4 કિ.ગ્રા.

મહાવરાસંગ્રહ 55 **1.**

ઊંચાઈ (સેમીમાં)	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	કુલ
બાળકો	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	**30**

2.

વ્યક્તિની સંખ્યા	1	2	3	4	5	કુલ
કુટુંબો	1	13	16	13	7	**50**

3.

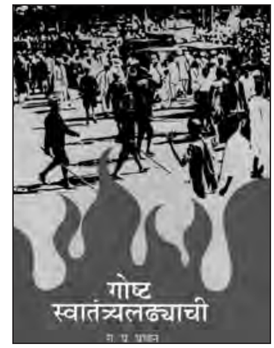
પ્રાપ્તાંક	1	2	3	4	5	6	કુલ
આવૃત્તિ	2	8	13	8	5	4	**40**

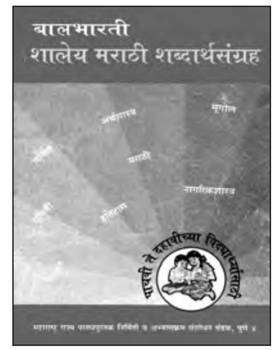
4.

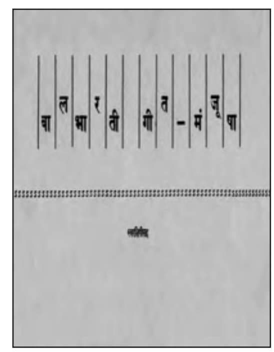
રોટલીઓ	2	3	4	5	કુલ
બાળકો	9	10	8	3	**30**

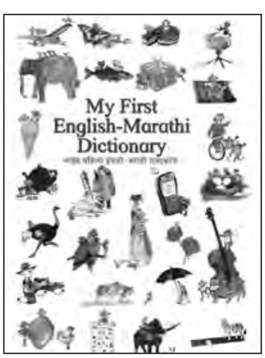
સંકીર્ણ 2 **1.** 4 વર્ષ **2.** 5 દિવસ **3.** ₹ 12,000 ; ₹ 18,000 **4.** 17.6 સેમી **5.** (i) $4a^2-12ab+9b^2$ (ii) $100+20y+y^2$ (iii) $\frac{p^2}{9}+\frac{pq}{6}+\frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2-6+\frac{9}{y^2}$ **6.** (i) x^2-25 (ii) $4a^2-169$ (iii) $16z^2-25y^2$ (iv) $4t^2-25$ **7.** 3.3 કિમી **8.** 25 મી ; 130 મી ; ₹ 94,500 **9.** 29 એકમ ; 70 એકમ **10.** 384 સેમી^{2} **11.** $73y^2z^3(5y^2-2z)$

બહુપર્યાયી પ્રશ્નો **1.** 36 **2.** 1120 **3.** ₹ 1600, ₹ 1000.









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

મહારાષ્ટ્ર રાજ્ય પાઠ્યપુસ્તક નિર્મિતિ અને અભ્યાસક્રમ સંશોધન મંડળ, પુણે ૪૧૧ ૦૦૪.

गुजराती गणित इ.७वी

₹ 41.00