

గణితశాస్త్రం

ఆరవ తరగతి



భారత సంవిధానము

పార్ట్ - IV A

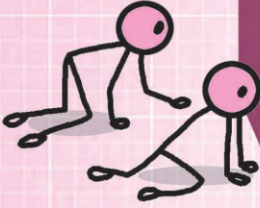
ప్రాథమిక బాధ్యతలు

51 ఎ) ప్రాథమిక బాధ్యతలు

ప్రతి పౌరుడు ఈ క్రింది బాధ్యతలను మనసారా స్వీకరించి బాధ్యతాయుతంగా ప్రవర్తించవలెను.

- ఎ) రాజ్యాంగ శాసనబద్ధుడై యుండుట. శాసనమందలి ఆశయములనూ, శాసనం స్థాపించే సంస్థలనూ, జాతీయ పతకాన్ని, జాతీయ గీతాన్ని అంకితభావంతో గౌరవించుట.
- బి) స్వాతంత్ర్యోద్యమ స్ఫూర్తితో అన్ని రంగాలలో వ్యవహరించుట.
- సి) దేశ సార్వభౌమత్వాన్ని, సమన్వయతనూ, సమగ్రతను రక్షించుట.
- డి) దేశరక్షణలో అనుక్షణం సంసిద్ధుడై ఉండుట.
- ఇ) ప్రజాజీవనంలో అన్యోన్యతనూ, భ్రాతృభావాన్నిపోషించుట, మత, భాషప్రాంతీయతత్వాలకు వర్గవైరుధ్యములకు అతీతముగా ఉండుట. స్త్రీలను అగౌరవపరచే ఆచారములను విడనాడుట.
- ఎఫ్) అమూల్యమైన భారతీయ చారిత్రక సంపదనూ, నుసంపన్న సంస్కృతినీ పరిరక్షించుట.
- జి) పర్యావరణాన్ని అడవులను, కొలనులనూ, నదులనూ రక్షించుట, అభివృద్ధి పరచుట, మృగరక్షణ జలజంతు జీవరాసులపై కరుణాత్రత.
- హెచ్) శాస్త్రీయ మరియు మానవతా దృక్పథాలను అలవరచుకొనుట, జిజ్ఞాసను పెంపొందించు కొనుట, సంస్కరణ తత్వమును పెంపొందించుట.
- ఐ) హింసను విడనాడుట, ప్రజల ఆస్తుల విధ్వంసం చర్యలను నిరోధించుట.
- జె) వ్యక్తిత్వ శక్తి సామర్థ్యాల ఔన్నత్యాన్ని పెంపొందించుకొనుట ద్వారా మరియు సమిష్టి కృషి ద్వారా అన్ని రంగాలలో గణనీయమైన స్థాయిని చేరుటకొరకు, శిఖరాగ్ర సాధనకొరకు నిరంతరం కృషి సల్పుట.
- కె) రక్షకులు లేదా సంరక్షకులుగా ఉన్నవారందరూ ఆరు నుంచి 14 సంవత్సరముల లోపల పసివారికి విద్యాభ్యాసము చేయు అవకాశమును కల్పించవలెను.

విద్యావిభాగం మంజూరు క్రమసంఖ్య: మరాశైసంప్రవ/అవివి/శిప్ర 2015-16/1673 తేది : 6.4.2016



గణితశాస్త్రం

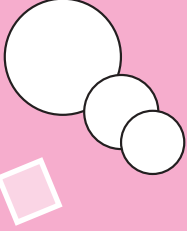
ఆరవ తరగతి



మీ స్మార్ట్ఫోన్తో DIKSHA App నువయోగించి పాఠ్యపుస్తకం మొదటి పుటలోని QR CODE ను స్కాన్ చేసిన డిజిటల్ పాఠ్యపుస్తకం మరియు ప్రతి పాఠంలోని QR CODE ను స్కాన్ చేసిన ఆ పాఠానికి సంబంధించిన అధ్యయన-అధ్యాపనలకు ఉపయుక్తమగు దృశ్య-శ్రవణ సాహిత్యం లభిస్తుంది.



మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411 004.



© మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411004.

ఈ పుస్తకమునకు సంబంధించిన సర్వహక్కులు మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థవి. ఈ పుస్తకము నందలి ఏ భాగమును సంచాలకులు, మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ వారి లిఖిత అనుమతి లేకుండా ఉటంకించటం చేయరాదు.

గణిత విషయనిపుణుల సమితి

- డా|| మంగళ నార్లికర్ (అధ్యక్షులు)
- డా|| జయశ్రీ అతే (సభ్యులు)
- శ్రీ రమాకాంత్ సరోదే (సభ్యులు)
- శ్రీ దాదాసో సర్దే (సభ్యులు)
- శ్రీ సందిప్ పంచభాయ్ (సభ్యులు)
- శ్రీమతి లత టిఫేకర్ (సభ్యులు)
- శ్రీమతి ఉజ్వల గోడ్బోలే (సభ్యకార్యదర్శి)

ప్రకాశకులు

శ్రీ వివేక్ ఉత్తమ్ గోసావి, నియంత్రకులు,
పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి సంస్థ,
ప్రభాదేవి, ముంబయి-25.

గణిత విషయం - రాష్ట్ర అధ్యయనవర్గ సభ్యులు

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| శ్రీ ఉమేష్ రేఫే | శ్రీ శ్రీకాంత్ రత్నపారభీ |
| శ్రీ చందన్ కులకర్ణి | శ్రీ సూర్యకాంత్ శహాణే |
| శ్రీమతి అనిత జావే | శ్రీ సురేష్ దాతే |
| శ్రీమతి బాగేశ్రీ చవాన్ | శ్రీమతి సువర్ణ దేశ్పాండే |
| శ్రీమతి పూజా జాధవ్ | శ్రీ ప్రకాశ్ కాప్పే |
| శ్రీ అన్నప్ప పరీట్ | శ్రీ సలీం హషీమ్ |
| శ్రీ కళ్యాణ్ కడేకర్ | శ్రీమతి అర్యా భిడే |
| శ్రీ సందేశ్ సోనావణే | శ్రీ మిలింద్ భాకర్ |
| శ్రీ సుజిత్ శిందే | శ్రీ జ్ఞానేశ్వర్ మాశాళకర్ |
| డా హన్మంత్ జగ్తాప్ | శ్రీ లక్ష్మణ్ దావణ్కర్ |
| శ్రీ శ్రీపాద్ దేశ్పాండే | శ్రీ సుధీర్ పాటిల్ |
| శ్రీ ప్రతాప్ కాశిద్ | శ్రీ గణేశ్ కోల్లే |
| శ్రీ కాశీరాం బవిసానే | శ్రీ రాజారాం బండగర్ |
| శ్రీ వప్పు గాడే | శ్రీమతి రోహిణి శిర్కే |
| శ్రీ అన్నార్ శేఖ్ | శ్రీ బన్సీ హవాలే |
| శ్రీ రామా వన్యాళకర్ | శ్రీ ప్రదీప్ గోడ్సే |
| శ్రీ ప్రమోద్ ఠోంబ్రే | శ్రీ రవీంద్ర ఖందారే |
| శ్రీ ప్రకాశ్ జేందే | శ్రీ రాజేంద్ర చౌధరి |
| శ్రీ సాగర్ సకుడే | |

ప్రధాన సంయోజకులు : శ్రీమతి ఉజ్వల శ్రీకాంత్ గోడ్బోలే
ఇ. విశేషాధికారిణి, గణితం
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె.

ముఖచిత్రం అలంకరణ : శ్రీమతి రేష్మా బర్వే, పుణె.

కంప్యూటర్ స్కాన్ : శ్రీ సందిప్ కోళీ, ముంబయి

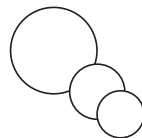
చిత్రకారులు : శ్రీ ధనశ్రీ మోకాశి, రేష్మా బర్వే

అనువాద సంయోజకులు : డా|| శ్రీమతి తులసీ భారత్,
విశేషాధికారిణి-తెలుగు,
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె

అనువాదకులు : శ్రీ మురళి రాజేశం కుందారం

సమీక్షకులు : శ్రీ సుదర్శన్ రామచంద్రం కున్న

నిర్మితి : శ్రీ సచ్చితానంద్ ఆఫ్సే
ముఖ్యనిర్మితి అధికారి
శ్రీ సంజయ్ కాంబ్లే
నిర్మితి అధికారి
శ్రీ ప్రశాంత్ హరణె
నిర్మితి సహాయకులు



అక్షర కూర్పు : శ్రీ విజయ్ కుమార్ దండె, పుణె

కాగితం : 70 జి.యస్.యమ్. క్రీమ్ వోవ్

ముద్రణాదేశం :

ముద్రకులు :

భారత సంవిధానము

ప్రస్తావన

భారతదేశ ప్రజలమగు మేము, భారతదేశమును సార్వభౌమ్య
సామ్యవాద లౌకిక ప్రజాస్వామ్య గణరాజ్యముగ
నెలకొల్పుటకు మరియు అందలి పౌరులెల్లరకు
సామాజిక, ఆర్థిక, రాజకీయ న్యాయమును,
భావము, భావప్రకటన, విశ్వాసము,
ధర్మము, ఆరాధన -- నీటి స్వాతంత్ర్యమును,
అంతస్తులోను, అవకాశములోను సమానత్వమును
చేకూర్చుటకు; మరియు వారందరిలో
వ్యక్తి గౌరవమును, జాత్యైక్యతను,
అఖండతను తప్పక ఒనగూర్చు సౌభ్రాత్రమును,
పెంపొందించుటకు; సత్యనిష్ఠా పూర్వకముగ తీర్మానించుకొని,
ఈ 1949వ సంవత్సరము నవంబరు ఇరువది యారవ
దినమున మా సంవిధాన సభయందు ఇందుమూలముగ,
ఈ సంవిధానమును అంగీకరించి, అధిశాసనము చేసి
మాకు మేము ఇచ్చుకొన్నవారమైతిమి.

జాతీయ గీతము

జనగణమన - అధినాయక జయ హే
భారత - భాగ్యవిధాతా
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్తల, బంగ,
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా,
ఉచ్చల జలధితరంగ,
తవ శుభ నామే జాగే, తవ శుభ ఆశిస మాగే,
గాహీ తవ జయగాఢా,
జనగణ మంగలదాయక జయ హే,
భారత - భాగ్యవిధాతా
జయ హే, జయ హే, జయ హే,
జయ జయ జయ, జయ హే

ప్రతిజ్ఞ

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ
నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన,
బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు
గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికి సర్వదా నేను
కృషిచేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందరినీ
గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడచుకొంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో
ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను. వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా
ఆనందానికి మూలం.

ప్రస్తావన

'జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం-2005' మరియు 'బాలల ఉచిత నిర్బంధ విద్యాహక్కు చట్టం-2009' అనుసరించి మహారాష్ట్రలో 'ప్రాథమిక విద్యా పాఠ్యప్రణాళిక-2012' తయారు చేయబడినది. ఈ ప్రభుత్వమోదిత పాఠ్యప్రణాళికను 2013-14 విద్యాసంవత్సరం నుంచి క్రమంగా అమలు చేయడం ప్రారంభించారు. ఈ పాఠ్యప్రణాళిక ఆధారంగా ఒకటవ తరగతి నుంచి ఐదవ తరగతి వరకు గల గణితశాస్త్ర పాఠ్యపుస్తకాలను పాఠ్యపుస్తకసంస్థ ప్రచురించింది. ఇప్పుడు ఈ ఆరవతరగతి గణితశాస్త్ర పాఠ్యపుస్తకమును మీ చేతికి అందించుచున్నందులకు మాకు మిక్కిలి సంతోషం కలుగుచున్నది.

ప్రాథమికోన్నత విద్యార్థులు ముఖ్యంగా ఏయే సామర్థ్యాలు పొందవలెనను స్పష్టత అధ్యయన-అధ్యాపనలు చేస్తున్నపుడు ఉండాలి. అందుకై ఈ పాఠ్యపుస్తకం ప్రారంభంలో గణితశాస్త్ర విషయంలో ఆశించిన సామర్థ్యాలు నమోదు చేయబడినవి. ఆ సామర్థ్యాలకునుగుణంగా పాఠ్యపుస్తకంలోని ఆశయాలు సూతన పద్ధతిలో అమర్చబడినవి. మన పరిసరాలలో అనేక చోట్ల గణితశాస్త్రం యొక్క అస్తిత్వం కన్పిస్తుంది. అలాగే దానిని ఉపయోగించుట కూడా కన్పిస్తుంది. దీనిని దృష్టికి తీసుకరావలెనన్న ఉద్దేశంతో 'గణితం నాతోడు' శీర్షిక కింద కొన్ని అనుభవాలు ఇవ్వబడినవి. 'చెప్పండి చూద్దాం' శీర్షిక కింద దైనందిన జీవితంలోని అనుభవాలపై ఆధారపడిన ప్రశ్నలు ఇవ్వబడినవి. 'ఇది చేసి చూడండి' శీర్షిక కింద సూచించిన కృత్యాలనుంచి విద్యార్థులుకొన్ని సంకల్పనలు నేర్చుకోగలుతారు, ఆలోచించండి, గణిత చిక్కుప్రశ్నలు, ఆటలు, కొంచెం గమ్మత్తు-వీటినుపయోగించి గణిత విషయాన్ని మనోరంజకంగా మలచడానికి ప్రయత్నం చేశాం.

అధ్యయన-అధ్యాపన ప్రక్రియ విద్యార్థి కేంద్రితమై ఉండాలని, స్వయంఅధ్యయన ప్రక్రియకు ప్రాధాన్యత నివ్వాలని, అలాగే విద్యాప్రక్రియ రంజకంగా మరియు ఆనందదాయకంగా ఉండాలన్న ఉద్దేశాన్ని ముందుంచుకొని ఈ పాఠ్యపుస్తకాన్ని తీర్చిదిద్దడం జరిగింది. పాఠ్యపుస్తకంలో జ్యామితి, సంఖ్యాజ్ఞానం, సంఖ్యలరకాలు, భిన్నాలు, బీజగణితం, వ్యవహారగణితం, సమాచార నిర్వహణ ఈ క్షేత్రాలలో చేర్చబడిన సంకల్పనలు సరళమైన భాషలో స్పష్టం చేయబడినవి. ప్రతి పాఠ్యాంశం చివర సాధన కొరకు అభ్యాసాలు ఇవ్వబడినవి. ఈ అభ్యాసాలలోని సమస్యల సమాధానాలు పాఠ్యపుస్తకం చివరన ఇవ్వబడినాయి. అలాగే అధ్యయన-అధ్యాపన ప్రక్రియ ప్రభావవంతంగా సాగడానికి ఉపయోగపడునట్లుగా 'ఐ.సి.టి.' టూల్స్ సూచించబడినాయి.

పాఠ్యపుస్తకం దోషరహితంగా మరియు నాణ్యమైనదిగా రూపొందవలెనన్న దృష్టితో మహారాష్ట్రలోని అన్ని ప్రాంతాలలో నుంచి ఎంపిక చేయబడిన ఉపాధ్యాయులు, అలాగే కొందరు విద్యానిపుణులు మరియు విషయనిపుణులు వీరిచే ఈ పుస్తకాన్ని సమీక్షించడం జరిగింది. వారి సూచనలు మరియు అభిప్రాయాలు అన్నింటినీ శ్రద్ధగా పరిశీలించి ఈ పుస్తకానికి అంతిమరూపం ఇవ్వబడింది.

సంస్థయొక్క గణిత విషయసమితి, అధ్యయనవర్గ సభ్యులు, చిత్రకారులు అత్యంత మనఃపూర్వక శ్రద్ధతో ఈ పుస్తకాన్ని తయారు చేశారు. పాఠ్యపుస్తక సంస్థ వీరందరికీ హృదయపూర్వక ధన్యవాదాలు తెలుపుచున్నది.

విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు మరియు తల్లిదండ్రులు/పాలకులు ఈ పాఠ్యపుస్తకాన్ని స్వాగతిస్తారని ఆశిస్తున్నాం.

(డా॥ సునిల్ మగర్)

సంచాలకులు

పుణె :

తేది : 9 మే 2016

అక్షయ తృతీయ

మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు
పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411004.

6వ తరగతి (గణితం)

అధ్యయన - ఆధ్యాపన ప్రక్రియ	అధ్యయన ఫలితాలు
<p>అధ్యయనార్థులను వ్యక్తిగతంగా / జంటగా / సమూహంలో అవకాశమిచ్చి కృత్యం చేయుటకు ప్రోత్సాహమిచ్చుట.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 మరియు 11 మొదలగు సంఖ్యల నిభాజ్యంవైపు వెళ్ళే చిత్రాకృతులు/సంఖ్యాకృతులను పరిశీలించుట. • వేటి ద్వారా క.సా.గు. గ.సా.భా ల గురించి చర్చించవచ్చునో అటువంటి సంఖ్యాకృతులు తయారు చేయుట. • క.సా.గు; గ.సా.భా.ల ఉపయోగం గల దైనందిన జీవనంలోని సంఘటలను శోధించుట. • ఋణ సంఖ్యల ఉపయోగం గల సంఘటనలు దైనందిన జీవనంలో నిర్మాణం చేసి వాటి గురించి చర్చించుట. • భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలను ఉపయోగించబడేటటువంటి ఉదాహరణలు తయారు చేయుట మరియు చిత్రరూపంలో గీయుము. • వేర్వేరు గణిత సందర్భాలలో, అవక్షయమునకు చరరాశిని (అక్షరం) ఉపయోగించేడి అవసరాన్ని గుర్తించుట. • చరరాసులకు అక్షరాలను ఉపయోగించేడి అవసరాన్ని శోధించి వాటిని సామాన్యీకరణం చేయుట. • నిష్పత్తి తీసుకొనిరాసులను సోల్చు అవసరం ఏర్పడిన పరిస్థితులను వర్ణించుట. • నిష్పత్తులు అలాగే ఏకపక్ష మార్గం పద్ధతిని ఉపయోగించిన ఉదాహరణలను చర్చించుట మరియు సాధించుట. • ప్రత్యక్ష దర్శన సమూహా మరియు చిత్రాలు మొదలగు వాటి సహాయంతో త్రిభుజం, చతురస్రం, రేఖాగణిత ఆకారాలను శోధించుట. • ఒక్కరే లేదా సమూహంగా తరగతిలో లేదా తరగతి బయటి పరిసరాలలో వేర్వేరు రేఖాగణితపు ఆకృతులను గుర్తించుట మరియు వాటి ప్రత్యేకతలను పరిశీలించుట. • పుల్లలు, కాగితాలు మొదలగు అందుబాటులో ఉండే సాహిత్యాల సహాయంతో వివిధ ఆకారాలు తయారు చేయుట. • త్రిమితీయ ఆకారాల వివిధ సమూహాలు మరియు మడతల (Nets) ఆధారంగా దీర్ఘఘనం, వృత్తకూచి మొదలగు త్రిమితీయ ఆకారాలను పరిశీలించుట మరియు వాటి ఉపరితలాలు, అంచులు మరియు శీర్షాలు మొదలగు అంశాల గురించి చర్చించుట. • తలుపు తీయుట, పెన్సిల్-బాక్స్ తెరుచుట లాంటి ఉదాహరణల నుంచి కోణాల సంకల్పనను అర్థం చేసుకొనుట. విద్యార్థులను పరిసరాలలోని ఇలాంటివే మరొకటి ఉదాహరణలను అడుగుట. • భ్రమణ కొలతను బట్టి కోణాలను వర్గీకరించుట. • 60° కొలత గల కోణాన్ని గూర్చి చర్చించి కంపాస్ సహాయంతో దానిని గీయుట అలాగే 30°, 120° మొదలైన కోణాల నిర్మాణాన్ని గూర్చి విద్యార్థులతో చర్చించుట. • కాగితంపైనున్న ప్రత్యేక గీతపైన మడిచిన మడత లేదా అడ్డము 	<p>అధ్యయనార్థి -</p> <p>06.71.01 సరియైన ప్రక్రియలను ఉపయోగించి (కూడిన, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగహారం) పెద్ద సంఖ్యలపై గల క్రియలను చేయును.</p> <p>06.71.02 సరి, బేసి, ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు వరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు మొదలగు సంఖ్యల (చిత్రాకృతి సహాయంతో) వర్గీకరణ గుర్తించును/తెలుసుకొనును.</p> <p>06.71.03 ప్రత్యేకమైన పరిస్థితులలో కసాగు, గసాభాలను ఉపయోగించును.</p> <p>06.71.04 పూర్ణంకాల కూడిక మరియు తీసివేతకు సంబంధించిన ఉదాహరణలు సాధించును.</p> <p>06.71.05 దైనందిన జీవనంలో పైసలు, పాడవు, ఉష్ణోగ్రత మొదలగు వ్యవహారిక భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలను ఉపయోగించును. ఉదా. ఏడున్నర మీటర్ల బట్ట, రెండు ప్రదేశాలలోని దూరం 112.5 కి.మీ. మొ.</p> <p>06.71.06 దైనందిన జీవనంలో భిన్నాలతో సంబంధం కలిగిన పరిస్థితులలో సామాన్య మరియు దశాంశ భిన్నాలను ఉపయోగించును.</p> <p>06.71.07 సామాన్యీకరణం చేయుటకు ఇచ్చిన పరిస్థితులలో చరరాసుల ఉపయోగం వివిధ ప్రక్రియలతో చేయును. ఉదా. 'x' ప్రమాణం మరియు 3 ప్రమాణాలు భుజం కలిగిన దీర్ఘచతురస్రం చుట్టు కొలత $2(x + 3)$ ప్రమాణం గలదు.</p> <p>06.71.08 వివిధ పరిస్థితులలో నిష్పత్తులను పయోగించి సంఖ్యలను సోల్చును. ఉదా. తరగతిలో అమ్మాయిలు అబ్బాయిలతో గల నిష్పత్తి 3:2 గలదు.</p> <p>06.71.09 వివిధ పదనమస్యలు సాధించుటకు ఏకపక్ష మార్గం పద్ధతిని ఉపయోగించును. ఉదా. 1 డజను పుస్తకాల విలువను ఇచ్చి 7 పుస్తకాల విలువ కనుగొనునపుడు, మొదట 1 పుస్తకం విలువ కనుగొనును.</p> <p>06.71.10 రేఖ, రేఖాఖండం కోణం, త్రిభుజం, చతుర్భుజం, వృత్తం మొదలగు రేఖాగణిత ఆకారాలను పరిసరాలలో కనిపించే ఉదాహరణల సహాయంతో వర్ణన చేయును.</p> <p>06.71.11 ప్రాత్యక్షికాల ద్వారా కోణం గురించి తెలిసిన అంశాలు తెలుపును.</p> <p>06.71.12 పరిసరాలలో కోణాలను గుర్తించును. కొలతలను బట్టి కోణాలను వర్గీకరించును. 45°, 90°, 180° లాంటి కోణాలను సందర్భంగా తీసుకొని కోణాల కొలతన అంచనా వేయును.</p> <p>06.71.13 ప్రాత్యక్షికాల ద్వారా రేఖీయ సౌష్ఠ్యాలను అవగాహన చేసుకొనును.</p>

నువయోగించి ఏదేని ఆకారం యొక్క ప్రతిబింబం యొక్క సౌష్ఠ్యమును పరిశీలించుట.

- పరిసరాలలోని ఆకులు, కిటికీలు, తలుపులు మొదలైన వాటిలోని సౌష్ఠ్యవాకారమును గుర్తించుట.
- ఆకారాన్నిచ్చినపుడు సౌష్ఠ్యవాక్యమును గీయుట. ఒక జట్టు సగభాగం గీసిన, రెండవ జట్టు మిగిలిన సగం సౌష్ఠ్యభాగమును పూర్తి చేయునట్లుగా జట్టువని ఇవ్వడం.
- ఇచ్చిన త్రిభుజాలు, వాటి కోణాలు మరియు భుజాలను దృష్టియందుంచుకొని వర్గీకరణ చేయుట (జట్టువని) ఈ వర్గీకరణ ఆధారాలనుగూర్చి చర్చించుట.
- ఇచ్చిన చతుర్భుజాలు, వాటి ఆకారం మొదలైన వాటినిబట్టి వర్గీకరించుట, వర్గీకరణ కారణాలను అర్థం చేసుకొనుట.
- పెన్సిల్ బాక్స్ పైభాగం మరియు మొత్తం పెన్సిల్ బాక్స్ వీటి నుండి ద్వీమితీయ మరియు త్రిమితీయ ఆకారాలలోని భేదాలను స్పష్టం చేయుట మరియు పరిసరాలలోనివి ఇలాంటివి మరికొన్ని ఉదాహరణలను ఇచ్చుట.
- త్రిమితీయ వస్తువులకు సంబంధించి అంచులు, శీర్షబిందువులు, తలములు ఇలాంటి వివిధ అంశాలు చర్చించుట.
- ఏదేని ప్రదేశంలోని లోపలి భాగాన్ని చదరపు ప్రమాణాలలో విభజించి వైశాల్యం సంకల్పన వృద్ధిపరచుట.
- నిత్యజీవితంలో సమాచారాన్ని చక్కగా అమర్చడంలోని ప్రాముఖ్యతను అర్థం చేసుకొనుట. ఉదా. వేర్వేరు క్రికెట్ మ్యాచ్లలోని అంకెలు, వేర్వేరు కుటుంబాలలోని వ్యక్తుల సంఖ్య.
- ఇచ్చిన సామాగ్రిని అతను/ఆమె సొంత పద్ధతిలో చిత్రరూపంలో అమర్చు పద్ధతిని శోధించుట.

06.71.14 ఒకటి లేదా అధిక అక్షాల చుట్టు సౌష్ఠ్యాలు గల ద్వీమితీయ ఆకారాలలోని సౌష్ఠ్యాలను గుర్తించును.

06.71.15 కిరణం సమతలం, సమాంతర రేఖలు ఈ మూలాధార సంబోధనలు వివరించగలరు.

06.71.16 సరేఖీయ బిందువులు గుర్తించును.

06.71.17 మిశ్ర బిందువులు గుర్తించును.

06.71.18 ఇచ్చిన కోణాన్ని సమద్విఖండన చేస్తారు.

06.71.19 భిన్నాల గుణకార, భాగహారాలు చేస్తారు.

06.71.20 నిత్యజీవితంలో అవసరమైన లాభశాతం లేదా నష్టశాతాలను కనుగొనును.

06.71.21 త్రిభుజాల కోణాలనుబట్టి మరియు భుజాలనుబట్టి ఏర్పడే రకాలు/సమాహారాలతో వర్గీకరణ చేయుట. ఉదా. విషమబాహు, సమద్విబాహు, సమబాహు అనునవి భుజాలను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల రకాలు మొదలగునవి.

06.71.22 పరిసరాలలో కనిపించే గోళం, ఘనం, దీర్ఘఘనం, వృత్తకూచి, శంఖం లాంటి త్రిమితీయ వస్తువులను గుర్తించును.

06.71.23 త్రిమితీయ వస్తువుల అంచులు, శీర్షబిందువులు మరియు తలములు వీటిని ఉదాహరణలిచ్చి వివరిస్తారు.

06.71.24 కాగితాన్ని మడిచి, కాగితాన్ని కత్తిరించి, సిరామరకలను చల్లుట, మొదలైన వాటి సహాయంతో పరావర్తిత సౌష్ఠ్యం సంకల్పనను చూపును.

06.71.25 ఇచ్చిన/సేకరించిన సమాచారాన్ని అమర్చుతారు. ఉదా: గత ఆరు నెలల్లో కుటుంబంలో వివిధ వస్తువులపై అయిన ఖర్చులను పట్టిక మరియు చిత్రాలు/కమ్మి రేఖాచిత్రాల ద్వారా అమర్చి అర్థ వివరణ గావించును.

06.71.26 కొన్ని మూలాధార రేఖీయ నిర్మాణాలు చేయును.

06.71.27 బహుభుజాకృతులను గుర్తించును.

06.71.28 బ్యాంక్ వ్యవహారాలు తెలుసుకొని సరళ పట్టిని కనుగొనును.

06.71.29 త్రిభుజం యొక్క కొన్ని ధర్మాలను గుర్తిస్తారు.

06.71.30 ఏకచరరాశి సమీకరణాల సరళ ఉదాహరణలను సాధించును.

06.71.31 భాజనీయత సూత్రాలను చెప్పగలరు.

విషయసూచిక

మొదటి విభాగం

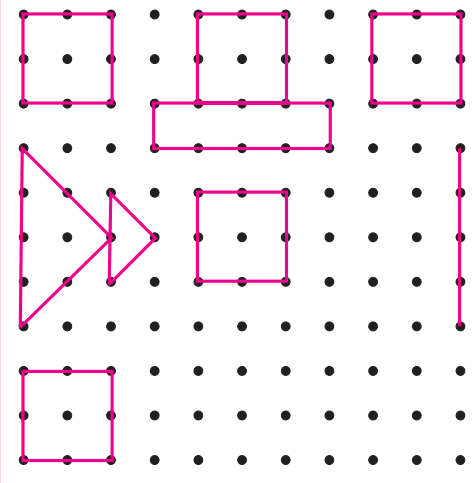
1. జ్యోమితిలోని మూల సంకల్పనలు 1 - 5
2. కోణం 6 - 11
3. పూర్ణసంఖ్యలు 12 - 20
4. భిన్నాలపై పరిక్రియలు 21 - 28
5. దశాంశభిన్నాలు 29 - 34
6. కమ్మిరేఖాచిత్రం 35 - 39
7. సౌష్ఠవాలు 40 - 42
8. భాజనీయత 43 - 45
9. గసాభా-కసాగు 46 - 50

రెండవ విభాగం

10. సమీకరణాలు 51 - 55
11. నిష్పత్తి-ప్రమాణం 56 - 60
12. శాతాలు 61 - 64
13. లాభం-నష్టం 65 - 72
14. బ్యాంక్ మరియు సరళవడ్డీ 73 - 76
15. త్రిభుజం మరియు త్రిభుజ ధర్మాలు 77 - 80
16. చతుర్భుజాలు 81 - 86
17. జ్యోమితీయ నిర్మాణాలు 87 - 92
18. త్రిమితీయ ఆకారాలు 93 - 97
- జవాబుల పట్టిక 98 - 104



చర్చిద్దాం పదండి.



రంగవల్లిని పూర్తి చేయండి. రంగవల్లి పూర్తి చేసిన తర్వాత కింది ప్రశ్నల సహాయంతో తరగతిలో చర్చించండి.

- (1) రంగవల్లి వేయడానికి ఉపరిభాగం ఎలా ఉండాలి ?
- (2) రంగవల్లి వేస్తున్నప్పుడు ప్రారంభం ఎలా చేశారు ?
- (3) రంగవల్లి పూర్తి చేయడానికి ఏమేమి చేశారు ?
- (4) రంగవల్లిలో మీకు ఏయే ఆకారాలు కనిపిస్తాయి ?
- (5) స్కూటర్ పైన లేదా ఏనుగు వీపుపైన రంగవల్లి వేయవచ్చునా ?
- (6) కాగితంపై రంగవల్లిలు వేస్తున్నప్పుడు చుక్కలు దేనితో వేస్తారు ?

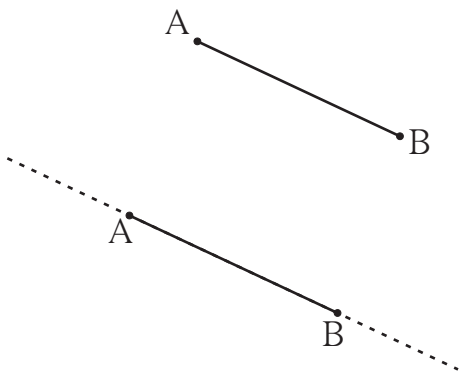
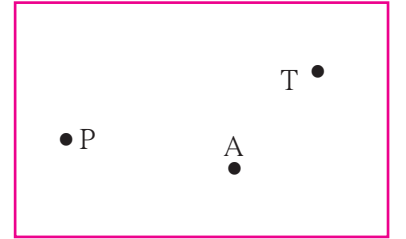


తెలుసుకొందాం.

బిందువు

బిందువు చిన్న చుక్కతో సూచించబడుతుంది. పెన్ లేదా వాడిమొనగల పెన్సిల్ తో కాగితంపై చిన్న చుక్క పెట్టవచ్చు. రంగవల్లి యొక్క చుక్కలు బిందువుకు గుర్తులు.

బిందువుకు పేరును పెట్టవచ్చు. బిందువు యొక్క పేరును రాసేటప్పుడు అక్షరాలను పయోగిస్తారు. పక్కనున్న పటంలో బిందువు P, బిందువు A మరియు బిందువు T చూపించబడినవి.



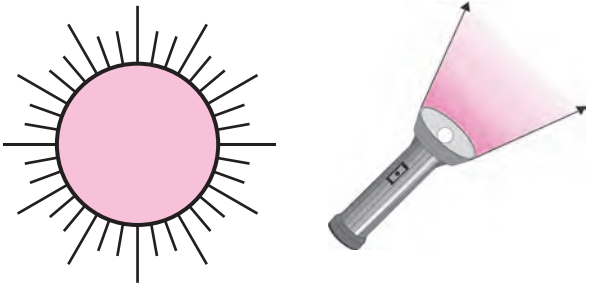
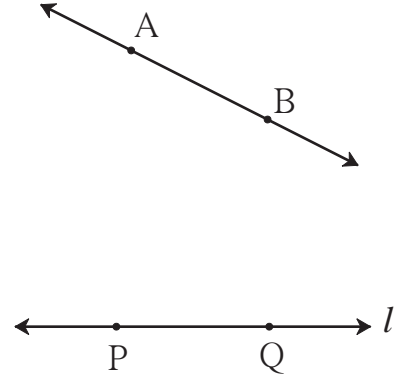
రేఖాఖండం మరియు రేఖ

కాగితంపై A మరియు B ఇలా రెండు బిందువులను గుర్తించి వాటిని స్కేలు సహాయంతో కలపండి. మనకు AB అను సరళరేఖ ఏర్పడినట్లు కనిపిస్తుంది. ఈ రేఖ B వైపునుంచి ముందుకు పొడిగించవచ్చా? A వైపునుంచి పొడిగించవచ్చా? ఎంత పొడిగించవచ్చు?

ఈ రేఖను కాగితం ఎంతుందో, అంత రెండు దిశలకు పొడిగించవచ్చు.

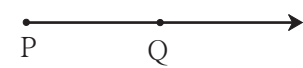
కాగితం చాలా పెద్దగా ఉన్నట్లయితే, దానిని చాలా పొడవుగా గీయవచ్చు. మైదానంలో ఎంత పెద్దరేఖను గీయవచ్చు?

మనం ఇలా ఈ రేఖను రెండు వైపులా అనంతంగా పొడిగించవచ్చని అనుకొందాం. ఇలాంటి ఆకృతిని రేఖ అని అంటారు. ఇలా పొడిగించబడిన రేఖను కాగితంపై చూపిస్తున్నప్పుడు అది రెండువైపుల అనంతంగా సాగుటను బాణం గుర్తులతో చూచిస్తారు. గణితంలో రేఖ అనగా సరళరేఖ. మనం గీసిన మొదటి రేఖ A నుంచి B వరకు మాత్రమే ఉంది. ఆ రేఖ ఈ పొడవైన కొత్త రేఖలో ఒక భాగం అనగా రేఖాఖండం. ఖండం అనగా భాగం. రేఖాఖండానికి దాని హద్దులను చూపు బిందువులు రెండు వుంటాయి. వాటిని అంత్యబిందువులు అని అంటారు. రేఖాఖండం AB ని క్లుప్తంగా రేఖ AB అని రాస్తారు. A మరియు Bలు దాని అంత్యబిందువులు. రేఖను ఒక చిన్న ఆంగ్ల అక్షరంతో లేదా రేఖపైని ఏవేని రెండు బిందువుల సహాయంతో చూచిస్తారు. ఇచ్చట రేఖ l చూపబడింది. దాని పేరును రేఖ PQ లేదా రేఖ QP అని కూడా రాయవచ్చును.



కిరణం

పక్కనున్న చిత్రాలను చూడండి. ఏమి కనిపిస్తుంది? సూర్యుని నుంచి వెలువడే కిరణాలు అన్ని దిశలకు మున్ముందుకు సాగుతూ ఉంటాయి. లార్వలైట్ యొక్క వెలుతురు ఒక చోటునుంచి బయలుదేరి ఒకే దిశలో మున్ముందుకు సాగుతూ వుంటుంది.



కిరణం, రేఖలో ఒక భాగం, ఒక బిందువునుంచి ప్రారంభమై, అది ఒకే దిశలో మున్ముందుకు సాగుతూ పోతుంది. కిరణం ప్రారంభమైన బిందువును ఆరంభబిందువు అని అంటారు. ఇచ్చట P అనునది ఆరంభబిందువు, Q దిశలో కిరణం అనంతంగా సాగుతుందని చూపడానికి బాణం గుర్తును గీశారు. పక్కనున్న పటాన్ని కిరణం PQ అని చదువుతాం.

కిరణం PQ ను, కిరణం QP అని చదవవచ్చు.

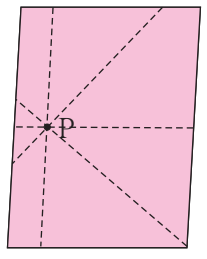


ఇది చేసి చూడండి.

కృత్యం : నల్లబల్లపై ఒక బిందువును గుర్తించండి. ప్రతి విద్యార్థి నల్లబల్లవద్దకు వెళ్ళి ఆ బిందువునుంచి పోవు రేఖను గీయాలి.

ఇలా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చు?

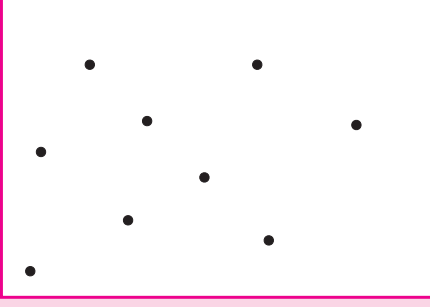
కృత్యం : నోట్బుక్లో ఒక బిందువును గుర్తించి, దాని నుంచి పోవురేఖను స్కేలు సహాయంతో గీయండి. ఇలా ఎన్ని రేఖలు గీయవచ్చును?



ఒక బిందువునుంచి వెళ్ళే అనంతమైన రేఖలను గీయవచ్చును.

ఎప్పుడయితే రెండుకంటే ఎక్కువ రేఖలు ఒకే బిందువువద్ద ఖండించు కొంటాయో ఆ రేఖలను 'మిళిత రేఖలు' అని అంటారు. వాటి ఖండన బిందువును మిళితబిందువు అని అంటారు. పై పటంలో ఖండన బిందువు ఏదో, దాని పేరు రాయండి.

చెప్పండి చూద్దాం!

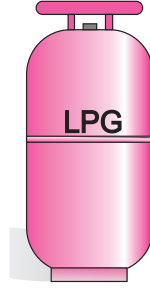
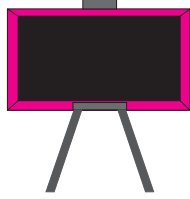
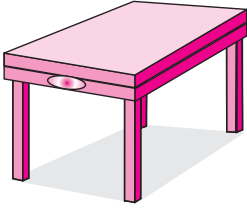


పక్కనున్న పటంలో తొమ్మిది బిందువులు ఉన్నాయి. వాటికి పేర్లను పెట్టండి. వాటిలో ఏవేని రెండు బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలు పోగలవు? రెండు భిన్న బిందువులమధ్య వెళ్ళే ఒకే ఒక రేఖను గీయవచ్చు. ఈ తొమ్మిది బిందువులలో ఏ మూడు లేక అంతకంటే ఎక్కువ బిందువులు ఒకే సరళరేఖలో గలవు? మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ బిందువులు ఒకే సరళ రేఖలో గనక ఉన్నట్లయితే వాటిని సరేఖీయ బిందువులు అని అంటారు.

ఈ తొమ్మిది బిందువులలో ఏ మూడు లేక అంతకంటే ఎక్కువ బిందువులు ఒకే సరళరేఖలో లేవు? ఒకే సరళ రేఖలో లేనటువంటి బిందువులను భిన్న రేఖీయ బిందువులు అని అంటారు.



తెలుసుకొందాం

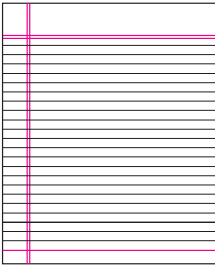
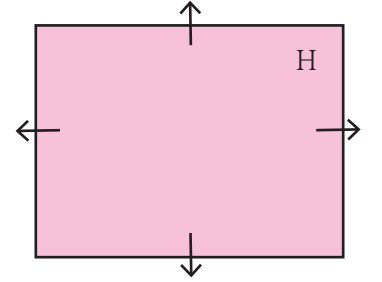


సమతలప్రదేశం

పక్కనున్న చిత్రాలలోని మూడు ఆకృతుల ఉపరితల భాగం ఎలా ఉంది ?

మొదటి రెండు చిత్రాలలో ఉపరితల భాగం చదునుగానున్నది. ఈ చదునుగానున్న ఉపరితలభాగం ఒక అనంతమైన ఉపరితలం లోని భాగం. ఇలాంటి చదునైన ఉపరితల భాగాన్ని గణిత భాషలో సమతలప్రదేశం అని అంటారు.

పక్కనున్న పటంలోని సమతలప్రదేశం యొక్క పేరు 'H' సమతలప్రదేశం యొక్క పటంను హద్దులతో గీసినను, సమతలప్రదేశం నలువైపులా అనంతంగా సాగుతుంది. సమతలప్రదేశం అన్నిదిశలలో అనంతంగా సాగుటను బాణం గుర్తులతో సూచించ బడుతుంది. కానీ అనేక సార్లు సౌలభ్యం కోసం ఈ బాణం గుర్తులు గీయబడవు.



సమాంతర రేఖలు

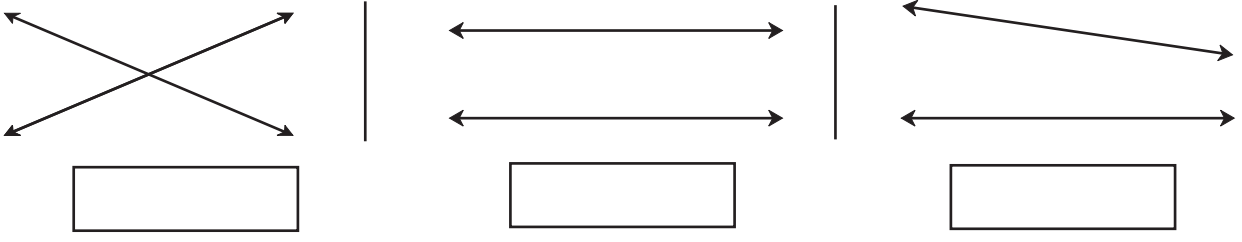
పక్కనున్న చిత్రంలో నోట్బుక్ పేజీని చూడండి. నోట్బుక్ యొక్క పేజీ సమతల ప్రదేశంలో భాగం అవుతుందా? నోట్బుక్ పేజీలోని అడ్డురేఖలను పొడిగించినచో అవి ఒక దానికొకటి కలుసుకొంటాయా?



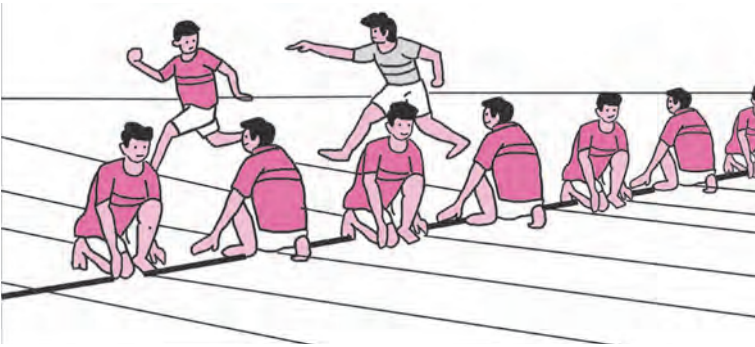
ఇదినాకు అర్థమైంది

ఒకే సమతలప్రదేశంలో ఉండి, ఒకదానినొకటి ఖండించుకోనటువంటి రేఖలను సమాంతరరేఖలు అని అంటారు.

రేఖల కింది ఖాళీగడులలో ఖండన రేఖలు లేదా సమాంతర రేఖలు వీటిలో సరియైన పర్యాయాన్ని రాయండి.

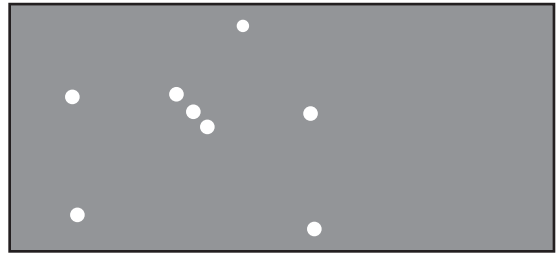


గణితం నా తోడు : మైదానంలో, ఆకాశంలో



చిత్రంలోని ఆటను పరిశీలించండి. ఈ ఆటలో సరేఖీయ మరియు భిన్నరేఖీయ ఆటగాళ్ళు, సమాంతర రేఖలు మరియు సమతల ప్రదేశాన్ని వెదకండి.

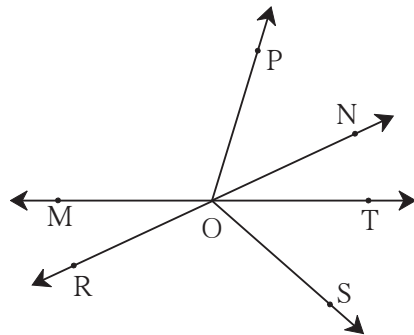
జనవరిలో సాయంత్రం ఏడుగంటల తర్వాత ఆకాశంలో తూర్పు దిక్కున మృగనక్షత్రం కనిపిస్తుంది. తర్వాత అది మెల్ల మెల్లగా పైకి పోతుంది. ఈ నక్షత్రంలో ఒకే సరళరేఖలో మూడు చుక్కలు కనిపిస్తున్నాయా? అదే రేఖపై కొద్ది దూరంలో ఒక చుక్క స్పష్టంగా కనిపిస్తుందా?



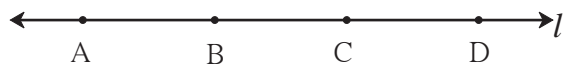
అభ్యాసం 1

1. పక్కనున్న పటాన్ని చూసి పేర్లు రాయండి.

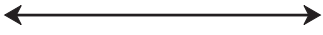
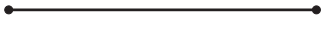


- (1) సరేఖీయ బిందువులు
- (2) కిరణం
- (3) రేఖాఖండం
- (4) రేఖ



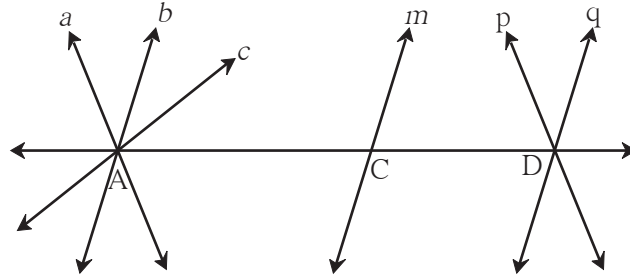
2. పక్కనున్న రేఖను వేర్వేరు పేర్లతో రాయండి.



3. జతపరచండి.

A భాగం	B భాగం
(i) 	(a) కిరణం
(ii) 	(b) సమతల ప్రదేశం
(iii) 	(c) రేఖ
(iv) 	(d) రేఖాఖండం

4. కింది పటాన్ని పరిశీలించండి. దానిలోని సమాంతర రేఖలు, మిళిత రేఖలు మరియు మిళిత బిందువుల పేర్లను రాయండి.



చచచ

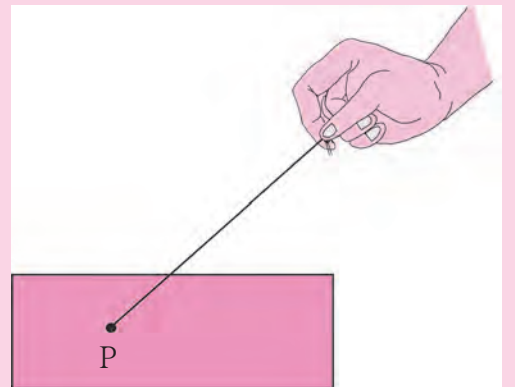


ICT Tools or Links

Geogebra సాఫ్ట్‌వేర్ యొక్క tools ను సహజంగానే వేర్వేరు బిందువులు, రేఖలు, కిరణాలు గీయండి. ఎప్పటికీ అంతకాని రేఖల అనుభవాన్ని సాందండి.

కొంచెం గమ్యత్తు!

ఒక చదువైన ధర్మాకోల్ లేదా అట్టముక్క మరియు సూది, దారం తీసుకోండి. దారానికి ఒక చివర పెద్దముడి వేయండి. లేదా ఏదైనా ఒక గుండీ కట్టండి. రెండవ చివర సూదిలోకి ఎక్కించి సూదిని అట్ట కిందినుంచి గుచ్చి పైకి లాగండి. దారం ఎక్కడి నుంచి అయితే పైకి వచ్చిందో ఆ బిందువుకు P అని పేరుపెట్టండి. ఇప్పుడు సూదిని తీసివేసి, దారం కొసను సాగదీసి పట్టుకోండి. ఏ ఆకృతి కనిపిస్తుంది. దారం కొసను మెల్లిగా విభిన్న దిశలలో తిప్పి సాగదీసి పట్టుకోండి. P బిందువునుంచి అనంతమైన రేఖలు పోవడాన్ని అనుభవించి చూడండి.

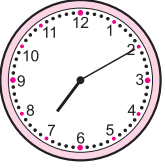




కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.

కోణం

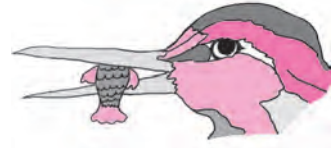
కింది చిత్రాలలో కనిపించే కోణాలను గమనించండి. వాటి రకాలను గుర్తించి ఆ చిత్రాల కింద రాయండి.



.....



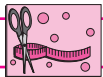
.....



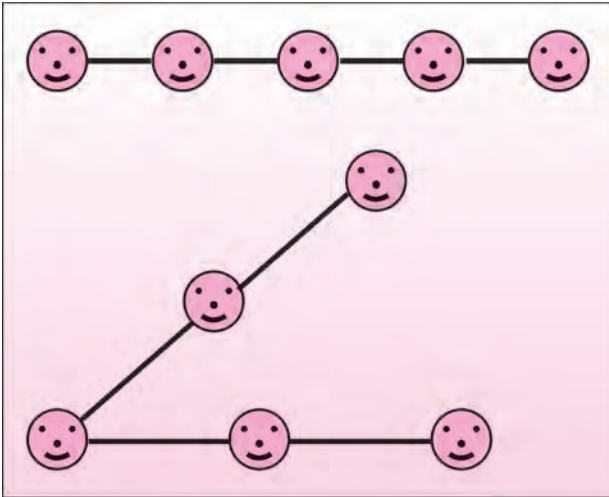
.....

కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

కోణం			
కోణం పేరు			
కోణం యొక్క శీర్షబిందువులు			
కోణం యొక్క భుజాలు			



ఇది చేసి చూడండి.


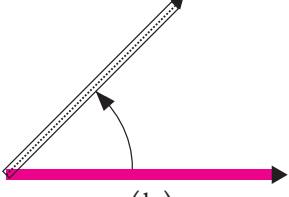
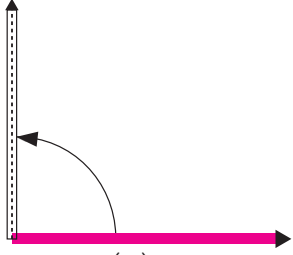
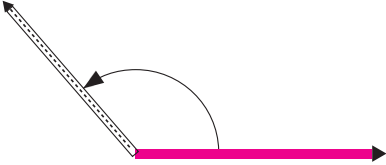

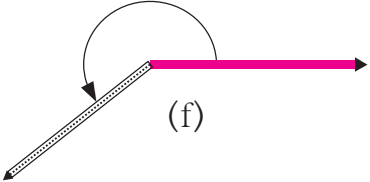
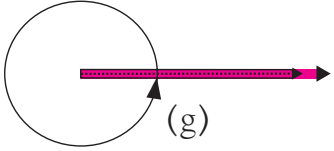


కృత్యం: ముగ్గురు లేదా ఎక్కువ మంది విద్యార్థులను ఒక సరళ రేఖలో నిలబెట్టండి. రెండు పొడవైన తాళ్ళను తీసుకోండి. మధ్యనున్న అబ్బాయి రెండుచేతులకి రెండు తాళ్ళ చివరలు ఒక్కొక్కటి ఇవ్వండి. రెండు వైపులున్న పిల్లలు తాడు సహాయంతో సరళరేఖలో నిలబడునట్లుగా చూడండి. విద్యార్థులను తిరగమని చెప్పి అల్పకోణం, లంబకోణం, అధికకోణం, సరళ కోణం, పరావర్తనకోణం మరియు సంపూర్ణకోణం ఈ పటాలు తయారయ్యేటట్లుగా చూడండి. పిల్లలు సరళరేఖలోనే ఉన్నట్లుగా చూడడానికై సాగదీసిన తాడు ఉపయోగపడుతుంది.



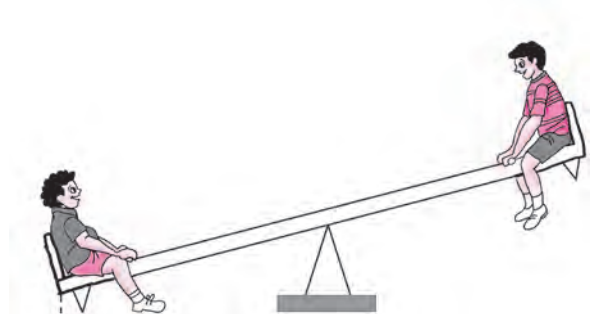
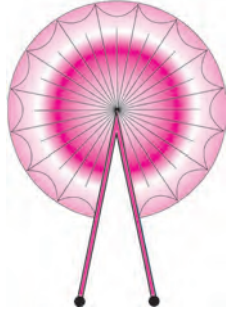
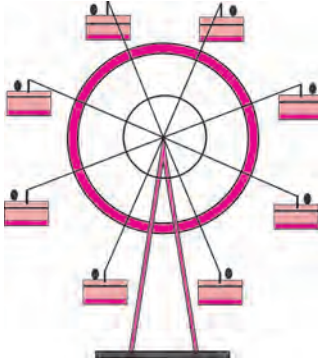
ఇది చేసి చూడండి.

రెండు వేర్వేరు రంగుల పుల్లల సహాయంతో (a) నుంచి (g) వరకు గల కోణాల అమరికను గ్రహించండి.

 <p>(a)</p>	<p>పటం (a) లో రెండు పుల్లలు ఒకదానిపైనొకటి స్థిరంగా ఉండి వాటి మూలస్థితిలో ఎలాంటి మార్పు జరుగలేదు. ఈ స్థితిలోగల పుల్లలమధ్యనున్న కోణాన్ని 'శూన్యకోణం' అని అంటారు. శూన్యకోణం కొలత 0° గా రాస్తారు.</p>
 <p>(b)</p>	<p>ఇప్పుడు ఒక రంగుగల పుల్లను స్థిరంగా ఉంచి, రెండవ పుల్లను పటంలో చూపినట్లుగా తిప్పండి.</p> <p>పటం (b) లో తయారైన కోణం అవుతుంది.</p> <p>0° కంటే ఎక్కువ, కానీ 90° కంటే తక్కువ గల కోణాన్ని అంటారు.</p>
 <p>(c)</p>	<p>పటం (c) లో తయారైన కోణం అవుతుంది.</p> <p>90° ల కోణాన్ని అంటారు.</p>
 <p>(d)</p>	<p>పటం (d) లో తయారైన కోణం అవుతుంది.</p> <p>90° కంటే ఎక్కువ, కానీ 180° కంటే తక్కువ గల కోణాన్ని అంటారు.</p>
 <p>(e)</p>	<p>పటం (d) లో చూపిన మాదిరిగా పుల్లను తిప్పిన పటం (e) మాదిరి స్థితి పొందవచ్చు. ఇలాంటి స్థితిలోనున్న కోణమే సరళకోణం. సరళకోణం యొక్క కొలత 180° ఉంటుంది.</p>
 <p>(f)</p>	<p>పుల్లను మళ్ళీ పటం (e) లో చూపిన మాదిరిగా తిప్పినట్లయితే, పటం (f) లోనున్న కోణాన్ని పొందవచ్చు. ఈ కోణం 180° కంటేను పెద్దది. ఇలాంటి కోణాన్ని పరావర్తనకోణం అని అంటారు. పరావర్తనకోణం 180° ల కంటే ఎక్కువ మరియు 360° ల కంటే తక్కువ ఉంటుంది.</p>
 <p>(g)</p>	<p>పటం (f) లోని పుల్ల ఒకచుట్టు పూర్తిచేసి మళ్ళీ యాధాస్థితికి పటం (g) మాదిరిగా వస్తుంది. సరళ కోణం వరకు 180°, మళ్ళీ సరళకోణం తర్వాత 180° ఇలా మొత్తం 360° పుల్ల తిరిగింది. ఈ విధంగా తయారయ్యే కోణాన్ని సంపూర్ణకోణం అని అంటారు. సంపూర్ణకోణం కొలత 360° ఉంటుంది.</p>



గణితం నాతోడు: జాతరలో, ఇంట్లో, తోటలోను



పై చిత్రాలను గమనించి, కోణాల రకాలను గుర్తించండి.

అభ్యాసం 2

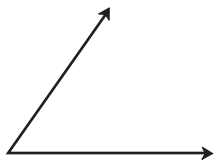
1. జతపరచండి.

కోణాల కొలతలు	కోణాల రకాలు
(1) 180°	(a) శూన్యకోణం
(2) 240°	(b) సరళకోణం
(3) 360°	(c) పరావర్తనకోణం
(4) 0°	(d) సంపూర్ణకోణం

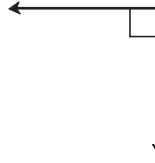
2. కింద కోణాల కొలతలు ఇవ్వబడినాయి. వానిని బట్టి ప్రతికోణం యొక్క రకాన్ని రాయండి.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (1) 75° | (2) 0° |
| (3) 215° | (4) 360° |
| (5) 180° | (6) 120° |
| (7) 148° | (8) 90° |

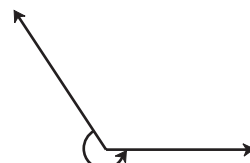
3. కింది పటాలను చూసి, కోణాల రకాలను రాయండి.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



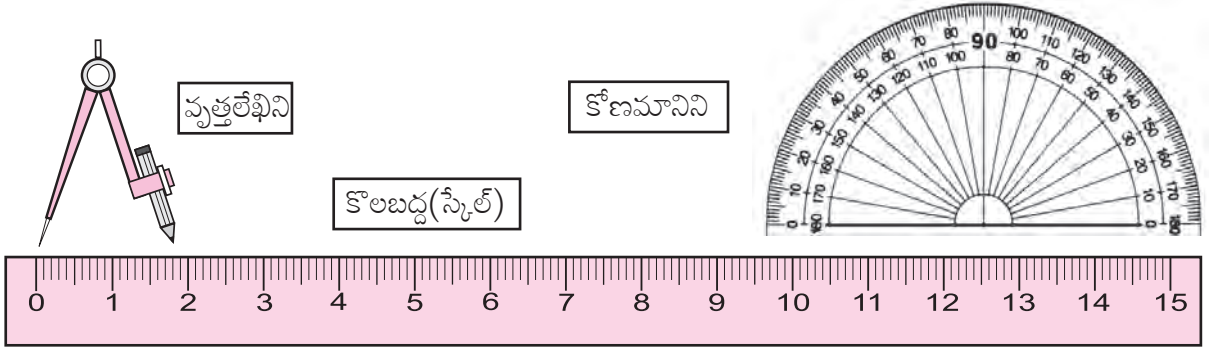
(f)

4. కోణమానిని సహాయంతో అల్పకోణం, లంబకోణం మరియు అధికకోణాలను గీయండి.



కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.

కంపాస్‌పెట్టెలోని సాధనాల (పరికరాల) పరిచయం మరియు ఉపయోగం.



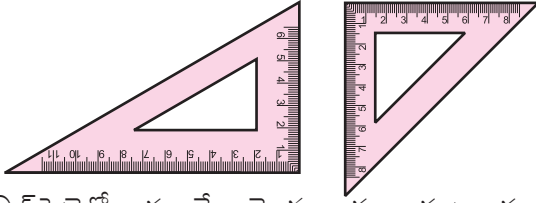
పై సాధనాలను దేనికోసం ఉపయోగిస్తారో మనకు తెలుసు.



తెలుసుకొందాం.

కంపాస్‌పెట్టెలో మరోరెండు రకాల సాధనాలుంటాయి. వాటిని ఎలా ఉపయోగించాలో చూద్దాం.

మూలమట్టాలు

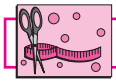


కంపాస్‌పెట్టెలో నుండి రెండు మూలమట్టాలను చూడండి. మూలమట్టాల కోణాలను పరీక్షించండి. 90° , 30° , 60° , 45° ల కోణాలను గీయడానికి వీటిని ఉపయోగిస్తారు అని తెలుసుకోండి.

విభాగిని



పక్కన చూపిన సాధనాన్ని విభాగిని అని అంటారు. రెండు బిందువుల మధ్య దూరం కొలవడానికై విభాగినిని ఉపయోగిస్తారు. దీనికి తోడుగా కొలబద్దను గూడా ఉపయోగించాల్సి వస్తుంది.

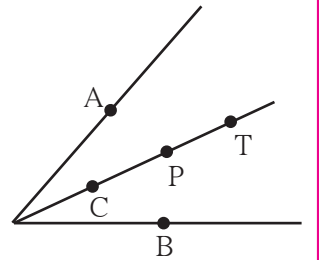


ఇది చేసి చూడండి. కోణ సమద్విఖండన

ఒక ట్రైస్ పేపర్‌ను తీసుకోండి. ట్రైస్ పేపర్‌పై ఏదేని కొలతతో ఒక కోణాన్ని గీయండి. కోణంయొక్క రెండు భుజాలు ఒకదాని పైనొకటి వచ్చునట్లుగా మడతపెట్టండి. తయారైన మడతవలన ఏమవుతుందో పరిశీలించండి. తయారైన మడతవలన కోణం రెండు సమాన భాగాలుగా అవుతుంది. ఈ మడతయే ఆ కోణం యొక్క సమద్విఖండన అవుతుంది.

శీర్షబిందువు నుంచి కోణం యొక్క భుజాలపై సమానదూరంలో బిందువు A మరియు బిందువు B లను గుర్తించండి. ఇప్పుడు కోణసమద్విఖండన భుజం పై బిందువులు C, P, T లను గుర్తించండి. ప్రతి బిందువు నుంచి బిందువు A, బిందువు B ల మధ్య దూరాన్ని కొలవండి.

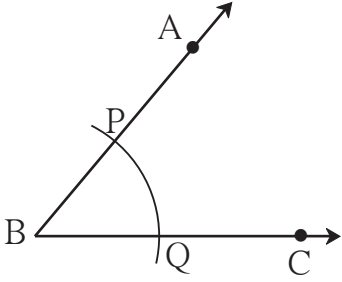
కోణసమద్విఖండన భుజంపైని ప్రతి బిందువు A మరియు B బిందువుల నుంచి సమానదూరంలో ఉంటాయని తెలుసుకోండి.



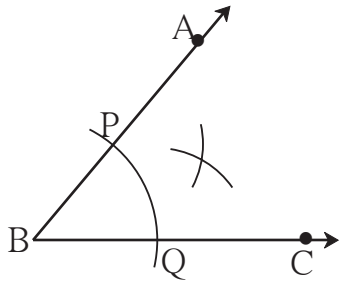
కంపాస్ పెట్టెలోని సాధనాలను పయోగించి జ్యామితీయ నిర్మాణాలు ఎలా చేయాలో చూద్దాం.

(1) వృత్తలేఖని సహాయంతో కోణసమద్విఖండన గీయుట.

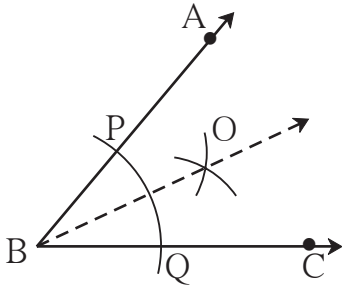
ఉదా: కోణం ABC అని ఏదేని ఒక కోణం గీయండి. ఈ కోణాన్ని సమద్విఖండన చేయండి.



- ఏదేని కొలతతో $\angle ABC$ గీయండి.
- వృత్తలేఖని మొసల మధ్య తగినంత దూరం తీసుకొని, వృత్తలేఖని మొసనను B బిందువుపై ఉంచండి. కిరణం BA, కిరణం BC లను ఖండించునట్లుగా ఒక చాపాన్ని గీయండి. ఖండన బిందువులకు P, Q అని పేర్లు పెట్టండి.



- ఇప్పుడు వృత్తలేఖని మొసల మధ్య తగినంత దూరం తీసుకొని, వృత్తలేఖని మొస P బిందువుపై ఉంచి, కోణం అంతర్భాగంలో ఒక చాపాన్ని గీయండి. వృత్తలేఖనితో అదేదూరం అలాగే ఉంచి వృత్తలేఖని మొస Q బిందువుపై ఉంచి, ముందుగీసిన చాపాన్ని ఖండించునట్లుగా, ఇంకొక చాపాన్ని గీయండి.



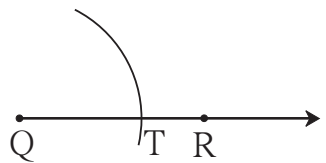
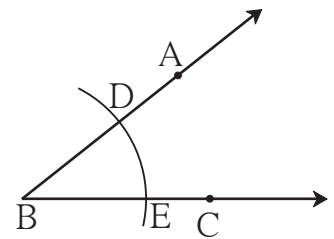
- రెండు చాపాల ఖండన బిందువుకు O అని పేరునివ్వండి. కిరణం BO ను గీయండి. కిరణం BO, $\angle ABC$ యొక్క సమద్విఖండన అవుతుంది. కోణమానినితో $\angle ABO$ మరియు $\angle CBO$ అనుకొలవండి.
- ఈ కోణాలు సమాన కొలతలతో ఉన్నాయా?

(2) ఇచ్చిన కోణం యొక్క కొలత ఎంతఉందో అంతే కొలతగల కోణాన్ని వృత్తలేఖని మరియు కొలబద్ధ సహాయంతో గీయుట.

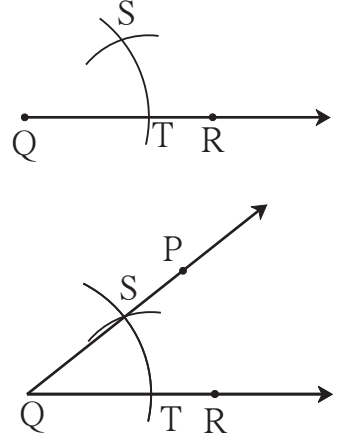
ఉదా: పక్కనున్న పటంలో ఇచ్చిన $\angle ABC$ ని గమనించండి.

దానినిబట్టి, $\angle ABC$ అంతే $\angle PQR$ ను గీయండి.

- కిరణం QR ను గీయండి.
- వృత్తలేఖనితో తగినంత దూరం తీసుకోండి.
- వృత్తలేఖని మొస $\angle ABC$ యొక్క శీర్షబిందువు B పై ఉంచి కిరణం BA మరియు కిరణం BC లను ఖండించునట్లుగా చాపాన్ని గీసి, వాటి ఖండన బిందువులకు D మరియు E అని పేర్లు పెట్టండి.
- వృత్తలేఖనితో తీసుకొన్న దూరాన్ని అలాగే ఉంచండి. వృత్తలేఖని మొస కిరణం QR యొక్క బిందువు Q పై ఉంచి ఒక చాపాన్ని గీయండి. ఈ చాపం రేఖ QR ను ఏ బిందువు వద్ద ఖండిస్తుందో, ఆ బిందువుకు T అని పేరుపెట్టండి.
- ఇప్పుడు వృత్తలేఖని మొస E బిందువుపై ఉంచి, వృత్తలేఖనిలోని పెన్సిల్ యొక్క మొస D పై పడునంత దూరం వృత్తలేఖనితో తీసుకోండి.



- వృత్తలేఖినితో తీసుకొన్న దూరాన్ని మార్చకుండా ఇప్పుడు వృత్తలేఖిని మొస బిందువు T పై ఉంచి, ముందుగీసిన చాపాన్ని ఖండిస్తూ, రెండవ చాపాన్ని గీయండి. రెండు చాపాల ఖండన బిందువునకు S అని పేరు పెట్టండి.
- కిరణం QS ను గీయండి. ఈ కిరణంపై పటంలో చూపిన విధంగా P బిందు వును తీసుకోండి.
- తయారైన $\angle PQR$, $\angle ABC$ అంతనే ఉందో, కోణమానిని సహాయంతో కొలిచి పరీక్షించుకోండి.



ఇది చేసి చూడండి.

- (1) కోణసమద్విఖండన నిర్మాణ విధంతో 30° ల కొలతగల కోణాన్ని గీయండి..
ముందుగా 60° ల కొలతగల $\angle ABC$ ని గీయండి. వృత్తలేఖిని మరియు కొలబద్ద సహాయంతో $\angle ABC$ ని విభజించండి. ఏర్పడిన ప్రతికోణం యొక్క కొలత ఎంతనో దానిని కోణమానినితో కొలవండి.
- (2) కోణసమద్విఖండన నిర్మాణ విధంతో 45° ల కొలతగల కోణాన్ని గీయండి.
ఒకదానినొకటి ఖండించుకొనునట్లుగా రెండు లంబరేఖలు గీయండి. కోణసమద్విఖండన నిర్మాణ విధంతో 45° ల కొలతగల కోణాన్ని గీయండి.

అభ్యాసం 3

1. కంపాస్ పెట్టెలోని సరియైన సాధనాలనుపయోగించి కింది కోణాలను గీయండి. వృత్తలేఖిని మరియు కొలబద్ద నుపయోగించి వాటిని విభజించండి.
(1) 50° (2) 115° (3) 80° (4) 90°

చచచ



ICT Tools or Links

Geogebra లోని వివిధ tools నుపయోగించి రకరకాల కోణాల పటాలను గీయండి. వాటికొలతలలో move option నుపయోగించి జరిగే మార్పులను తెలుసుకోండి.



కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.



చిత్రంలో ఎన్ని బాతులు, ఎంతమంది పిల్లలు మరియు ఎన్ని పూలు ఉన్నాయో, వాటిని లెక్కించండి. ఎన్ని వస్తువులున్నాయో, దీని సమాధానం తెలుసుకోవాలనుకుంటే వస్తువులను లెక్కించవలసి ఉంటుంది. ప్రకృతిలో వస్తువులను లెక్కించాల్సిన అవసరంనుంచే సంఖ్యల నిర్మాణం జరిగింది. వస్తువుల లెక్కను మనం సంఖ్యల రూపంలో రాస్తాం.



చర్చిద్దాం పదండి.

అన్నయ్య: ఇంతవరకు మనం లెక్కించడానికి ఉపయోగించిన 1, 2, 3, 4, ఈ సంఖ్యలను గణనసంఖ్యలని అంటారు. గణనసంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అని కూడా అంటారు, కానీ ఆకాశంలోని నక్షత్రాలు, సముద్రపు ఒడ్డునున్న ఇసుక రేణువులను మనకు లెక్కించడం వచ్చా? అవి అసంఖ్యాకంగా ఉంటాయి, ఆవిధంగానే సహజసంఖ్యలుగూడా అసంఖ్యాకంగా గలవు. దాని జాబితా చూడండి.

సహజ సంఖ్యలు : 1, 2, 3, 4, ..., 321, 322, ..., 28573,....

సమీర్ : మేము ఇంతకుముందే ఈ సహజసంఖ్యల యొక్క కూడిక తీసివేతలను కూడా నేర్చుకొని ఉన్నాం కానీ, 5 నుంచి 5ను తీసివేసినప్పుడు భేదం ఏమి మిగలదు కదా, దానికై మనం సున్నను రాస్తాం, అదికొక కనిపించుట లేదు.

అన్నయ్య: అది తప్పక ఉండాలి. సున్న మరియు అన్ని సహజ సంఖ్యలతో కలిసి ఏర్పడిన సంఖ్యల సమూహమే పూర్ణాంక సంఖ్యల సమూహం.

పూర్ణాంక సంఖ్యలు : 0, 1, 2, 3, 4, ..., 367, 368,, 237105,...

అన్నయ్య : ఈ పూర్ణాంక సంఖ్యల సమూహంలో లేనటువంటి కొన్ని సంఖ్యలు గూడా మనం వ్యవహారంలో ఉపయోగించవలసి వస్తుంది.

సల్మా : అవి ఏవి?

అన్నయ్య: ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం. మహారాష్ట్రలో చలికాలంలో ఉష్ణోగ్రత 10°C (పది డిగ్రీల సెల్సియస్ అని చదవండి) లేదా 8°C లు వరకు తగ్గిపోయింది, కానీ, అదెప్పుడు 0°C లకంటే తగ్గదు. కాశ్మీర్లో మాత్రం

అది అప్పుడప్పుడు 0°C కంటేను తగ్గుతుంది. దీనిని చూపడానికై '0' కంటేను చిన్నవైన సంఖ్యల అవసరం కలుగుతుంది.

సమీర్ : జనవరి నెలలోని దినపత్రికలో, కాశ్మీర్‌లో మంచుకురిసినపుడు ఎలా శ్రీనగర్‌లో ఉష్ణోగ్రత -8°C లకు పడిపోయిందని వచ్చింది. దీనినెలా చదవుతారు?

అన్నయ్య: దానిని ఋణ (మైనస్) ఎనిమిది డిగ్రీల సెల్సియస్ అని చదువుతారు. సాధారణంగా సంఖ్యకుముందు (-) గుర్తును చేర్చినట్లయితే, ఆ సంఖ్య 0 కంటేను చిన్నది అవుతుంది. దానిని **ఋణసంఖ్య** అని అంటారు. ఉష్ణమాపకంపై 0 కంటే పైన 1, 2, 3, ... ఇలా పెరుగుతు పోయే సంఖ్యలుంటాయి. వాటిని **ధనసంఖ్యలు** అని అంటారు. 0 కు కిందివైపున వరసగా $-1, -2, -3, \dots$ అని ఇలా సంఖ్యలుంటాయి.

సమీర్ : సంఖ్య రేఖపైన ఋణసంఖ్యలను చూపించవచ్చా?

అన్నయ్య : ఔను, అయితే, సున్నకు కుడివైపున 1, 2, 3, ... ప్రమాణ దూరంలో 1, 2, 3, ... ఈ సంఖ్యలుంటాయి. సున్నకు ఎడమవైపున 1, 2, 3, ... ప్రమాణదూరంలో $-1, -2, -3, \dots$ ఈ సంఖ్యలుంటాయి. వాటిని **ఋణసంఖ్యలు** అని అంటారు. సంఖ్యరేఖకు కుడివైపుననున్న 1, 2, 3... ఈ సంఖ్యలను **ధనసంఖ్యలు** అని అంటారు. వాటిని 1, 2, 3, ... లాగే $+1, +2, +3, \dots$ అని కూడా రాయవచ్చు.

సల్మా : ఉష్ణమాపకంపై ధనసంఖ్యలు సున్నకుపైన మరియు ఋణసంఖ్యలు సున్నకు కిందివైపున అలాగే సంఖ్యరేఖపై ధనసంఖ్యలు సున్నకు కుడివైపున, ఋణసంఖ్యలు సున్నకు ఎడమవైపునుంటాయి. అంటే ధన మరియు ఋణ సంఖ్యలు సున్నకు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయా?

అన్నయ్య : ఔను!

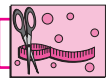
సమీర్ : అయితే, నముద్ర ఉపరితలం నుంచి పర్వతాల యొక్క ఎత్తును ధనసంఖ్యతోను, అలాగే నముద్రం అడుగులోతును ఋణసంఖ్యతోను నూచించాలి, ఔనా?

అన్నయ్య : సరిగా చెప్పావు! శెభామ్!



జాగ్రత్తపడండి.

వాడుకలో ధనసంఖ్యకు ముందు '+' చిహ్నాన్ని చూపం, కానీ, ఋణసంఖ్యయొక్క '-' ఈ చిహ్నాన్ని మాత్రం చేర్చి రాయవలసి ఉంటుంది. అలాగే సున్నకు ఎలాంటి చిహ్నాన్ని చూపం.



ఇది చేసి చూడండి.

ఒక పాత్రలో వేడినీరు, రెండవ పాత్రలో మంచుముక్కలు మరియు మూడవ పాత్రలో మంచుముక్కలు మరియు ఉప్పుల మిశ్రమం తీసుకోండి. ఒక ఉష్ణమాపకాన్ని తీసుకొని ఉపాధ్యాయుని సహాయంతో మూడు పాత్రలలోని పదార్థాల ఉష్ణోగ్రతను కొలిచి, దానిని నమోదు చేయండి.



వేడి నీరు

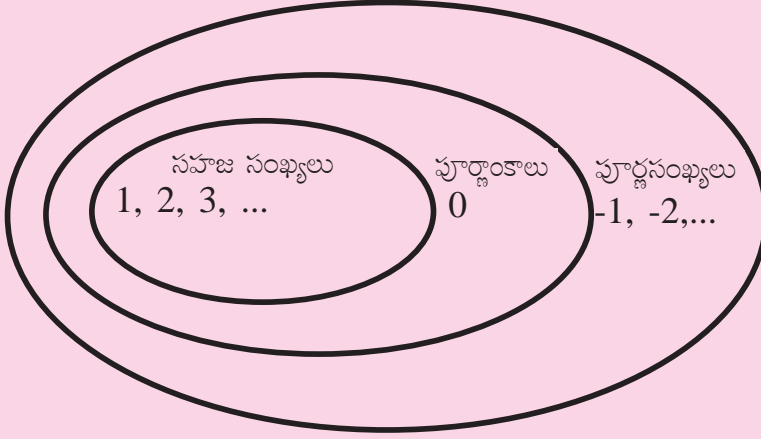


మంచుముక్కలు



మంచుముక్కలు మరియు ఉప్పు

చెప్పండి చూద్దాం.



మా ఆరవతరగతి మా పాఠశాలలో భాగం. మా పాఠశాల మా ఊళ్ళో ఉంది. మా ఊరు తాలుకాలో ఒక భాగం. ఈ విధంగా తాలుకా, జిల్లాలో, జిల్లా మహారాష్ట్ర రాష్ట్రంలో ఒక భాగం. అలాగే ఈ సంఖ్యాసమూహాలను గూర్చి ఏం చెప్పవచ్చు?

అభ్యాసం 4

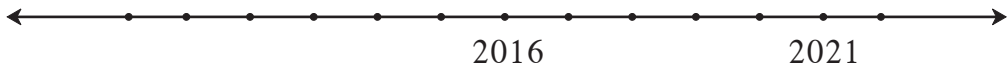
- కింది సంఖ్యలను ఋణసంఖ్యలు మరియు ధనసంఖ్యలుగా వర్గీకరించండి.
-5, +4, -2, 7, +26, -49, -37, 19, -25, +8, 5, -4, -12, 27
- కింద కొన్ని పట్టణాల ఉష్ణోగ్రతలు ఇవ్వబడినాయి. చిహ్నాలనుపయోగించి వాటిని రాయండి.

స్థానం	సిమ్లా	లేహ్	ఢిల్లీ	నాగపూర్
ఉష్ణోగ్రత	0° లకు కింద 7 °C	0° లకు కింద 12 °C	0° లకు పైన 22 °C	0° లకు పైన 31 °C

- కింది ఉదాహరణలలో సంఖ్యలు చిహ్నాలనుపయోగించి రాయండి.
 - ఒక జలాంతర్గామినౌక నముద్ర ఉపరితలం నుంచి 512 మీటర్ల లోతులో ఉంది.
 - హిమాలయాల్లోని అతి ఎత్తైన శిఖరం మౌంట్ ఎవరెస్ట్ యొక్క ఎత్తు నముద్రఉపరితలం నుంచి 8848 మీటర్లు గలదు.
 - నేలనుంచి 120 మీటర్ల దూరంలో ఎగురుచున్న గాలిపటం.
 - సొరంగం నేలకింద 2 మీటర్ల లోతులోగలదు.



గణితం నాతోడు: మైదానంలో



- మైదానంలో క్రీ.శ. 2000 నుంచి 2024 వరకు సంవత్సరాలను చూపు కాలమాన రేఖను తయారు చేయండి. ఒక విద్యార్థిని ప్రస్తుతం నడుస్తున్న సంవత్సరం పై నిలబెట్టి కింది ప్రశ్నలు అడగండి.
 - ఆడుచున్నప్పుడు అతని వయసు ఎంత? (2) 5 సంవత్సరాల క్రితం ఏసంవత్సరం ఉండెను, అప్పుడతని వయసు ఎంతుండెను ? (3) విద్యార్థి పదవతరగతిలోకి ఏసంవత్సరం వెళతాడు, అప్పుడతని వయస్సు ఎంత ఉంటుంది?

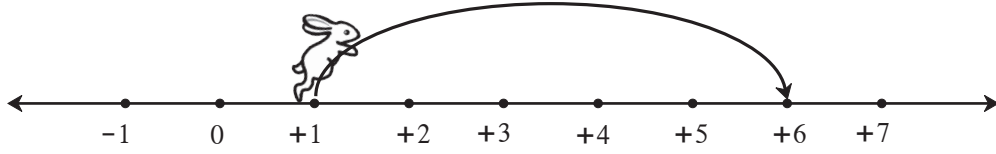
ఇలాంటి ప్రశ్నలకు సమాధానాలు విద్యార్థి కాలమాన రేఖపై సరియైన దిశలో మరియు సరియైన ప్రమాణంలో నడిచి వెదకాలి.

- మైదానంలో కాలమాన రేఖను తయారు చేస్తున్నప్పుడు ప్రతి ఒక ప్రమాణం 100 సంవత్సరాలుగా తీసుకోవాలి. తర్వాత దానిపై '0' సంవత్సరాలనుంచి క్రీ.శ. 2100 సంవత్సరం వరకు కాలగణన చేయవచ్చు. చరిత్రలోని ముఖ్యమైన సంఘటనలను ఆయా సంవత్సరాలలో చూపించండి.

వూర్ణసంఖ్యల కూడిక

సంఖ్యరేఖపై కుందేలు కుడివైపున వేసిన గంతులు ధనసంఖ్యలతో, అలాగే ఎడమవైపు వేసిన గంతులు ఋణసంఖ్యలతోను చూపుదాం.

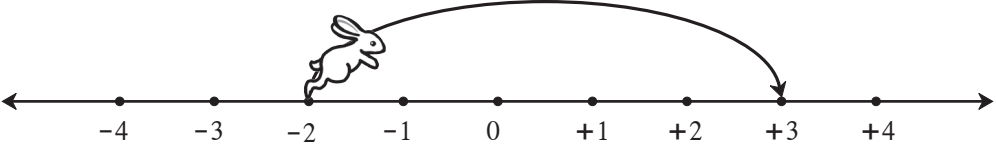
కృత్యం :



- ప్రారంభంలో కుందేలు సంఖ్యపైగలదు.
- అది ప్రమాణాల గంతులు కుడివైపునకు గెంతింది.
- ఇప్పుడది సంఖ్యపైకి చేరుకుంది.

$$1 + 5 = (+1) + (+5) = +6$$

కృత్యం :



- ప్రారంభంలో కుందేలు సంఖ్యపైగలదు.
- అది ప్రమాణాల గంతులు కుడివైపునకు గెంతింది.
- ఇప్పుడది సంఖ్యపైకి చేరుకుంది.

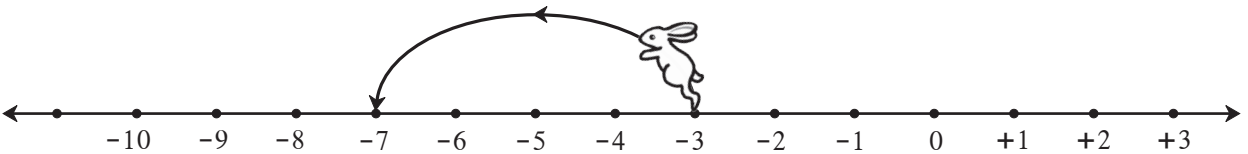
$$(-2) + (+5) = +3$$



ఇది నాకు అర్థమైంది

ఏ సంఖ్యకైనా ఒక ధనసంఖ్యను కలపడం అనగా, సంఖ్యరేఖపై ఆ సంఖ్యనుంచి కుడివైపునకు అన్ని ప్రమాణాలు ముందుకు వెళ్ళడం.

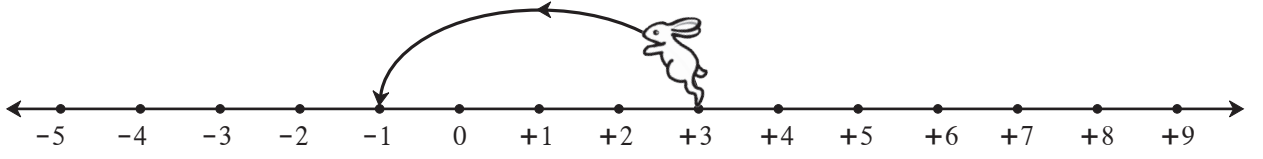
కృత్యం :



- కుందేలు ప్రారంభంలో సంఖ్యపైగలదు.
- అది ప్రమాణాల గంతులు ఎడమవైపునకు గెంతింది.
- ఇప్పుడది సంఖ్యపైకి చేరుకోన్నది.

$$(-3) + (-4) = -7$$

కృత్యం :



- కుందేలు ప్రారంభంలో సంఖ్యపైగలదు.
- అది ప్రమాణాల గంతులు ఎడమవైపునకు గెంతింది.
- ఇప్పుడది సంఖ్యపైకి చేరుకొన్నది.

$$(+3) + (-4) = -1$$



ఇది నాకు అర్థమైంది.

ఏ సంఖ్యకైనా ఋణసంఖ్యను కలపడం అనగా సంఖ్యారేఖపై ఆ సంఖ్యనుంచి అన్ని ప్రమాణాలు ఎడమవైపునకు వెళ్ళడం లేదా అన్నిప్రమాణాలు వెనుకకు వెళ్ళడం, అంటే తీసివేయడం.



చర్చిద్దాం వదండి.

పూర్ణసంఖ్యల కూడిక మరియు తీసివేతను మనం సంపాదించిన మొత్తం మరియు ఖర్చు చేసిన మొత్తం వీటి సహాయంతో అర్థం చేసుకొందాం.

అన్నయ్య: మన దగ్గరున్న మొత్తం లేదా మనం సంపాదించిన సొమ్మును ధనసంఖ్యగా చూపిద్దాం. అప్పు తీసుకొన్న లేదా ఖర్చు చేసిన సొమ్మును ఋణసంఖ్యగా చూపిద్దాం.

అనిల్ : నా దగ్గర 5 రూపాయలున్నాయి, అనగా ఈ సంఖ్య +5. అమ్మ నాకు 3 రూపాయలు బహుమతిగా ఇచ్చింది. ఆ సంఖ్య +3 అవుతుంది. ఇప్పుడు నా దగ్గర మొత్తం 8 రూపాయలున్నాయి.

$$5 + 3 = (+5) + (+3) = +8$$

అన్నయ్య: ధన సంఖ్యల కూడిక మీకు తెలుసు. ఇప్పుడు మనం ఋణసంఖ్యలను గూర్చి కూడా ఆలోచిద్దాం. సునీతా! నీకు నేను పెన్ను కొనుక్కోవడానికి 5 రూపాయలు అప్పుగా ఇచ్చినట్లయితే దాన్ని నీవు ఎలా చూపిస్తావు?

సునీత : నా వద్దనున్న సొమ్మును నేను ఋణ ఐదు అనగా -5 అని రాసి చూపిస్తాను.

అన్నయ్య: నేను నీకు ఇంకా 3 రూపాయలు ఇచ్చినట్లయితే నీపై మొత్తం ఎంత అప్పు (ఋణం) ఉన్నట్లు?

సునీత : $(-5) + (-3) = -8$ అనగా మొత్తం ఎనిమిది రూపాయలు అప్పు (ఋణం) అవుతుంది.

అన్నయ్య: నీకు 8 రూపాయల అప్పు ఉంది. నీకు మీ అమ్మ 2 రూపాయలు కొనుక్కోవడానికి ఇచ్చింది అనగా, నీవద్దకు +2 రూపాయలు వచ్చాయి. ఇప్పుడు నీవు ఇంతకుముందు అప్పుగా తీసుకొన్న దానిలో 2 రూపాయల అప్పు తీర్చివేసినట్లయితే, నీపై ఎన్ని రూపాయలు అప్పు ఉంటుంది?


సునీత : $(-8) + (+2) = -6$ అంటే, నేను ఇంకా 6 రూపాయల అప్పు తీర్చవలసి ఉంటుంది.

అన్నయ్య: అనిల్, నీ దగ్గర 8 రూపాయలున్నాయి అనగా, +8 రూపాయలున్నాయి. దానిలోంచి 3 రూపాయలు నీవు పెన్సిల్ కొనుక్కోవడానికి ఖర్చు పెట్టినట్లయితే, నీ దగ్గర ఇంక ఎన్ని రూపాయలు మిగులుతాయి?

అనిల్ : $(+8) + (-3) = +5$.

అన్నయ్య: కలపడం మరియు ఖర్చు చేయడం లాంటి వాటిని గూర్చి ఆలోచించి, పూర్ణసంఖ్యల కూడికలను ఎలా చేయాలో మనం తెలుసుకొన్నాం.

ఉదా., $(+5) + (+3) = +8$ మరియు $(-5) + (-3) = -8$
 $(-8) + (+2) = -6$ మరియు $(+8) + (-3) = +5$

 ఇది నాకు అర్థమైంది.

- ఒకే విధమైన చిహ్నాలున్న పూర్ణసంఖ్యల కూడికను చేస్తున్నప్పుడు, చిహ్నాలను గూర్చి ఆలోచించకుండా సంఖ్యలను కూడాలి. కూడగా వచ్చిన మొత్తానికి అదే చిహ్నాన్ని ఇవ్వాలి.
- వేర్వేరు చిహ్నాలున్న పూర్ణసంఖ్యలను కూడికను చేస్తున్నప్పుడు చిహ్నాలను గూర్చి ఆలోచించకుండా పెద్దసంఖ్య నుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేయాలి. తీసివేయగా వచ్చిన భేదానికి పెద్దసంఖ్య చిహ్నాన్ని ఇవ్వాలి.

అభ్యాసం 5

1. కూడండి.

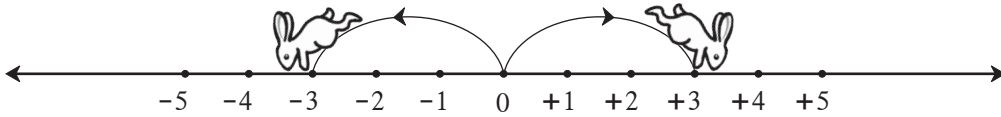
- (1) $8 + 6$
- (2) $9 + (-3)$
- (3) $5 + (-6)$
- (4) $-7 + 2$
- (5) $-8 + 0$
- (6) $-5 + (-2)$

2. కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

+	8	4	-3	-5
-2	$-2 + 8 = +6$			
6				
0				
-4				

 తెలుసుకొందాం.

వ్యతిరేక సంఖ్యలు



కుందేలు 0 నుంచి కుడివైపునకు 3 ప్రమాణాల గంతులు వేసినప్పుడు అది +3 అను సంఖ్యపైకి చేరుతుంది. అయితే అది ఎప్పుడైతే 0 నుంచి ఎడమవైపునకు 3 ప్రమాణాల గంతులు వేసినప్పుడు అది -3 అను సంఖ్యపైకి చేరుతుంది.

0 నుంచి రెండు దూరాలు సమానంగా ఉన్నాయి. కేవలం గంతులు వేసిన దిశలు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేకంగా ఉన్నాయి. అనగా, +3 మరియు -3 లు ఒక దానికొకటి వ్యతిరేక సంఖ్యలు అవుతాయి.

వ్యతిరేక సంఖ్యలు సున్ననుంచి ఒకే విధమైన దూరంలో మరియు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయి.

చిత్రంలో ఒక వేళ, కుందేలు 0 నుంచి ఎడమవైపునకు 5 ప్రమాణాల గంతులు వేసినట్లయితే అది ఎక్కడికి చేరుకొంటుంది? ఇప్పుడు కుందేలు -5 నుంచి 5 ప్రమాణాల గంతులు కుడి వైపునకు గంతులు వేసినట్లయితే అది ఎక్కడికి చేరుకొంటుంది?

$(-5) + (+5) = 0$ అయితే $(+5) + (-5) = ?$

రెండు వ్యతిరేక సంఖ్యల మొత్తం సున్న అవుతుంది.

అభ్యాసం 6

1. కింది సంఖ్యల వ్యతిరేక సంఖ్యలు రాయండి.

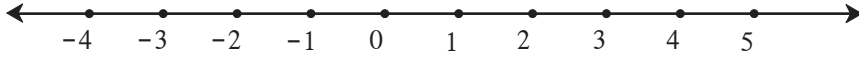
సంఖ్య	47	+52	-33	-84	-21	+16	-26	80
వ్యతిరేక సంఖ్య								



తెలుసుకొందాం.

పూర్ణాంక సంఖ్యలలో చిన్నది-పెద్దది

సంఖ్యారేఖపై ఏదేని సంఖ్యకు 1 కలిపినచో, పక్కనే కుడివైపునున్న సంఖ్య వస్తుంది. దీనినిగూర్చి మనం ఇంతకు ముందు తెలుసుకొన్నాం. ఋణసంఖ్యల విషయంలోను కూడా తెలుసుకోండి. ఉదా.: $-4 + 1 = -3$



$$-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5.$$

ఇప్పుడు మనం ధనసంఖ్యలు, సున్న మరియు ఋణ సంఖ్యలను పరిగణనలోకి తీసుకొని వాటిలో చిన్నది-పెద్దది నిర్ణయించవచ్చు.

ఉదా. $4 > -3$ $4 > 3$ $0 > -1$ $-2 > -3$ $-12 < 7$



ఇది నాకు అర్థమైంది.

సంఖ్యారేఖపై కుడివైపునున్న ప్రతిసంఖ్య దానికి పక్కనే ఎడమవైపునున్న సంఖ్య కంటే 1 పెద్దదిగా ఉంటుంది.

అభ్యాసం 7

1. కింది గడులలో $>$, $<$, $=$ వీటిలోంచి సరియైన చిహ్నాన్ని రాయండి.

(1) $-4 \square 5$	(2) $8 \square -10$	(3) $+9 \square +9$	(4) $-6 \square 0$
(5) $7 \square 4$	(6) $3 \square 0$	(7) $-7 \square 7$	(8) $-12 \square 5$
(9) $-2 \square -8$	(10) $-1 \square -2$	(11) $6 \square -3$	(12) $-14 \square -14$



తెలుసుకొందాం.

పూర్ణ సంఖ్యల తీసివేత

అక్కయ్య: అనిల్, నీకు 8 రూపాయల అప్పు ఉందనుకో. నీవు 5 రూపాయలు పొందిన అనగా సంపాదించినట్లైతే నీవు ముందు అప్పు తగ్గించుకొంటావు. అంటే నీకు ఎంత డబ్బు వచ్చిందో అంత అప్పు తక్కువైంది. పొందినది 5 రూపాయలనగా 5 రూపాయల అప్పు తగ్గింది లేదా తీసివేయబడింది.

దీనిని గణితభాషలో మనం ఇలా రాస్తాము. $-(-5) = (+5)$

ఇప్పుడు నీకు 5 రూపాయల ఋణం (అప్పు) తగ్గిపోయి కేవలం 3 రూపాయల ఋణం (అప్పు) మిగిలింది.

$$(-8) - (-5) = (-8) + 5 = -3$$

$$8 + (-5) = 8 - 5 = 3 \text{ ఇది మనకు తెలుసు కదా.}$$

పూర్ణసంఖ్యల తీసివేతను కింది ఉదాహరణాలనుండి అర్థం చేసుకొందాం.

$(-9) - (-4)$	$(-4) - (-9)$	$(+9) - (+4)$	$(+9) - (-4)$
$= (-9) + 4$	$= (-4) + 9$	$= (+9) + (-4)$	$= (+9) + 4$
$= -9 + 4$	$= -4 + 9$	$= +9 - 4$	$= +9 + 4$
$= -5$	$= +5$	$= +5$	$= +13$



ఇది నాకు అర్థమైంది.

ఏదేని ఒక సంఖ్యనుంచి రెండవ సంఖ్యను తీసివేయడమంటే రెండవ సంఖ్య యొక్క వ్యతిరేక సంఖ్యను మొదటి సంఖ్యకు కలపడం. ఉదా. : $8 - (-6) = 8 + (+6)$

అభ్యాసం 8

1. నిలువు స్తంభంలోని సంఖ్యనుంచి అడ్డు స్తంభంలోని సంఖ్యను తీసివేయండి. ఖాళీ గడులలో సరియైన సంఖ్యను రాయండి.

-	6	9	-4	-5	0	+7	-8	-3
3	$3 - 6 = -3$							
8				$8 - (-5) = 13$				
-3								
-2								



పూర్ణసంఖ్యల ఆట

తమ తమ కాయిన్స్ను 'ప్రారంభం' ఈ గడిలో పెట్టండి. పాచికలు వేయండి. పాచికలలో పడిన పందెంను చూడండి. ఒక వేళ పాచికలలో పడిన పందెం ధనసంఖ్య అయితే, పందెంలో పడినన్ని గళ్ళు లెక్కించి కాయిన్స్ను ముందుకు జరపండి. ఆ గడిలో సమస్యను ఇచ్చినట్లైతే దానిని సాధించండి. వచ్చిన జవాబు ధనసంఖ్య అయినట్లైతే అన్నిగడులు కాయిన్స్ను ముందుకు జరపండి. వచ్చిన జవాబు ఋణసంఖ్య గనక అయితే అన్ని గడులు కాయిన్స్ వెనుకకు జరపండి.

ఉదాహరణకు, మనం 18వ గడిలో ఉన్నామనుకోండి, ఆ గడిలోని సమస్యకు $(-4 + 2 = -2)$ అని జవాబు వస్తుంది. ఇప్పుడు కాయిన్స్ని రెండు గడులు వెనుకకు అనగా 16పైకి జరపండి. ఏ ఆటగాడు అయితే ముందుగా 100 పైకి చేరుకుంటాడో వారు గెలిచినట్లు.

ఈ ఆటకై గీయబడిన గడులు చివరి కవర్ పేజీపైన ఇవ్వబడినది.






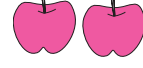



అఅఅ





కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.

ఇచ్చిన ఆపిల్ వళ్ళను ఇద్దరు పిల్లలకు సమానంగా పంచుదాం.

ఆపిల్ వళ్ళు	పిల్లలు			
6	2			$6 \div 2 = 3$
4	2			$4 \div 2 = 2$
1	2			$1 \div 2 = \frac{1}{2}$
7	2			$7 \div 2 = \frac{7}{2}$



తెలుసుకొందాం.

అవకాశం (అవం పెద్దిగానున్న) భిన్నాన్ని, మిశ్రమభిన్నంలోకి మార్చుట.

ఉదా.. 7 ఆపిల్ వళ్ళను 2 రికి సమానంగా పంచినపుడు, ప్రతి ఒక్కరికి ఎన్ని ఆపిల్ వళ్ళు వస్తాయి?

$$\frac{7}{2} = 7 \div 2$$

$$\begin{array}{r} \text{భాజకం} \quad 2 \overline{)7} \quad \text{భాజ్యం} \\ \underline{-6} \\ 1 \quad \text{శేషం} \end{array}$$

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

ప్రతి ఒక్కరికి 3 పూర్తిగా మరియు $\frac{1}{2}$ ఆపిల్ వళ్ళు వచ్చును.



జాగ్రత్తపడండి!

మనం భాగహారం చేస్తున్నపుడు భాజకం కంటే శేషం తక్కువ మిగులునట్లుగా శ్రద్ధ తీసుకొంటాం.

అందువలన మిశ్రమ భిన్నంలోని భిన్నభాగంలో అవం, హారం కంటేను చిన్నదిగా వస్తుంది.



తెలుసుకొందాం.

మిశ్రమభిన్నాన్ని అవక్రమ భిన్నంలోకి మార్చుట.

ఉదా. $3\frac{2}{5}$ అనునది ఒక మిశ్రమభిన్నం. అవ-హార రూపంలోకి దీనిని మార్చాలి.

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

అభ్యాసం 9

1. అవక్రమ భిన్నంలోకి మార్చండి.

(i) $7\frac{2}{5}$ (ii) $5\frac{1}{6}$ (iii) $4\frac{3}{4}$ (iv) $2\frac{5}{9}$ (v) $1\frac{5}{7}$

2. మిశ్రమ భిన్నంలోకి మార్చండి.

(i) $\frac{30}{7}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{15}{12}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{21}{4}$ (vi) $\frac{20}{7}$

3. కింది సమస్యలను భిన్న రూపంలో రాయండి.

(i) 9 కిలోగ్రాముల బియ్యాన్ని 5గురు వ్యక్తులకు సమానంగా పంచినచో, ఒక్కొక్కరికి ఎన్ని కిలోగ్రాముల బియ్యం వస్తాయి?

(ii) 5 చొక్కాలు ఒకేరకమైనవి కుట్టడానికి 11 మీటర్ల గుడ్డ కావల్సినచో ఒక చొక్కాకు ఎన్ని మీటర్ల గుడ్డ కావాలి?



తెలుసుకొందాం.

మిశ్రమభిన్నాల కూడిక మరియు తీసివేత

ఉదా. (1) కూడండి. $5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$

1వ పద్ధతి

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} &= 5 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \\ &= 7 + \frac{2+3}{4} = 7 + \frac{5}{4} \\ &= 7 + 1 + \frac{1}{4} = 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

2వ పద్ధతి

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} &= \frac{5 \times 2 + 1}{2} + \frac{2 \times 4 + 3}{4} \\ &= \frac{11}{2} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{11 \times 2}{2 \times 2} + \frac{11}{4} \\ &= \frac{22}{4} + \frac{11}{4} = \frac{33}{4} \\ &= 8\frac{1}{4} \end{aligned}$$

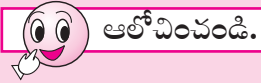
ఉదా. (2) తీసివేయండి $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7}$

1వ పద్ధతి

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} &= (3-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{7}\right) \\ &= 1 + \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{1 \times 5}{7 \times 5} \\ &= 1 + \frac{14}{35} - \frac{5}{35} \\ &= 1 + \frac{9}{35} = 1\frac{9}{35} \end{aligned}$$

2వ పద్ధతి

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} &= \frac{17}{5} - \frac{15}{7} \\ &= \frac{17 \times 7}{5 \times 7} - \frac{15 \times 5}{7 \times 5} \\ &= \frac{119}{35} - \frac{75}{35} = \frac{119-75}{35} \\ &= \frac{44}{35} = 1\frac{9}{35} \end{aligned}$$



ఆలోచించండి.

$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$ ఈ తీసివేత ఎలా చేయాలి? ఈ తీసివేత $[4 - 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}]$ ఇలా వుంటుందా?

అభ్యాసం 10

1. కూడండి.

(i) $6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ (ii) $1\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$ (iii) $5\frac{1}{5} + 2\frac{1}{7}$ (iv) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3}$

2. తీసివేయండి.

(i) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ (ii) $5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$ (iii) $7\frac{1}{8} - 6\frac{1}{10}$ (iv) $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{5}$

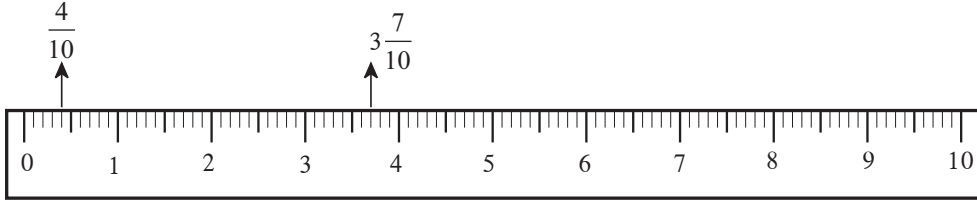
3. సాధించండి.

- (1) సుయశ్ $2\frac{1}{2}$ కిలోగ్రాములు మరియు ఆశీష్ $3\frac{1}{2}$ కిలోగ్రాముల పంచదార తీసుకొచ్చారు. అయిన ఇద్దరు కలిసి ఎంత పంచదార తీసుకొచ్చారు? పంచదార ధర 32 రూపాయలకు ఒక కిలో అయినచో, పంచదార మొత్తం విలువెంత?
- (2) ఆరాధన తన కూరగాయల తోటలో $\frac{2}{5}$ వంతు భాగంలో ఆలుగడ్డలు సాగుచేసింది. $\frac{1}{3}$ వంతు భాగంలో ఆకు కూరలు సాగుచేసింది. మిగిలిన భాగంలో వంకాయలు సాగుచేసినచో, ఎంత భాగంలో వంకాయలు సాగుచేసింది?
- (3) సందీప్ ఒక ఖాళీ నీటి తొట్టిలో $\frac{4}{7}$ వంతు నీరు నింపాడు. ఆ తర్వాత ఆ నీటి తొట్టిలో రమాకాంత్ $\frac{1}{4}$ వంతు నీరునింపాడు. ఉమేష్ అదే తొట్టిలోనుంచి $\frac{3}{14}$ వంతు నీరు తోటలోని చెట్లకు పట్టాడు. తొట్టి పూర్తి సామర్థ్యం 560 లీటర్లు అయినచో తొట్టిలో ఎన్ని లీటర్ల నీరు మిగిలి వుండవచ్చు?



తెలుసుకొందాం.

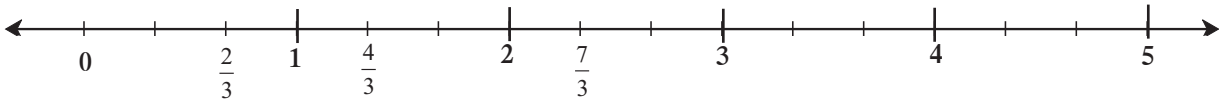
సంఖ్యరేఖపై భిన్నాలను చూపుట.



$\frac{4}{10}$ మరియు $3\frac{7}{10}$ ఈ భిన్నాలను సంఖ్యరేఖపై చూపించడం చాలా సులభం, ఎందుకనగా కొలబద్దపై ప్రతి ఒక సెంటీమీటరు పది సమాన భాగాలుగా వుంటుంది. ఒక ప్రమాణికాంశంలో నున్న నుంచి నాలుగవ భాగం $\frac{4}{10}$ అను భిన్నాన్ని చూపిస్తుంది. 3 మరియు 4 ల మధ్యనున్న పది సమాన భాగాలలో 3 తర్వాత 7 వ చిహ్నం $3\frac{7}{10}$ అను మిశ్రమ భిన్నాన్ని చూపిస్తుంది.

ఉదా. సంఖ్య రేఖపై $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$ అను భిన్నాలను చూపిద్దాం.

కింది పట్టిపైన ప్రతి ఒక ప్రమాణికాంశాన్ని 3 సమానభాగాలుగా చేయబడింది.



ఇది నాకు అర్థమయింది.

ఏదేని భిన్నాన్ని సంఖ్యరేఖపై చూపించదలచుకొన్నప్పుడు సంఖ్యరేఖపై ప్రతి ప్రమాణికాంశాన్ని భిన్నంలోని హారం అన్ని సమాన భాగాలు చేయాల్సి ఉంటుంది.

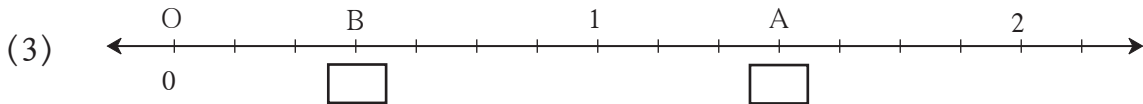
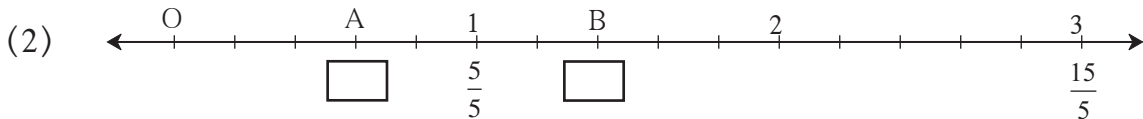
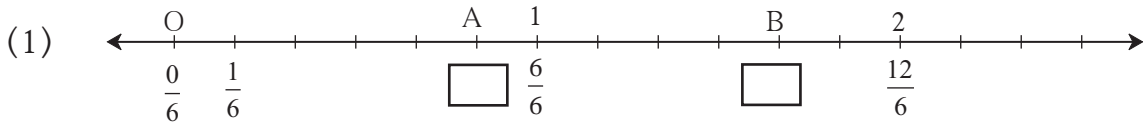


ఆలోచించండి.

సంఖ్యరేఖపై $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{19}{40}$ అను భిన్నాలను చూపుటకై ప్రమాణికాంశం ఎంత పెద్దదిగా తీసుకోవాలి?

అభ్యాసం 11

1. కింది మూడు సంఖ్యరేఖలపై A మరియు B బిందువులు ఏ భిన్నాలను చూపుతున్నాయో, వాటిని ఖాళీ గడులలో రాయండి.



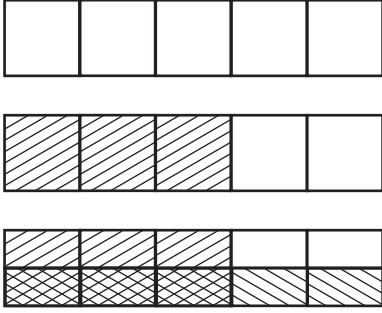
2. సంఖ్యారేఖపై కింది భిన్నాలను చూపండి.

(1) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$, $2\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $2\frac{1}{4}$



భిన్నాల యొక్క గుణకారం

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ ఈ గుణకారాన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టి సహాయంతో ఎలా చేశారో చూడండి.



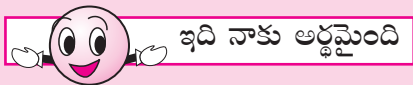
- ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పట్టి తీసుకొని దానిపై నిలువుగా రేఖలు గీసి 5 సమాన భాగాలు చేయండి.
- $\frac{3}{5}$ భిన్నాన్ని చూపు భాగంలో గీతలు గీయండి.
- $\frac{3}{5}$ యొక్క $\frac{1}{2}$ ఈ భాగాన్ని చూపాలి కాబట్టి అదే పట్టిని 2 సమాన భాగాలు చేయడానికి మధ్యలో అడ్డు రేఖను గీయండి.

- ఈ 2 అడ్డు భాగాలలోనుంచి 1 భాగంలో వేరేమాదిరిగా రేఖలు గీయండి.

మనం పూర్తి పట్టిని 2 సమాన భాగాలు చేశాం. అదే సమయంలో $\frac{3}{5}$ వ భాగాన్ని కూడా 2 సమాన భాగాలు చేశాం. అందులో 1 భాగం తీసుకోవడానికి రెండు సార్లు రేఖలు గీయబడిన భాగంను దృష్టిలోకి తీసుకోండి.

మొత్తం సమాన గళ్ళు 10 అయినాయి. వాటిలో 3 గళ్ళు రెండుసార్లు రేఖలు గీసి ఉన్నాయి. ఈ గడులే రెండుసార్లు రేఖలు గీసిన భాగం భిన్నరూపంలో $\frac{3}{10}$ అవుతుంది. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

మనం పై గుణకారాన్ని ఈ విధంగా కూడా చేయవచ్చు. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$



రెండు భిన్నాలను గుణించుచున్నప్పుడు అవాల లబ్ధాన్ని అవస్థానంలో మరియు హారాల లబ్ధాన్ని హారం స్థానంలో రాయాలి.

ఉదా. సులోచనకు 42 ఎకరాల పొలం వుంది. ఆమె ఆ పొలంలో $\frac{2}{7}$ భాగం భూమిలో గోధుమను నాటింది, అయితే ఆమె ఎన్ని ఎకరాల భూమిలో గోధుమను నాటింది?

42 లో $\frac{2}{7}$ కనుగొనాలి. $\therefore \frac{42}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{42 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6 \times 7 \times 2}{7} = 12$

సులోచన 12 ఎకరాల స్థలంలో గోధుమ పంటను నాటింది.

1. గుణించండి.

(i) $\frac{7}{5} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{5}$ (iii) $\frac{5}{9} \times \frac{4}{9}$ (iv) $\frac{4}{11} \times \frac{2}{7}$

(v) $\frac{1}{5} \times \frac{7}{2}$ (vi) $\frac{9}{7} \times \frac{7}{8}$ (vii) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$ (viii) $\frac{6}{17} \times \frac{3}{2}$

2. ఆశోక్‌రావు తన 21 ఎకరాల పొలంలో $\frac{2}{7}$ వంతు భాగాలలో అరటి సాగు చేసినచో, మొత్తం అరటి సాగు విస్తీర్ణమెంత?

3. సైన్యంలోని మొత్తం సైనికులలోంచి $\frac{4}{9}$ వంతు భాగం సైనికులు ఉత్తర సరిహద్దును సంరక్షిస్తున్నారు. ఈ సైనికుల సంఖ్యలో మూడవ వంతు భాగం సైనికులు ఈశాన్య భాగం వైపు రక్షణకై నియమించ బడినారు. అయితే ఉత్తర సరిహద్దుపై కర్తవ్య నిర్వహణలోనున్న సైనికుల సంఖ్య 540000 అయినచో, ఈశాన్యం వైపునున్న సైనికుల సంఖ్య ఎంతవుంటుంది?



గుణకార విలోమం

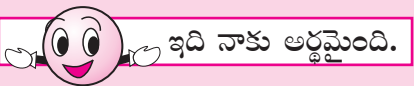
ఈ గుణకారాలను చూడండి.

(1) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$ (2) $4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
 (3) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$ (4) $\frac{71}{3} \times \frac{3}{71} = 1$

పై గుణకారాలలో ఏం విశేషం కనిపిస్తుంది?

ఇచ్చిన భిన్నం మరియు దాని అవ, హారాలను పరస్పరం మార్పు చేయగా వచ్చిన భిన్నాల యొక్క లబ్ధం 1 అవుతుంది. ఇలాంటి భిన్నాల జతకు ఒక పేరుంది. ఇది గుణకార విలోమజత.

ఉదా. $\frac{5}{6}$ ఈ భిన్నం యొక్క గుణకార విలోమం $\frac{6}{5}$ అవుతుంది. 4 యొక్క అనగా $\frac{4}{1}$ యొక్క గుణకార విలోమం $\frac{1}{4}$ అవుతుంది..



ఎప్పుడైతే రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 1 అవుతుందో అప్పుడు ఆ సంఖ్యలు ఒకదానికొకటి గుణకార విలోమం అవుతాయి.



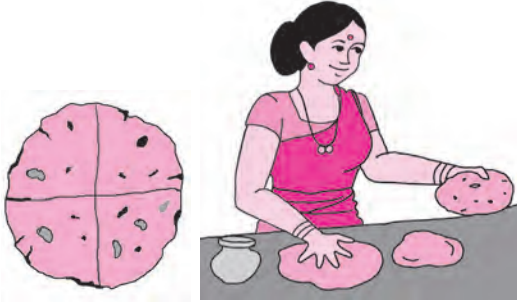
(1) 1 యొక్క గుణకార విలోమం ఏది? (2) 0 కు గుణకార విలోమం ఉందా?



తెలుసుకొందాం.

భిన్నాల యొక్క భాగహారం

ఉదా. ఒక రొట్టెను ప్రతి ఒక్కరికి నాలుగవవంతు రొట్టె ఇవ్వాలి. ఐతే అది ఎంత మందికి సరిపోతుంది?



నాలుగవ వంతు (పావు) అనగా $\frac{1}{4}$

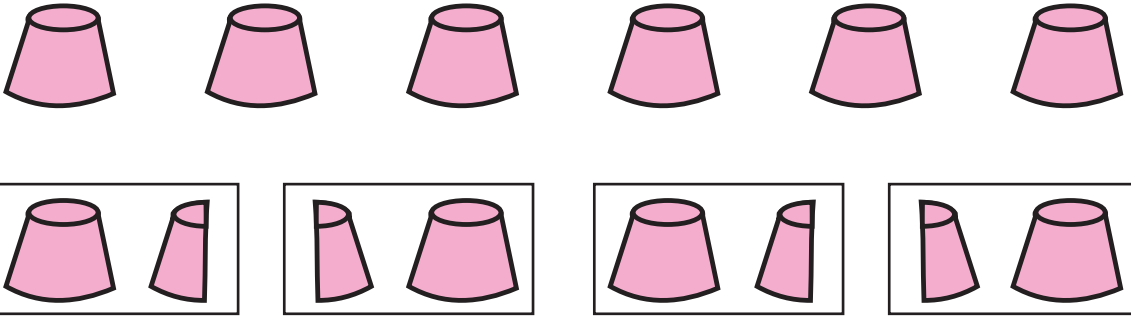
చిత్రంలో చూపిన విధంగా ఒక పూర్తి రొట్టెలో నాలుగవ వంతువి నాలుగు అవుతాయి. ఆ రొట్టె 4 గురు వ్యక్తులకు సరిపోతుంది.

దీనినే మనం $4 \times \frac{1}{4} = 1$ అని రాయవచ్చు.

ఇప్పుడు భిన్నం యొక్క భాగహారాన్ని, గుణకార రూపంలో మార్చుదాం. $1 \div \frac{1}{4} = 4 = 1 \times \frac{4}{1}$

ఉదా. ఒక్కొక్క బెల్లం దిమ్మో ఒక కిలోగ్రాముని ఆరు దిమ్మోలున్నాయి. ఒక్కొక్క కుటుంబానికి నెలకు కిలోస్పర్ బెల్లం అవసరం అయిన ఈ దిమ్మోలు, ఎన్ని కుటుంబాలకు సరిపోతాయి?

కిలోస్పర్ $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



ఇచ్చిన బెల్లం ఎన్ని కుటుంబాలకు సరిపోతుందో కనుగొనడానికి భాగహారం చేద్దాం.

$6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = 4$ కనుక 6 దిమ్మోలు నాలుగు కుటుంబాలకు సరిపోతాయి.

ఉదా. $12 \div 4 = \frac{12}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3$

ఉదా. $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{7 \times 2} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}$



ఇదినాకు అర్థమైంది.

ఏదేని సంఖ్యను భిన్నంచే భాగించడం అంటే, ఆ సంఖ్యను ఆ భిన్నం యొక్క గుణకార విలోమం చేత గుణించడం.

అభ్యాసం 13

1. కింది సంఖ్యల గుణకార విలోమాన్ని రాయండి.

- (i) 7 (ii) $\frac{11}{3}$ (iii) $\frac{5}{13}$ (iv) 2 (v) $\frac{6}{7}$

2. కింది భిన్నాలను భాగహారం చేయండి.

- (i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{2}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{5}{11}$ (iv) $\frac{11}{12} \div \frac{4}{7}$

3.* స్వచ్ఛభారత్ అభియాన్‌లో 420 మంది విద్యార్థులు పాల్గొన్నారు. వారు సేవాగ్రాం అను గ్రామంలో $\frac{42}{75}$ వ వంతు భాగాన్ని శుభ్రం చేశారు. అయిన ప్రతి విద్యార్థి సేవాగ్రామంలో ఎంతభాగం శుభ్రం చేసినట్లు?

అవును

రామానుజన్ చతురస్రం

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

- ఈ చతురస్రంలో అడ్డు, నిలువు మరియు వాలు వరుసలలోని నాలుగు-నాలుగు సంఖ్యలను కూడండి.
- ఎంత వస్తుందో చూడండి.
- ఎలా కూడినను అంతే వస్తుందా?
- ఏం ప్రత్యేకత కనిపించింది?
- చతురస్రంలో మొదటి వరుసలోని సంఖ్యలను గమనించండి.
22 - 12 - 1887
- ఈ తేదిని గూర్చి వివరాలు తెలుసుకోండి.

ప్రఖ్యాత భారతీయ గణితశాస్త్రజ్ఞుడు శ్రీనివాస రామానుజన్ గారి చరిత్రను సంపాదించి చదవండి.

ఇప్పుడు కూరగాయల మొత్తం బరువును కనుగొనడానికి గ్రాముల మరియు కి.గ్రా.ల ప్రమాణాలుపయోగించి కూడి చూద్దాం.



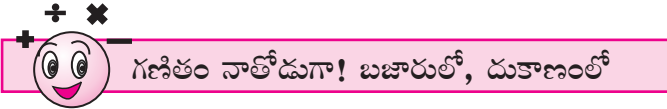
750 గ్రా. ఆలుగడ్డలు	0.750 కి.గ్రా. ఆలుగడ్డలు
+ 1000 గ్రా. ఉల్లిగడ్డలు	+ 1.000 కి.గ్రా. ఉల్లిగడ్డలు
+ 500 గ్రా. కాలీఫ్లవర్	+ 0.500 కి.గ్రా. కాలీఫ్లవర్
+ 250 గ్రా. టమాటాలు	+ 0.250 కి.గ్రా. టమాటాలు
<hr/>	<hr/>
2500 గ్రా. మొత్తం బరువు	2.500 కి.గ్రా. మొత్తం బరువు

పూర్ణసంఖ్యల కూడిక మరియు దశాంశ బిందువుల కూడికలలోని సాదృశ్యాన్ని గుర్తుంచుకోండి.

కూరగాయల మొత్తం బరువు 2500 గ్రాములనగా $\frac{2500}{1000}$ కి.గ్రా.లు అంటే 2.500 కి.గ్రా.లు అవుతుంది.

$2.500 = 2.50 = 2.5$ ఇవి మనకు తెలుసు.

రేషెం యొక్క సంచితంలోని కూరగాయల బరువు 2.5 కి.గ్రా.లు ఉంది.



మీరు అమ్మ-నాన్నవెంట నోట్‌బుక్ మరియు పెన్ను తీసుకొని వెళ్ళండి. మీ అమ్మ ప్రతి కూరగాయలు ఎంత బరువు గలవి తీసుకున్నదో నమోదు చేయండి. కూరగాయల మొత్తం బరువెంతో రాయండి.

అభ్యాసం 14

1. 378.025 ఈ సంఖ్యలోని ప్రతి అంకె యొక్క స్థాన విలువను పట్టికలో రాయండి..

స్థానం	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం	సహస్రాంశం
	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
అంకె	3	7	8	0	2	5
స్థాన విలువ	300			$\frac{0}{10} = 0$		$\frac{5}{1000} = 0.005$

2. సాధించండి.

(1) $905.5 + 27.197$

(2) $39 + 700.65$

(3) $40 + 27.7 + 2.451$

3. తీసివేయండి.

(1) $85.96 - 2.345$

(2) $632.24 - 97.45$

(3) $200.005 - 17.186$

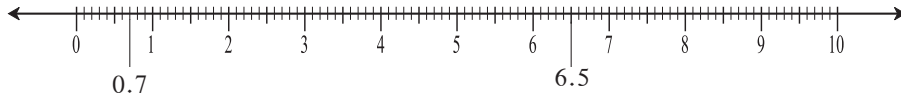
4. అవినాశ్ తన ప్రయాణంలో 42 కి.మీ.ల 365 మీటర్లు బస్లో, 12 కి.మీ.ల 460 మీ.లు మోటార్ సైకిలుపై మరియు 640 మీటర్లు కాలినడకన ప్రయాణించినచో, అతడు మొత్తం ఎన్ని కి.మీ.లు ప్రయాణించాడు? (జవాబు దశాంశ బిందువులలో రాయండి.)
5. ఆయేషా సల్వర్కోసం 1.80 మీటర్లు, కుర్తాకోసం 2.25 మీటర్ల గుడ్డ ఖరీదు చేసింది. గుడ్డ ధర మీటర్కు 120 రూపాయలైన దుకాణదారునికి ఆమె ఎన్ని రూపాయలు ఇవ్వవలసి ఉంటుంది?
6. సుజాత బజారు నుంచి 4.25 కి.గ్రా.ల బరువైన పుచ్చకాయ తెచ్చింది. అందులోంచి 1 కి.గ్రా. 750 గ్రాముల పుచ్చకాయ పక్కింటి పిల్లల కిచ్చినచో, ఆమెవద్ద ఎన్ని కిలోగ్రాముల పుచ్చకాయ మిగిలివుంది?
7. అనిత కారులో గంటకు 85.6 కి.మీ.ల వేగంతో ప్రయాణించుచుండెను. దారిలో కారు వేగం గంటకు 55 కి.మీ.లు అని నూచన గలదు. అయితే ఆమె వాహనం వేగం ఎంత తక్కువ చేస్తే రహదారి నియమాలు పాటించినట్లవుతుంది?



కొంచెం జాప్యం తెచ్చుకొందాం.

సంఖ్యరేఖపై దశాంశ భిన్నాన్ని చూపుట.

ఉదా. సంఖ్య రేఖపై 0.7 మరియు 6.5 అను సంఖ్యలను ఎలా చూపించారో చూడండి.



ఇదే విధంగా కింది సంఖ్యలను సంఖ్యరేఖపై చూపండి.

- (1) 3.5 (2) 0.8 (3) 1.9 (4) 4.2 (5) 2.7



తెలుసుకొందాం.

సామాన్య భిన్నాన్ని దశాంశభిన్నంలోకి మార్పులు

సామాన్య భిన్నం యొక్క హారం 10 లేక 100 ఉన్నచో, దానిని దశాంశభిన్నం యొక్క రూపంలో రాయ వచ్చుననేది మీకు తెలుసు కదా!

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ ఈ భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలలోకి ఎలా మార్చవచ్చో గుర్తు తెచ్చుకోండి.

భిన్నం యొక్క హారం 1000 ఉన్నచో దానిని కూడా దశాంశ భిన్నంలోకి మార్చవచ్చు, ఎలానో చూద్దాం.

సామాన్య భిన్నం యొక్క హారం 10, 100, 1000 ఉన్నచో,

- (1) లవస్థానంలో, హారం స్థానంలోని సున్నలకంటెను ఎక్కువ అంకెలు గనక ఉన్నట్లయితే కుడినుండి సున్నల సంఖ్యంత అంకెలు విడిచి దానిముందు దశాంశబిందువు రాయవలసి ఉంటుంది.

ఉదా., (1) $\frac{723}{10} = 72.3$ (2) $\frac{51250}{100} = 512.50$ (3) $\frac{5138}{1000} = 5.138$

(2) లవస్థానంలో, హారం స్థానంలోని సున్నలంతే అంకెలు గనక ఉన్నట్లైతే, లవస్థానంలోని సంఖ్యలకు ముందు దశాంశబిందువును ఇచ్చి, పూర్ణాంకం యొక్క స్థలంలో సున్నను రాయండి.

ఉదా, (1) $\frac{7}{10} = 0.7$ (2) $\frac{54}{100} = 0.54$ (3) $\frac{725}{1000} = 0.725$

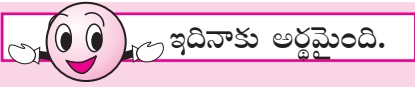
(3) లవస్థానంలో, హారంస్థానంలోని సున్నలకంటే తక్కువ అంకెలు గనక ఉన్నట్లైతే లవానికి ముందు కొన్ని సున్నలు చేర్చి మొత్తం అంకెలు హారంలోని సున్నల సంఖ్య అంతే చేయాలి. వాటికి ముందు దశాంశ బిందువును రాసి, పూర్ణాంకాల స్థలంలో సున్న రాయాలి.

ఉదా, (1) $\frac{8}{100} = \frac{08}{100} = 0.08$ (2) $\frac{8}{1000} = \frac{008}{1000} = 0.008$



దశాంశభిన్నాన్ని సామాన్యభిన్నంలోకి మార్చుట

(1) $26.4 = \frac{264}{10}$ (2) $0.04 = \frac{4}{100}$ (3) $19.315 = \frac{19315}{1000}$



దశాంశభిన్నాన్ని సామాన్య భిన్నంలోకి మార్చుచున్నప్పుడు, ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నంలోని దశాంశబిందువును గూర్చి ఆలోచించకుండా వచ్చిన సంఖ్యను సామాన్య భిన్నం యొక్క లవస్థానంలో రాస్తారు. అంతేగాక హారంస్థానంలో 1 అను అంకె రాసి ఇచ్చిన సంఖ్యలోని దశాంశబిందువునకు తర్వాత ఎన్ని అంకెలు ఉన్నాయో, అన్ని సున్నలు 1 తర్వాత రాస్తారు.

అభ్యాసం 15

1. గడులలో సరియైన సంఖ్యను రాయండి.

(1) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{10} = \square$ (2) $\frac{25}{8} = \frac{25 \times \square}{8 \times 125} = \frac{\square}{1000} = 3.125$
 (3) $\frac{21}{2} = \frac{21 \times \square}{2 \times \square} = \frac{\square}{10} = \square$ (4) $\frac{22}{40} = \frac{11}{20} = \frac{11 \times \square}{20 \times 5} = \frac{\square}{100} = \square$

2. సామాన్య భిన్నాన్ని దశాంశభిన్నంలోకి మార్చండి.

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{9}{8}$ (4) $\frac{17}{20}$ (5) $\frac{36}{40}$ (6) $\frac{7}{25}$ (7) $\frac{19}{200}$

3. కింది దశాంశ భిన్నాలను సామాన్యభిన్న రూపంలో రాయండి.

(1) 27.5 (2) 0.007 (3) 90.8 (4) 39.15 (5) 3.12 (6) 70.400



తెలుసుకోదాం.

దశాంశభిన్నాల గుణకారం

ఉదా. 1. 4.3×5 గుణించండి.

I వ పద్ధతి	II వ పద్ధతి	III వ పద్ధతి									
$4.3 \times 5 = \frac{43}{10} \times \frac{5}{1}$ $= \frac{43 \times 5}{10 \times 1}$ $= \frac{215}{10}$ $4.3 \times 5 = 21.5$	<table border="1"> <tr> <td>×</td> <td>4</td> <td>$\frac{3}{10}$</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>20</td> <td>$\frac{15}{10}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>20</td> <td>1.5</td> </tr> </table> $4.3 \times 5 = 20 + 1.5 = 21.5$	×	4	$\frac{3}{10}$	5	20	$\frac{15}{10}$		20	1.5	$\begin{array}{r} 43 \\ \times 5 \\ \hline 215 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4.3 \\ \times 5 \\ \hline 21.5 \end{array}$
×	4	$\frac{3}{10}$									
5	20	$\frac{15}{10}$									
	20	1.5									

ఉదా. 2. పెట్రోలు ధర ప్రతి లీటర్ కు 62.32 రూపాయలు గలదు. సీమకు తన స్కూటర్ లో రెండున్నర లీటర్ల పెట్రోలు నింపేది ఉంది. ఆమె ఎన్ని రూపాయలు ఇవ్వవలసి ఉంటుంది? ఏ క్రియను చేయాలి?



I వ పద్ధతి

$$62.32 \times 2.5 = ?$$

$$62.32 \times 2.5 = \frac{6232}{100} \times \frac{25}{10}$$

$$= \frac{155800}{1000}$$

$$= 155.800$$

సీమ 155.80 రూపాయలు ఇవ్వాలి ఉంటుంది.

II వ పద్ధతి

$\begin{array}{r} 6232 \\ \times 25 \\ \hline 155800 \end{array}$	$\begin{array}{r} 62.32 \\ \times 2.5 \\ \hline 155.800 \end{array}$
---	--

- ముందు దశాంశ బిందువును గూర్చి ఆలోచించకుండా గుణించాం.
- తర్వాత అబ్బంలో ఒకట్లస్థానం నుంచి ప్రారంభించి గుణ్యంలోని మొత్తం దశాంశస్థానాలను తెక్కించి ఎడమవైపు దశాంశబిందువును చేర్చాం.

అభ్యాసం 16

1. $317 \times 45 = 14265$, అయిన $3.17 \times 4.5 = ?$
2. $503 \times 217 = 109151$, అయిన $5.03 \times 2.17 = ?$
3. గుణించండి.

(1) 2.7×1.4	(2) 6.17×3.9	(3) 0.57×2	(4) 5.04×0.7
----------------------	-----------------------	---------------------	-----------------------

4. వీరేంద్ర ఒక బియ్యం సంచి బరువు 5.250 కి.గ్రా. చొప్పున 18 సంచుల బియ్యం ఖరీదు చేసేను. అయిన మొత్తం ఎంత బియ్యం ఖరీదు చేసేను. బియ్యం ధర 42 రూపాయలకు ఒక కి.గ్రా. అయినట్లయితే, అతడు ఎన్ని రూపాయలు చెల్లించెను?
5. వేదిక వద్ద మొత్తం 23.50 మీటర్ల గుడ్డ గలదు. ఆమె ఆ గుడ్డనుంచి సమాన ఆకారంలో 5 పరదాలు తయారు చేసేను. ప్రతి ఒక పరదాకు 4 మీటర్ల 25 సెం.మీ.ల గుడ్డ వట్టినట్లయితే, ఆమెవద్ద ఇంకెన్ని మీటర్ల గుడ్డ మిగిలి ఉంటుంది?



తెలుసుకోదాం.

మనం ఇంతకుముందు చూశాంకదా! $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14}$

దశాంశభిన్నాల భాగహారం

(1) $6.2 \div 2 = \frac{62}{10} \div \frac{2}{1} = \frac{62}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{31}{10} = 3.1$

(2) $3.4 \div 5 = \frac{34}{10} \div \frac{5}{1} = \frac{34}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{34}{50} = \frac{34 \times 2}{50 \times 2} = \frac{68}{100} = 0.68$

(3) $4.8 \div 1.2 = \frac{48}{10} \div \frac{12}{10} = \frac{48}{10} \times \frac{10}{12} = 4$

అభ్యాసం 17

1. కింది భాగాహారాలు చేయండి.
 - (1) $4.8 \div 2$ (2) $17.5 \div 5$ (3) $20.6 \div 2$ (4) $32.5 \div 25$
2. రహదారియొక్క మొత్తం పొడవు 4 కి.మీ. 800 మీటర్లు గలదు. రహదారికి రెండువైపులా ప్రతి 9.6 మీటర్ల దూరం లో చెట్లు నాటినచో మొత్తం ఎన్ని చెట్లు కావాలి?
3. ప్రజ్ఞ ప్రతిరోజు క్రమం తప్పక మైదానంలోని వృత్తాకార మార్గంలోనడక వ్యాయామం చేస్తుంది. అయితే ఆమె ప్రతి రోజు 9 చుట్టలో మొత్తం 3.825 కి.మీ.ల దూరం నడిచినచో, ఒక చుట్టలో ఆమె ఎంతదూరం నడుస్తుంది?
4. ఒక ఔషధనిర్మాత 0.25 క్వీంటాళ్ళ కరక్కాయ (ఔషధమొక్క)లను 9500 రూపాయలకు ఖరీదు చేసేను. అయిన ఒక క్వీంటాల్ కరక్కాయ ధర ఎంత? (1 క్వీంటాల్ = 100 కిలోగ్రాములు)

చచచ

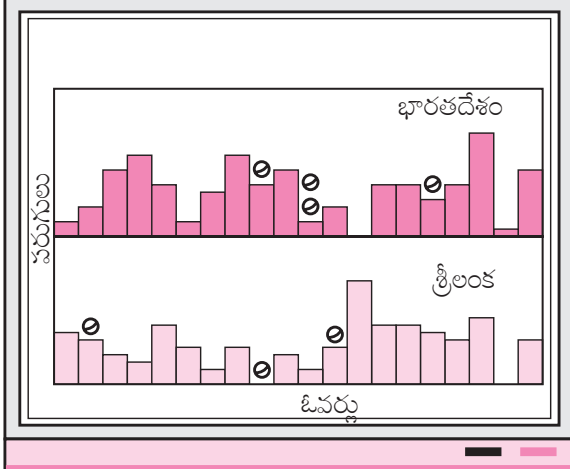
గణితగమ్యుత్తు!

- హామీద్ :** సల్మా నాకు ఏదైన మూడంకెల సంఖ్య చెప్పు.
- సల్మా :** సరే, విను, ఐదువందల ఇరవైఏడు.
- హామీద్ :** ఇప్పుడు ఆ సంఖ్యను నీవు ముందుగా 7చే గుణించు. వచ్చిన లబ్ధాన్ని 13చే గుణించి, మళ్ళీ, వచ్చిన లబ్ధాన్ని 11చే గుణించు.
- సల్మా :** సరే! గుణించాను.
- హామీద్ :** నీకు వచ్చిన జవాబు, ఐదులక్షల ఇరవై ఏడు వేల ఐదు వందల ఇరవైఏడు.
- సల్మా :** ఇదెలా నీవు ఇంత తొందరగా చెప్పగలిగావు?
- హామీద్ :** నీవు ఇంకో రెండు/మూడు సంఖ్యలు తీసుకో. ఈ గుణకారం చేసి, గుర్తించు.





కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.



పక్కనున్న చిత్రాన్ని పరిశీలించి, చెప్పండి.

- (1) ఈ సమాచారం ఏ ఆటకు సంబంధించినది?
- (2) చిత్రంనుండి ఎన్ని విషయాలను గూర్చి సమాచారం లభిస్తుంది?
- (3) చిత్రంలో పరుగులను చూపడానికై ఏ ఆకారాన్ని చూపించారు?

ఇచ్చిన సాంఖ్యిక సమాచారాన్నిబట్టి చిత్రరూపాలు ఎలా గీయాలో మనం చూశాం. ప్రమాణం ఇచ్చినట్లయితే చిత్రాలను లెక్కించి. సాంఖ్యిక సమాచారాన్ని రాయవచ్చును.

ఉదా. ఒక గ్రామంలోని వాహనాల రకాలు మరియు వాహనాల సంఖ్యను చూపునట్టి చిత్రరూపాలు కింద ఇవ్వబడినాయి.

కింది చిత్రరూపాలలో 1 చిత్రం = 5 వాహనాలుగా తీసుకొని సంఖ్యను రాయండి.

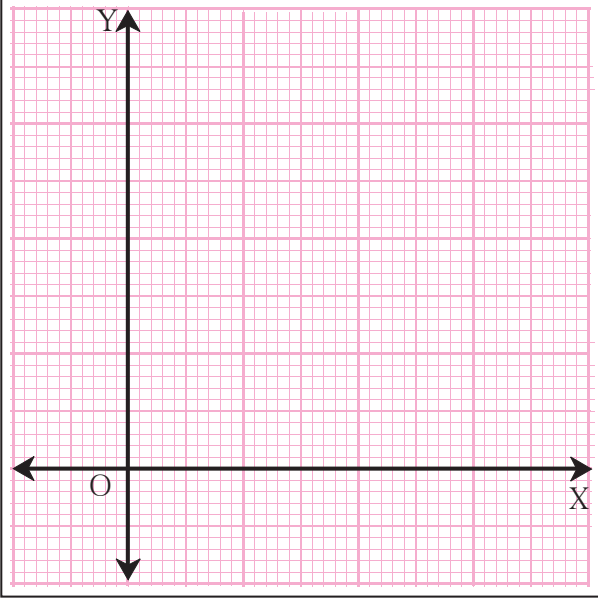
వాహనాల రకాలు	వాహనాలు	సంఖ్య
సైకిల్		
స్కూటర్		
రిక్షా		
ఎడ్లబండి		

చిత్రాలను గీయాలంటే చాలా సమయం పడుతుంది. మరి ఇదే సమాచారాన్ని చిత్రాలు లేకుండా ఎలా చూపించవచ్చు?



తెలుసుకొందాం.

రేఖాచిత్రం కాగితం యొక్క పరిచయం (Graph Paper)



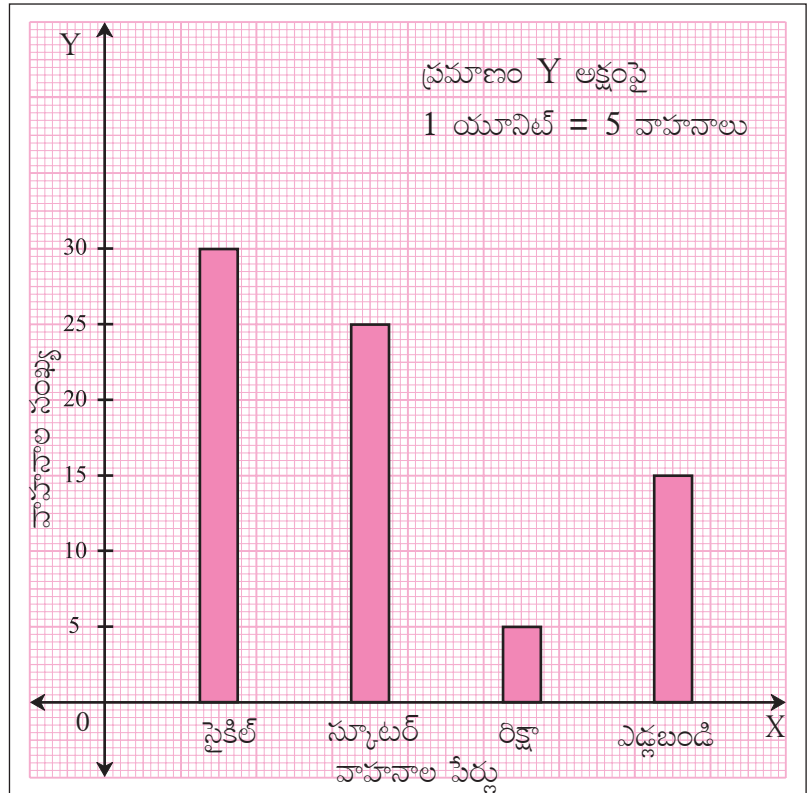
ఇక్కడ చూపబడిన రేఖాచిత్రకాగితంను చూడండి. దానిపై కొన్ని స్పష్టంగా మరియు తేలిపోయినట్లుగా రేఖలు గలవు. స్పష్టంగా ఉన్న రేఖలు పెద్దప్రమాణాన్ని చూపుతాయి. దానిని సమానభాగాలు చేసినపుడు ఏర్పడే చిన్న భాగాలు తేలిపోయినట్లుగానుండే రేఖలతో చూపుతారు.

రేఖాచిత్రకాగితంపై సాధారణంగా కిందివైపున ఆధారంగా ఒక అడ్డురేఖను తీసుకొంటారు. దానిని X- అక్షం అని అంటారు. ఈ రేఖను లంబంగా ఖండించు నట్లుగా ఒక రేఖను ఎడమవైపున గీస్తారు. దానిని Y- అక్షం అని అంటారు.

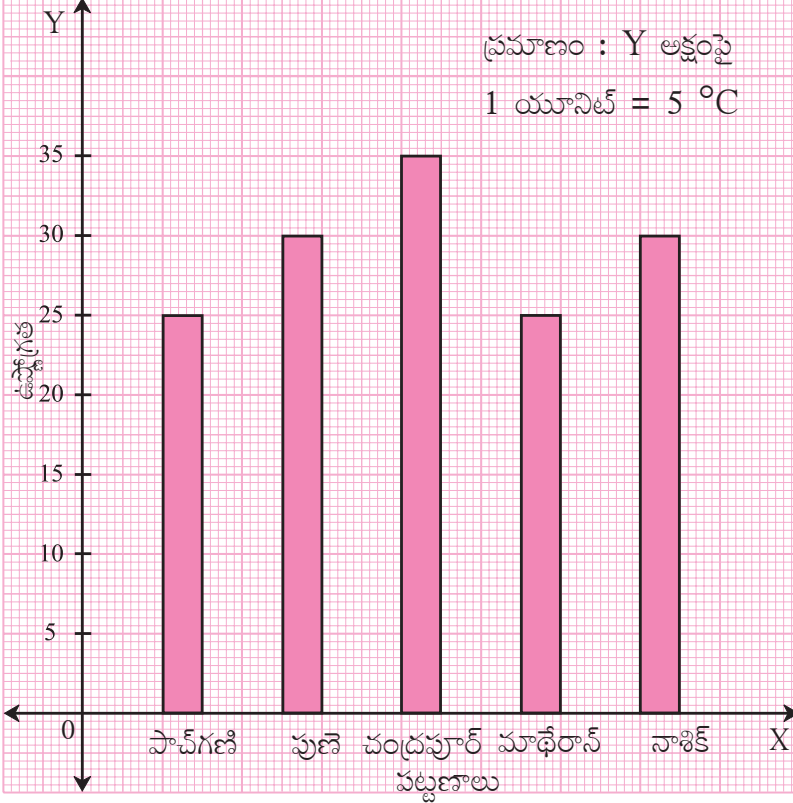
ఏ వివరాల కమ్మీరేఖాచిత్రం గీయవలసి ఉందో వాటిని X- అక్షంపై సమాన దూరంలో చూపుతారు. ప్రతి వివరానికి తగిన సంఖ్యను దానియొక్క పేరుపై నిలువు కమ్మీలతో చూపుతారు. ఈ కమ్మీలు కొలతలను బట్టి తగిన ఎత్తులో మరియు Y- అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటాయి.

ఇప్పుడు మనం 35వ పుటపై చూసినటువంటి చిత్రరూపాలను కమ్మీరేఖాచిత్రాలుగా మార్చదాం.

ఈ కమ్మీరేఖాచిత్రంలో మనం వాహనాలు మరియు వాటి సంఖ్యను చూపించాలి. అంటే 5, 15, 25 మరియు 30 ఈ సంఖ్యలను చూపించాల్సి ఉంది. అందుకై 5 వాహనాలు = 1 యూనిట్, ఇలా ప్రమాణం తీసుకొందాం. అప్పుడు మన కమ్మీరేఖాచిత్రం ఇలా కనిపిస్తుంది.



1. కింది కమ్ప్యూటర్ గ్రాఫ్ లో ఫిబ్రవరి నెలలోని ఒకరోజు వివిధ పట్టణాల గరిష్ట ఉష్ణోగ్రతలు డిగ్రీ సెల్సియస్ లో చూపబడినది. కమ్ప్యూటర్ గ్రాఫ్ ని పరిశీలించి, ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.



- (1) నిలువు మరియు అడ్డు రేఖలపై ఏ సమాచారం చూపబడింది?
- (2) అత్యధిక ఉష్ణోగ్రత ఏ పట్టణంలో ఉంది?
- (3) గరిష్ట ఉష్ణోగ్రతలు సమానంగా పట్టణాలు ఏవి?
- (4) ఏయే పట్టణాల గరిష్ట ఉష్ణోగ్రత 30 డిగ్రీ సెల్సియస్ ఉంది?
- (5) పాచ్ గణి మరియు చంద్రపూర్ పట్టణాలయొక్క గరిష్ట ఉష్ణోగ్రత లోని భేదం ఎంత?



తెలుసుకొందాం.

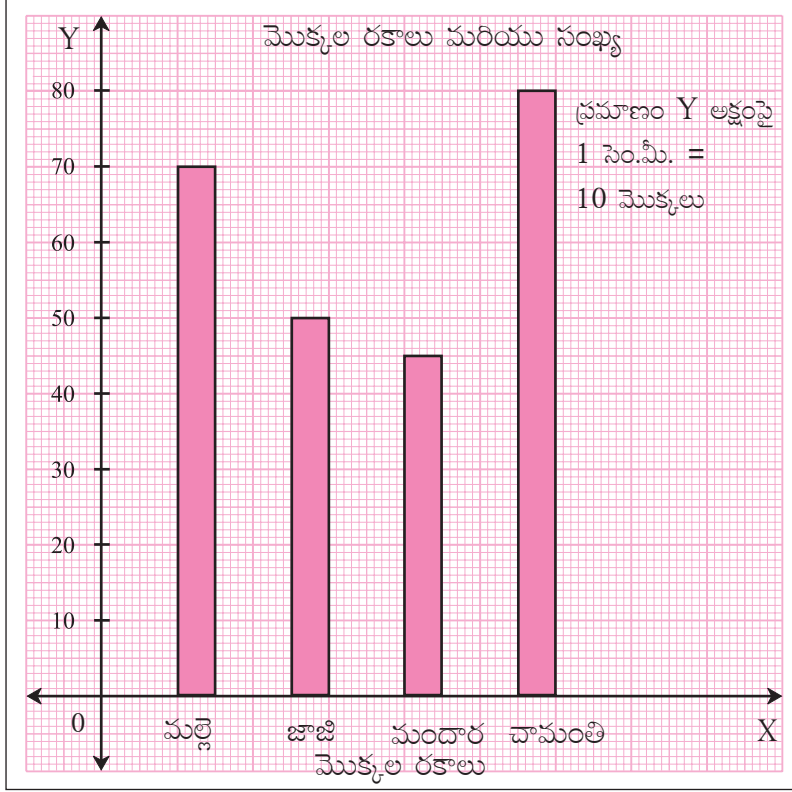
కమ్ప్యూటర్ గ్రాఫ్ గీయుట

ఇచ్చిన సమాచారాన్ని బట్టి కమ్ప్యూటర్ గ్రాఫ్ ని ఎలా గీయాలో కింది ఉదాహరణను బట్టి అర్థం చేసుకోండి.
ఉదా: ఒక మొక్కల పెంపక కేంద్రంలోని మొక్కల సమాచారం కింద ఇవ్వబడింది. ఈ సమాచారాన్ని కమ్ప్యూటర్ గ్రాఫ్ లో గీసి చూపండి.


మొక్కల పేరు	మల్లె	జాజి	మందార	చామంతి
మొక్కల సంఖ్య	70	50	45	80

ఒక రేఖాచిత్రకాగితం తీసుకోండి.


- (1) రేఖాచిత్రకాగితంపై మధ్య భాగంలో మొక్కల రకాలు మరియు సంఖ్య అని శీర్షిక రాయండి.
- (2) X మరియు Y అక్షాలు O ఖండన బిందువు గీయండి.
- (3) X-అక్షంపై మొక్కల పేర్లు ఒకే విధమైన దూరంలో రాయండి.
- (4) మొక్కల సంఖ్య 5 చే భాగించబడుతుంది కాబట్టి Y అక్షంపై 0.5 సెం.మీ. = 5 మొక్కలు అనగా 1 సెం.మీ. = 10 మొక్కలు అని ఈ కొలతను సరియైన విధంగా చూపవచ్చు కాబట్టి ఈ కొలతను తీసుకోండి.
- (5) కాగితం కుడివైపున మూలన కొలతలు రాయండి.
- (6) ప్రతి మొక్క పేరుపై X-అక్షంపై సరియైన ఎత్తుతో కమ్ప్యూటర్ గీయుట.



పై ఉదాహరణలో Y అక్షంపై వేరే ప్రమాణంనుపయోగించి కమ్మీ చిత్రాన్ని గీయండి. దానిని పై కమ్మీ చిత్రంతో పోల్చి చూడండి. (ఉదా. 1 సెం.మీ. = 5 మొక్కలు)

 ఇది నాకు అర్థమైంది.

- కమ్మీరేఖాచిత్రాలలో అన్ని కమ్మీలు వెడల్పు సమానంగా ఉంటుంది.
- పక్క-పక్కనున్న కమ్మీల మధ్యదూరం సమానంగా ఉంటుంది.
- అన్ని కమ్మీలు సరియైన ఎత్తుతో ఉంటాయి.

 గణితం నాతోడుగా : వార్తాపత్రికలో, మాసపత్రికలో

వార్తాపత్రికలు, మాసపత్రికలు మొదలైన మాధ్యమాలనుంచి వివిధ కమ్మీరేఖాచిత్రాలను సేకరించండి.

అభ్యాసం 19

- (1) ఒక గ్రామంలోని కొన్ని కుటుంబాల ప్రముఖులపేర్లు మరియు వారి కుటుంబంలో ఒక రోజులో త్రాగునీటి వాడకం ఇవ్వబడినది. ఇచ్చిన సమాచారాన్ని బట్టి కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.
(ప్రమాణం : Y అక్షంపై : 1 సెం.మీ. = 10 లీటర్ల నీరు)

పేరు	రమేష్	శోభ	ఆయాబ్	జాలీ	రాహూల్
త్రాగునీటి వాడకం	30 లీటర్లు	60 లీటర్లు	40 లీటర్లు	50 లీటర్లు	55 లీటర్లు

- (2) ఒక జంతు ప్రదర్శనశాలలోని జంతువులు మరియు జంతువుల సంఖ్య కింద చూపిన విధంగా ఉంది. ఇచ్చిన సమాచారాన్ని బట్టి కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయండి. (ప్రమాణం : Y అక్షంపై, 1 సెం.మీ. = 4 జంతువులు)

జంతువులు	బింకలు	పులులు	కోతులు	కుందేళ్ళు	నెమళ్ళు
సంఖ్య	20	4	12	16	8

- (3) ఒక పాఠశాలలోని స్నేహసమ్మేళనంలో వివిధ గుణప్రదర్శన కార్యక్రమాలలో పాల్గొను విద్యార్థుల సంఖ్య కింది పట్టికలో చూపబడినది. ఈ సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

(ప్రమాణం : Y అక్షంపై, 1 సెం.మీ. = 4 గురు విద్యార్థులు)

కార్యక్రమం	నాటకం	నృత్యం	గానం	వాయిద్యం	ఏక పాత్రాభినయం
విద్యార్థుల సంఖ్య	24	40	16	8	4

- (4) ఒక జ్యూస్ సెంటర్ కు ఒక వారంలో జ్యూస్ తీసుకోవడానికి వచ్చే కొనుగోలుదారుల సంఖ్య కింది పట్టికలో చూపబడింది. ఈ సమాచారం ఆధారంగా ఇచ్చిన ప్రమాణాన్ని బట్టి రెండు వేర్వేరు కమ్మీరేఖాచిత్రాలను గీయండి.

(ప్రమాణం : Y అక్షంపై, 1 సెం.మీ. = 10 కొనుగోలుదారులు, 1 సెం.మీ. = 5 గురు కొనుగోలుదారులు)

జ్యూస్ రకాలు	నారింజ	అనానస్	ఆపిల్	మామిడి	దానిమ్మ
కొనుగోలుదారుల సంఖ్య	50	30	25	65	10

- (5)* సాంగ్లీ జిల్లాలోని 5 గ్రామాలలోని విద్యార్థులు మొక్కలు నాటారు. ఈ సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయండి. (ప్రమాణం : Y అక్షంపై, 1 సెం.మీ. = 100 చెట్లు)

గ్రామాల పేరు	దుర్దాగ్	బాగ్ గణీ	సమడోలీ	ఆష్టా	కవతేపిరాస్
నాటిన చెట్ల సంఖ్య	500	350	600	420	540

- (6)* యశ్వంత్ ఒక వారంలో వేర్వేరు వ్యాయామ ప్రకారాలకోసం కింది విధంగా సమయం కేటాయిస్తాడు.

ఈ సమాచారంలోని అంశాలను చూపు కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని సరియైన ప్రమాణాన్ని తీసుకొని గీయండి.

వ్యాయామ రకాలు	పరుగు	యోగసనాలు	షైక్లింగ్	పర్వతారోహణ	బ్యాడ్మింటన్
సమయం	35 నిమిషాలు	50 నిమిషాలు	1 గంట 10 నిమిషాలు	1 $\frac{1}{2}$ గంటలు	45 నిమిషాలు

- (7) మీ తరగతిలోని నలుగురు స్నేహితుల పేర్లు రాయండి. వారి పేర్లకు ఎదురుగా వారి బరువును కిలోగ్రాములలో రాయండి. ఈ సమాచారాన్ని బట్టి పైవిధంగా పట్టిక తయారు చేసి, కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

అఅఅ



ICT Tools or Links

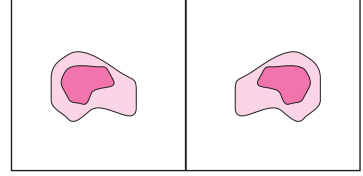
సాంఖ్యిక సమాచారాన్ని సమర్పిస్తున్నప్పుడు కమ్మీ రేఖాచిత్రాలకు బదులుగా వివిధరకాల కమ్మీచిత్రాలను పయోగిస్తారు.

MS-Excell, PPT వీటిలో గల రకరకాల కమ్మీచిత్రాలను ఉపాధ్యాయుల సహాయంతో చూడండి.

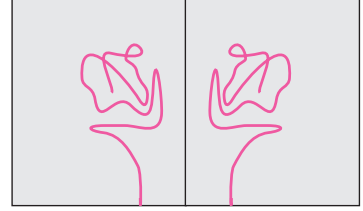


ఇది చేసి చూడండి.

కృత్యం : ఒక కాగితం తీసుకొండి. కాగితాన్ని రెండు సమాన అర్థభాగాలగునట్లుగా మడవండి, తర్వాత మడతను విప్పండి. దానిలోని ఒక భాగంపై రంగుతో చుక్కను పెట్టండి. కాగితాన్ని మడవండి. దానిని కొంచెం ఒత్తండి. తర్వాత కాగితాన్ని విప్పండి. ఏం కనిపిస్తుంది? తయారైన ఆకృతి మడతపైని రేఖతో సౌష్ఠవంగా ఉంటుంది.



కృత్యం : ఇప్పుడొక కాగితం తీసుకొండి. ఒక దారం తీసుకొని, దానిని రంగుతో ముంచండి. కాగితం ఒక భాగంపై దానిని పెట్టి, కాగితాన్ని మడత పెట్టండి. మడతపై ఒత్తి మెల్లిగా దారం ఒక చివరను లాగండి. కాగితం విప్పండి. ఒక చిత్రం కనిపిస్తుంది. కాగితం మడతకు రెండవవైపున ఏ ఆకారం కనిపిస్తుందో మొదట ఆకారం మాదిరిగానే ఉంటుంది. తయారైన చిత్రం సౌష్ఠవంగా ఉందని అంటారు.



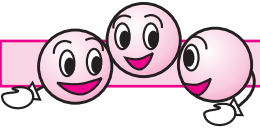
ఆలోచించండి



ఈ చిత్రాన్ని గుర్తుపట్టారా?

ఈ చిత్రంలో వాహనం ముందు భాగంలో రాసిన అక్షరాల కూర్పు ఏ ఉద్దేశంతో చేసి ఉంటారు? చిత్రంలోని వాహనం యొక్క ముందు భాగంపై రాసివున్న అక్షరాలను ఒక కాగితంపై రాయండి. ఆ కాగితాన్ని అడ్డం ముందు పట్టుకొని చదవండి.

ఈ నిధమైన అక్షరాల కూర్పు మీకు ఇంకా ఎచ్చటైనా కనిపిస్తుందా?

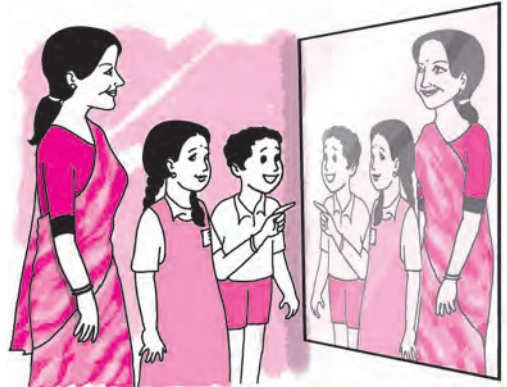


చర్చిద్దాం పదండి.

ఉపా. : అనిల్, సుధ మనం అడ్డంలో కనిపిస్తున్నాం. అవి మన ప్రతిబింబాలు. వాటిలో ఏం భేదం కనిపిస్తుంది?

సుధ : నేను ఎడమవైపున బ్యాచ్ పెట్టుకొన్నాను. అది అడ్డంలో నా ప్రతిబింబానికి కుడివైపున కనిపిస్తుంది.

అనిల్ : నేను అడ్డం నుంచి ఎంత దూరంలో నిలబడిఉన్నానో, అంతే దూరంలో అడ్డంనుంచి నా ప్రతిబింబం కనిపిస్తుంది.

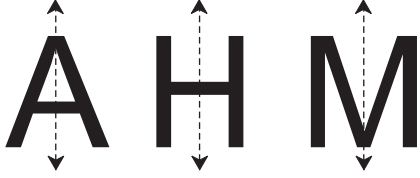


సుధ : మేడమీగారి చీరయొక్క కొంగు ఎడమ భుజంపై నుండి కానీ, అద్దంలో మాత్రం అది కుడి భుజంపై కనిస్తుంది.

ఉపా. : మనం మరియు మన ప్రతిబింబాలు అద్దం విషయంలో సౌష్ఠ్యంగా ఉన్నాయి.



ప్రతిబింబ సౌష్ఠ్యం

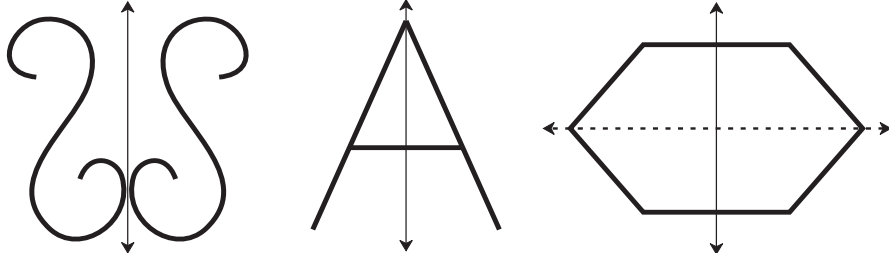


A H M ఈ ఇంగ్లీష్ లోని అక్షరాలను పెద్ద ఆకారంలో వేర్వేరు కాగితాలపై గీయండి. వాటిని, వాటి యొక్క రెండు భాగాలు పూర్తిగా ఒక దానితోనొకటి ఏకీభవించునట్లుగా మడత పెట్టండి. ఏ రేఖపై మడిచినపుడు ఆకృతి రెండు సమాన భాగాలయిందో, ఆ రేఖను చుక్కలతో చూపండి.

ఆ రేఖయే ఆ ఆకృతియొక్క సౌష్ఠ్య అక్షం అవుతుంది.

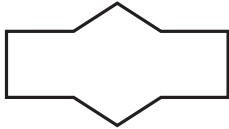
ఏ సౌష్ఠ్యవాక్యంలో దాని అక్షం వలన ఏర్పడు రెండు భాగాలు ఒకదానితో నొకటి పూర్తిగా ఏకీభవిస్తాయో, ఆ విధమైన సౌష్ఠ్యాన్ని ప్రతి బింబసౌష్ఠ్యమని అంటారు. కొన్ని ఆకృతులకు ఒకటికంటే ఎక్కువ సౌష్ఠ్యవాక్సాలుంటాయి.

కింది ఆకృతులు సౌష్ఠ్యవాక్సాలు.

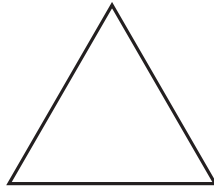


అభ్యాసం 20

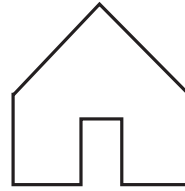
1. కింది ఆకృతులలో సౌష్ఠ్యవాక్సాన్ని చూపండి. ఒకటికంటే ఎక్కువ సౌష్ఠ్యవాక్సాలు ఏ ఆకృతులలో ఉన్నాయి?



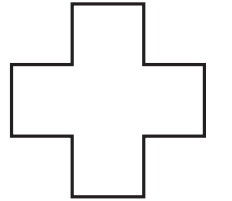
(1)



(2)



(3)



(4)

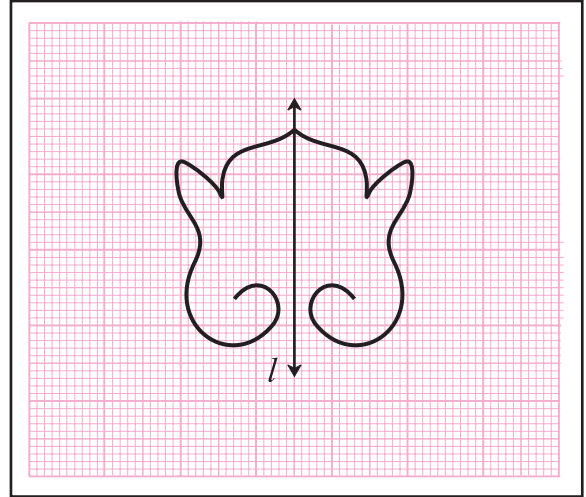
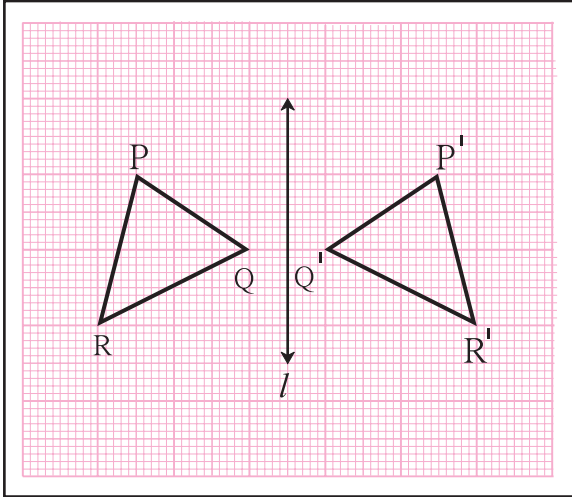
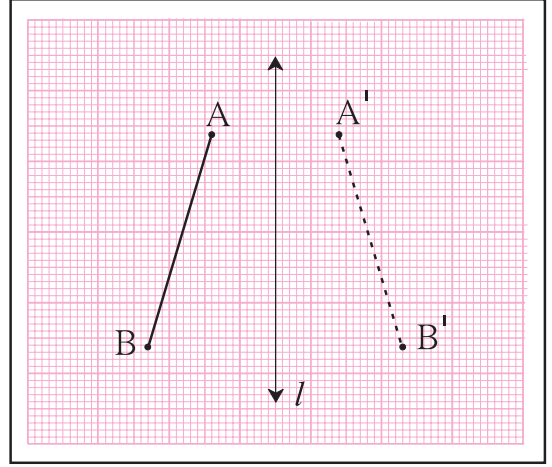
2. నోట్బుక్ లో ఇంగ్లీష్ క్యాపిటల్ అక్షరాలను రాయండి. వాటికి సౌష్ఠ్యవాక్సాలు గీయడానికి ప్రయత్నించండి. ఏయే అక్షరాలకు సౌష్ఠ్యవాక్సాలు గీయవచ్చు? ఒకటి కంటే ఎక్కువ సౌష్ఠ్యవాక్సాలు గల అక్షరాలు ఏవి?

3. దారం, రంగు మరియు మడిచిన కాగితం వీటినుపయోగించి సౌష్ఠ్యవాక్సాలను గీయండి.

4. వాడుకలోని వివిధ వస్తువులను పరిశీలించండి. ఉదాహరణకు, చెట్ల ఆకులు, ఎగిరేపక్కి, చారిత్రక కట్టడాల చిత్రాలు మొదలైన వాటిలోని సౌష్ఠ్యవాక్సాలను వెదకి, వాటిని సేకరించండి.

రేఖాచిత్రకాగితంపై సౌష్ఠవాకృతులను గీయుట.

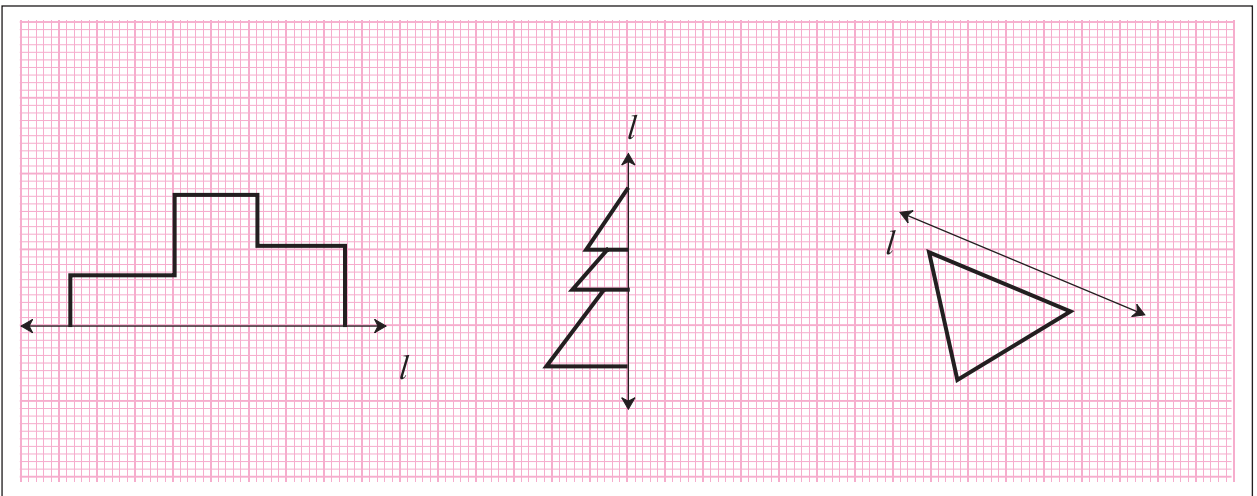
రేఖాచిత్రకాగితంపైనున్న ఆకృతిని పరిశీలించండి. రేఖ l కు ఎడమవైపున రేఖాఖండం AB గీయబడింది. రేఖ l కు ఎడమవైపున A మరియు B బిందువులు ఎంత దూరంలోనూన్నాయో, అంతే దూరంలో కుడివైపు A' మరియు B' బిందువులు ఉన్నాయి. A' మరియు B' బిందువులంటే A మరియు B ల ప్రతిబింబాలు. రేఖాఖండం $A'B'$ అను ఆకృతి రేఖాఖండం AB యొక్క ప్రతిబింబం అవుతుంది. రేఖ AB మరియు రేఖ $A'B'$ ల సాదవును కొలిచి అభిప్రాయాన్ని తెల్పండి.



పై ఆకృతులలో రేఖ l సౌష్ఠవాక్షాలవలన ఏవైతే రెండు భాగాలైనాయో అవి పూర్తిగా ఏకీభవిస్తున్నాయా? చూడండి.

అభ్యాసం 21

1. కింద కొన్ని ఆకృతులు మరియు వాటివద్ద రేఖ l గీయబడివుంది. ఆ రేఖ సౌష్ఠవాక్షం అగునట్లుగా రెండవవైపున ఆకృతిని గీసి, సౌష్ఠవాకృతులను పూర్తి చేయండి.



అఅఅ



కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.

- 2, 5 మరియు 10 ల భాజనీయత సూత్రాలను రాయండి.
- కింది సంఖ్యలను చదవండి. వాటిలో ఏ సంఖ్యలు 2, 5 మరియు 10 లచే భాగింపబడునో గుర్తించి ఖాళీ గడులలో రాయండి.

125, 364, 475, 750, 800, 628, 206, 508, 7009, 5345, 8710

2 చే భాగింపబడునవి

5 చే భాగింపబడునవి

10 చే భాగింపబడునవి



తెలుసుకొందాం.

భాజనీయతా సూత్రాలు

మరికొన్ని సూత్రాలను గూర్చి అభ్యాసం చేద్దాం.

కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

సంఖ్యలు	సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం	మొత్తం 3చే భాగింపబడుతుందా?	ఇచ్చిన సంఖ్య 3చే భాగింపబడుతుందా?
63	$6 + 3 = 9$	✓	✓
872	17	×	×
91			
552			
9336			
4527			

దీనిని బట్టి గ్రహించిన సారాంశమేమిటి?



ఇది నాకు అర్థమైంది.

3 చే భాజనీయత సూత్రం : ఏదేని సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినట్లయితే, ఆ సంఖ్య 3 చే భాగింపబడుతుంది.



తెలుసుకొందాం.

కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

సంఖ్యలు	ఇచ్చిన సంఖ్యను 4 చే భాగించి చూడండి పూర్తిగా భాగింపబడుతుందా?	పదులు మరియు ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెలచే ఏర్పడిన సంఖ్య	ఏర్పడిన సంఖ్య 4 చే భాగింపబడుతుందా?
992	✓	92	✓
7314			
6448			
8116			
7773			
3024			

దీనిని బట్టి గ్రహించిన సారాంశమేమిటి?



ఇది నాకు అర్థమైంది.

4 చే భాజనీయతసూత్రం :

ఏదేని సంఖ్యలోని పదులు మరియు ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెలచే ఏర్పడు సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడినట్లైతే ఆ సంఖ్య 4చే భాగింపబడుతుంది.



తెలుసుకొందాం.

కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

సంఖ్యలు	ఇచ్చిన సంఖ్యను 9 చే భాగించి చూడండి పూర్తిగా భాగింపబడుతుందా?	సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం	మొత్తం 9చే భాగింపబడుతుందా?
1980	✓	$1 + 9 + 8 + 0 = 18$	✓
2999	×	29	×
5004			
13389			
7578			
69993			

దీనిని బట్టి గ్రహించిన సారాంశమేమిటి?





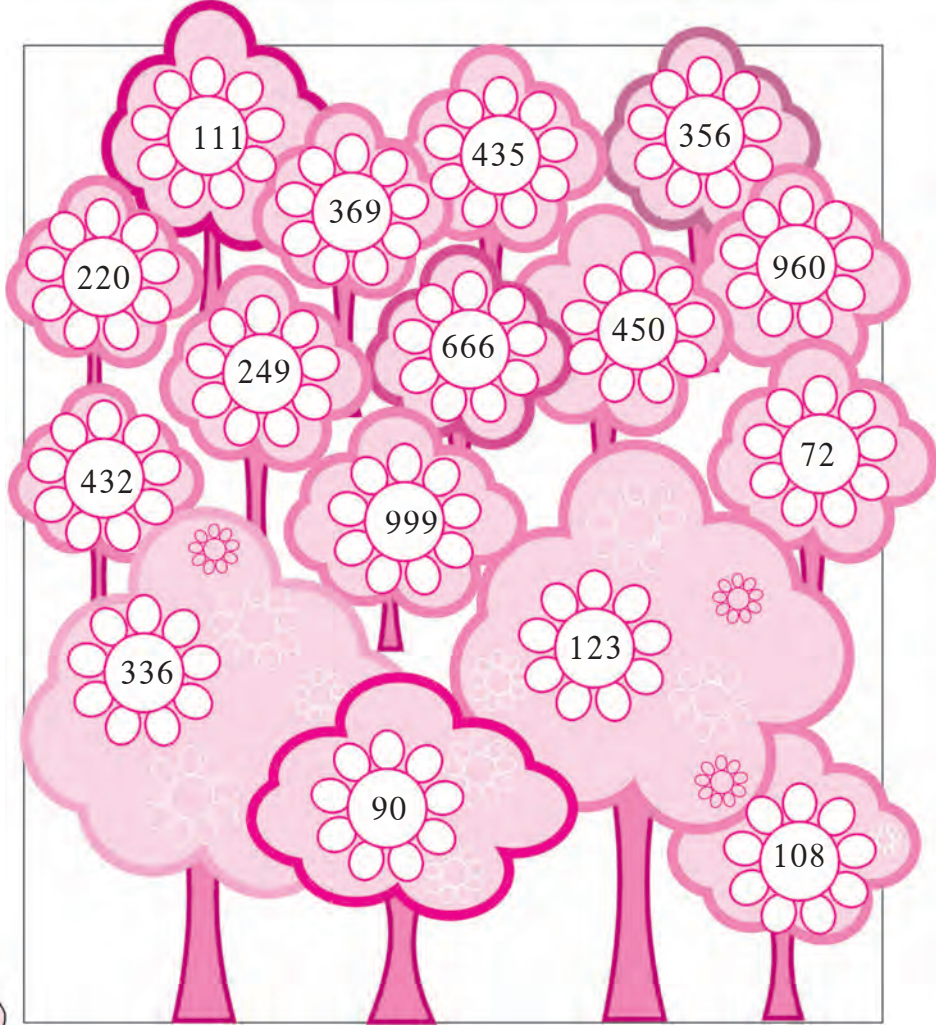
ఇది నాకు అర్థమైంది.

9 చే భాజనీయతసూత్రం :

ఏదేని సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9చే నిశ్చేపంగా భాగింపబడినట్లయితే, ఆ సంఖ్య 9చే భాగింపబడుతుంది.

అభ్యాసం 22

1. ఒక తోటలో పూలచెట్లు ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క చెట్టుపై ఒకే సంఖ్యగల పువ్వులు చాలాగలవు. ముగ్గురు విద్యార్థులు బుట్టలు తీసుకొని పువ్వులు కోయడానికి వెళ్ళారు. బుట్టలపై 3, 4, 9 లలో ఒక్కో సంఖ్య ఉంది. ప్రతి విద్యార్థి తన బుట్టపైనున్న సంఖ్యచే భాగింపబడు సంఖ్యగల పువ్వులను కోస్తారు. ఒక చెట్టుపైనుంచి ఒకేపువ్వును వారు సేకరిస్తారు. ఇప్పుడు చెప్పండి! ప్రతి బుట్టలో ఏ సంఖ్యల పువ్వులు ఉండవచ్చు?



అఅఅ



కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.

భాజకాలు, గుణిజాలు

గడులలో భాజ్యం, భాజకం, భాగఫలం మరియు శేషం వీటిలోనుంచి సరియైన పదాన్ని రాయండి.

$$\begin{array}{r} 9 \rightarrow \square \\ \square \leftarrow 4 \overline{)36} \rightarrow \square \\ - \quad 36 \rightarrow \square \\ \hline 00 \rightarrow \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \rightarrow \square \\ \square \leftarrow 9 \overline{)65} \rightarrow \square \\ - \quad 63 \rightarrow \square \\ \hline 02 \rightarrow \square \end{array}$$

36 ను 4 చే భాగించినపుడు శేషం సున్న వస్తుంది గనుక, 36 నకు 4 భాజకం అవుతుంది, అలాగే 36, 4 యొక్క గుణిజమవుతుంది.

65 ను 9 చే భాగించినపుడు శేషం సున్న రాలేదు, అయితే 65 ను 9 భాగిస్తుంది కానీ, భాజకం కాదు, అలాగే 65, 9 యొక్క గుణిజం కాదు.

36 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

48 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

సామాన్య భాజకాలు రాయండి , , , , ,

అభ్యాసం 23

1. కిందనిచ్చిన సంఖ్యలయొక్క అన్ని భాజకాలు రాయండి, అలాగే వాటి సామాన్య భాజకాల జాబిత తయారు చేయండి.

(1) 12, 16 (2) 21, 24 (3) 25, 30 (4) 24, 25 (5) 56, 72



తెలుసుకొందాం.

గరిష్ట సామాన్య (ఉమ్మడి) భాజకం : గసాభా

ఉదా. కమల 12 మీటర్ల పొడవైన ఒక రంగుపట్టి మరియు 18 మీటర్ల పొడవైన ఇంకొకరంగు పట్టి, ఇలా రెండు రకాల కాగితపు పట్టీలు తీసుకువచ్చింది. ప్రతి రంగుకాగితపు పట్టిని సమాన పొడవుగల ముక్కలు చేయాలి. ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎంత పొడవుగల ముక్కలు చేయవచ్చును ?

ఎంతపొడవు గల ముక్కలు చేయాలి, ఆ సంఖ్య 12 మరియు 18ల భాజకం అయివుండాలి.

12 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 12

18 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 6, 9, 18

12 మరియు 18 ల సామాన్య భాజకాలలో 6 అతిపెద్ద భాజకం, గనుక ఎక్కువలో ఎక్కువ 6 మీటర్ల పొడవైన ముక్కలు చేయవచ్చు.

ఉదా. దుకాణంలో 20 కి.గ్రా.ల జొన్నలు మరియు 50 కి.గ్రా.ల గోధుమలు ఉన్నాయి. అన్ని ధాన్యాలను సంచులలో నింపాలి. ప్రతి సంచులో సమాన బరువుతో ధాన్యాన్ని నింపినచో, ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎంత బరువుగల ధాన్యాన్ని ప్రతి సంచులో నింపవచ్చును?

సంచులోని ధాన్యం యొక్క కిలోగ్రాములలోని బరువు 20 మరియు 50 ల భాజకం అయివుండాలి. అంతేగాక సంచులో ఎక్కువలో ఎక్కువ బరువు ధాన్యాన్ని నింపాలి, కాబట్టి 20 మరియు 50 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొందాం.

20 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 4, 5, 10, 20

50 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 5, 10, 25, 50

సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 5, 10

20 మరియు 50 ల సామాన్య భాజకాలలో 10 అతిపెద్ద భాజకం అనగా గరిష్ట భాజకం అవుతుంది అంటే

20 మరియు 50 ఈ సంఖ్యల గసాభా 10 అవుతుంది.

కాబట్టి, ప్రతి సంచులో ఎక్కువలో ఎక్కువ 10 కి.గ్రా. ధాన్యాన్ని నింపవచ్చును.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

ఇచ్చిన సంఖ్యల గసాభాను కనుగొనడం అంటే ఆ సంఖ్యల యొక్క భాజకాల పట్టికను తయారు చేసి వాటిలోనుంచి అతి పెద్ద సామాన్య భాజకాన్ని వెతకడం.

అభ్యాసం 24

1. కింది సంఖ్యల గసాభాను కనుక్కోండి.

(1) 45, 30	(2) 16, 48	(3) 39, 25	(4) 49, 56	(5) 120, 144
(6) 81, 99	(7) 24, 36	(8) 25, 75	(9) 48, 54	(10) 150, 225
2. 18 మీటర్ల పొడవు మరియు 15 మీటర్ల వెడల్పుగల భూభాగంలో కూరగాయలు సాగుచేయడానికి అతిపెద్ద చతురస్రాకారంలాంటి మడులు తయారు చేయవలసి వచ్చిన ప్రతి మడి అత్యధికంగా ఎన్ని మీటర్ల పొడవు ఉండాలి?
3. 8 మీటర్లు మరియు 12 మీటర్ల పొడవుగల ప్రతి తాడును ఒకే విధమైన పొడవుగల ముక్కలు చేయవలసినట్లయితే, ఇలా ప్రతిముక్క యొక్క పొడవు అత్యధికంగా ఎన్ని మీటర్లు ఉండాలి?
4. చంద్రపూర్లోని తాడోబావులుల అభయారణ్యం చూడడానికి 6 వ మరియు 7 వ తరగతుల విద్యార్థులు వరసగా 140 మరియు 196 మంది విహారయాత్రకు వెళ్ళారు. ప్రతి తరగతిలోని విద్యార్థులను సమాన సంఖ్యలో జట్లుగా చేయాలి. ప్రతి జట్టుకు వివరించడానికై ఒక మార్గదర్శకుడు కొంత ఫీజుతో లభిస్తాడు. అత్యధికంగా ప్రతి జట్టులో ఎంతమంది విద్యార్థులుండవచ్చును? ప్రతి జట్టులో అత్యధికంగా విద్యార్థులను తీసుకోవడానికి కారణం ఏమై ఉండవచ్చును?
5. 'తుమ్మర్' వద్దనున్న వరి పరిశోధనాకేంద్రంలో బాస్మతిరకం 2610 కి.గ్రా.లు మరియు ఇంద్రాయణి రకం 1980 కి.గ్రా.ల వరి నిత్తనాలు గలవు. వాటిని అత్యధిక బరువుతో ఒకేవిధమైన సంచులను అమ్మకానికి తయారు చేయాలి, అయిన ప్రతి సంచి ఎంత బరువుంటుంది? ప్రతి రకం వరిసంచులు ఎన్ని తయారవుతాయి?



తెలుసుకొందాం.

కనిష్ట సామాన్య (ఉమ్మడి) గుణిజం : కసాగు

3 మరియు 4 ల ఎక్కాలు రాయండి. ఎక్కాలలో ఆసంఖ్యవే భాగింపబడు సంఖ్యలు వరనగా రాసి ఉంటాయని గుర్తుంచుకోండి. 3 మరియు 4 లచే భాగింపబడు అతిచిన్న సంఖ్య ఏది? వ్యవహారాలలో కొన్ని చోట్ల కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజం (కసాగు) ఉపయోగపడుతుంది. ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క అతి పెద్ద (సామాన్య ఉమ్మడి) గుణిజం కనుగొనవచ్చునా?

రెహానా మరియు అనన్య పూలదండలు అల్లుతారు. ప్రతి ఒక్కరికి సమాన సంఖ్యలో పువ్వులు బుట్టలో ఇవ్వాలి.

అక్కయ్య: రెహానా నీవు 6 పువ్వులున్న దండ తయారు చేయి. అనన్య నీవు 8 పువ్వులున్న దండ తయారుచేయి. మీకు ప్రతి ఒక్కరికి బుట్టలో తక్కువలో తక్కువ ఎన్ని పువ్వులు పెట్టాలి?

రెహానా : నాకు 6 యొక్క రెట్లలో పువ్వుల సంఖ్య కావాలి.

అనన్య : నాకు 8 యొక్క రెట్లలో పువ్వుల సంఖ్య కావాలి.

6 యొక్క రెట్లలోని సంఖ్యలంటే 6 యొక్క గుణిజాలు : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78,...

8 యొక్క రెట్లలో సంఖ్యలచే 8 యొక్క గుణిజాలు : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104,...

సామాన్య గుణిజాల సంఖ్యలు = 24, 48, 72, 96, ...

రెహానా : అక్కయ్యా, నీవు ప్రతి ఒక్కరికి 24, 48, 72 లేదా 96 పువ్వులు ఇచ్చినట్లయితే, మేమిద్దరం నీవు చెప్పిన విధంగా పూలదండలు అల్లుతాము.

అనన్య : తక్కువలో తక్కువ 24 పువ్వులు ఇవ్వవలసి ఉంటుంది.

24 అను సంఖ్య 6 మరియు 8 ల యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం అవుతుంది. (కసాగు)

ఉదా. 13 మరియు 6 ల కసాగు కనుగొనండి.

13 వ ఎక్కము : 13, 26, 39, 52, 65, 78 , 91, 104, 117, 130

6 వ ఎక్కము : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

ఇచ్చట సామాన్య గుణిజాలేవి కన్పించుట లేదు కాబట్టి ఎక్కాలను ముందుకు పొడిగిద్దాం.

13 యొక్క గుణిజాలు : 130, 143, 156,...

6 యొక్క గుణిజాలు : 60, 66, 72, 78 , 84,...

13 మరియు 6 ల యొక్క గుణిజాల జాబితాను గమనించి నట్టైతే, 78 అతి చిన్న సామాన్య గుణిజం అని అన్పిస్తుంది. కాబట్టి, 13 మరియు 6 ల కసాగు 78 అవుతుంది.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

రెండు సంఖ్యల కసాగు వాటి లబ్ధం కంటే అధికంగా ఉండదు.





ఆరోచించండి.



ఉదా. ప్రవీణ్, భాగ్యశ్రీ మరియు యశ్ ఒక కుటుంబంలోని పిల్లలు, ప్రవీణ్ సైన్యంలో అధికారి. భాగ్యశ్రీ మరో ఊళ్ళో వైద్య కళాశాలలో చదవుకొంటుంది. యశ్ దగ్గరలో ఉన్న ఊళ్ళో వసతి గృహంలో ఉంటాడు. ప్రవీణ్ ప్రతి 120 రోజుల కొకసారి ఇంటికి రావచ్చు. భాగ్యశ్రీ ప్రతి 45 రోజులకొకసారి ఇంటికి వస్తుంది. అలాగే యశ్ ప్రతి 30 రోజులకొకసారి ఇంటికి వస్తాడు. అందరు 15 జూన్ 2016న ఒకేసారి ఇంటినుంచి బయటపడ్డారు. అప్పుడు “మీరందరు ఒకేసారి ఇంటికి వచ్చినప్పుడు, ఆరోజున మనం పండుగ చేసుకొందాం” అని వారి అమ్మానాన్నలు అన్నారు. యశ్తో “ఆరోజు ఏదైఉండవచ్చు?” అని అడిగింది. “ఎన్ని రోజులకు మేమందరం ఒకేసారి ఇంటికి వస్తామంటే 30, 45 మరియు 120లు గుణిజాలుగా గల సంఖ్య కావాలి అంటే వచ్చే సంవత్సరం జూన్ 10న మనందరం కలుస్తాం. అప్పుడే మనం పండుగ జరుపుకుంటాం”. అని యశ్ అన్నాడు.

యశ్ ఆ సమాధానాన్ని ఎలా కనుగొన్నాడు?



ఇది నాకు అర్థమైంది.

ఇచ్చిన సంఖ్యల కసాగు కనుగొనడమంటే, ఆ సంఖ్యల గుణిజాలు అన్ని రాసి, వాటిలోనుంచి అతి చిన్న సామాన్య గుణిజాన్ని వెదుకుట.

1. కింది సంఖ్యల కసాగును కనుగొనండి.

- (1) 9, 15 (2) 2, 3, 5 (3) 12, 28 (4) 15, 20 (5) 8, 11

2. కింది సమస్యలను సాధించండి.

- (1) కవాయత్ కోసం ఆటస్థలంలో ప్రతివరసలో 20 మంది పిల్లలు లేదా 25 మంది పిల్లలుండునట్లు వరసలు చేసిన, వరసలు పూర్తయిన తర్వాత ఒక్కపిల్లవాడు గూడా మిగలడు. అయిన ఆ పాఠశాలలో తక్కువలో తక్కువ ఎంతమంది పిల్లలుండవచ్చును?
- (2) వీణ దగ్గర కొన్ని పూసలున్నాయి. ఆమెకు సమానపూసలు గలహారం తయారు చేయవలసి ఉంది. ఆమె 16, 24 లేదా 40 పూసలతోహారం తయారు చేసినట్లయితే, ఒక పూస గూడ మిగలదు, అయిన ఆమెవద్ద తక్కువ లో తక్కువ ఎన్ని పూసలుగలవు?
- (3) మూడు వేర్వేరు డబ్బాలలో సమాన సంఖ్యలో అడ్డూలు పెట్టారు. మొదటి డబ్బాలోని అడ్డూలు 20 మంది పిల్లలకు, రెండవ డబ్బాలోని అడ్డూలు 24 మంది పిల్లలకు మరియు మూడవ డబ్బాలోని అడ్డూలు 12 మంది పిల్లలకు పంచినారు. ఒక అడ్డు గూడా మిగలలేదు. అయిన మూడు డబ్బాలలో కలిసి తక్కువలో తక్కువ మొత్తం ఎన్ని అడ్డూలుండెను?
- (4) ఒక పట్టణంలో ఒకే పెద్ద రహదారిపైన మూడు వేర్వేరు కూడళ్ళలోని సిగ్నల్లను గమనించినట్లయితే అవి ప్రతి 60 సెకండ్లకు, 120 సెకండ్లకు మరియు 24 సెకండ్లకు ఆకుపచ్చగా మారుతాయి. ఉదయం 8 గంటలకు సిగ్నల్ ప్రారంభించినపుడు మూడు సిగ్నల్లు గూడా ఆకుపచ్చగా నుండెను. ఆ తర్వాత అవి ఎంతసమయానికి మూడు సిగ్నల్లు ఒక సమయంలో మళ్ళీ ఆకుపచ్చగా మారుతాయి?
- (5) $\frac{13}{45}$ మరియు $\frac{22}{75}$ ఈ సామాన్య భిన్నాల యొక్క సమాన విలువగల సమహార భిన్నాన్ని వెదికి వాటిని కూడండి.

అఅఅ

గణితచిక్కు ప్రశ్న

ఒకవైపు సంఖ్యలు మరియు మరొకవైపు వివరాలు రాయబడి ఉన్న కాగితాలు నాలుగు మీవద్ద ఉన్నాయి. కాగితంపైనున్న సంఖ్యలు 7, 2, 15, 5 ఇలా ఉన్నాయి.... కాగితంపైని వివరాలు కింది విధంగా ఉన్నాయి. (వివరాల క్రమం భిన్నంగా ఉంది)

(I) 7 చే భాగింపబడేసంఖ్య

(II) ప్రధాన సంఖ్య

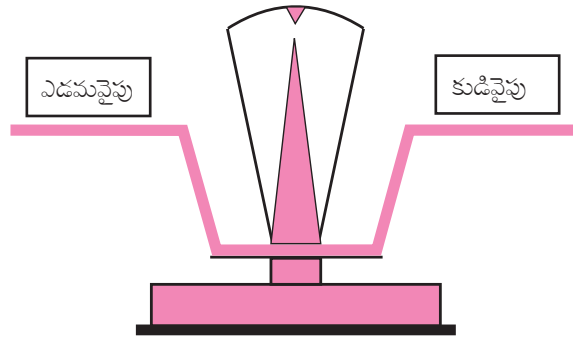
(III) బేసి సంఖ్య

(IV) 100 కంటే పెద్ద సంఖ్య

ఐతే ప్రతి కాగితంపై నున్న సంఖ్య, ఆ కాగితానికి వెనుక రాయబడి ఉన్న వివరంతో విభేదించుచున్నది. అయిన, 100 కంటే పెద్ద సంఖ్య అని వివరం గల కాగితం వెనుక గల సంఖ్య ఏది?



- ఉపా. : ఏ రెండు సంఖ్యలు మరియు గణిత పరిక్రియలను వయోగించిన, జవాబు 15 వస్తుందో, ఆ సంఖ్యను కనుగొనండి.
- శార్వరి : 5×3 చేసిన జవాబు 15 వస్తుంది, 45 ను 3 చే భాగించినను జవాబు 15 వస్తుంది.
- శుభంకర్ : $17 - 2$ చేసినను జవాబు 15 వస్తుంది మరియు 10 కి 5 కలిపినను జవాబు 15 వస్తుంది.
- ఉపా. : శభాష్! అనగా 5×3 లేదా $17 - 2$ ఈ రెండు పరిక్రియలతో ఒకే జవాబు వస్తుంది. దీనినే మనం $5 \times 3 = 17 - 2$ అని రాస్తాం గణిత భావలో '= $'$ (సమానం) ఈ చిహ్నాన్ని ఉపయోగించి ఎడమవైపు మరియు కుడివైపున గణిత పరిక్రియలు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యలు సమానంగా గలదు అని చూపిస్తాం. ఇలాంటి సమానత్వాన్ని 'సమీకరణం' అని అంటారు.
- శార్వరి : మనం $17 - 2 = 5 \times 3$ ఇలాంటి సమీకరణాన్ని రాయవచ్చునా?
- ఉపా. : ఔను! ఆ సమీకరణం గూడా సరియైనదే అవుతుంది. సమీకరణం యొక్క వైపులను మార్చి కొత్త సమీకరణాన్ని రాసినను అదిగూడా సమానమే అనగా సమనిశ్చలంగా ఉంటుంది.



త్రాసు యొక్క రెండువైపులా బరువు సమానంగా ఉన్నట్లయితే అది సమనిశ్చలంగా ఉంటుంది.
ఇలాంటి సమనిశ్చల త్రాసు సమీకరణంలాగా ఉంటుంది.

అభ్యాసం 26

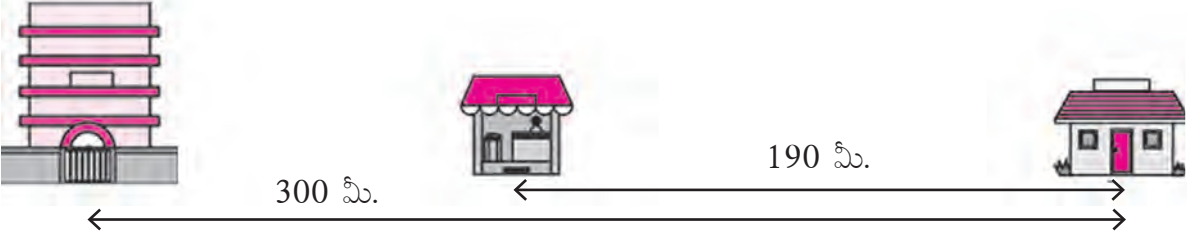
1. కింద రెండు వరసలలో వేర్వేరు గణిత పరిక్రియలు ఇవ్వబడినాయి. వాటిలోనుంచి లభించే సంఖ్యలను వెదికి సమీకరణాలను తయారు చేయండి.

$16 \div 2,$	$5 \times 2,$	$9 + 4,$	$72 \div 3,$	$4 + 5$
$8 \times 3,$	$19 - 10,$	$10 - 2,$	$37 - 27,$	$6 + 7$



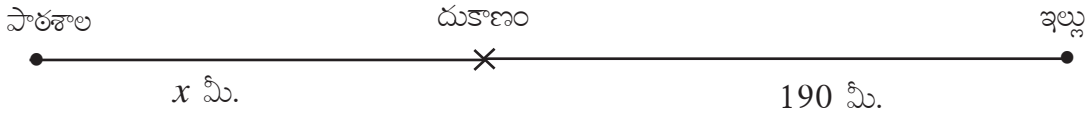
తెలుసుకొందాం.

సమీకరణం యొక్క సాధన



పై చిత్రంలో పాఠశాల మరియు ఇల్లు వీటి మధ్య దూరం 300 మీటర్లుగా కన్పిస్తుంది. తిన్నగా ఉండే ఆ దారిపైనే పాఠశాల మరియు ఇల్లు వీటి మధ్య దుకాణం గలదు. దుకాణం మరియు ఇల్లు వీటి మధ్య దూరం 190 మీటర్లు గలదు. అయిన పాఠశాల మరియు దుకాణం వీటి మధ్యగల దూరమెంత?

సంఖ్యలకై ఆక్షరాల ఉపయోగం



ఉపా. : మనమిచ్చిన వివరాలకు పై చిత్రంలో ఎలా చూపించారో, గమనించండి.

సూచన : సార్, దుకాణం మరియు పాఠశాల వీటి మధ్య దూరాన్ని x చే ఎందుకు చూపించారు?

ఉపా. : దూరం సంఖ్యకు బదులుగా x మీటర్లున్నది అని అనుకొన్నాం. ఆ దూరాన్ని కనుగొనవలసి ఉంది. ప్రస్తుతం x అను ఆక్షరంతో దానిని చూపించాం.

సమీర్ : అయితే x మరియు 190 ల మొత్తం 300 అవుతుంది.

ఉపా. : ఔను, ఈ వివరాన్ని సమీకరణరూపంలో రాద్దాం. x ఒక సంఖ్య, కానీ ఇంక x విలువను తెలుసుకోలేదు, అనునది గుర్తుంచుకోండి.

$$x + 190 = 300$$

ఇచ్చట x యొక్క విలువ ఎంత రావచ్చును?

శబానా x కై వేర్వేరు సంఖ్యలనుపయోగించి చూసింది.

ముందుగా x యొక్క విలువ 70 అనుకొన్నది, అప్పుడు ఎడమవైపు $70 + 190 = 260$ అయింది. అది కుడివైపు కంటే చిన్నదిగా ఉంది. మళ్ళీ x కై 150 అను సంఖ్యను తీసుకొన్నది, అప్పుడు ఎడమవైపు $150 + 190 = 340$ అయింది. ఇది కుడివైపు కంటే పెద్దది అయింది. తర్వాత x యొక్క విలువ 110 అనుకొన్నది, అప్పుడు ఎడమవైపు కుడివైపుకు సమానమే, సమీకరణ సమనిశ్చలంగా మారింది, దీనిని బట్టి x యొక్క విలువ లేదా దుకాణం మరియు పాఠశాల వీటి మధ్య దూరం 110 మీటర్లని అర్థమైంది.

సమీకరణంలో అప్పుడప్పుడు ఏదైన ఒక సంఖ్యకై ఆక్షరాన్ని ఉపయోగిస్తారు. సమీకరణ సమనిశ్చలంగా నుండునట్లుగా ఆ ఆక్షరం యొక్క విలువను కనుగొనవలసి ఉంటుంది. ఇలాంటి ఆక్షరాన్ని 'చరరాశి' అని అంటారు. చరరాశి యొక్క ఏ విలువతో అయితే సమీకరణం సమనిశ్చలంగా ఉంటుందో, ఆ విలువను సమీకరణం యొక్క 'సాధన' అని అంటారు.

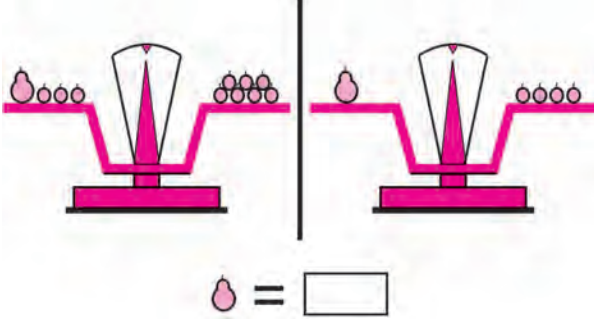
సమీకరణాన్ని సాధించడమనగా, సమీకరణంలోని చరరాశి విలువను కనుగొనుట, అనగా దాని సాధనను కనుగొనుట.

పై ఉదాహరణలో $x + 190 = 300$ ఈ సమీకరణం యొక్క సాధన 110 అవుతుంది.



తెలుసుకొందాం.

సమీకరణాన్ని సాధించుట



ఉపా. : ఒక జామవండు బరువు ఎన్ని రేగుపండ్లంత ఉందో, దీనినెలా తెలుసుకొంటారు?

జాన్ : త్రాసుయొక్క ప్రతి పళ్ళెంలోనుంచి మూడు రేగుపండ్లు తీసిన, త్రాసు సమనిశ్చలంగా ఉంటుంది. ఒక జామవండు బరువు 4 రేగుపండ్ల బరువంత ఉంటుందని అర్థమవుతుంది.

ఉపా. : శభాష్! క్రియను సరిగా గుర్తించావు. ఒక చరరాశి సమీకరణాన్ని సాధించి సాధన కనుగొనుచున్నప్పుడు, మనం రెండువైపుల సమాన క్రియను చేసిన సమనిశ్చల సమీకరణం వస్తుంది. ఎందుకంటే మొదటి సమీకరణం సమనిశ్చలంగా ఉన్నట్లయితే, ఇలాంటి పరిక్రియల నుంచి కొత్తగా ఏర్పడు సమీకరణాలు గూడా సమనిశ్చలంగా ఉంటాయి. చివరకి సమీకరణం సులభంగా మారుతు పోవుచూ చరరాశి విలువ అనగా సమీకరణము యొక్క సాధన లభిస్తుంది.

$$x + 3 = 7$$

$$\therefore x + 3 - 3 = 7 - 3 \quad (\text{రెండు వైపుల నుండి } 3 \text{ ను తీసివేశాం})$$

$$\therefore x + 0 = 4$$

$$\therefore x = 4$$

మనం ఇంతకు ముందు చూసిన సమీకరణాన్ని గూర్చి మళ్ళీ ఆలోచిద్దాం.

$$x + 190 = 300$$

$$\therefore x + 190 - 190 = 300 - 190 \quad (\text{రెండువైపుల నుండి } 190 \text{ ని తీసివేశాం})$$

$$\therefore x + 0 = 110$$

$$\therefore x = 110$$

సమీకరణం యొక్క సాధనను కనుగొనేటప్పుడు, అనేక విలువలు ఊహించి పరీక్షించడానికి బదులుగా ఇలా సులువైన తప్పులు లేని పద్ధతినుపయోగించండి. అందువల్ల చరరాశి విలువ లభిస్తుంది. అనగా సమీకరణం యొక్క సాధన లభిస్తుంది.

సమీకరణాలనుపయోగించి కొన్ని సమస్యలను సాధిద్దాం.

ఉదా. దిలీప్ వయసు 4 సంవత్సరాల క్రితం 8 సంవత్సరాలుండెను. దీనిని బట్టి అతని ప్రస్తుత వయసు ఎంత?

దిలీప్ యొక్క ప్రస్తుత వయసు a సంవత్సరాలనుకొందాం.

ఇచ్చిన వివరాన్ని a భాషలో రాద్దాం.

$$a - 4 = 8$$

$$\therefore a - 4 + 4 = 8 + 4 \quad (\text{రెండువైపుల నుండి } 4 \text{ ను కలిపాము.})$$

$$\therefore a + 0 = 12$$

$$\therefore a = 12$$

\therefore దిలీప్ యొక్క ప్రస్తుత వయసు 12 సంవత్సరాలుంటుంది.

ఉదా. జాస్మిన్ వద్ద కొన్ని రూపాయలు ఉన్నాయి. వాళ్ళమ్మ ఆమెకు 7 రూపాయలిచ్చినపుడు ఆమెవద్ద 10 రూపాయలు అయిన, ఆమెవద్ద మొదట ఎన్ని రూపాయలుండెను?

జాస్మిన్ వద్ద మొదట y రూపాయలున్నాయని అనుకొందాం.

$$\therefore y + 7 = 10$$

$$\therefore y + 7 - 7 = 10 - 7 \quad (\text{రెండువైపుల నుండి 7 ను తీసివేద్దాం})$$

$$\therefore y + 0 = 3$$

$$\therefore y = 3$$

అనగా జాస్మిన్ వద్ద మొదట 3 రూపాయలుండెను.

ఉదా. ఒక మిఠాయి బాక్స్ లో కొన్ని మిఠాయిలుండెను. ప్రతి ఒక్కరికి 2 మిఠాయిల చొప్పున పంచిన, అవి 20 మంది పిల్లలకు సరిపోతాయి. అయిన బాక్స్ లోని మొత్తం మిఠాయిలెన్ని?

మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య p అనుకొందాం.

$$\frac{p}{2} = 20$$

$$\therefore \frac{p}{2} \times 2 = 20 \times 2 \quad (\text{రెండువైపులా 2 చే గుణించాం})$$

$$p = 40$$

అనగా బాక్స్ లో 40 మిఠాయిలున్నాయి.



ఉదా. 5 చాక్లెట్ల విలువ 25 రూపాయలు.

ఒక చాక్లెట్ విలువ ఎంత?

ఒక చాక్లెట్ విలువ k రూపాయలు అనుకొందాం.

$$5k = 25$$

$$\therefore \frac{5k}{5} = \frac{25}{5} \quad (\text{రెండువైపులా 5 చే భాగించాం})$$

$$\therefore 1k = 5$$

$$\therefore k = 5$$

అనగా ఒక చాక్లెట్ విలువ 5 రూపాయలవుతుంది.



₹ 25



ఇది నాకు అర్థమైంది.

సమీకరణానికి రెండువైపులా ప్రతిసారి సమాన పరిక్రియను చేసినచో లభించే సమీకరణం సమనిశ్చలంగా ఉంటుంది. సమనిశ్చల సమీకరణంపై కిందివాటిలోనుంచి ఏపరిక్రియను చేసినను లభించే సమీకరణం సమనిశ్చలంగా ఉంటుంది.

- రెండు వైపులా సమానసంఖ్యను కలపడం.
- రెండు వైపులనుంచి సమాన సంఖ్యను తీసివేయడం.
- రెండు వైపులా సమానసంఖ్యచే గుణించడం.
- రెండు వైపులా శూన్యేతర సమాన సంఖ్యచే భాగించడం.
- రెండు వైపులా మార్పివేయడం.

- కింది వివరాలను అక్షరాలనుపయోగించి రాయండి.
 - (1) ఒక సంఖ్య మరియు 3 ల మొత్తం.
 - (2) ఒక సంఖ్య నుంచి 11 ను తీసివేసినచో వచ్చు భేదం.
 - (3) 15 మరియు ఒక సంఖ్యల లబ్ధం.
 - (4) ఒక సంఖ్యకు నాలుగురెట్లు 24 అగును.
- కింది సమీకరణం యొక్క సాధనను కనుగొనుటకై, సమీకరణానికి రెండువైపుల ఏ పరిక్రియను చేయవలసివస్తుందో చూడండి.
 - (1) $x + 9 = 11$
 - (2) $x - 4 = 9$
 - (3) $8x = 24$
 - (4) $\frac{x}{6} = 3$
- కింద కొన్ని సమీకరణాలు మరియు చరరాశి విలువలు ఇవ్వబడినాయి. ఆ విలువలు ఇచ్చిన సమీకరణం యొక్క సాధన అవుతుందా నిర్ణయించండి.

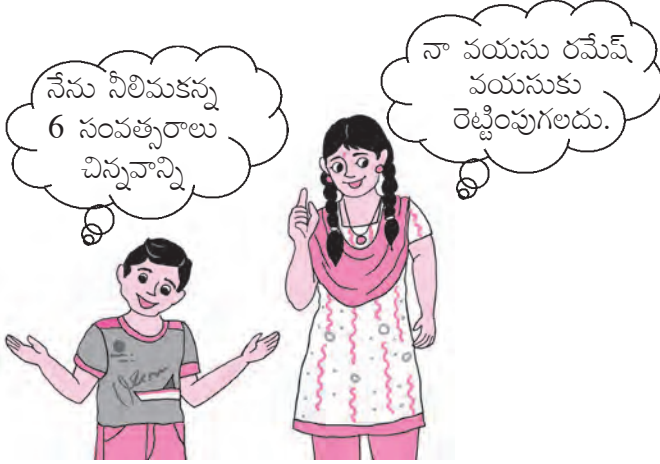
క్ర.సం.	సమీకరణం	చరరాశి విలువ	సమీకరణ సాధన (ఔను/కాదు)
1	$y - 3 = 11$	$y = 3$	కాదు.
2	$17 = n + 7$	$n = 10$	
3	$30 = 5x$	$x = 6$	
4	$\frac{m}{2} = 14$	$m = 7$	

- కింది సమీకరణాలను సాధించండి.
 - (1) $y - 5 = 1$
 - (2) $8 = t + 5$
 - (3) $4x = 52$
 - (4) $19 = m - 4$
 - (5) $\frac{P}{4} = 9$
 - (6) $x + 10 = 5$
 - (7) $m - 5 = -12$
 - (8) $P + 4 = -1$
- కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణల వివరాలనుబట్టి సమీకరణం తయారు చేసి, సాధన కనుగొనండి.
 - (1) హరివద్ద కొన్ని గొట్టెలు ఉన్నాయి. బజారులో వాటిలోనుంచి 34 గొట్టెలను అమ్మిన తర్వాత 176 గొట్టెలు మిగిలాయి. అయిన హరి వద్ద మొత్తం ఎన్ని గొట్టెలుండెను?
 - (2) సాక్షి ఇంట్లో మామిడి బెల్లం పానకం తయారు చేసి కొన్ని సీసాలలో నింపింది. ఆ సీసాలలోనుంచి 7 సీసాల మామిడి బెల్లం పానకం స్నేహితురాళ్ళకు పంచిన తర్వాత ఇంట్లో 12 సీసాల మామిడిబెల్లం పానకం మిగిలి పోయింది. అయిన మొత్తం ఎన్ని బాటిళ్ళ మామిడి బెల్లం పానకం తయారు చేసింది? ఒక సీసాలోని మామిడి బెల్లం పానకం బరువు 250 గ్రాములున్నచో, ఆమె మొత్తం ఎంత మామిడిబెల్లం పానకం తయారు చేసింది?
 - (3) అర్చన కొన్ని కి.గ్రా.ల గోధుమలు బజారునుంచి ఖరీదు చేసింది. ప్రతి నెలకు 12 కి.గ్రా. చొప్పున ఇలా 3 నెలలకు గోధుమలు విసిరి పిండి చేయుటకు తీసింది, అప్పుడు 14 కి.గ్రా. గోధుమలు మిగిలివున్నాయి, అయిన అర్చన మొత్తం ఎన్ని కి.గ్రా. గోధుమలు ఖరీదు చేసింది?

అభి



చర్చిద్దాం పదండి!



కింది తరగతులలో మనం రెండు సంఖ్యలను పోల్చడం నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు మనం ఇంకను వేరేరకంగా ఎలా పోల్చుతారో చూద్దాం. ఉదా. నీలిమ వయసు 12 సంవత్సరాలు మరియు రమేష్ 6 సంవత్సరాలవాడు.

నీలిమ మరియు రమేష్ వీరి వయసుల ఎలా వచ్చు?

రమేష్, వయసుల పోలికను తీసివేతతో చేశాడు, నీలిమ వయసుల పోలికను రెట్టలో చేసింది.



తెలుసుకొందాం.

నీలిమ వయసు రమేష్ వయసుకు రెట్టింపు. ఈ వివరాలనే నీలిమ మరియు రమేష్ల వయసుల ప్రమాణం 2:1 అని రాస్తారు. 2:1 దీనిని 'రెండుకు ఒకటి' అని చదువుతారు. గణిత భాషలో రెండు సంఖ్యల ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి భాషలో రాయవచ్చును. 2:1 ఈ ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి $\frac{2}{1}$ అనికూడా రాస్తారు.

వ్యావహారికంలో ప్రమాణాల ఉదాహరణలు



ఉదా. జానకమ్మ తయారు చేసిన ఇడ్లీలు మరియు దోశెలు రుచికరంగా ఉంటాయి. ఇడ్లీ పిండికై ఆమె 1 గిన్నె మినపపప్పుకు 2 గిన్నెల బియ్యం, ఈ ప్రమాణాన్ని (కొలతను) ఉపయోగిస్తుంది. అలాగే దోశెలు తయారు చేస్తున్నప్పుడు 1 గిన్నె మినపపప్పుకు 3 గిన్నెల బియ్యం తీసుకొంటుంది. అనగా ఇడ్లీకోసం పప్పు మరియు బియ్యం, వీటి ప్రమాణం 1:2 లేదా నిష్పత్తి $\frac{1}{2}$ ఉంటుంది, అలాగే దోశెలకై ఈ ప్రమాణం 1:3 అనగా వాటి నిష్పత్తి $\frac{1}{3}$ ఉంటుంది.

ఉదా. మార్గరేట్ చేసిన బిస్కిట్లు చాలాబాగుంటాయి. ఆమె బిస్కిట్లలో రెండుగిన్నెల పంచదారతోపాటు 3 గిన్నెల గోధుమపిండిని ఉపయోగిస్తుంది, అనగా బిస్కిట్లలో పంచదార మరియు పిండి వీటి ప్రమాణం 2:3 లేదా వాటి నిష్పత్తి $\frac{2}{3}$ ఉంటుంది.



ఉదా. అమ్మాయిలకు ఒకే విధంగా పువ్వులు పంచినారు. ఖాళీగడులలో సరియైన సంఖ్యను రాయండి.

అమ్మాయిలు	3	5	1
పువ్వులు	12	32



$$\frac{\text{అమ్మాయిల సంఖ్య}}{\text{పువ్వుల సంఖ్య}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ అనగా ఒకమ్మాయికి 4 పువ్వులు లభించాయి.}$$

అమ్మాయిలు మరియు పువ్వులు వీటి ప్రమాణం ఒకరికి నాలుగు. అది 1:4 లేదా వాటి నిష్పత్తిని $\frac{1}{4}$ అని ఇలాకూడా రాస్తారు.

ఉదా. తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి తన వయసుకి, బామ్మ వయసుతో గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

జాన్ వయసు 10 సంవత్సరాలు, అతని బామ్మ వయసు 65 సంవత్సరాలు, తన నిష్పత్తి $\frac{10}{65}$ అని జాన్ అన్నాడు.

$$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13} \text{ సమాన భిన్నాన్ని ఉపయోగించి నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో రాయవచ్చు.}$$

ఉదా. నిఖిల్ 12 జామకాయలు మరియు 16 సపోట పండ్లు తెచ్చాడు.

(1) జామకాయలకు సపోటపండ్లతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

జామకాయలకు సపోటపండ్లతోగల నిష్పత్తి,

$$\frac{\text{జామకాయల సంఖ్య}}{\text{సపోటపండ్ల సంఖ్య}} = \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$$

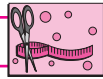
\therefore జామకాయలకు సపోటపండ్లతోగల నిష్పత్తి $\frac{3}{4}$.

(2) సపోటపండ్లకు జామకాయలతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

సపోటపండ్లకు జామకాయలతోగల నిష్పత్తి

$$\frac{\text{సపోటపండ్ల సంఖ్య}}{\text{జామకాయల సంఖ్య}} = \frac{16}{12} = \frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{3}$$

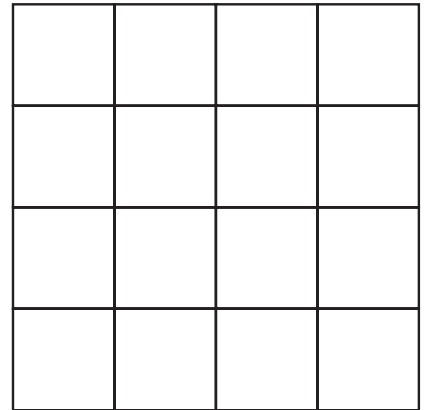
\therefore సపోటపండ్లకు జామకాయలతోగల నిష్పత్తి $\frac{4}{3}$.



ఇది చేసి చూడండి.

కింది పటంలో కొన్ని గడులను మీకిష్టమైన రంగుతో రంగువేయండి. మరికొన్ని ఖాళీగా ఉంచండి.

- (1) కింది పటంలో మొత్తం గడులు లెక్కించి, రాయండి.
- (2) రంగు వేసిన గడులు లెక్కించి రాయండి.
- (3) ఖాళీగడులు లెక్కించి రాయండి.
- (4) రంగువేసిన గడులకు ఖాళీగడులతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- (5) రంగువేసిన గడులకు మొత్తం గడులతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- (6) ఖాళీగడులకు మొత్తం గడులతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.





తెలుసుకొందాం.

నిష్పత్తికి సంబంధించిన ముఖ్యమైన విషయాలు

ఉదా. బెల్లం యొక్క చిన్నదిమ్మ 1 కి.గ్రా. బరువున్నది. బెల్లం ముక్కబరువు 200 గ్రాములు గలదు, అయిన బెల్లం ముక్క బరువుకు బెల్లం యొక్క దిమ్మ బరువుతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

$$\frac{\text{బెల్లం ముక్క బరువు}}{\text{బెల్లం దిమ్మ బరువు}} = \frac{200}{1} \text{ అని రాశాం.}$$



ఇది సరిగానే ఉందా?

బెల్లం ముక్క బరువు బెల్లం దిమ్మ బరువుకు 200 రెట్లు ఉందా?

ఇందులో ఏం తప్పు జరిగింది?

ముందుగా రెండురాశులను సమాన ప్రమాణంలో తెక్కిద్దాం. అందుకై గ్రాములుపయోగించుట సౌకర్యంగా ఉంటుంది.

1 కి.గ్రా. = 1000 గ్రాములు

∴ దిమ్మ బరువు 1000 గ్రాములు మరియు బెల్లం ముక్క బరువు 200 గ్రాములు.

$$\frac{\text{బెల్లం ముక్క బరువు}}{\text{బెల్లం దిమ్మ బరువు}} = \frac{200}{1000} = \frac{2 \times 100}{10 \times 100} = \frac{2}{10} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{1}{5}$$

∴ బెల్లం ముక్క బరువుకు బెల్లం దిమ్మ బరువుతోగల నిష్పత్తి $\frac{1}{5}$.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

ఒకే రకమైన (రాశుల) కొలతల నిష్పత్తిని కనుగొనుచున్నప్పుడు, ఆ కొలతల ప్రమాణం సమానంగా ఉండాలి.

నిష్పత్తినుపయోగించి సమీకరణాన్ని అమర్చవచ్చు, దానివలన సమస్యను సాధించడం సులభమవుతుంది.

ఉదా. పాఠశాలలోని విద్యార్థినులకోసం హాస్టల్ కట్టవలసిఉంది. ప్రతి 15 మంది అమ్మాయిలకు రెండు మరుగుదొడ్లు కావాలి అని నిర్ణయించారు. 75 మంది అమ్మాయిలు హాస్టల్లో ఉంటారనుకొంటే ఆ ప్రమాణంలో ఎన్ని మరుగుదొడ్లు కట్టవలసి ఉంటుంది?

మరుగుదొడ్లు మరియు అమ్మాయిలసంఖ్య వీటి ప్రమాణం అనగా నిష్పత్తిని చూద్దాం. 75 మంది అమ్మాయిల కోసం x మరుగుదొడ్లు అవసరమనుకొందాం. మరుగుదొడ్ల సంఖ్య మరియు అమ్మాయిల సంఖ్య వీటి నిష్పత్తి $\frac{2}{15}$ ఉంది. దానిని రెండు విధాలుగా రాసి, సమీకరణాన్ని సాధించుదాం.

$$\begin{aligned} \frac{x}{75} &= \frac{2}{15} \\ \therefore \frac{x}{75} \times 75 &= \frac{2}{15} \times 75 && \text{(రెండువైపులా 75 చే గుణించాం)} \\ \therefore x &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

∴ 75 మంది అమ్మాయిలకోసం 10 మరుగుదొడ్లు అవసరమవుతాయి.



- కింది ప్రతి సమస్యలో మొదటి సంఖ్యకు రెండవ సంఖ్యతోగల ప్రమాణాన్ని కనుగొనండి.
(1) 24, 56 (2) 63, 49 (3) 52, 65 (4) 84, 60 (5) 35, 65 (6) 121, 99
- మొదటి రాశికి, రెండవరాశికి గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
(1) 25 పూసలు, 40 పూసలు (2) 40 రూ., 120 రూ. (3) 15 ని., 1 గంట
(4) 30 లీటర్లు, 24 లీటర్లు (5) 99 కి.గ్రా., 44000 గ్రా. (6) 1 లీటరు, 250 మి.లీ.
(7) 60 పైసలు, 1 రూ. (8) 750 గ్రా., $\frac{1}{2}$ కి.గ్రా. (9) 125 సెం.మీ., 1 మీటరు
- రీమావద్ద 24 నోటుపుస్తకాలు మరియు 18 పాఠ్యపుస్తకాలున్నాయి. అయిన నోటుపుస్తకాలకు, పాఠ్యపుస్తకాలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- మైదానంలో క్రికెట్ ఆటగాళ్ళు 30 మంది మరియు భో-భో ఆటగాళ్ళు 20 మంది శిక్షణ పొందుచున్నారు, అయిన క్రికెట్ ఆటగాళ్ళకు మొత్తం ఆటగాళ్ళతో గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- స్నేహ వద్ద 80 సెం.మీ.ల పొడవైన ఎర్రరిబ్బన్ ఉంది. అలాగే 2.20 మీటర్ల నీలి రిబ్బన్ ఉంది. అయిన ఎర్రరిబ్బన్ యొక్క పొడవుకు నీలి రిబ్బన్ యొక్క పొడవుతో గలనిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- శుభం ప్రస్తుత వయసు 12 సంవత్సరాలు. శుభం తండ్రి ప్రస్తుత వయసు 42 సంవత్సరాలు గలడు. శుభం తల్లి అతని తండ్రికంటే 6 సంవత్సరాల చిన్నది, అయిన కింది నిష్పత్తులను కనుగొనండి.
(1) శుభం ప్రస్తుత వయసుకు తల్లి ప్రస్తుత వయసుతో గలనిష్పత్తి.
(2) శుభం యొక్క తల్లి ప్రస్తుత వయసు తండ్రి ప్రస్తుత వయసుతో గలనిష్పత్తి.
(3) శుభం వయసు 10 సంవత్సరాలు ఉన్నప్పుడు, శుభం వయసుకు ఆ సమయంలో అతని తల్లియొక్క వయసుతోగల నిష్పత్తి.



తెలుసుకొందాం.

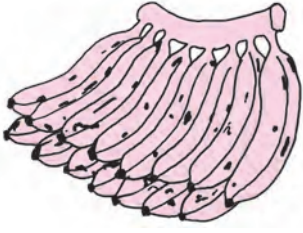
ఏకపన్ను మార్గం

విజయకు ఆమె పుట్టిన రోజున ఏడుగురు స్నేహితురాళ్ళకు పెన్నులు ఇవ్వాలనుకొంది. పెన్నులు కొనడానికి ఆమె దుకాణానికి వెళ్ళింది. దుకాణదారుడు ఆమెకు డజను ధర చెప్పాడు.

ఒక డజను పెన్నుల ధర 84 రూపాయలు



- విజయకు 7 పెన్నుల ధర కనుగొనుటకు సహాయం చేయగలరా?
- ఒక పెన్ను ధర తెలిసినచో, 7 పెన్నుల ధర తెలుసుకోవచ్చు.



ఉదా. 15 అరటిపళ్ళగల 45 రూపాయలకు లభిస్తుంది.
 8 అరటిపళ్ళ వెల ఎంత?
 15 అరటి పళ్ళవెల 45 రూపాయలు
 \therefore ఒక అరటిపండు వెల = $45 \div 15 = 3$ రూపాయలు
 దీనిని బట్టి, 8 అరటి పళ్ళవెల $8 \times 3 = 24$ రూపాయలు

ఉదా. 10 పుష్పాల గుచ్ఛం 25 రూపాయలు, అయిన 4 పుష్పాల వెల ఎంత?

10 పుష్పాల వెల 25 రూపాయలు

\therefore 1 పుష్పం వెల = $\frac{25}{10}$ రూపాయలు

దీని నుండి, 4 పుష్పాల వెల = $\frac{25}{10} \times 4 = 10$ రూపాయలు



ఇదినాకు అర్థమైంది.

అనేక వస్తువుల వెలనుంచి ఒక వస్తువు వెలను భాగించి కనుగొనడం మరియు ఒక వస్తువుయొక్క వెలనుంచి అనేక వస్తువుల వెలను గుణకారం చేసికనుగొనడం.

సమస్యను సాధించునట్టి ఈ పద్ధతిని ఏకవస్తు మార్గం అని అంటారు.

అభ్యాసం 29

1. సాధించండి.

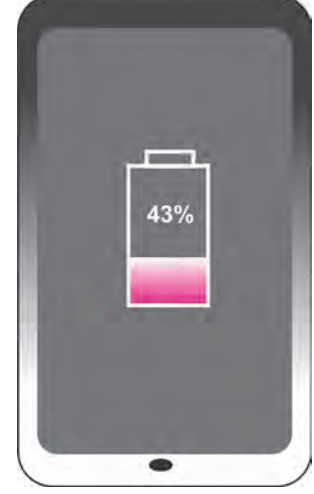
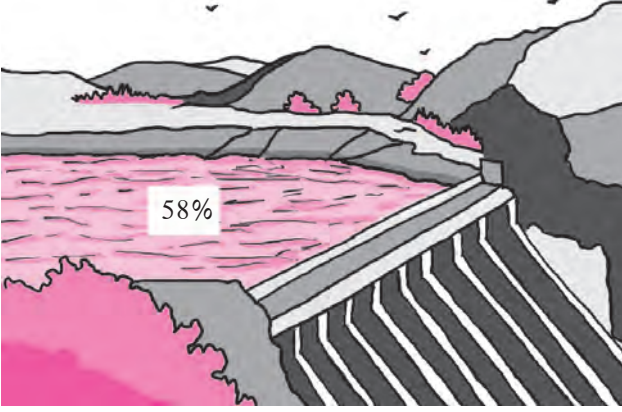
- (1) 20 మీటర్ల గుడ్డ ఖరీదు ₹ 3600 గలదు, అయిన 16 మీటర్ల గుడ్డ ఖరీదును కనుక్కోండి.
- (2) 10 కి.గ్రా.ల బియ్యం ధర ₹ 325 అయినచో, 8 కి.గ్రా.ల బియ్యం ధరను కనుక్కోండి.
- (3) 14 కుర్చీల ధర ₹ 5992 అయినచో, 12 కుర్చీల కోసం ఎన్ని రూపాయలు ఇవ్వాలి?
- (4) 30 డబ్బాల బరువు 6 కి.గ్రా. అయినచో, 1080 డబ్బాల బరువు ఎన్ని కి.గ్రా.లు అవుతుంది?
- (5) ఒకే వేగంతో ఒక కారు 165 కి.మీ.ల దూరాన్ని 3 గంటలలో పూర్తి చేస్తుంది. అదేవేగంతో (అ) 330 కి.మీ.ల దూరం పోవడానికి కారుకు ఎన్నిగంటలు పడుతుంది. (ఆ) 8 గంటలలో కారు ఎంత దూరం ప్రయాణిస్తుంది?
- (6) మూడు ఎకరాల పొలం దున్నడానికి ట్రాక్టరుకు 12 లీటర్ల డీజిల్ అవసరం, అయిన 19 ఎకరాల పొలం దున్నడానికి ఎన్ని లీటర్ల డీజిల్ కావాలి?
- (7) ఒక చక్కెర కర్మాగారంలో 48 టన్నుల చెరకునుండి 5376 కి.గ్రా.ల చక్కెర లభిస్తుంది. సవిత పొలంలో తయారైన చెరకు 50 టన్నులు ఉంది, అయిన ఈ చెరకునుండి ఎంత చక్కెర తయారగును?
- (8) ఒక మామిడితోటలో 8 వరుసలలో 128 చెట్లు ఉన్నాయి. ప్రతి వరుసలో చెట్ల సంఖ్య సమానంగా ఉన్నట్లయిన ఇలా 13 వరుసలలో ఎన్ని చెట్లు ఉంటాయి?
- (9) ఒక నీటి గుంటలో 120000 లీటర్ల నీటిని నిలువ చేయవచ్చును. ఆ నీటి గుంటను తయారు చేయడానికి 18000 రూపాయలు ఖర్చు అవుతుంది. అయిన 480000 లీటర్లనీరు నిలువ ఉండునట్టివి నీటి గుంటలు ఎన్ని తయారు అవుతాయి? దానికోసం ఎన్ని రూపాయల ఖర్చు అవుతుంది?

అఅఅ



చర్చిద్దాం పదండి.

నీటిని పొదుపుగా వాడండి.
ఆనకట్టలోని నీటి నిలువ 58%



రాజు : అన్నయ్య, పై చిత్రంలో నాకు 58 తర్వాత % ఇలా చిహ్నం కనిపిస్తుంది. అలాగే 43 కు తర్వాత కూడా ‘%’ ఈ చిహ్నం కనిపిస్తుంది. దేని చిహ్నం ఇది?

అన్నయ్య: % ఈ చిహ్నం శాతాలది. శాతం అనగా వంద. శాతాన్నే నూటికి లేదా శతమాన పద్ధతి అని కూడారాస్తారు.

రాజు : శాతమంటే ఏమిటి?

అన్నయ్య: మొదటి చిత్రంలో ఆనకట్టలోని నీటి నిలువ 58% (శాతం) ఉంది. అనగా ఆనకట్టలో నీటిని నిలువచేయు సామర్థ్యం 100 ప్రమాణాలు ఉన్నచో, అలా ప్రస్తుతం 58 ప్రమాణాలు ఉంది. మోబైల్ ఫోన్ బ్యాటరీ పూర్తిగా చార్జ్ అయినపుడు 100 ప్రమాణాలు చార్జ్ అయింది, అని అనుకొన్నచో, ఇప్పుడది 43 ప్రమాణాల చార్జ్ మిగిలివుంది అని కనిపిస్తుంది. శాతమంటేనే మొత్తం 100 భాగాలు అవుతుంది, అని అనుకొని చేసిన పోలిక.

రాజు : ఆనకట్టలో 50% నీరు గనక నిండి ఉన్నట్లైతే, ఆనకట్ట సగం నిండివున్నది అని ఇలా మనం అనవచ్చునా?

అన్నయ్య: ఔను, 50% అనగా 100 కు 50 భాగాలనీరు గలదు. 100 లో సగభాగం 50 అవుతుంది.

58% అనగా 100 ప్రమాణాలకు 58 ప్రమాణాలు, దీనిని భిన్నరూపంలో $\frac{58}{100}$ అని రాయవచ్చు.

అనగా ఆనకట్ట మొత్తం సామర్థ్యంలో $\frac{58}{100}$ భాగం నీరుంది.

(1) శాతాల వివరాలు భిన్నరూపంలో

50% అనగా మొత్తం 100 కు 50 భాగాలు అంటే మొత్తంలో $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ భాగాలు

25% అనగా మొత్తం 100 కు 25 భాగాలు అంటే మొత్తంలో $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ భాగాలు

35% అనగా మొత్తం 100 కు 35 భాగాలు అంటే మొత్తంలో $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ భాగాలు

(2) భిన్నరూపంలోని వివరాలు శాతాలలో

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$ మొత్తంలో $\frac{3}{4}$ భాగాలు అనగా $\frac{75}{100}$ అంటే 75%.

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100}$ మొత్తంలో $\frac{2}{5}$ భాగాలు అనగా $\frac{40}{100}$ అంటే 40%.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

హారం 100 చేయుటకు సమాన విలువగల భిన్నాలు ఉపయోగపడతాయి.

ఉదా. గతసంవత్సరం గిరి జట్టు మొక్కలు నాటి కార్యక్రమంలో 75 చెట్లునాటింది. వాటిలో 48 చెట్లు చాలాబాగా పెరిగాయి. సమీర్ జట్టు 50 చెట్లు నాటింది. వాటిలో 35 చెట్లు చాలాబాగా పెరిగాయి. అయిన చెట్లను పెంచడంలో ఏ జట్టు ఎక్కువ సఫలమయింది?

రెండు జట్టు ప్రారంభంలోనాటిన చెట్లసంఖ్య వేర్వేరుగా ఉంది. అందువల్ల నాటినచెట్లు మరియు పెరిగిన చెట్లు పోల్చిచూడటం గూర్చి ఆలోచించాలి. వీటిని పోల్చుటకై బాగా పెరిగిన చెట్ల శాతంను కనుగొనుట ఉపకరిస్తుంది. అందుకై బాగాపెరిగిన చెట్లకు, నాటినచెట్లతోగల నిష్పత్తిని చూద్దాం..

గిరి జట్టు నాటిన చెట్లలో బాగా పెరిగినచెట్లు A% అనుకొందాం.

సమీర్ జట్టు నాటిన చెట్లలో బాగా పెరిగినచెట్లు B% అనుకొందాం.

గిరి జట్టుకై బాగా పెరిగిన చెట్లు మరియు నాటిన చెట్లు వీటి నిష్పత్తి $\frac{A}{100}$ అవుతుంది. అదే $\frac{48}{75}$ కూడా అవుతుంది.

అనగా $\frac{A}{100} = \frac{48}{75}$ అను సమీకరణం లభిస్తుంది. అలాగే సమీర్ జట్టుకై బాగా పెరిగిన చెట్లు మరియు నాటిన చెట్లు వీటి నిష్పత్తిని తీసుకొందాం, ఈ నిష్పత్తులను రెండు రూపాలలో రాసి సమీకరణంను పొంది, సాధించుదాం.

$$\frac{A}{100} = \frac{48}{75}$$

$$\frac{A}{100} \times 100 = \frac{48}{75} \times 100$$

$$A = 64$$

$$\frac{B}{100} = \frac{35}{50}$$

$$\frac{B}{100} \times 100 = \frac{35}{50} \times 100$$

$$B = 70$$

∴ చెట్లను బాగాపెంచడంలో సమీర్ జట్టు బాగా సఫలీకృతమైంది.

ఉదా. ఖటావ్ తాలుకాలోని వరూడ్ గ్రామంలో 200 నీటిగుంటలు మరియు జాఖన్ గ్రామంలో 300 నీటిగుంటలు తయారు చేయడానికి నిర్ణయించారు. వాటిలో మే చివరకు వరూడ్ గ్రామంలో 120 నీటిగుంటలపని పూర్తి అయింది. అయితే జాఖన్ గ్రామంలో 165 నీటిగుంటలపని పూర్తి అయినట్లు గుర్తించారు. అయిన నీటిగుంటల పని పూర్తి చేయడంలో ఏ గ్రామంలో ప్రమాణం ఎక్కువ గలదు? దీని జవాబు కనుగొనుటకై పూర్తయిన నీటిగుంటల శాతాలను కనుగొని పోల్చుదాం. వరూడ్ గ్రామంలో పూర్తయిన నీటి గుంటల సంఖ్య A% అనుకొందాం. అలాగే జాఖన్ గ్రామంలో పూర్తయిన నీటిగుంటల సంఖ్య B% అనుకొందాం. పూర్తయిన నీటిగుంటల సంఖ్యను నిర్ణయించబడిన నీటిగుంటల సంఖ్యతో తీసుకొన్న నిష్పత్తిని చూద్దాం. ఈ నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో రాసి సమీకరణంను పొంది, సాధించుదాం.

$$\frac{A}{100} = \frac{120}{200} \qquad \qquad \qquad \frac{B}{100} = \frac{165}{300}$$

$$\frac{A}{100} \times 100 = \frac{120}{200} \times 100 \qquad \qquad \qquad \frac{B}{100} \times 100 = \frac{165}{300} \times 100$$

$$A = 60 \qquad \qquad \qquad B = 55$$

∴ వరూడ్ గ్రామంలో పూర్తయిన నీటిగుంటలకు పని ప్రమాణం ఎక్కువ గలదు.

ఉదా. ఒక పాఠశాలలో 1200 మంది విద్యార్థులలో 720 మంది విద్యార్థులకు సంకలిత మూల్యామాపనంలో గణిత విషయంలో 'A' శ్రేణి లభించింది. అయిన 'A' శ్రేణి లభించిన విద్యార్థుల శాతమెంత? 'A' శ్రేణి లభించిన విద్యార్థులు A% అని అనుకొందాం. 'A' శ్రేణి లభించిన విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య వీటి నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో రాసి సమీకరణంను పొంది, ఆ సమీకరణాన్ని సాధించుదాం.

$$\frac{A}{100} = \frac{720}{1200}$$

$$\therefore \frac{A}{100} \times 100 = \frac{720}{1200} \times 100$$

$$\therefore A = 60$$

∴ 'A' శ్రేణి లభించిన విద్యార్థుల శాతం 60.

ఉదా. ఒక సమాజసేవాసంస్థ ఒక జిల్లాలోని 400 పాఠశాలలో నుంచి 18% పాఠశాలలను దత్తత తీసుకొంది. అయిన దత్తత తీసుకొన్న మొత్తం పాఠశాలలెన్ని? దత్తత తీసుకొన్న పాఠశాలల సంఖ్య మొత్తం పాఠశాలల సంఖ్యకుగల నిష్పత్తిని రెండు విధాలుగా అమర్చి సమీకరణాన్ని పొంది, సాధించుదాం. 18% అనగా 100 కి పాఠశాలలు 18 దత్తత తీసుకొన్నారు. మొత్తం పాఠశాలలు 400 గలవు. వాటిలో దత్తత తీసుకొన్న పాఠశాలలు A ఉన్నాయని అనుకొందాం.

$$\frac{A}{400} = \frac{18}{100}$$

$$\therefore \frac{A}{400} \times 400 = \frac{18}{100} \times 400$$

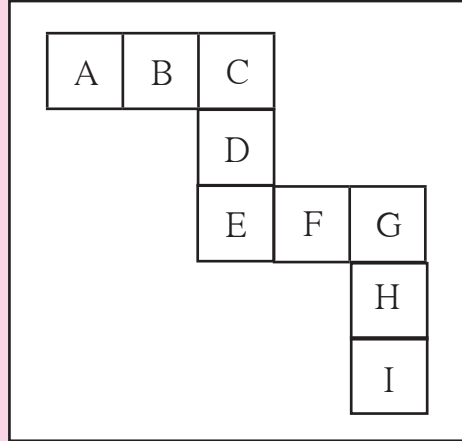
$$\therefore A = 72$$

∴ దత్తత తీసుకొన్న పాఠశాలల సంఖ్య 72 గలదు.

- (1) ఒక పరీక్షలో శబానాకు 800 లకు 736 మార్కులు వచ్చాయి, అయిన ఆమెకు ఎంత శాతం మార్కులు లభించాయి?
- (2) దహిహండా గ్రామంలోని పాఠశాలలో 500 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. వారిలో 350 మంది విద్యార్థులకు ఈదడం వచ్చు, అయిన ఎంత శాతం విద్యార్థులకు ఈదడం వచ్చు, అలాగే ఎంతశాతం విద్యార్థులకు ఈదడం రాదు?
- (3) ప్రకాశ్ పొలంలోని 19500 చ.మీ.ల వ్యవసాయభూమిలో 75% భూమిలో జొన్నలు విత్తాడు, అయిన అతడు ఎన్ని చ.మీ.ల స్థలంలో జొన్నలు విత్తాడు?
- (4) సోహంకు అతని పుట్టిన రోజున మొత్తం 40 సందేశాలు వచ్చాయి. వాటిలో 90% సందేశాలు పుట్టినరోజు శుభాకాంక్షలు గాకుండా యితర సందేశాలు ఎన్నివచ్చాయి?
- (5) ఒక గ్రామంలోని 5675 జనాభాలో 5448 మంది అక్షరాస్యులు. అయిన ఆ గ్రామం అక్షరాస్యత ఎంత శాతం గలదు?
- (6) ఒక ఎన్నికలో జాంభూల్ గ్రామంలోని 1200 మంది మహిళలలో 1080 మహిళలు ఓటువేసిరి, అయితే వడ్డెగ్రాంలోని 1700 మంది మహిళలలో 1360 మహిళలు ఓటువేసిరి. ఏ గ్రామంలో ఓటువేసిన మహిళల ప్రమాణం ఎక్కువగా ఉంది?

అఅఅ

గణిత గమ్యం!



పై ఆకృతిలో తొమ్మిది చదరాలు ఇవ్వబడినాయి. ఈ చదరాలలో A, B, C, D, E, F, G, H, I ఈ అక్షరాలు రాయబడి ఉన్నాయి. ఈ అక్షరాలకు 1 నుంచి 9 వరకు అంకెలను, ప్రతి అక్షరానికి వేర్వేరు అంకెలు ఉపయోగించి రాయండి. అలాగే $A + B + C = C + D + E = E + F + G = G + H + I$ కావాలి.



చర్చిద్దాం పదండి.



ప్రవీణ్ కొనుగోలు చేసిన సరుకుల వివరాలు -

కూరగాయలు -	₹ 70
బటర్ -	₹ 25
పావ్ -	₹ 45
మసాలా -	₹ 14
ఇతర సరుకులు -	₹ 20

మొత్తం -----

అమ్మగా లభించిన సొమ్ము : ₹ 160



ప్రవీణ్ మొత్తం ఎంతఖర్చు పెట్టాడు?
అతడు ఎందుకు సంతోషంగా లేడు?

సరిత కొనుగోలు చేసిన సరుకుల వివరాలు-

స్టేట్స్ -	₹ 20
చెమ్పూలు -	₹ 10
చట్నీ -	₹ 30
పేలాలు -	₹ 50
ఉల్లిగడ్డలు -	₹ 20
ఇతర సరుకులు -	₹ 60

మొత్తం -----

అమ్మగా లభించిన సొమ్ము : ₹ 230



సరిత భేల్కోసం మొత్తం ఎంతఖర్చు పెట్టింది?
సరిత ఎందుకు సంతోషంగా కన్పిస్తుంది?



చర్చిద్దాం పదండి.

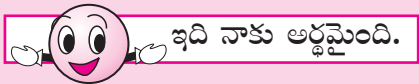
సరిత అన్ని సరుకులు రెట్టింపు తీసుకువచ్చినట్లైతే, ఆమెకు రెట్టింపు లాభం వచ్చి ఉండేదా? పావ్ భాజి ఎక్కువ విక్రయించబడి లాభం రావడానికి మళ్ళీ స్టాల్ పెట్టినప్పుడు ప్రవీణ్ ఏమి చేయాలి?



తెలుసుకొందాం.

లాభం-నష్టం

డబ్బు సంపాదించుటకై జనం రకరకాల పనులు చేస్తారు. కొనుగోలు దారులకు కావలసిన వస్తువులను అమ్మే వృత్తి దుకాణదారు చేస్తాడు. టోకు వర్తకుల నుండి అనగా పెద్ద మొత్తంలో అమ్ము వర్తకులనుండి ఎక్కువ ప్రమాణంలో చవక ధరలో వస్తువులు తీసుకువస్తారు. వాటివెల ముద్రణావెల కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. వస్తువులను విడిగా చేసి ముద్రించిన వెలకు అమ్మిన అధిక డబ్బు వస్తుంది. అమ్మినవెల కొన్నవెల కంటే ఎక్కువగా ఉన్నచో, ఎక్కువ డబ్బువస్తుంది. దానిని లాభం అంటారు. అప్పుడప్పుడు కొన్నవెల కంటే తక్కువ డబ్బు అమ్మకాల నుండి లభిస్తుంది. అప్పుడు తక్కువగా డబ్బు వస్తుంది. దానిని నష్టం అంటారు.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

కొన్నవెలకంటే అమ్మినవెల తక్కువ ఉన్నప్పుడు నష్టం కలుగుతుంది.
నష్టం = కొన్నవెల - అమ్మినవెల

కొన్నవెలకంటే అమ్మినవెల ఎక్కువ అయినప్పుడు లాభం కలుగుతుంది.
లాభం = అమ్మినవెల - కొన్నవెల

ఉదా. హామీద్ భాయ్ 2000 రూపాయలకు అరటిపళ్ళు కొని, వాటిని 1890 రూపాయలకు అమ్మాడు, అయిన ఈ వ్యవహారంలో అతనికి లాభమా? నష్టమా? ఎంత?
2000 రూపాయలకు అరటిపళ్ళు కొన్నాడు, అనగా కొన్నవెల = ₹ 2000
అమ్మినవెల = ₹ 1890
ఇచ్చట కొన్నవెల, అమ్మినవెల కంటే ఎక్కువ ఉంది. కాబట్టి ఈ వ్యవహారంలో హామీద్ భాయ్ కి నష్టం వచ్చింది.
నష్టం = కొన్నవెల - అమ్మినవెల
= 2000 - 1890
= ₹ 110
∴ ఈ వ్యవహారంలో హామీద్ భాయ్ కి 110 రూపాయల నష్టం వచ్చింది.

ఉదా. హర్షజన్ సింగ్ 500 కిలోగ్రాముల బియ్యాన్ని 22000 రూపాయలకు కొని, ప్రతికిలోగ్రాము 48 రూపాయలకు మొత్తం బియ్యాన్ని విక్రయించెను, అయిన అతనికి ఎన్ని రూపాయల లాభం వచ్చింది?
500 కిలోగ్రాముల బియ్యాన్ని కొన్నవెల 22000 రూపాయలు.
∴ 500 కిలోగ్రాముల బియ్యాన్ని అమ్మినవెల
= 500 × 48 = 24000 రూపాయలు
అమ్మినవెల కొన్నవెలకంటే ఎక్కువ గలదు కాబట్టి లాభం వచ్చింది.
లాభం = అమ్మినవెల - కొన్నవెల
= 24000 - 22000
= ₹ 2000
∴ ఈ వ్యవహారంలో హర్షజన్ సింగ్ కు 2000 రూపాయల లాభం వచ్చింది.

- కింది పట్టికలో కొన్నది మరియు అమ్మినది ఇవ్వబడింది. దానిని బట్టి లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఏదో నిర్ణయించి, అది ఎంతనో రాయండి.

ఉదా.	కొన్నది (రూ.)	అమ్మినది (రూ.)	లాభమా? నష్టమా?	ఎన్ని రూ.
1.	4500	5000		
2.	4100	4090		
3.	700	799		
4.	1000	920		

- దుకాణదారుడు ఒక సైకిల్ 3000 రూపాయలకు కొని, అదే సైకిల్‌ను 3400 రూపాయలకు అమ్మినచో అతనికి ఎంత లాభం వచ్చింది?
- సునంద 475 రూపాయల పాలను పెరుగుగా చేసి దానిని 700 రూపాయలకు అమ్మింది, అయిన ఆమెకు ఎంత లాభం వచ్చింది?

- దీపావళి జిజామాత పొదుపు సంఘం చక్కిలాల తయారు చేయడానికి 15000 రూపాయల ముడి పదార్థాలు కొన్నారు. తయారైన చక్కిలాలు అమ్ముగా, వారికి 22050 రూపాయలు వచ్చినాయి, అయిన పొదుపు సంఘానికి ఎంత లాభం వచ్చింది?
- ప్రమోద్ టోకు బజారులో 100 మెంతుకూర కట్టలు 400 రూపాయలకు కొన్నాడు. అకస్మాత్తుగా వచ్చిన వర్షం మూలంగా అతని తోపుడు బండిపైగల 30 కట్టలు తడిచి చెడిపోయాయి. మిగిలిన కట్టలు 5 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున అమ్మినచో అతనికి లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత?
- శరత్ ఒక క్వింటాలు ఉల్లిగడ్డలు 2000 రూపాయలకు కొనుగోలు చేసి తర్వాత అతను ఒక కిలోగ్రాము 18 రూపాయల ధరతో మొత్తం ఉల్లిగడ్డలు అమ్మెను, అయిన ఈ వ్యవహారంలో అతనికి లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత?
- కాంతాబాయి టోకు వర్తకునినుంచి 25 చీరెలు 10000 రూపాయలకు కొని, మొత్తం చీరెలు ఆమె 460 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున అమ్మింది, అయిన ఈ వ్యవహారంలో కాంతాబాయికి ఎంత లాభం వస్తుంది?

మొత్తం కొన్నవెల మరియు లాభం-నష్టం



ఒక పాఠశాలలో దీపావళి సందర్భంగా, దీపాలకు రంగువేయి ఉపక్రమాన్ని చేపట్టారు. అందుకై 1000 రూపాయలకు 1000 దీపాలు కొనిరి. 200 రూపాయల రంగు తీసుకొచ్చారు. దీపాలను పాఠశాలకు తీసుకురావడానికి 100 రూపాయలు రవాణాకు ఖర్చు చేసారు. రంగు వేసిన దీపాలను 2 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున అమ్మినారు. అయిన ఈ వ్యవహారంలో లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత?



దీపాలు కొన్నవెల 1000 రూపాయలు,
అమ్మినవెల 2000 రూపాయలు, అనగా
1000 రూపాయలు లాభం వచ్చింది.

- అంజు చెప్పింది సరిగా ఉందా?
- రంగులు మరియు రవాణా ఖర్చుల మాటేమిటి?
- దీపాలు అమ్మేముందు వాటి కోసం మొత్తం ఎంత ఖర్చు అయింది?

- దీపాలు రంగువేసి అమ్మిన, ఈ వ్యవహారంలో ఎంత లాభం వచ్చింది?
కొన్నవెల గాకుండా రవాణా ఖర్చు, కూలీ, పన్నులు మొదలైన వాటికోసం ఖర్చు చేయాల్సి వస్తుంది.
మూలఖరీదుకు ఈ ఖర్చును కలిపితే అనగా మొత్తం కొన్నవెల వస్తుంది.



ఇది నాకు అర్థమైంది.

కొనుగోలు-అమ్మకం లాంటి వ్యవహారాలు చేస్తున్నప్పుడు ఏదైనా పస్తువును అమ్మే ముందు దానికోసం చేయవలసి వచ్చిన అన్ని ఖర్చులను కొన్నవెలలో కలపాల్సి ఉంటుంది. దాన్ని మొత్తం కొన్నవెల అంటారు.



ఆలోచించండి.

రైతు పొలంలో పండించిన ధాన్యాన్ని అమ్ముతాడు. అప్పుడు దాని మొత్తం కొన్నవెలను ఎలా కనుగొనాలి?
రైతు ధాన్యాన్ని అమ్మేంతవరకు ఆ ధాన్యానికి ఏయే ఖర్చులు చేయవలసి వస్తుంది?
విత్తనాలు, ఎరువులు మరియు రవాణాఖర్చులు ఇవిగాకుండా ఇంకను ఎలాంటి ఖర్చులుంటాయి?

ఉదా. సంభాజీరావ్ ఒక యంత్రాన్ని 80000 రూపాయలకు కార్ఖానానుంచి కొనెను. ఆయంత్రాన్ని తీసుకువస్తున్నప్పుడు అతనికి 1600 రూపాయల పన్ను చెల్లించాల్సి వచ్చింది, 800 రూపాయలు రవాణాకు ఖర్చు వచ్చింది, 300 రూపాయలు కూలీ ఇవ్వాలి వచ్చింది. ఆ యంత్రాన్ని అతను ఒక లక్షరూపాయలకు అమ్మినచో, అతనికి ఎంత లాభం వచ్చింది?

$$\begin{aligned} \text{యంత్రం కొనుగోలుకై అయిన మొత్తం ఖర్చు} \\ &= \text{యంత్రం వెల} + \text{పన్నులు} + \text{రవాణాఖర్చు} + \text{కూలీ} \\ &= 80000 + 1600 + 800 + 300 \\ &= ₹ 82700 \end{aligned}$$

అనగా మొత్తం కొన్నవెల 82700 రూపాయలు అయింది.

$$\begin{aligned} \text{లాభం} &= \text{అమ్మినవెల} - \text{మొత్తం కొన్నవెల} \\ &= 100000 - 82700 \\ &= ₹ 17300 \end{aligned}$$

ఈ వ్యవహారంలో సంభాజీరావ్ కు 17300 రూపాయల లాభం వచ్చింది.

ఉదా. జానేద్ భాయ్ 4300 రూపాయలకు ఒకటిచొప్పున 35 మిక్సర్లు కొనుగోలుచేసెను. వాటిని దుకాణానికి తీసుకురావడానికి అతనికి 2100 రూపాయలు ఖర్చు వచ్చింది, అతనికి ఈవ్యవహారంలో 21000 రూపాయల లాభాన్ని ఆశించాడు, అయిన అతడు ప్రతి మిక్సర్ ను ఎంత ధరకు అమ్మాలి?

$$\begin{aligned} \text{ఒక మిక్సర్ కొనుగోలు ధర} &= ₹ 4300 \\ \therefore 35 \text{ మిక్సర్ల కొనుగోలు ధర} &= 4300 \times 35 = ₹ 150500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{మిక్సర్లు మొత్తం కొన్నధర} &= \text{మిక్సర్ల మొత్తం ధర} + \text{రవాణా ఖర్చు} \\ &= 150500 + 2100 \\ &= ₹ 152600 \end{aligned}$$

జావేద్‌భాయ్‌కి 21000 రూపాయల లాభం కావాలి.

$$\begin{aligned} \therefore \text{అమ్మిన తర్వాత ఆశించిన మొత్తం} \\ &= 152600 + 21000 \\ &= ₹ 173600 \end{aligned}$$

$$35 \text{ మిక్సర్ల మొత్తం అమ్మకం ధర} = ₹ 173600$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ మిక్సర్ అమ్మిన వెల} &= 173600 \div 35 \\ &= ₹ 4960 \end{aligned}$$

జావేద్‌భాయ్‌కి ప్రతి మిక్సర్‌ను 4960 రూపాయలకు అమ్మవలసి ఉంటుంది.

$$\begin{array}{r} 4960 \\ 35 \overline{) 173600} \\ \underline{- 140} \\ 0336 \\ \underline{- 315} \\ 00210 \\ \underline{- 210} \\ 00000 \\ \underline{- 0} \\ 0 \end{array}$$

అభ్యాసం 32

1. సంతోష్ టోకు వర్తకుని నుంచి 400 గ్రుడ్లు 1500 రూపాయలకు తీసుకువచ్చాడు. రవాణాఖర్చు 300 రూపాయలు అయింది. వాటిలోనుంచి 50 గ్రుడ్లు క్రిందపడి పగిలిపోయినవి. మిగిలిన గ్రుడ్లను అతను 5 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున అమ్మెను. అతనికి లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత?
2. అబ్రహాం 50000 రూపాయల సరుకు కనుగోలు చేసెను. పన్నులు మరియు రవాణా ఖర్చులు కలిపి అతనికి 7000 రూపాయలు ఖర్చు వచ్చింది. అతను ఆసరుకును గనక 65000 రూపాయలకు అమ్మివేసినచో, అతనికి ఈ వ్యవహారంలో లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత?
3. అజిత్ కార్ 50 కిలోగ్రాముల బరువు గల పంచదార ఒకనంచి 1750 రూపాయలకు తెచ్చింది. పంచదార ధర తగ్గడంవలన ఆమె ఆ పంచదారను ప్రతి కిలోగ్రాము 32 రూపాయల వంతున అమ్మవలసి వచ్చినచో ఆమెకు ఎన్ని రూపాయల నష్టం వచ్చింది?
4. కుసుమతాయి 700 రూపాయలకు ఒక కుక్కర్ చొప్పున 80 కుక్కర్లు కొనుగోలు చేసింది. వాటికై రవాణాఖర్చు 1280 రూపాయలు అయింది. ఆమెకు మొత్తం 18000 రూపాయల లాభం కావలెనన్న ఆమె ప్రతి కుక్కర్‌ను ఎంతకు అమ్మాలి?
5. ఇంద్రజిత్ 12000 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున 10 ఫ్రిజ్‌లు కొనగోలు చేసెను. అవి తీసుకురావడానికి అతనికి 5000 రూపాయలు రవాణాకు ఖర్చు అయింది. అతను ప్రతి ఫ్రిజ్ ఎంతకు అమ్మినచో 20000 రూపాయల లాభం కలుగుతుంది?
6. లలితాబాయి 13700 రూపాయల విత్తనాలు పొలంలో చల్లింది. ఎరువులు మరియు మందులు చల్లడానికి 5300 రూపాయలు మరియు కూలీలకు 7160 రూపాయలు ఖర్చయింది. పొలంలోని ధాన్యం అమ్మగా ఆమెకు 35400 రూపాయలు లభించాయి, అయిన ఆమెకు ధాన్యం అమ్మగా ఎంత లాభం లేదా నష్టం వచ్చింది?



తెలుసుకొందాం.

లాభశాతం, నష్టశాతం

లాభం లేదా నష్టం వీటి శాతాన్ని నిర్ణయించునపుడు వాటిని కొన్నవెలతో పోల్చిచూస్తారు. ఎప్పుడైతే 10% లాభం లేదా నష్టం వచ్చింది అని అంటారో అప్పుడు మొత్తం కొన్నవెల 100 రూపాయలు అయినచో, లాభం లేదా నష్టం 10 రూపాయలు అవుతుంది.

ఉదా. అబ్బాస్ 400 రూపాయల కూరగాయలు కొనుగోలుచేసి వాటిని 650 రూపాయలకు అమ్మెను, అయితే బల్బీర్ 300 రూపాయల పండ్లకొని వాటిని 500 రూపాయలకు అమ్మెను. ఎవరి వ్యవహారం ఎక్కువ లాభదాయకంగా ఉంది?

అబ్బాస్ కు 250 రూపాయల లాభం వచ్చింది, బల్బీర్ కు 200 రూపాయలు లాభం వచ్చింది. ప్రతి ఒక్కరి కొన్నవెలలు మాత్రం వేర్వేరుగా ఉన్నాయి. పోల్చి చూడటానికి లాభాల శాతాన్ని కనుగొనవలసి ఉంటుంది. అబ్బాస్ లాభం A% అయిన బల్బీర్ లాభం B% అనుకొందాం. కొన్నవెలతో లాభం నిష్పత్తిని తీసుకొందాం. ఈ నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో రాసి సమీకరణాన్ని పొంది, సాధించుదాం.

$$\begin{aligned} \frac{A}{100} &= \frac{250}{400} \\ \frac{A}{100} \times 100 &= \frac{250 \times 100}{400} \\ A &= \frac{250}{4} = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{B}{100} &= \frac{200}{300} \\ \frac{B}{100} \times 100 &= \frac{200 \times 100}{300} \\ B &= \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3} \end{aligned}$$

∴ బల్బీర్ వ్యవహారం ఎక్కువ లాభదాయకంగా ఉంది.

ఉదా. సీమా 800 రూపాయల కూరగాయలు కొని 40 రూపాయల బండిబాడుగ చెల్లించి వాటిని దుకాణానికి తీసుకువచ్చింది. మొత్తం కూరగాయలు అమ్ముగా ఆమెకు 966 రూపాయలు లభించాయి. అయిన ఆమెకు లాభమా, నష్టమా? ఎంత శాతం?

లాభశాతం లేదా నష్టశాతం కనుగొనడానికి మొత్తం కొన్నవెలను కనుగొందాం.

$$\begin{aligned} \text{మొత్తం కొన్నవెల} &= \text{అసలు కొన్న వెల} + \text{బండిబాడుగ లాభం} = \text{అమ్మిన వెల} - \text{మొత్తం కొన్నవెల} \\ &= 800 + 40 & & = 966 - 840 \\ &= ₹ 840 & & = ₹ 126 \end{aligned}$$

నూటికి Y లాభం కలిగింది అని అనుకొందాం. మొత్తం కొన్నవెలతో లాభం నిష్పత్తిని తీసుకొందాం. ఈ నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో అమర్చి సమీకరణాన్ని పొంది, సాధించుదాం.

$$\begin{aligned} \frac{Y}{100} &= \frac{126}{840} \\ \frac{Y}{100} \times 100 &= \frac{126}{840} \times \frac{100}{1} \\ Y &= 15 \end{aligned}$$

∴ సీమాకు నూటికి 15 లాభం వచ్చింది.

అభ్యాసం 33

1. మగన్ లాల్ 400 రూపాయల ప్యాంట్ 448 రూపాయలకు అమ్మెను. 200 రూపాయల షర్ట్ 250 రూపాయలకు అమ్మెను, అయిన వీటిలో ఏ వ్యవహారం అధిక లాభదాయకంగా ఉంది?
2. రామారావు 4500 రూపాయలకు కొనుగోలుచేసిన బీరువా 4950 రూపాయలకు అమ్మెను. శ్యామ్ రావు 3500 రూపాయలకు కొనుగోలు చేసిన కుట్టుయంత్రం 3920 రూపాయలకు అమ్మినచో, వీటిలో ఎవరి వ్యవహారం అధిక లాభదాయకంగా ఉన్నది?
3. హాసీఫ్ 50 ఆపిల్ పళ్ళుగల ఒకపెట్టె 400 రూపాయలకు కొన్నాడు. మొత్తం ఆపిల్ పళ్ళను అతను 10 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున అమ్మినచో, అతనికి లాభం వచ్చిందా, నష్టం వచ్చిందా, ఎంత శాతం?



తెలుసుకొందాం.

ఇచ్చిన వివరాల ఆధారంగా లాభ శాతం మరియు నష్ట శాతంపై ఆధారపడిన వదనమస్యలు తయారు చేసి, సాధించుట.

వివరాలు : కొన్నవెల 23500, రవాణాఖర్చు 1200 రూపాయలు, పన్నులు 300 రూపాయలు. అమ్మినవెల 24250 రూపాయలు తయారుచేసిన సమస్య.

- జోసెఫ్ ఒక యంత్రాన్ని 23500 రూపాయలకు కొన్నాడు. దానిని తీసుకువస్తున్నప్పుడు రవాణాఖర్చు 1200 రూపాయలు అయింది, అంతేగాక అతనికి 300 రూపాయల పన్ను కట్టవలసి వచ్చింది. అతను ఆ యంత్రాన్ని ఖాతాదారునకు 24250 రూపాయలకు అమ్మెను, అయితే జోసెఫ్ కు లాభమా, నష్టమా, ఎంతశాతం?

$$\begin{aligned} \text{యంత్రం మొత్తం కొన్నవెల} \\ &= 23500 + 1200 + 300 \\ &= ₹ 25000 \end{aligned}$$

అమ్మినవెల = 24250 రూపాయలు
అమ్మినవెలకంటే కొన్నవెల అధికం కాబట్టి నష్టం వచ్చింది.

$$\begin{aligned} \text{నష్టం} &= \text{కొన్నవెల} - \text{అమ్మినవెల} \\ &= 25000 - 24250 \\ &= ₹ 750 \end{aligned}$$

జోసెఫ్ కు 750 రూపాయల నష్టం వచ్చింది.

నష్టం N% అయినచో నష్టం మరియు కొన్నవెలల నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో రాసి, సమీకరణాన్ని సాధించుదాం.

$$\frac{N}{100} = \frac{750}{25000}$$

$$\therefore \frac{N}{100} \times 100 = \frac{3}{100} \times 100$$

$$\therefore N = 3$$

జోసెఫ్ కు 3% నష్టం వచ్చింది.

వివరాలు : 700 రూపాయలు, 18 వస్తువులు, 18900 రూపాయలు తయారుచేసిన సమస్య.

- సరిత 700 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున 18 కుర్చీలు కొనుగోలుచేసి, 18900 రూపాయలకు మొత్తం కుర్చీలను అమ్మెను. అయితే ఆమెకు లాభమా, నష్టమా, ఎంతశాతం? ఒక కుర్చీ కొన్నవెల 700 రూపాయలు

$$\begin{aligned} \therefore 18 \text{ కుర్చీలు కొన్నవెల} \\ &= 700 \times 18 = ₹ 12600 \\ \text{మొత్తం కుర్చీలు అమ్మినవెల} & 18900 \\ \text{రూపాయలు} \\ \text{అమ్మినవెల, కొన్నవెల కంటే అధికంగా ఉంది} \\ \text{కాబట్టి లాభం వచ్చింది.} \\ \text{లాభం} &= \text{అమ్మినవెల} - \text{కొన్నవెల} \\ &= 18900 - 12600 \\ &= ₹ 6300 \end{aligned}$$

సరితకు 6300 రూపాయల లాభం వచ్చింది.

లాభం N% అయినచో లాభం మరియు కొన్నవెలల నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో రాసి, సమీకరణాన్ని సాధించుదాం.

$$\frac{N}{100} = \frac{6300}{12600}$$

$$\therefore \frac{N}{100} \times 100 = \frac{63}{126} \times 100$$

$$\therefore N = \frac{63 \times 100}{126}$$

$$\therefore N = 50$$

సరితకు 50% లాభం వచ్చింది.


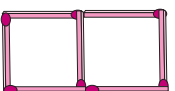
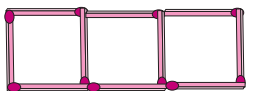
వివరాల ఆధారంగా లాభశాతం లేదా నష్టశాతంపై వదనమస్యలు తయారు చేసి సాధించండి.

1. కొన్నవెల 1600 రూపాయలు, అమ్మిన వెల 2800 రూపాయలు.
2. కొన్నవెల 2000 రూపాయలు, అమ్మినవెల 1900 రూపాయలు.
3. 1200 రూపాయలకు ఒకటి చొప్పున 8 వస్తువులు కొని, ప్రతి వస్తువు 1400 రూపాయలకు అమ్మెను.
4. 50 కి.గ్రా.ల ధాన్యం కొన్నవెల 2000 రూపాయలు, ప్రతి కిలోగ్రాము 43 రూపాయలకు అమ్మెను.
5. 8600 రూపాయల కొన్నవెల, రవాణాఖర్చు 250 రూపాయలు, కూలీ 150 రూపాయలు, అమ్మినవెల 10000 రూపాయలు.
6. విత్తనాలు 20500 రూపాయలు, వేతనం 9700 రూపాయలు, మందులు మరియు ఎరువులు 5600 రూపాయలు, అమ్మినవెల 28640 రూపాయలు.

- ఉపక్రమం**
- మీకు అనుభవంలోకి వచ్చిన లాభ-నష్టాల సమస్యలను చెప్పండి. సమస్యారూపంలో దాన్ని అమర్చి, సాధించండి.
 - ఆనంద్ మేళా ఏర్పాటు చేయండి. వస్తువుల అమ్ము అనుభవాన్ని పొందండి. వస్తువులు లేదా సదార్థాలు తయారు చేయుటకు ఎంతఖర్చయింది? ఎంతకు అమ్మారు? ఈ వ్యవహారాన్ని రాయండి. లేదా నాటకీకరణ చేయండి.

అఅఅ

గణితగమ్మత్తు!

చదరాల సంఖ్య				
పుల్లల సంఖ్య	4	7	10	

అర్చిత 4 పుల్లలతో ఒక చదరాన్ని చేసింది. ఇంక 3 పుల్లలు తీసుకొని 2 చదరాలు ఏర్పడునట్లు అమర్చింది. ఇంక 3 పుల్లలు తీసుకొని 3 చదరాలు తయారు చేసెను. ఇదే విధంగా 7 చదరాలు తయారు చేయడానికి ఎన్ని పుల్లలు ఉపయోగించాలి? 50 చదరాలు తయారు చేయడానికి ఎన్ని పుల్లలు ఉపయోగించాలి?



కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.



పై చిత్రం దేనికి సంబంధించినది? ఈ కార్యాలయంలో ఏమేమి చేస్తారో దాని వివరాలు తెలుసుకోండి. మీ పరిశీలనను నమోదు చేయండి.



తెలుసుకొందాం.

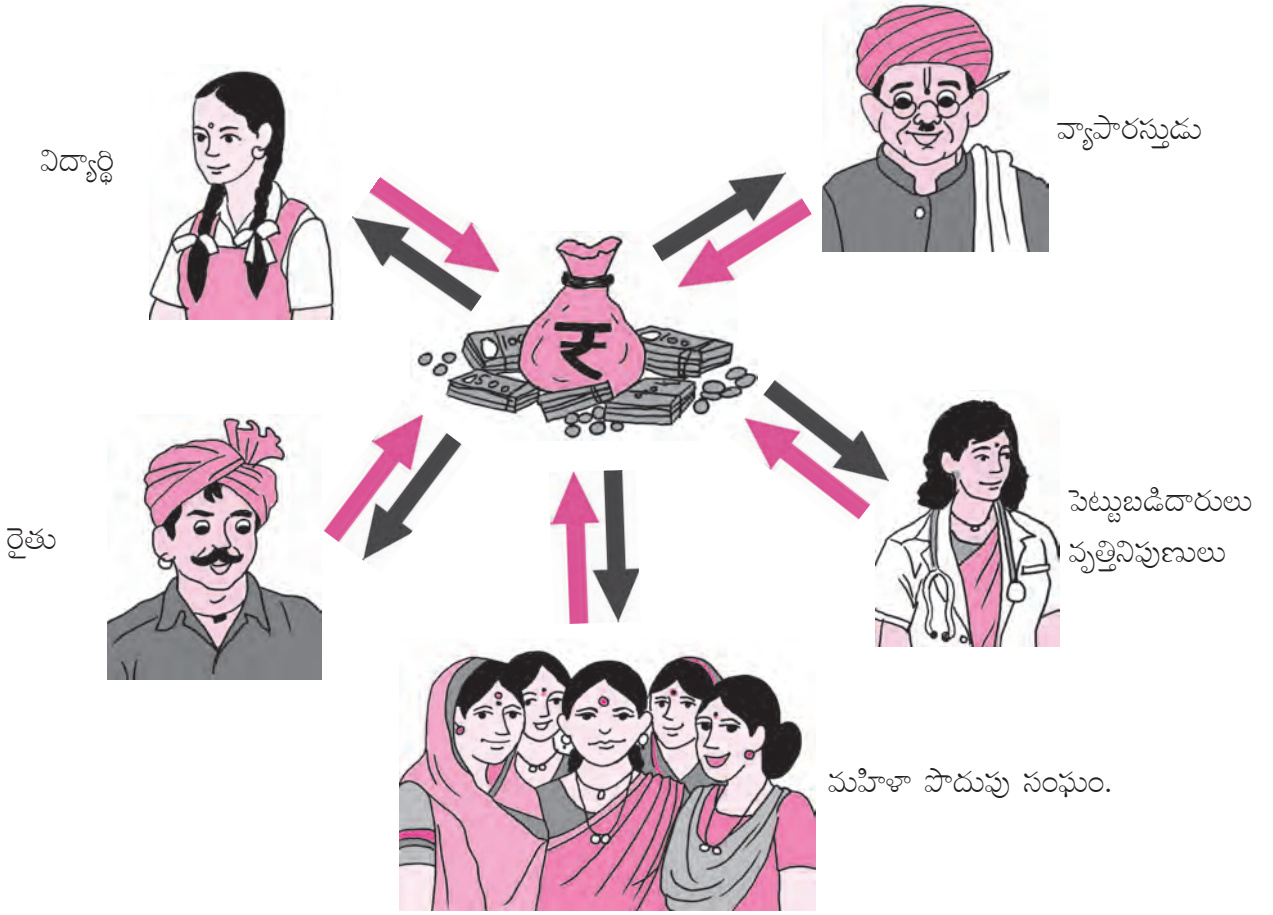
బ్యాంక్

బ్యాంక్, డబ్బుల లావాదేవీలు జరిపే ఒక ప్రభుత్వమోదిత సంస్థ. అదొక ఆర్థిక సంస్థ (ఆర్థిక అంటే డబ్బు).

మనం సంపాదించే డబ్బును జాగ్రత్తగా ఖర్చు చేయవలసి ఉంటుంది. భవిష్యత్ అవసరాలకోసం మనం డబ్బును పొదుపు చేస్తాం. ఈ పొదుపు, విద్య, గృహనిర్మాణానికి, వైద్యఖర్చులు, వ్యాపారం, పొలం అభివృద్ధి మొదలైన వాటి కోసం చేయవలసి ఉంటుంది.

క్రమం తప్పకుండా చేసే చిన్న పొదుపే మున్ముందు పెద్దగా మారి అది భవిష్యత్లోను ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. బ్యాంక్లో పెట్టిన డబ్బు సురక్షితంగా ఉండి, కాలానుగుణంగా అది పెరుగుతుంది.

ఆర్థిక వ్యవహారాలు



- పై చిత్రంలో ఏయే వ్యక్తులు బ్యాంక్‌తో వ్యవహారాలు చేస్తున్నట్లు చూపబడింది?
- మధ్యలో చూపిన సంచిపైనున్న చిహ్నం దేనికి చెందింది?
- పై చిత్రంలోని బాణాలవలన ఏమి అర్థమవుతుంది.

ఉపక్రమం.



- ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు బ్యాంక్ సందర్శనాన్ని ఏర్పాటు చేయాలి. బ్యాంక్ ప్రాథమిక సమాచారాన్ని పొందడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించండి. వివిధ ఫారాలు, స్లిప్‌లు నింపేందుకై సహాయం చేయండి.
- దగ్గరలో బ్యాంక్ లేనట్లయితే ఉపాధ్యాయుడు పై సమూహాలను తప్పించి నింపించవలెను.
- పాఠశాలలో, మాదిరి బ్యాంక్ తెరిచి బ్యాంక్ కార్యకలాపాలను ప్రత్యక్షంగా చూపండి.
- బ్యాంక్ కార్యకలాపాలను గూర్చి విపులంగా సమాచారాన్ని బ్యాంక్‌లో పనిచేసే పాలకులు లేదా బ్యాంక్ ఉద్యోగుల సహాయంతో తెలుసుకొండి.



బ్యాంక్ లో ఖాతా

బ్యాంక్ తో వ్యవహారాలు చేయడానికి బ్యాంక్ లో ఖాతా తెరవవలసి ఉంటుంది. బ్యాంక్ లో కొత్త ఖాతా తెరుచునపుడు కింది పత్రాల అవసరం ఉంటుంది.

- (1) చిరునామాకు సంబంధించిన ఋజువు, రేషన్ కార్డ్, విద్యుత్ బిల్, టెలిఫోన్ బిల్, నివాస ధృవీకరణ, గుర్తింపు పత్రం మొదలైనవి.
- (2) గుర్తింపు ఋజువు : ఆధార్ కార్డు, ఓటరు కార్డు, పాస్ కార్డ్, పాస్ పోర్ట్ లేదా బ్యాంక్ సూచించిన ఋజువులలోంచి ఒకటి అలాగే ఖాతాదారునిగా సున్నవ్వక్తి సాక్ష్యం.

అందరికీ పొదుపు అలవాటు కావాలి, దీనికోసం పొదుపు ఖాతా ఉంటుంది. ఖాతాదారుడు ఆ ఖాతాలో దగ్గరున్న దాన్నిబట్టి డబ్బు జమ చేయవచ్చు. అవసరాన్ని బట్టి దానినుంచి కొన్నిసార్లు డబ్బు తీయవచ్చును.

పొదుపు ఖాతాలోనున్న డబ్బుపై బ్యాంక్ 4% నుంచి 6% వడ్డీ ఇస్తుంది. పొదుపు ఖాతావ్యవహారాలు నడపడానికి ఖాతాదారునికి పాస్ బుక్, చెక్ బుక్, ఏటీఎం (ATM) కార్డ్, మోబైల్ బ్యాంకింగ్, ఎస్.ఎం.ఎస్. బ్యాంకింగ్, ఇంటర్నెట్ బ్యాంకింగ్ మొదలైన సౌలభ్యాలు దొరకుతాయి.

బ్యాంక్ లో డబ్బు నింపడానికి అలాగే బ్యాంక్ నుండి డబ్బు తీయడానికి ప్రత్యేకంగా ముద్రించిన నమూనా ఫారాలను నింపవలసి ఉంటుంది. ప్రతిబ్యాంక్ యొక్క ఫారాలు వేరుగా ఉంటాయి. అయినను వాటిలో నింపవలసిన వివరాలు ఒకేలా ఉంటాయి.

బ్యాంక్ లో కరెంట్ అకౌంట్ అని ఇంకో రకమైనది ఉంటుంది. దానినుండి ఎన్ని సార్లయినను డబ్బు తీయవచ్చును, కానీ, ఆ ఖాతాలోనున్న డబ్బుపై వడ్డీ లభించదు. ఎక్కువ కాలవ్యవధి కోసం మదుపు

చేసినపుడు అధిక వడ్డీ పొందుటకై నిర్ణీతకాల మదుపు (FD - Fixed Deposit), ఆవర్తన మదుపు (R.D. - Recurring Deposit) లాంటి సౌకర్యాలుంటాయి.

వడ్డీ లెక్కింపు

బ్యాంకు మదుపుదారులకు బ్యాంక్ లో డబ్బు పెట్టినందుకు కొంత మొత్తం ప్రతిఫలంగా ఇస్తుంది. అలాగే ఋణగ్రహీతలకు డబ్బు ఉపయోగించు కొనుటకు ఇచ్చినందులకు బ్యాంకు వారినుండి ప్రతి ఫలంగా కొంత మొత్తాన్ని స్వీకరిస్తుంది. ఇలాంటి మొత్తాన్ని వడ్డీ అంటారు. బ్యాంక్ లో పెట్టిన లేదా బ్యాంక్ నుండి ఋణగ్రహీతలకు ఇచ్చిన డబ్బును **అసలు** అని అంటారు.

మదుపుపై లేదా ఋణంపై వడ్డీ లెక్కించునపుడు వడ్డీరేటు ప్రతి 100 రూపాయలపై లెక్కిస్తారు. వడ్డీరేటు ఎంతకాలానికి ఉందో చెప్తారు. వడ్డీ **సం||నూటికి రేటు**, దీనినర్థం ప్రతి సంవత్సరానికి అనగా ప్రతి ఒక సంవత్సరానికి ప్రతి వంద రూపాయలకు ఇవ్వవలసిన వడ్డీ.

అసలు ఏ కాలవ్యవధి కోసం ఉపయోగించు కొంటారో ఆ కాలవ్యవధినే **కాలం** అని అంటారు.

సరళ వడ్డీ

ఈ తరగతిలో మనం కేవలం ఒక సంవత్సరానికి విధింపబడే వడ్డీని గూర్చి ఆలోచించబోతున్నాం. ఇది సరళవడ్డీ. ఎక్కువ కాలంకోసం వడ్డీ లెక్కింపు చాలాసార్లు అధిక క్లిష్టంగా ఉంటుంది. అది సరళవడ్డీ కంటే వేరుగా ఉంటుంది.

ఉదా.1. వినిత సం||నూ||కి 7 చొప్పున బ్యాంక్‌లో 15000 రూపాయలు 1 సంవత్సరానికై మదుపు చేసినచో, సంవత్సరాంతానికి ఆమెకు ఎంత వడ్డీ లభిస్తుంది?

ఈ ఉదాహరణలో అసలు 15000 రూపాయలు, కాలం 1 సంవత్సరం వడ్డీరేటు నూటికి 7 గలదు.

అసలు పెరిగినపుడు వడ్డీ పెరుగుతుంది అనగా అసలు యొక్క ప్రమాణంలో వడ్డీ పెరుగుతుంది.

15000 రూపాయల అసలుపై x రూపాయల వడ్డీ లభించిందని అనుకొందాం.

100 రూపాయల అసలుపై 7 రూపాయల వడ్డీ ఇచ్చారు.

వడ్డీకి అసలుతో గల నిష్పత్తిని తీసుకొందాం. ఈ నిష్పత్తిని రెండు రూపాలలో అమర్చి, సమీకరణాన్ని పొందుదాం.

$$\frac{x}{15000} = \frac{7}{100}$$

$$\frac{x}{15000} \times 15000 = \frac{7}{100} \times 15000 \quad (\text{రెండువైపులా 15000 లచే గుణించుదాం.})$$

$$x = 1050$$

వినితకు మొత్తం 1050 రూపాయల వడ్డీ లభిస్తుంది.

ఉదా. 2. విలాస్‌రావ్ బావివద్ద మోటార్ పంపు బిగించడానికి సం||నూ||కి 8 చొప్పున బ్యాంకునుంచి 20000 రూపాయల అప్పుతీసుకొనెను. ఒక సంవత్సరం తర్వాత అతను బ్యాంకుకు ఎంత సొమ్ము చెల్లిస్తాడు?

పై ఉదాహరణలో అసలు 20000 రూపాయలు. సం||నూ||కి 8 చొప్పున అనగా 100 రూపాయల అసలుపై 1 సంవత్సరానికి వడ్డీ 8 రూపాయలు అవుతుంది.

అసలు యొక్క ప్రమాణంలో వడ్డీ మారుతుంది. అనగా వడ్డీ మరియు అసలు వీటి నిష్పత్తి స్థిరంగా ఉంటుంది.

వడ్డీకి అసలుతో గల నిష్పత్తిని రెండు విధాలుగా రాసి సమీకరణాన్ని పొందుదాం.

20000 రూపాయల అసలుపై లభించే వడ్డీ x రూపాయలనుకొందాం.

100 రూపాయల అసలుపై లభించే వడ్డీ 8 రూపాయలు.

$$\frac{x}{20000} = \frac{8}{100}$$

$$\frac{x}{20000} \times 20000 = \frac{8}{100} \times 20000 \quad (\text{రెండువైపులా 20000లచే గుణించుదాం.})$$

$$x = 1600$$

బ్యాంక్‌కు తిరిగి చెల్లించే సొమ్ము = అసలు + వడ్డీ = 20000 + 1600 = ₹ 21600

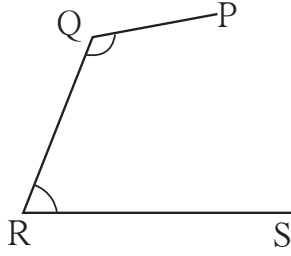
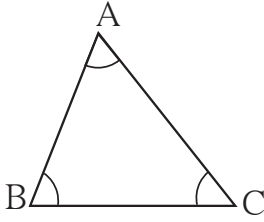
అభ్యాసం 35

- (1) సం||నూ||కి 10 చొప్పున 6000 రూపాయలకు ఒక సంవత్సరానికి ఎంత వడ్డీ అవుతుంది?
- (2) మహేశ్ 8650 రూపాయలను సం||నూ||కి 6 చొప్పున ఒక సంవత్సరం కొరకు బ్యాంక్‌లో పెట్టెను. అయిన ఒక సంవత్సరం తర్వాత మహేశ్‌కు మొత్తం ఎన్ని రూపాయలు లభిస్తాయి?
- (3) అహమద్‌చాచా బ్యాంక్ నుంచి 25000 రూపాయలు అప్పుతీసుకొనెను. వడ్డీరేటు ప్రతి సంవత్సరానికి 12% అయిన ఒక సంవత్సరం తర్వాత అతను బ్యాంక్‌కు ఎన్ని రూపాయలు తిరిగి ఇవ్వవలసి వస్తుంది?
- (4) నీటి గుంటలు తయారు చేయడానికి కిషన్‌రావు బ్యాంక్ నుంచి 35250 రూపాయలు సం||నూ||కి 6 చొప్పున ఒక సంవత్సరానికై అప్పు తీసుకొనెను, అయిన అతను సంవత్సరానికి బ్యాంక్‌కు ఎన్ని రూపాయలు వడ్డీ ఇవ్వాలి వస్తుంది.

అఅఅ



చర్చిద్దాం పదండి.



పక్కనున్న పటంలో కొన్ని బిందువులు మరియు వాటిని కలిపే రేఖాఖండాలు గీయబడినాయి.

వాటిలో ఏ పటం త్రిభుజం అవుతుంది? ఏ పటం త్రిభుజం కాదు, ఎందుకు?

ΔABC నకు మూడు భుజాలు గలవు. రేఖాఖండం AB ఈ త్రిభుజానికి ఒక భుజం అవుతుంది. మిగిలిన భుజాల పేర్లు రాయండి. ΔABC నకు మూడు కోణాలు ఉన్నాయి. అందులో $\angle ABC$ అనునది ఒక కోణం. మిగిలిన కోణాల పేర్లు రాయండి.

బిందువు A , బిందువు B , బిందువు C లను త్రిభుజానికి శీర్షబిందువులని అంటారు.

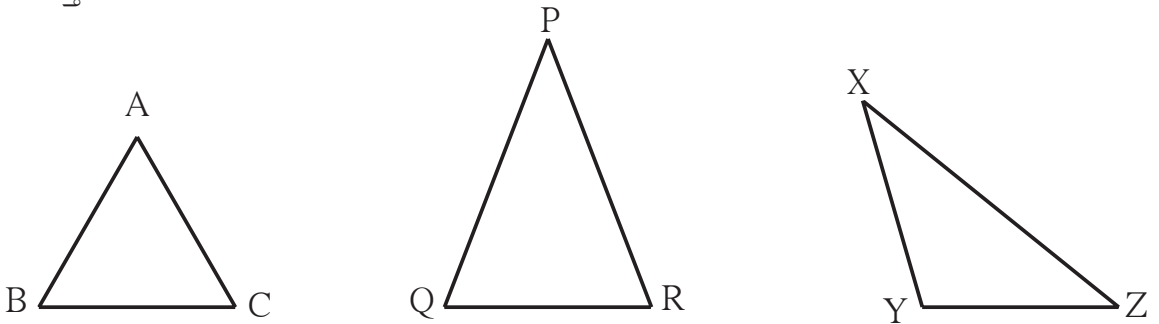


తెలుసుకొందాం.

మూడు భిన్నరేఖీయ బిందువులు రేఖాఖండాలతో కలపబడిన తయారగు సంవృత్తపటాన్ని త్రిభుజం అని అంటారు. త్రిభుజం యొక్క శీర్షబిందువులు, భుజాలు మరియు కోణాలు వీటిని త్రిభుజం యొక్క భాగాలని అంటారు.

భుజాలను బట్టి (త్రిభుజరకాలు)

కింది త్రిభుజాలలోని భుజాల పొడవును, విభాగిని మరియు కొలబద్ద (scale) ల సహాయంతో సెంటీమీటర్లలో కొలవండి. కింది పట్టికలో నమోదు చేయండి. వాటి ప్రత్యేకతను గుర్తుంచుకొండి. రేఖాఖండం AB పొడవును $l(AB)$ అని చూపిస్తారు.



ΔABC లో	ΔPQR లో	ΔXYZ లో
$l(AB) = \dots$ సెం.మీ.	$l(QR) = \dots$ సెం.మీ.	$l(XY) = \dots$ సెం.మీ.
$l(BC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(PQ) = \dots$ సెం.మీ.	$l(YZ) = \dots$ సెం.మీ.
$l(AC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(PR) = \dots$ సెం.మీ.	$l(XZ) = \dots$ సెం.మీ.

ముందివ్యబడిన పట్టికలోని పటాలలో, ΔABC లో అన్ని భుజాల పొడవు సమానంగా ఉంది కాబట్టి, ΔABC సమ బాహుత్రిభుజం అవుతుంది. సమ అనగా సమానమైన మరియు బాహు అనగా భుజం అని అర్థం.

ఏ త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాలు సమాన పొడవుతో ఉంటాయో, ఆ త్రిభుజాన్ని సమబాహు త్రిభుజమని అంటారు.

ΔPQR లో భుజం PQ మరియు భుజం PR ఈ రెండు భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి, కాబట్టి ΔPQR సమద్విబాహు త్రిభుజం అవుతుంది. సమ అనగా సమానమైన, ద్వి అనగా రెండు మరియు బాహు అనగా భుజం అని అర్థం.

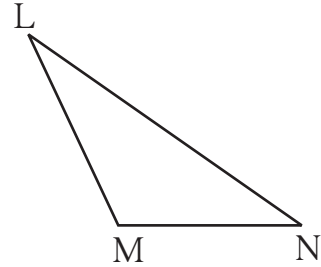
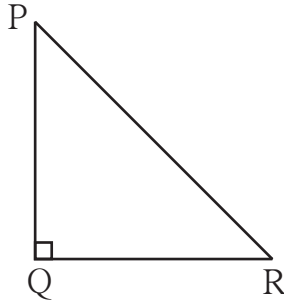
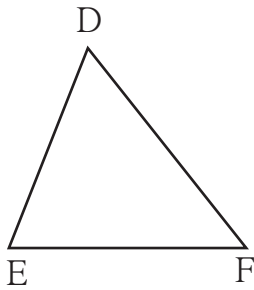
ఏ త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు సమాన పొడవుతోనుంటాయో, ఆ త్రిభుజాన్ని సమద్విబాహు త్రిభుజమని అంటారు.

ΔXYZ యొక్క మూడు భుజాల పొడవు వేర్వేరుగా ఉంది, కాబట్టి ΔXYZ విషమ బాహుత్రిభుజం అవుతుంది. ఇచట విషమ అనగా సమానంగా లేక పోవుట అని అర్థం.

ఏ త్రిభుజం యొక్క ఏ రెండు భుజాలు సమాన పొడవుతోనుండవో, ఆ త్రిభుజాన్ని విషమబాహు త్రిభుజమని అంటారు.

కోణాలనుబట్టి త్రిభుజరకాలు

కింది త్రిభుజాల యొక్క అన్ని కోణాలు కొలిచి, పట్టికలోనమోదు చేయండి. $\angle D$ యొక్క కొలతను $m \angle D$ అని చూపుతారు.



ΔDEF లో	ΔPQR లో	ΔLMN లో
$\angle D$ యొక్క కొలత = $m \angle D = \dots^\circ$	$\angle P$ యొక్క కొలత = $m \angle P = \dots^\circ$	$\angle L$ యొక్క కొలత = \dots°
$\angle E$ యొక్క కొలత = $m \angle E = \dots^\circ$	$\angle Q$ యొక్క కొలత = $\dots = \dots^\circ$	$\angle M$ యొక్క కొలత = \dots°
$\angle F$ యొక్క కొలత = $\dots = \dots^\circ$	$\angle R$ యొక్క కొలత = $\dots = \dots^\circ$	$\angle N$ యొక్క కొలత = \dots°
పరిశీలన : మూడు కోణాలు కూడా అల్ప కోణాలు	ఒక కోణం లంబకోణం మరియు రెండు కోణాలు అల్పకోణాలు	ఒక కోణం అధిక కోణం మరియు రెండు కోణాలు అల్పకోణాలు

పై పటాలలోని ΔDEF అల్పకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.

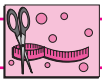
ఏ త్రిభుజంలో మూడు కోణాలు కూడా అల్పకోణాలు అవుతాయో, ఆ త్రిభుజాన్ని అల్పకోణ త్రిభుజమని అంటారు.

ΔPQR లంబకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.

ఏ త్రిభుజంలో ఒకకోణం లంబకోణంగా ఉంటుందో, ఆ త్రిభుజాన్ని లంబకోణ త్రిభుజమని అంటారు.

ΔLMN అధికకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.

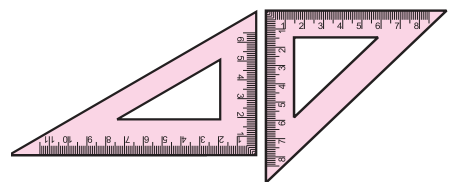
ఏ త్రిభుజంలో ఒకకోణం అధికకోణంగా ఉంటుందో, ఆ త్రిభుజాన్ని అధికకోణ త్రిభుజమని అంటారు.

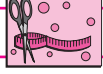


ఇది చేసి చూడండి.

కంపాస్ పెట్టెలోని మూలమట్టాలను పరిశీలించి చూడండి.

అవి ఏరకమైన త్రిభుజాలు అవుతాయో రాయండి.

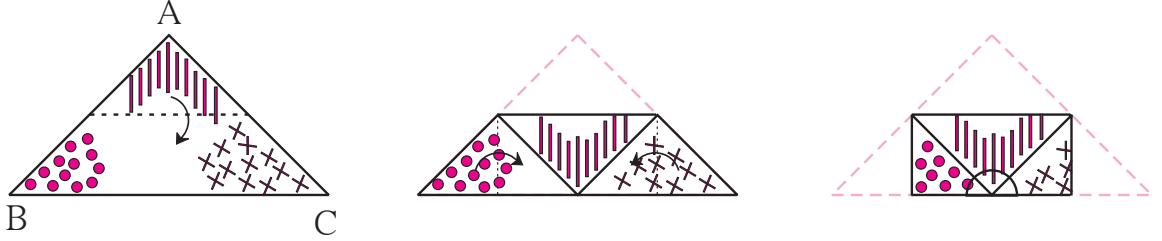




ఇది చేసి చూడండి.

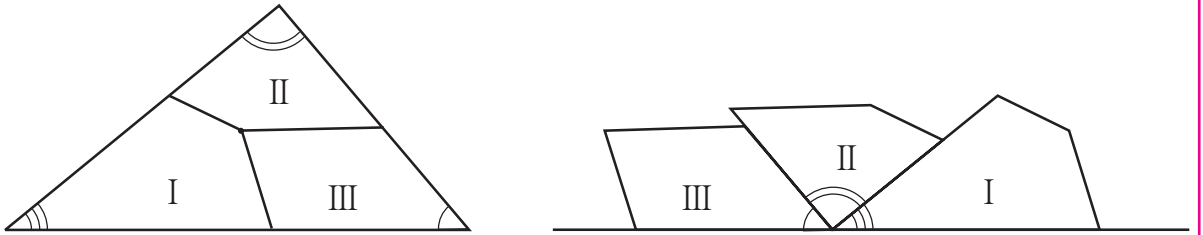
త్రిభుజ ధర్మాలు

కృత్యం: ఒక త్రిభుజాకార కాగితం తీసుకోండి. మూడు కోణాల మూలలను రెండువైపుల (ముందువెనుక) ఒకే రంగు వేయండి. లేదా మూడు మూలలకు వేర్వేరు గుర్తులు గీయండి. కాగితాన్ని కింది చిత్రంలో చూపిన విధంగా రెండు భుజాల మధ్యకు మడత పెట్టండి.



$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

కృత్యం: ఒక త్రిభుజాకార కాగితాన్ని తీసుకొని మూడు కోణాలపై వేర్వేరు గుర్తులు గీయండి. త్రిభుజంలో మామూలుగా మధ్యలో ఒక బిందువును తీసుకొని దానినుంచి మూడు భుజాలను ఖండించునట్లుగా మూడు రేఖలను గీయండి. ఆ రేఖలపై కాగితాన్ని కత్తిరించండి. మూడు కోణాలను వటంలో చూపిన విధంగా అమర్చి చూడండి.



త్రిభుజం యొక్క మూడు కోణాలు కలిసి ఒక రేఖీయజితకోణం అనగా 180° కొలతగల కోణం తయారవుతుందన్న ధర్మాన్ని తెలుసుకోండి



ఇదినాకు అర్థమైంది.

త్రిభుజం యొక్క మూడు కోణాల కొలతల మొత్తం 180° లు ఉంటుంది.

కృత్యం: కాగితంపై ఏదేని ఒక త్రిభుజం గీయండి. త్రిభుజం యొక్క శీర్ష బిందువులకు A, B, C అని పేర్లు ఇవ్వండి. విభాగిని మరియు కొలబద్ధ సహాయంతో త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాల పొడవులను కొలిచి, పరిశీలించిన దానిని నమోదు చేయండి.

ప్రతిభుజం పొడవు	రెండు భుజాల పొడవుల మొత్తం	మూడవ భుజం పొడవు
$l(AB) = \dots$ సెం.మీ.	$l(AB) + l(BC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(AC) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ.
$l(BC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(BC) + l(AC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(AB) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ.
$l(AC) = \dots$ సెం.మీ.	$l(AC) + l(AB) = \dots$ సెం.మీ.	$l(BC) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ.

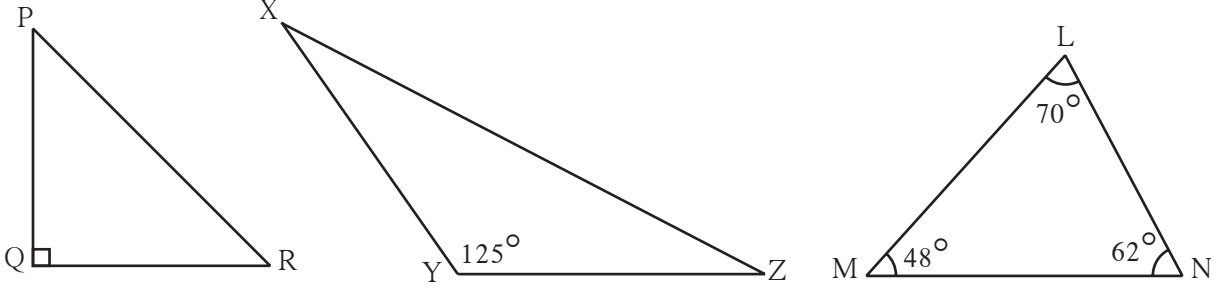


ఇది నాకు అర్థమైంది.

త్రిభుజం యొక్క ఏ రెండు భుజాలు పొడవుల మొత్తం మూడవ భుజం పొడవు కంటెను ఎల్లప్పుడూ పెద్దగా ఉంటుంది.

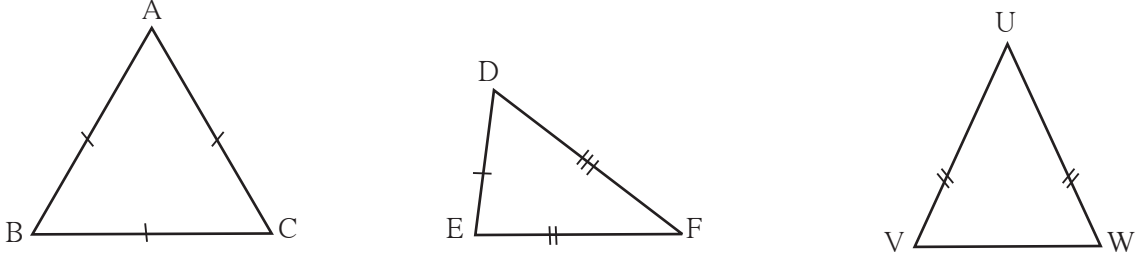
అభ్యాసం 36

(1) కింది పటాలను పరిశీలించండి. కోణాలను బట్టి త్రిభుజ రకాన్ని రాయండి.

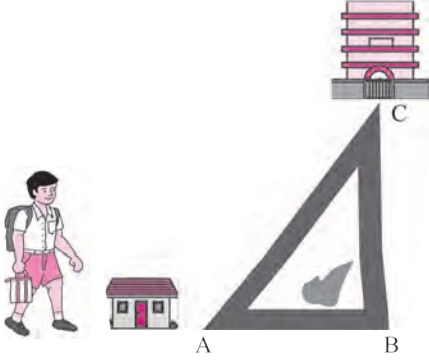


ΔPQR ... త్రిభుజం అవుతుంది. ΔXYZ ... త్రిభుజం అవుతుంది. ΔLMN ... త్రిభుజం అవుతుంది.

(2) కింది త్రిభుజాలను పరిశీలించండి. భుజాలను బట్టి ఏర్పడు త్రిభుజ రకాలను రాయండి.



ΔABC ... త్రిభుజం అవుతుంది. ΔDEF ... త్రిభుజం అవుతుంది. ΔUVW ... త్రిభుజం అవుతుంది.



(3) పటంలో చూపిన విధంగా అవినాష్ తన ఇంటి దగ్గర నిలబడివున్నాడు. అతను పాఠశాలకు వెళ్ళడానికి రెండు మార్గాలున్నాయి. వాటిలో ఏ మార్గం గుండా వెళ్ళినట్లయితే తక్కువ దూరం పడుతుంది? కారణం చెప్పండి.

(4) కింద త్రిభుజాల యొక్క పొడవులు ఇవ్వబడినాయి. వాటిని బట్టి త్రిభుజ రకాన్ని రాయండి.

- (1) 3 సెం.మీ., 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. (2) 3.4 సెం.మీ., 3.4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ.
 (3) 4.3 సెం.మీ., 4.3 సెం.మీ., 4.3 సెం.మీ. (4) 3.7 సెం.మీ., 3.4 సెం.మీ., 4 సెం.మీ.

(5) త్రిభుజం గీయడానికి కింద కొన్ని భుజాల పొడవులు ఇవ్వబడినాయి. ఆ పొడవుల భుజాలున్న త్రిభుజాలను గీయవచ్చా, లేదా, నిర్ణయించండి. కారణం రాయండి.

- (1) 17 సెం.మీ., 7 సెం.మీ., 8 సెం.మీ. (2) 7 సెం.మీ., 24 సెం.మీ., 25 సెం.మీ.
 (3) 9 సెం.మీ., 6 సెం.మీ., 16 సెం.మీ. (4) 8.4 సెం.మీ., 16.4 సెం.మీ., 4.9 సెం.మీ.
 (5) 15 సెం.మీ., 20 సెం.మీ., 25 సెం.మీ. (6) 12 సెం.మీ., 12 సెం.మీ., 16 సెం.మీ.

అవును



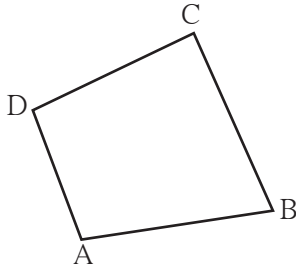
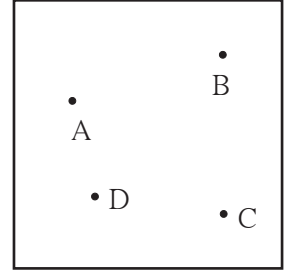
తెలుసుకోదాం.

చతుర్భుజం

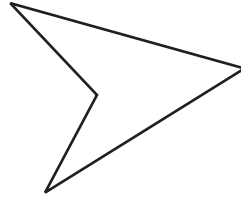
కాగితంపై A, B, C, D ఈ నాలుగు బిందువులను ఏవేని మూడు బిందువులు భిన్నరేఖీయ బిందువులుగానుండునట్లు తీసుకోండి. ఆ బిందువులను ఒకదానికొకటి కలిపి ఒక సంవృత్త పటం తయారు చేయవలసి ఉంది.

ఏవేని రెండు బిందువులను కలిపినపుడు మాత్రం మిగిలిన రెండు బిందువులు ఆ రేఖకు ఒకేవైపు ఉండాలి.

కింది వాటిలో ఏ పటాలు చతుర్భుజాల్లో, పరిశీలించి నమోదు చేయండి.



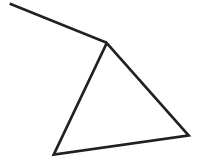
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

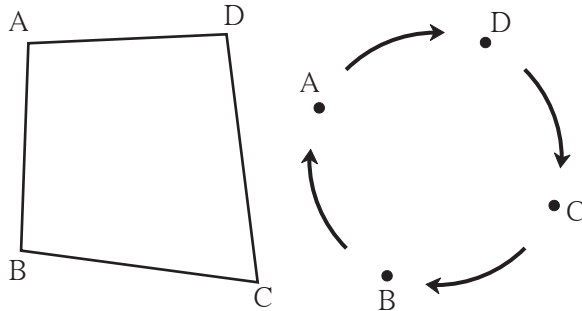
ఇచ్చట పటం (i) చతుర్భుజం అవుతుంది.

ABCD చతుర్భుజం, త్రిభుజం మాదిరిగా ఒక సంవృత్తపటం. ఏ నాలుగు రేఖాఖండాలనుంచి చతుర్భుజం తయారవుతుందో, వాటిని చతుర్భుజం భుజాలని అంటారు. రేఖాఖండం AB, రేఖాఖండం BC, రేఖాఖండం CD మరియు రేఖాఖండం AD. ఇవి చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు భుజాలు (బాహువు) అవుతాయి. బిందువు A, B, C, D లు ABCD చతుర్భుజం యొక్క శీర్ష బిందువులవుతాయి.

చతుర్భుజాలను చదవడం, రాయడం

- గడియారంలోని ముళ్ళు తిరిగే దిశలో లేదా గడియారంలోని ముళ్ళకు వ్యతిరేక దిశలో వరసగా ఏ శీర్షబిందువునుంచైన ప్రారంభించి, చతుర్భుజానికి పేరును ఇవ్వవచ్చును.

చతుర్భుజాన్ని రాస్తున్నప్పుడు చతుర్భుజం అను పదానికి బదులుగా '□' ఇలాంటి, చిహ్నాన్ని వాడతారు.



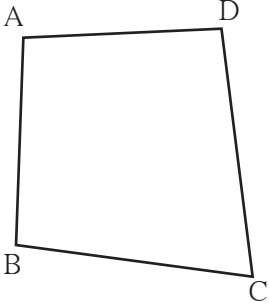
చదవడం	రాయడం
ADCBA చతుర్భుజం	□ ADCBA
DCBA చతుర్భుజం	□ DCBA
CBAD చతుర్భుజం	□ CBAD
BADC చతుర్భుజం	□ BADC

ఏ శీర్షబిందువునుంచైన ప్రారంభించి గడియారంలోని ముళ్ళకు వ్యతిరేక దిశలో వరసగా పై చతుర్భుజం యొక్క పేరు రాయండి.



తెలుసుకొందాం.

చతుర్భుజం యొక్క ఆసన్న భుజాలు



□ABCD యొక్క భుజం AB మరియు భుజం AD లకు A ఉమ్మడి శీర్ష బిందువవుతుంది. భుజం AB మరియు భుజం AD లు ఆసన్న భుజాలు అవుతాయి.

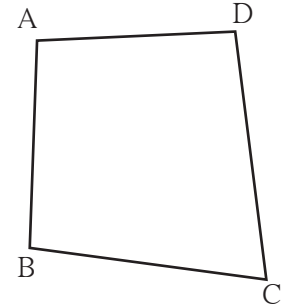
- పక్కనున్న వటాన్ని బట్టి ఆసన్న భుజాలు జతలను రాయండి.
- (1) మరియు (2) మరియు
- (3) మరియు (4) మరియు

ప్రతి చతుర్భుజంలో నాలుగు జతల ఆసన్నభుజాలుంటాయి.

చతుర్భుజం యొక్క ఆసన్న భుజాల మధ్యన ఒక ఉమ్మడి శీర్ష బిందువు ఉంటుంది.

చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు

□ABCD లో భుజం AB మరియు భుజం DC ల మధ్య శీర్షబిందువు గూడా ఉమ్మడిగా లేదు. భుజం AB మరియు భుజం DC లు చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు అనగా ఎదురెదురుగానున్న భుజాలవుతాయి.



పక్కనున్న చతుర్భుజాల యొక్క వ్యతిరేక భుజాల జతలను రాయండి.

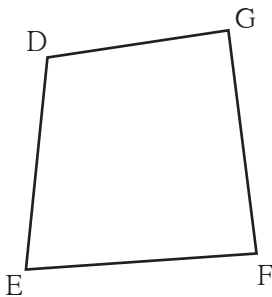
వ్యతిరేక భుజాల జతలు

- (1) మరియు (2) మరియు

చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక అనగా ఎదురెదురుగానున్న భుజాల మధ్యన ఉమ్మడి శీర్ష బిందువుండదు.

చతుర్భుజంలోని ఆసన్న కోణాలు

నాలుగు వేర్వేరు పొడవులుగల స్ట్రా/పుల్లలు/పట్టీలు ఒకదానికొకటి అతికించి, చతుర్భుజాన్ని తయారుచేయండి. దానిపటం గీయండి. □DEFG తయారవుతుంది. $\angle DEF$ మరియు $\angle GFE$ ఈ రెండు కోణాలకు రేఖాఖండం EF అను భుజం రెండుకోణాలు మధ్య ఉమ్మడిగా ఉంది. కాబట్టి ఆ కోణాలు ఆసన్నాలు అనగా పక్కకోణాలు అవుతాయి.



పక్కనున్న చతురంలోని ఆసన్నకోణాల జతలను రాయండి.

- (1) మరియు (2) మరియు
- (3) మరియు (4) మరియు

చతుర్భుజంలో ఏ రెండు కోణాల మధ్య ఒక భుజం ఉమ్మడిగానుంటుందో ఆ కోణాలను చతుర్భుజం యొక్క ఆసన్న కోణాలని అంటారు.



చతుర్భుజంలోని వ్యతిరేక కోణాలు

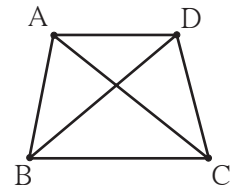
$\square DEFG$ లో $\angle DEF$ మరియు $\angle DGF$ లకు ఒక్క భుజంగూడా ఉమ్మడిగా లేదు. $\angle DEF$ మరియు $\angle DGF$ ఈ రెండు కోణాలు ఎదురెదురుగా ఉన్నాయి కాబట్టి వాటిని వ్యతిరేక కోణాలు అనగా ఎదురెదురుగానున్న కోణాలని అంటారు. పటంలో ఇతర వ్యతిరేక కోణాల పేర్లు రాయండి.

- $\angle EFG$ కి వ్యతిరేక కోణం
- $\angle FGD$ కి వ్యతిరేక కోణం

చతుర్భుజంలో ఏ రెండు కోణాలు మధ్య ఒక్క భుజం గూడా ఉమ్మడిగా నుండదో ఆ కోణాలను చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక అనగా ఎదురెదురుగానున్న కోణాలని అంటారు.

చతుర్భుజం యొక్క కర్ణం

$\square ABCD$ లో $\angle A$ మరియు $\angle C$ అలాగే $\angle B$ మరియు $\angle D$ లు వ్యతిరేక కోణాల యొక్క శీర్షబిందువులను కలుపుతూ రేఖాఖండం గీయబడివుంది. రేఖాఖండం AC మరియు రేఖాఖండం BD లు $ABCD$ చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు అవుతాయి. కర్ణం AC , $\angle A$ మరియు $\angle C$ లు వ్యతిరేక కోణాలు శీర్షబిందువులను కలుపుచున్నాయి.

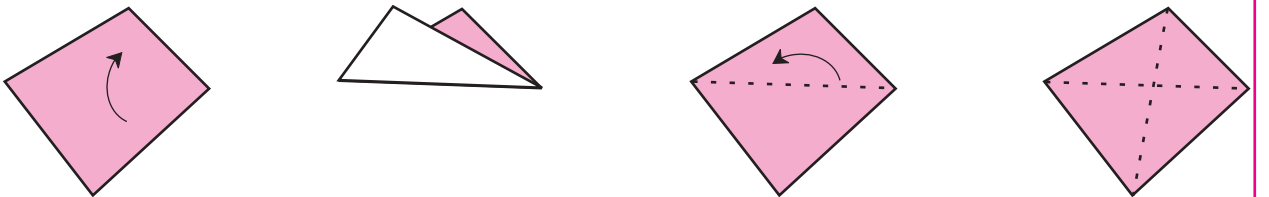


చతుర్భుజంలోని వ్యతిరేక కోణాల శీర్షబిందువులను కలిపే రేఖాఖండం అనగా చతుర్భుజం కర్ణం అవుతుంది.

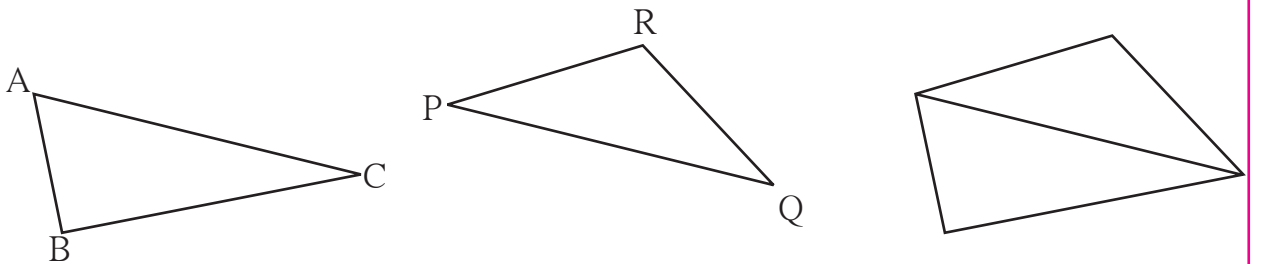
పై పటంలో కర్ణం BD ఏరెండు వ్యతిరేక కోణాల శీర్షబిందువులను కలుపుతుంది?

ఇది చేసి చూడండి.

- ఒక చతుర్భుజాకార కాగితాన్ని కత్తిరించండి. వాటి వ్యతిరేక శీర్షబిందువులను కలుపునట్లుగా మడవండి. తయారైన మడతను ఏమని అనవచ్చు?



- రెండు త్రిభుజాకార కాగితాలు తీసుకోండి. వాటిలో ఒక త్రిభుజం యొక్క ఒక భుజం, రెండవ త్రిభుజంలోని ఒక భుజమంత ఉండాలి. $\triangle ABC$ మరియు $\triangle PQR$ లలో AC మరియు PQ ఈ భుజాలు సమానమని అనుకోదాం.



పటంలో చూపిన విధంగా ఆ త్రిభుజాల సమాన భుజాలు పక్కపక్కకు వచ్చినట్లుగా కలపండి. ఏ పటం ఏర్పడుతుంది? చతుర్భుజం తయారుచేయడానికి రెండు త్రిభుజాలు సయోగించాం. త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల కొలతల మొత్తం 180° లు ఉంటుంది. మరి చతుర్భుజం లోని నాలుగు కోణాల కొలతల మొత్తం ఎంతవుతుంది?

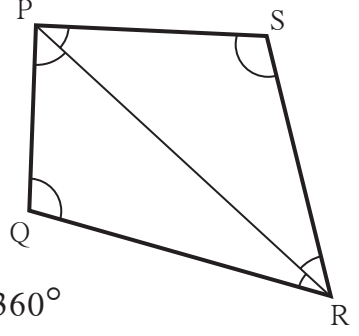


ఇది చేసి చూడండి.

ఒక చతుర్భుజాన్ని గీయండి. చతుర్భుజంలో ఒక కర్ణం గీసి, దానిని రెండు త్రిభుజాలుగా విభజించండి. కోణాల కొలతలను కొలవండి. నాలుగు కోణాల యొక్క కొలతల మొత్తం, తయారైన రెండు త్రిభుజాల యొక్క ఆరు కోణాల కొలతల మొత్తమంత ఉందా?

చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల కొలతల మొత్తం, ఈ రెండు త్రిభుజాల యొక్క ఆరు కోణాల మొత్తమంతనే ఉంటుందని తెలుసుకోండి.

$$\therefore \text{చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల కొలతల మొత్తం} = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$



ఇది నాకు అర్థమైంది.

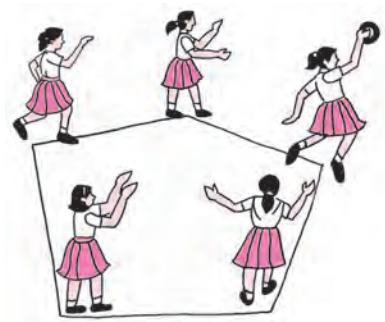
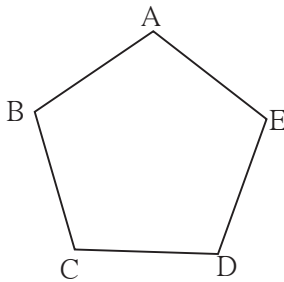
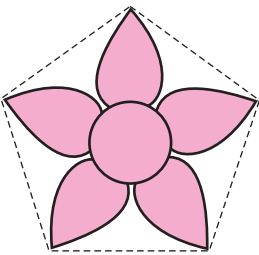
చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల కొలతల మొత్తం 360° ఉంటుంది.



తెలుసుకొందాం.

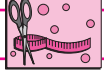
బహుభుజాకృతులు

- మధుమాలతి, గన్నేరు లేక దేవగన్నేరు వీటి ఐదుదళాలు వికసించడం మీరు ఎప్పుడైనా చూశారా? వాటిలో ఒక వువ్వు చిత్రాన్ని గీయండి. చిత్రంలోని దళాల కొనలను వరసగా కలుపుతుపోండి. ఎలాంటి ఆకృతి కనబడుతుంది. ఈ విధంగా అయిదు బిందువులను, ఐదు రేఖాఖండాలతో కలిపి తయారు చేసినపుడు ఏ సంవృత్తపటం ఏర్పడుతుందో దానిని పంచభుజి అని అంటారు.



- (1) పంచభుజి యొక్క శీర్షబిందువుల పేర్లను రాయండి.
- (2) పంచభుజి యొక్క భుజాల పేర్లను రాయండి.
- (3) పంచభుజి యొక్క కోణాల పేర్లను రాయండి.
- (4) ఏదైనా ఆట ఆడుచున్నప్పుడు అటగాళ్ళ స్థాన రచన పంచభుజి అయినట్లుగా కన్పిస్తుందా, చూడండి.

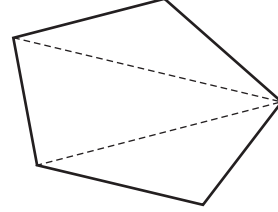
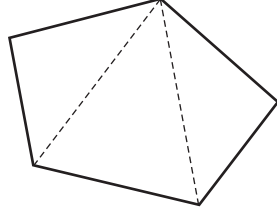
త్రిభుజం, చతుర్భుజం, పంచభుజి మరియు ఐదుకంటే ఎక్కువ భుజాలు గల సంవృత్త పటాలను బహుభుజాకృతులని అంటారు.



ఇది చేసి చూడండి.

పంచభుజి ఆకారంలో కాగితాన్ని కత్తిరించండి. పటంలో చూసిన విధంగా త్రుంచి వేయబడిన రేఖవెంబడి మడిచి లేదా కత్తిరించిన ఎన్ని త్రిభుజాలు లభిస్తాయి? పంచభుజి యొక్క ఐదు కోణాల మొత్తం కనుగొనండి మరి!

- ఇంకా వేరేరకంగా మడిచిన లభించునట్టి త్రిభుజాలను తయారు చేయండి. పరిశీలించి నమోదు చేయండి.



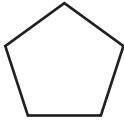
అభ్యాసం 37

1. కింది పటాలను పరిశీలించి వాటిపేర్లను రాయండి.

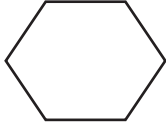
పటం

పేరు

(1)



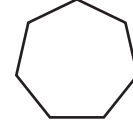
(2)



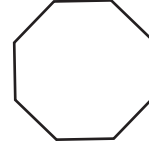
పటం

పేరు

(3)



(4)



ఇది చేసి చూడండి.

తరగతిలోని నలుగురు స్నేహితులు తమ కంపాస్ పెట్టెలోని సమానాకార మూలమట్టాలను తీసుకోండి. వాటిని వేర్వేరు పద్ధతులలో ఒకదానికొకటి జోడించండి. ఏ ఆకృతులు ఏర్పడుతాయో, వాటి పేర్లను రాయండి.

- (a) రెండు మూలమట్టాలు (b) మూడు మూలమట్టాలు (c) నాలుగు మూలమట్టాలు

అభ్యాసం 38

1. $\square XYZW$ ను గీయండి, దానిని బట్టి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

- (1) వ్యతిరేక కోణాల జతలను రాయండి.
- (2) వ్యతిరేక భుజాల జతలను రాయండి.
- (3) ఆసన్న భుజాల జతలను రాయండి.
- (4) ఆసన్న కోణాల జతలను రాయండి.
- (5) చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాల పేర్లు రాయండి.
- (6) చతుర్భుజం యొక్క పేర్లను వేర్వేరు రకాలుగా రాయండి.

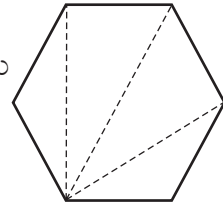
2. ఖాళీ గడులలో బహుభుజాకృతుల భుజాలసంఖ్యను రాయండి.

పేర్లు	చతుర్భుజం	అష్టభుజి	పంచభుజి	సప్తభుజి	షడ్భుజి
భుజాల సంఖ్య					

3. మన పరిసరాలలో కనిపించే బహుభుజాకృతుల ఉదాహరణలను వెదకండి. వాటిపటం గీయండి.

4. వివిధ పువ్వుల దళాలయొక్క కొనలకు రేఖతో కలపగా ఏర్పడు పటాలలో బహుభుజాకృతులు కనిపిస్తాయి. వాటి పటాలుగీసి, భుజాల సంఖ్యను రాయండి.

5. ఒక బహుభుజాకృతిని గీయండి. దానిని పక్కన చూపిన విధంగా త్రిభుజాకృతిలో భాగాలు చేయండి. దానిని బట్టి వాటి అన్ని కోణాల కొలతల మొత్తం ఎంతగునో తెల్పండి.



అఅఅ



ICT Tools or Links

కంప్యూటర్లో Paint ఈ ప్రోగ్రాం సహాయంతో రకరకాల బహుభుజాకృతులను గీసి, రంగు వేయండి. Geogebra సాఫ్ట్వేర్ సహాయంతో నమ బహుభుజాకృతులను తయారు చేయండి.

కాపరేకర్ సంఖ్య

అన్ని అంకెలు సమానంగా లేనటువంటివి ఏదేని నాల్గంకెల సంఖ్యను తీసుకోండి.

వాటిలోని అంకెలను అవరోహణ క్రమంలో రాసి కొత్త నాల్గంకెల సంఖ్యను పొందండి.

కొత్త సంఖ్యలోని అంకెలను ఆరోహణ క్రమంలో రాసి మరొక కొత్త సంఖ్యను పొందండి.

ఈ రెండు కొత్త సంఖ్యలలో పెద్ద సంఖ్యనుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేయండి. వచ్చేభేదం కూడా నాల్గంకెల సంఖ్యయే అయివుంటుంది. భేదం మూడంకెలు వచ్చినట్లయితే వేలస్థానంలో 0 అంకెను రాయండి.

తీసివేయగా వచ్చిన సంఖ్యపై పైమాదిరిగానే క్రియను మళ్ళీమళ్ళీ చేస్తూ ఉండండి.

కొన్ని సార్లు క్రియలను చేశాక మీకు 6174 అను సంఖ్య వస్తుంది. ఆ తర్వాతగూడా క్రియలను చేస్తున్నట్లయితే 6174 ఇదే సంఖ్య మళ్ళీ మళ్ళీ వస్తుంది. మనం 8531 నుంచి మొదలు పెడదాం.

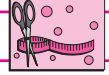
చూడండి. 8531 → 7173 → 6354 → 3087 → 8352 → 6174 → 6174

దీనిని కనుగొన్నవారు గణితశాస్త్రజ్ఞుడు దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాపరేకర్. అందుకనే 6174 అనుసంఖ్య కాపరేకర్ సంఖ్యగా గుర్తించబడింది.



చెప్పండి చూద్దాం!

- (1) భవనం నిర్మిస్తున్నప్పుడు గోడ నిట్టనిలువుగా ఉండటానికై ఏమి ఉపాయం చేస్తుండవచ్చును?
ఈ చిత్రంలోని తాపీమేస్త్రీ చేతిలో ఏమున్నది?
దానిని దేనికోసం ఉపయోగిస్తుండవచ్చు?
- (2) రోడ్డుపైన లైటు స్తంభాలను చూశారా?
అవి ఎలా నిలబెట్టబడివున్నాయి?

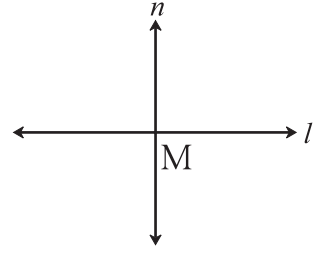


ఇది చేసి చూడండి.

లంబం

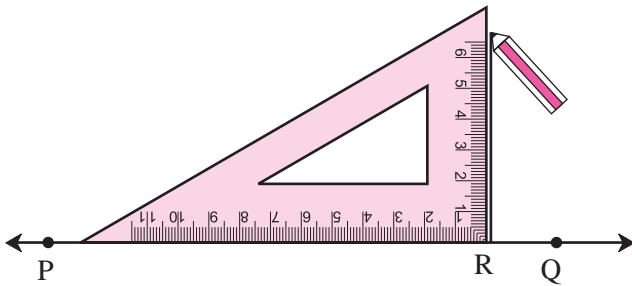
పక్కనున్న పటంలో రేఖ l మరియు రేఖ n లు ఒకదానినొకటి బిందువు M వద్ద ఖండించు కొనుచున్నాయి. M బిందువు వద్ద ఏర్పడే ప్రతి కోణాన్ని కొలవండి.

రేఖ l మరియు రేఖ n ల మధ్య కోణం లంబకోణం అయినప్పుడు ఆ రేఖలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయని అంటారు. దీనినే 'రేఖ $l \perp$ రేఖ n ' ఇలా చిహ్నంతో చూపుతారు. దీనిని 'రేఖ l రేఖ n ' కు లంబంగా ఉంది అని చదువుతారు.



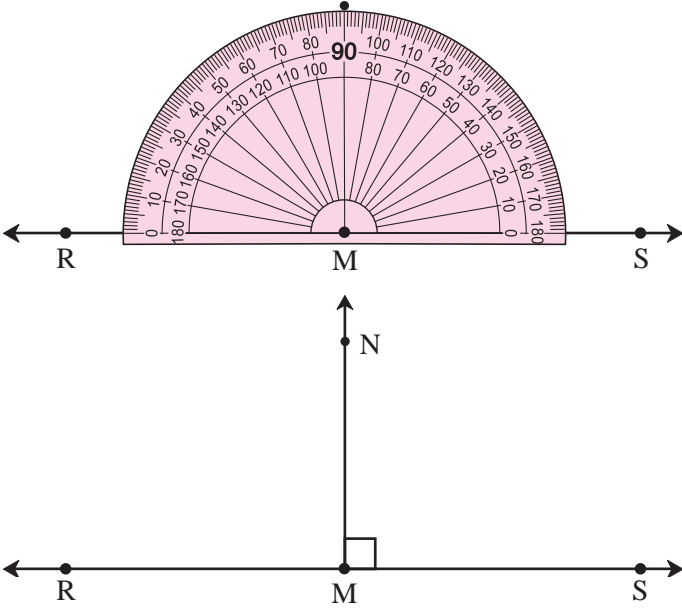
రేఖపైని బిందువుగుండా ఆ రేఖకు లంబరేఖను గీయుట.

(1) మూలమట్టంను ఉపయోగించి.



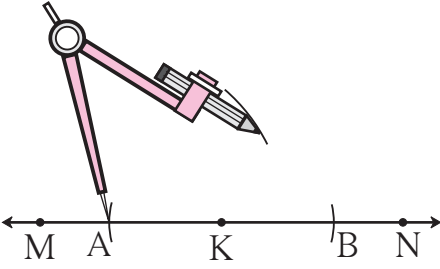
- రేఖ PQ గీయండి. ఆ రేఖపై ఎక్కడైన బిందువు R ను గుర్తించండి.
- మూలమట్టంలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరచు బిందువు R బిందువుపై వచ్చునట్లుగా మరియు లంబకోణాన్ని ఏర్పరచు ఒక భుజం రేఖ PQ తో ఏకీభవించునట్లుగా మూలమట్టాన్ని ఉంచండి.
- మూలమట్టంలో లంబకోణం ఏర్పరచు రెండవ భుజం యొక్క అంచు వెంబడి రేఖ RS ను గీయండి.
- రేఖ RS రేఖ PQ నకు R బిందువు వద్ద లంబంగా ఉంది.

(2) కోణమానిని ఉపయోగించి

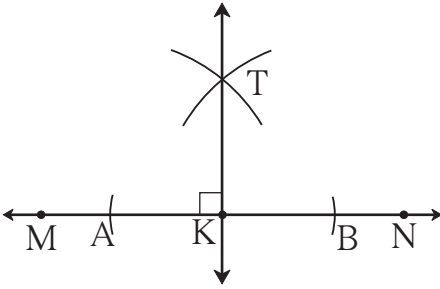


- రేఖ RS ను గీయండి. ఆ రేఖపై ఎక్కడైన బిందువు M ను తీసుకోండి.
- M గుండా రేఖ RS నకు అంబాన్ని గీయడానికి పటంలో చూపిన విధంగా కోణమానిని కేంద్రబిందువును M పై ఉంచండి.
- కోణమానినియొక్క 90° గుర్తుపై బిందువు N గీయండి.
- M మరియు N బిందువుల గుండా పోవునట్లుగా రేఖను గీయండి.
- రేఖ MN, రేఖ RS నకు M బిందువు వద్ద అంబంగా ఉన్నదని గుర్తుంచుకోండి.
రేఖ $MN \perp$ రేఖ RS

(3) వృత్తలేఖనిని ఉపయోగించి



- రేఖ MN ను గీయండి. రేఖపై ఎక్కడైన బిందువు K ను గుర్తించండి.
- వృత్తలేఖని లోహపుమొస K బిందువుపై ఉంచండి. K బిందువు నకు రెండువైపులా సమానదూరంలో రేఖను ఖండించునట్లుగా రెండు చాపాలు గీయండి. ఆ ఖండనబిందువులకు వరసగా A మరియు B అను పేర్లు పెట్టండి.
- వృత్తలేఖనితో AB దూరంలో సగం కంటే ఎక్కువ తగిన దూరం తీసుకోండి. వృత్తలేఖనిమొస A బిందువుపై ఉంచి పటంలో చూపిన విధంగా రేఖకు ఒకవైపున ఒక చాపాన్ని గీయండి.
- అదేదూరాన్ని స్థిరంగా ఉంచి వృత్తలేఖనిమొస B బిందువుపై ఉంచి ముందుగీసిన చాపాన్ని ఖండించునట్లుగా మరొక చాపాన్ని గీయండి.
- రెండు చాపాల ఖండనబిందువులకు T అని పేరివ్వండి.
- K మరియు T బిందువుల గుండా పోవునట్లుగా రేఖను గీయండి. రేఖ KT, రేఖ MN నకు K బిందువువద్ద అంబంగా ఉన్నది.



రేఖ $KT \perp$ రేఖ MN



ఆలోచించండి.

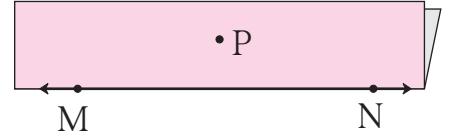
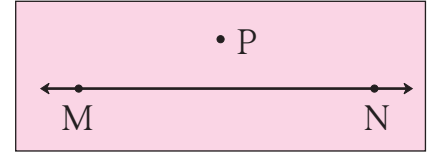
వృత్తలేఖనితో AB యొక్క దూరంలో సగంకంటే ఎక్కువ దూరం ఎందుకు తీసుకోవాలి? తక్కువ దూరం తీసుకున్నట్లయితే ఏమవుతుంది?

1. రేఖ l ను గీయండి. రేఖపై ఎక్కడైన బిందువు P ను తీసుకోండి. మూలమట్టం సహాయంతో బిందువు P గుండా రేఖ l పై అంబాన్ని గీయండి.
2. రేఖ AB ని గీయండి. వృత్తరేఖిని సహాయంతో B బిందువు నుంచి రేఖ AB పై అంబాన్ని గీయండి.
3. రేఖ CD ని గీయండి. రేఖపై ఎక్కడైన బిందువు M ను తీసుకోండి. కోణమానిని సహాయంతో బిందువు M గుండా రేఖ CD పై అంబాన్ని గీయండి.

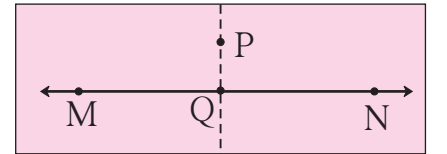
రేఖ బయటి బిందువునుంచి రేఖకు అంబాన్ని గీయుట

(1) కాగితాన్ని మడిచి

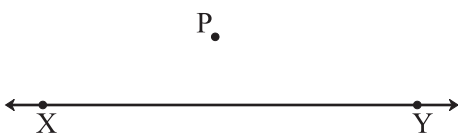
- కాగితంపై రేఖ MN ను గీయండి. రేఖకు బయట ఎక్కడైన బిందువు P ను తీసుకోండి.
- రేఖ MN మనకు కనిపించునట్లుగా కాగితాన్ని తిప్పి రేఖ MN పై మడవండి.
- కాగితాన్ని P బిందువుపై మరొక మడతను, మడతను ఒకపక్కనున్న రేఖ MN యొక్క ఒక భాగం మడతకు రెండవ పక్కనున్న రేఖ MN యొక్క భాగంతో ఏకీభవించునట్లుగా మడవండి.
- కాగితం మడతలు విప్పండి. రెండుమడతల ఖండన బిందువునకు Q అని పేర్కొనండి. రేఖ PQ ను గీయండి. ఈ రేఖ మడతపైనే వస్తుంది.



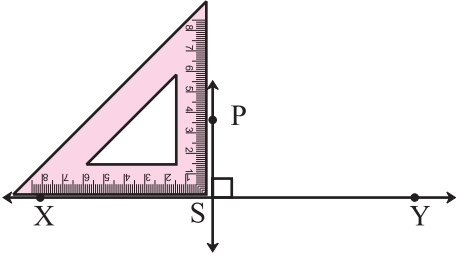
Q బిందువు దగ్గరగల ప్రతికోణాన్ని కోణమానినితో పరీక్షించండి. రేఖ PQ , రేఖ MN కు అంబంగా నున్నది. రేఖ $PQ \perp$ రేఖ MN



(2) మూలమట్టంను ఉపయోగించి

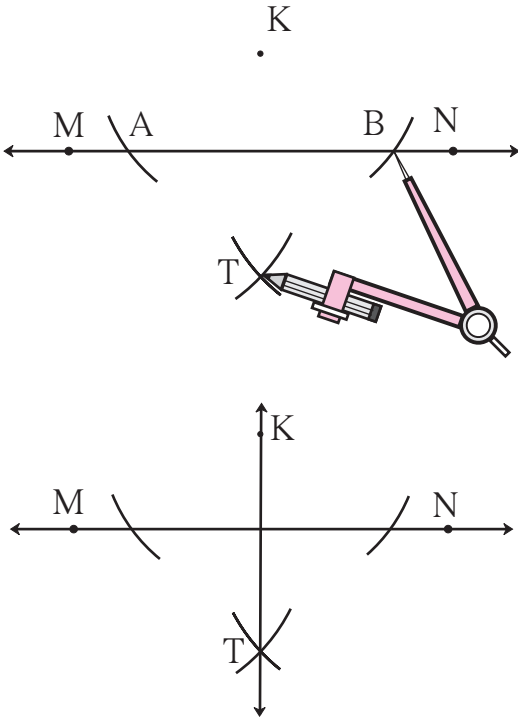


- రేఖ XY ను గీయండి. ఈ రేఖకు బయట ఎక్కడైన P బిందువును తీసుకోండి.
- మూలమట్టంలో అంబకోణాన్ని ఏర్పరచుభుజాలలోనుంచి ఒక భుజం రేఖ XY ఏకీభవించునట్లుగానుంచండి.



- మూలమట్టాన్ని రేఖపై, మూలమట్టంలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరచు రెండవ భుజాన్ని P బిందువునకు అతికినట్లుగా జరపండి. ఈ భుజానికి పక్కనే P బిందువుగుండా పోవునట్లు రేఖ PS ను గీయండి. కోణాన్ని కొలిచి, రేఖ లంబంగానున్నదా, పరీక్షించండి.

(3) వృత్తలేఖని మరియు కొలబద్ద (scale) ను ఉపయోగించి.



- రేఖ MN ను గీయండి. రేఖ బయట ఎక్కడైన K బిందువును తీసుకోండి.
- వృత్తలేఖని మొన బిందువు K పై ఉంచి వృత్తలేఖనితో తగిన దూరాన్ని తీసుకోండి. రేఖ MN ను A మరియు B ఈ రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించునట్లుగా చాపాలను గీయండి.
- వృత్తలేఖనిలో AB దూరంలో సగంకంటే ఎక్కువ దూరం తీసుకోండి. కంపాస్ మొన A బిందువుపై ఉంచండి. రేఖకు కిందివైపున ఒక చాపాన్ని గీయండి.
- వృత్తలేఖనిలో అదే దూరాన్ని స్థిరంగా ఉంచి, వృత్తలేఖని మొన B బిందువుపై ఉంచండి. ముందుగీసిన చాపాన్ని ఖండించునట్లుగా మరొక చాపాన్ని గీయండి.
- రెండు చాపాల ఖండన బిందువునకు T పేరు ఇవ్వండి.
- రేఖ KT ని గీయండి.
- రేఖ KT, రేఖ MN నకు లంబముగానున్నది.



ఆలోచించండి.

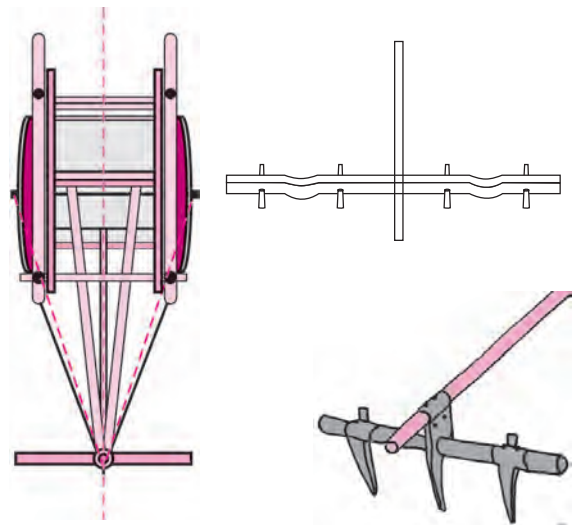
పై కృత్యం చేయుచున్నప్పుడు వృత్తలేఖని మొనల మధ్య దూరం స్థిరంగా ఎందుకు పెట్టాలి?

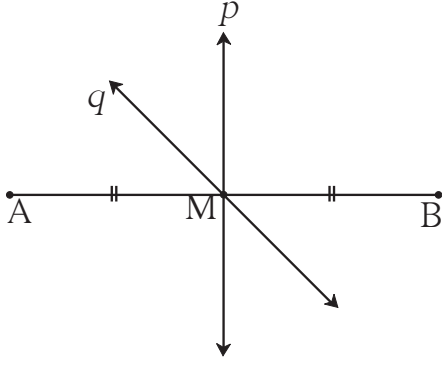
లంబసమద్విఖండనం

ఎడ్లబండిని లాగడానికి 'కాడిమాను' అను కలప భాగాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

'కాడిమాను' స్థానాన్ని ఎలా నిశ్చయిస్తారు?

'కాడిమాను' స్థానాన్ని నిశ్చయించునపుడు ఎడ్లబండి ఇరుసు యొక్క రెండు చివరలనుండి తాడుతో సమానదూరం తీసుకొంటారు. దీనికై ఏ జ్యామితీయ ధర్మాలు ఉపయోగిస్తారు. అవి ఎందుకలా చేయబడుతాయి. వీటి వివరాలను పనివారినుండి లేదా అనుభవజ్ఞులనుండి తెలుసుకోండి.

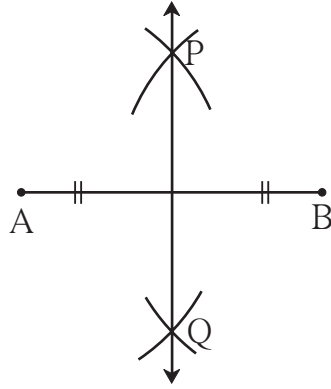
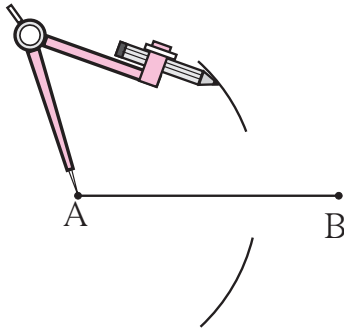




రేఖాఖండం యొక్క అంబసమద్విఖండనం

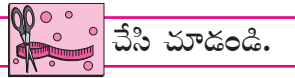
రేఖ p మరియు రేఖ q , రేఖ AB యొక్క M ఈ బిందువు గుండా పోవుచున్నాయి. రేఖ p మరియు రేఖ q లు, రేఖ AB నకు సమద్విఖండన రేఖలు అవుతాయి. రేఖ p మరియు రేఖ AB ల మధ్య కోణాన్ని కొలవండి. ఈ రెండు రేఖలలో రేఖ p , రేఖ AB నకు అంబంగా కూడాఉంది. కాబట్టి రేఖ p ను రేఖ AB నకు అంబసమద్విఖండన రేఖ లేదా అంబసమద్విఖండనం అంటారు. రేఖ q , AB కి అంబసమద్విఖండనం ఎందుకు గాదు?

వృత్తలేఖిని సహాయంతో రేఖాఖండం యొక్క అంబసమద్విఖండనం గీయుట



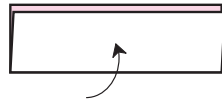
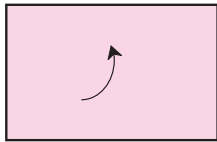
- రేఖాఖండం AB ని గీయండి.
- వృత్తలేఖిని మొస A బిందువుపైనుంచండి. వృత్తలేఖినితో A మరియు B ఈ రెండు బిందువుల మధ్య దూరంలో సగంకంటెను ఎక్కువ దూరం తీసుకొని, రేఖాఖండానికి పైవైపున మరియు కిందివైపున ఒక్కొక్క చాపాన్ని గీయండి.

- వృత్తలేఖినిలో అదే దూరాన్ని స్థిరంగా ఉంచండి. వృత్తలేఖినిమొస B బిందువుపై ఉంచి ముందటి చాపాన్ని ఖండించు నట్లుగా ఒక చాపాన్ని గీయండి.
- చాపాల ఖండనబిందువులకు P మరియు Q అని పేర్కొనండి. రేఖ PQ ను గీయండి.
- రేఖ PQ , రేఖ AB నకు అంబసమద్విఖండన రేఖ అవుతుంది.



చేసి చూడండి.

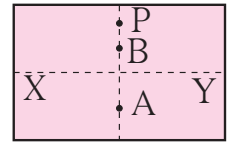
కృత్యం : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. కాగితాన్ని కింది నుంచి పైకి ఇలా ఒక మడత, కుడినుంచి ఎడమవైపునకు ఇలా రెండవ మడత పెట్టండి. కాగితంపై తయారైన రెండు మడతలను పరిశీలించండి. నిలువు మడత, అడ్డుమడత యొక్క అంబసమద్విఖండనం అవుతుందని ధృవపరచుకోండి. ఆ తర్వాత దూరాలను లెక్కించి కింది ఖాళీలను పూరించండి.



1వ మడత



2వ మడత



$l(XP) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ. $l(XA) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ. $l(XB) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ.
 $l(YP) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ. $l(YA) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ. $l(YB) = \dots\dots\dots$ సెం.మీ.

నిలువు మడతలోని అన్నిబిందువులు అడ్డుమడతలోని చివరలనుంచి (అంత్య బిందువుల నుంచి) సమాన దూరంలో ఉన్నాయని తెలుస్తుంది.

1. రేఖ l ను గీయండి. రేఖ బయట ఎక్కడైన బిందువు P ను తీసుకోండి. మూలమట్టం సహాయంతో రేఖ PQ ను రేఖ l నకు లంబరేఖగా గీయండి.
2. రేఖ AB ని గీయండి. రేఖ బయట ఎక్కడైన బిందువు M ను తీసుకోండి. వృత్తలేఖిని మరియు కొలబద్ద (scale) సుపయోగించి రేఖ MN ను రేఖ AB పై లంబరేఖగా గీయండి.
3. 5.5 సెం.మీ.ల పొడవుగల రేఖ AB ని గీసి దానిని వృత్తలేఖిని మరియు కొలబద్ద (scale) సాయంతో సమద్విఖండన చేయండి.
4. XY రేఖపై R బిందువును తీసుకోండి. మూలమట్టం సహాయంతో బిందువు R గుండా పోవునట్లుగా లంబరేఖను గీయండి.

చచచ

కార్డ్ గావున్ యొక్క యుక్తి

కార్డ్ ఫ్రెడరిక్ గావున్ అను ప్రఖ్యాత గణితజ్ఞుని బాల్యంలోని సంఘటన, కార్డ్ యొక్క తరగతిలో పిల్లలు చాలా అల్లరి చేయుచుండిరి. వారిని పనిలో నిమగ్నం చేయాలని ఉపాధ్యాయుడు వారికి 1 నుంచి 100 వరకు సంఖ్యలను కూడమని చెప్పారు. కార్డ్ ఆ కూడికను రెండు-మూడు నిమిషాలలో చేసి, చేతులుకట్టుకొని కూర్చుండెను. ఇతర పిల్లలు మాత్రం ఉపాధ్యాయుని భయంతో చాలా అంకెలతో కుస్తీ పడుతు కూర్చున్నారు.

‘ఊరికే ఎందుకు కూర్చున్నావు, కూడికచేయ్!’ ఉపాధ్యాయుడు కోపగించాడు.

కార్డ్ చేసిన కూడికను ఉపాధ్యాయునికి చూపించాడు. ఉపాధ్యాయుడు సరియైన సమాధానాన్ని చూసి ఆశ్చర్య చకితుడయ్యాడు.

కార్డ్ కూడిక ఎలా చేశాడు?

	1	2	3	99	100	(వంద సంఖ్యలు)					
+	100	99	98	2	1	(వంద సంఖ్యలు)					
<hr/>												
	101	+	101	+	101	+	+	101	+	101	(వంద సార్లు)

ఈ మొత్తం 101×100 అవుతుంది.

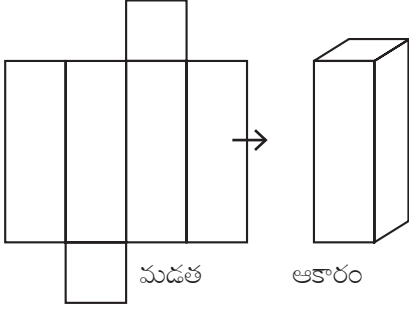
కానీ 1 నుంచి 100 ఈ సంఖ్యలను రెండుసార్లు కూడటం జరిగింది.

$$\text{కాబట్టి 1 నుంచి 100 సంఖ్యల మొత్తం} = \frac{101 \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5050$$

కార్డ్ యొక్క ఈ యుక్తి సుపయోగించి మీరు 1 నుంచి 50 వరకు సంఖ్యలను కూడండి.

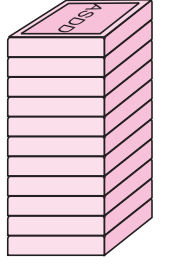


కొంచెం జ్ఞాపకం తెచ్చుకొందాం.



దీర్ఘఘనం

దీర్ఘఘనం యొక్క ఆకారంను మనం మడతలనుంచి తయారు చేయటం నేర్చుకొనియున్నాము. ఇదే ఆకారాన్ని ఇంకను వేరే ఏ రకంగా చేయవచ్చో కొన్ని ఉదాహరణలను చెప్పండి.

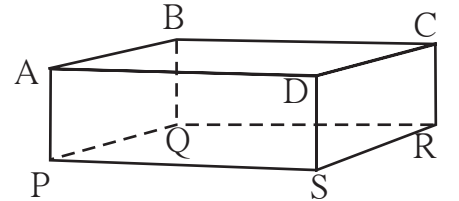


తెలుసుకొందాం.

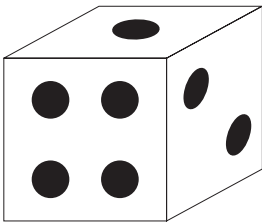
దీర్ఘఘనం

దీర్ఘఘనం యొక్క అన్ని తలాలు దీర్ఘచతురస్రాకారంగా ఉంటాయి. ఎదురెదురుగానున్న తలాలు ఒకే విధంగా ఉంటాయి. దీర్ఘఘనాన్ని చతుర్భుజ ఘనాకారం అని కూడా అంటారు. ఈ ఆకారానికి ఎన్ని తలాలు ఉన్నాయి. పక్కనున్న పటంలో బిందువు A మరియు బిందువు B లు ఎనిమిదింటో రెండు శీర్షబిందువులు. రేఖ AB మరియు రేఖ AP లు రెండు అంచులపేర్లు, అలాగే ABCD అనునది ఒక తలంపేరు అవుతుంది.

దీర్ఘఘనానికి 12 అంచులు, 8 శీర్షబిందులు మరియు 6 తలాలుంటాయి.



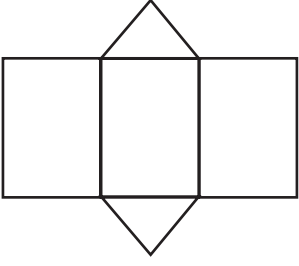
ఘనం



పక్కనున్న ఆకృతిలోని పాచికను చూడండి. పాచిక మరియు చతుర్భుజాకారం వీటి ఆకారంలో ఏమైన భేదం కనిపిస్తుందా? చతుర్భుజాకారం యొక్క అన్నితలాలు సమానంగా చతురస్రాకారంతో ఉన్నప్పుడు ఆ ఆకారాన్ని ఘనమని అంటారు.

- ఘనానికి ఎన్ని తలాలుంటాయి? ● ఘనానికి ఎన్ని అంచులుంటాయి?
- ఘనానికి ఎన్ని శీర్షబిందువులుంటాయి?

త్రిభుజుభునాకృతి



మడత



ఆకారం

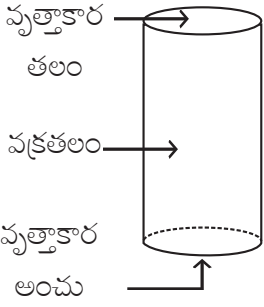
పక్కనున్న ఆకృతిలో కింది మరియు పై తలాల ఆకారం ఎలా ఉంది?

పక్క తలాలు ఏ ఆకారంలో గలవు?

ఇలాంటి ఆకృతిని త్రిభుజుభునాకృతి అని అంటారు.

త్రిభుజుభునాకృతికి ఎన్ని అంచులు, శీర్షబిందువులు మరియు తలాలున్నాయి?

స్థూపాకారం (గొట్టం)



వృత్తాకార అడుగు గల నిలువు డబ్బీని మీరు చూశారా? డబ్బీ, స్థూపాకారంగలదని అందరికీ తెలిసిన ఉదాహరణ. డబ్బీ మూసి వున్నట్లయితే సంవృత్త స్థూపాకారంలో ఉంటుంది. ఈ ఆకారం యొక్క తలం వృత్తాకారంలో నుండుటచే దీనిని **స్థూపాకారం** అని అంటారు. సంవృత్త స్థూపాకారానికి రెండు వృత్తాకార సమమట్టమైన తలాలు మరియు ఒక వక్రతలముంటుంది. స్థూపాకారానికి రెండు వృత్తాకార అంచులుంటాయి. ఒక్క శీర్షబిందువుగూడా ఉండదు. మీకు తెలిసిన స్థూపాకార ఉదాహరణలివ్వండి.

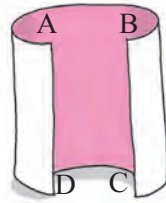


ఇది చేసి చూడండి.

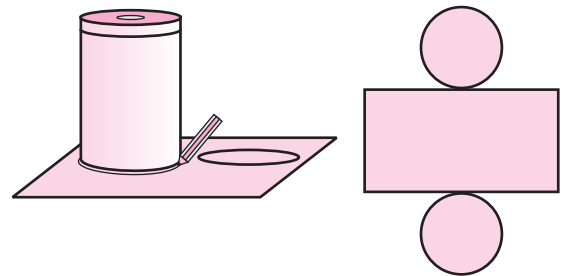
కృత్యం: ● ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి.

● దానిఎదురెదురుగానున్న భుజాలు ఒకదానితోనొకటి కలపండి.

● ఖాళీ స్థూపాకారం తయారవుతుంది.



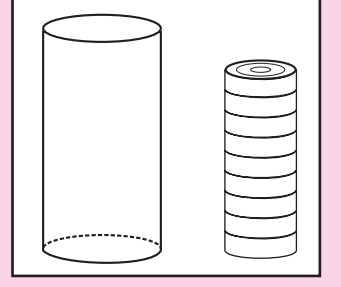
కృత్యం: స్థూపాకారంలోని ఒక డబ్బీని తీసుకోండి. దాని పొడవంత దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం దానికి చుట్టండి. దానిని విప్పి టేబల్ పైన పెట్టండి. ఇంకొక కాగితం తీసుకోండి. ఆ డబ్బీని కాగితంపై పెట్టి దాని అడుగు భాగం చుట్టు పెన్సిల్ తిప్పి వృత్తాన్ని గీయండి.



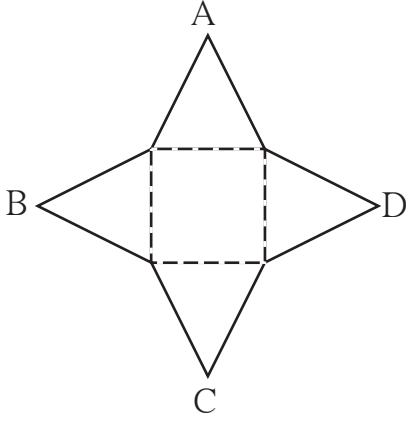
దాని చుట్టు ఉన్న కాగితాన్ని కత్తిరించండి. అలాగే ఇంకొక వృత్తాన్ని కత్తిరించండి. పై దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితానికి ఆకృతిలో చూపిన విధంగా ఈ రెండు వృత్తాకార చక్రాలను అంటించండి. తయారయిన ఆకృతి మూసివున్న స్థూపాకార మడత అవుతుంది. ఈ మడతనుంచి స్థూపాకారాన్ని తయారు చేయండి.

చెప్పండి చూద్దాం!

క్యారం ఆడుచున్నప్పుడు మీరు వాటిలోని కాయిన్స్ కుప్పను చిత్రంలో చూపిన విధంగా నిర్మిస్తారు. ఈ కుప్ప ఏ ఆకారంలో ఉంది? ఒకే ఆకారంలోనున్న సి.డి.లు లేదా ఒకే ఆకారంలోని వృత్తాకార బిస్కిట్స్ ఒకదానిపై ఒకటి పెట్టండి. ఏ ఆకారం ఏర్పడుతుంది.?



ఇది చేసి చూడండి.



ఈ రకమైన ఆకారాన్ని **కూచి (Pyramid)** అని అంటారు. త్రిమితీయ ఆకారం యొక్క పై మొన నూది మొనలాగా ఉంటుంది. నూది మొనలాంటిదానిని కూచి అంటారు. ఈ ఆకారం యొక్క కింది తలము చతుర్భుజాకారంగా ఉంటుంది. కాబట్టి ఈ ఆకారం యొక్క పేరు **చతుర్భుజ కూచి**. ఈ ఆకారం యొక్క అంచులు, శీర్షబిందువులు మరియు తలాలు లెక్కించండి. చతుర్భుజకూచికి 5 తలాలు, 8 అంచులు మరియు 5 శీర్షబిందువులుంటాయి.

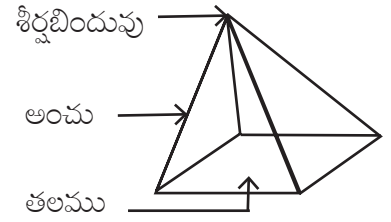
కృత్యం: ఆకృతిలో చూపిన మడతను అట్టపై గీయండి. అంచువెంబడి కత్తిరించండి.

మధ్యనున్న చుక్కల త్రిభుజ భుజాలపై మడిచి అంచునున్న త్రిభుజాల A, B, C శీర్షబిందువులను కలపండి. మీకు తయారైన కూచి కనిపిస్తుంది. ఈ కూచి కిందితలం త్రిభుజాకారంలోనున్నది కాబట్టి, ఇది **త్రిభుజాకార కూచి** అవుతుంది. ఈ త్రిభుజాకార కూచియొక్క అంచులు, శీర్ష బిందువులు మరియు తలాలు వీటి సంఖ్యను రాయండి.

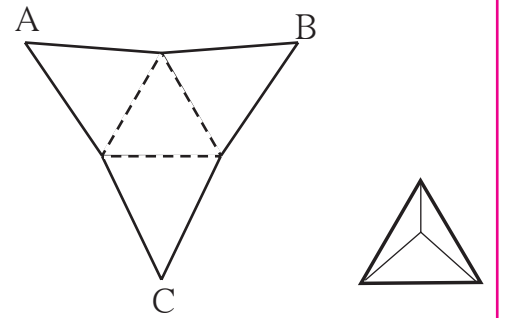
కూచి (పిరమిడ్)

కృత్యం: ఇచ్చట ఒక మడత చూపబడింది, ఒకే ఆకారంలో త్రిభుజాకార తలాలు గల ఈ ఆకృతిని ఒక కార్డ్బోర్డ్పై గీయండి. అంచువెంబడి కత్తిరించండి. చతుర్భుజాకార చుక్కలయొక్క గీతవెంబడి మడిచి A, B, C, D ఈ శీర్షబిందువులు ఒకటిగా వచ్చునట్లుగా కలపండి.

మీకు కింద చూపిన విధంగా ఆకారం కనిపిస్తుంది. దీని కిందితలం చతుర్భుజాకారంగాను, నిలువు నాలుగు తలాలు త్రిభుజాకారంగాను కలవు.



చతుర్భుజ కూచి



త్రిభుజాకార కూచి



ఇది నాకు అర్థమైంది.

కూచి యొక్క కింది తలం మరియు సైతలం ఒకే విధంగా ఉంటాయి. త్రిభుజం, చతుర్భుజం మొదలైన ఘనాకృతుల నిలువుతలం దీర్ఘఘనాకారంగా ఉంటాయి. కూచి యొక్క నిలువుతలం త్రిభుజాకృతిలో ఉంటుంది. ఘనాకృతి మరియు కూచీలయొక్క తలం ఆకారాన్ని బట్టి ఆ ఆకృతి పేరు నిర్ణయింపబడుతుంది.

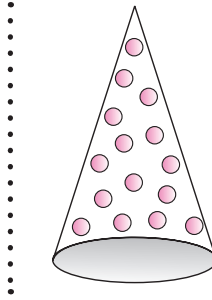
శంఖువు

ఇంతకు ముందు మనం వ్యవహారంలో శంఖువుకు చెందిన ఉదాహరణలను చూసి వున్నాం.

కింది చిత్రంలో ఆకారం పేరేమిటి?



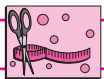
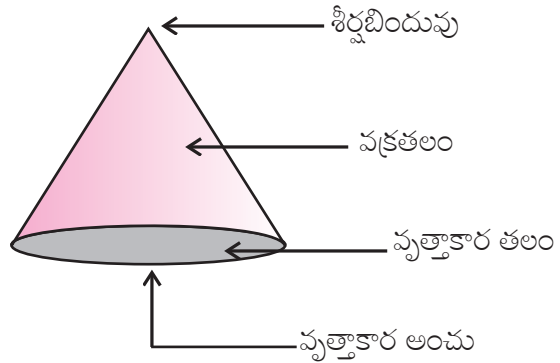
ఇది ఐస్ క్రీం నింపి మూసివేసిన కోన్ దీనిపై వృత్తాకార భాగం మూసి వుంది.



ఇది విదూషకుని టోపి. ఈ టోపి యొక్క కింది వృత్తాకార భాగం మూయి లేదు.

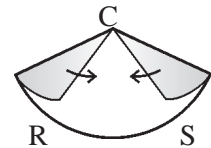
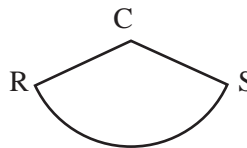
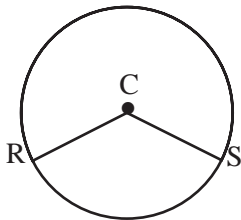
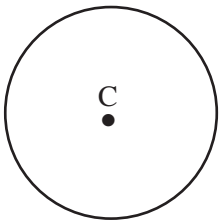
శంఖువుయొక్క మొనను శంఖువు శీర్షబిందువు అని అంటారు. చదునైన చక్రం మూసివేసిన శంఖువునకు ఒక వక్రతలముంటుంది. ఒక వృత్తాకార చదునైన తలం మరియు ఒక వృత్తాకార అంచు వుంటుంది.

మూయని శంఖువునకు ఒక వక్రతలం మరియు ఒక వృత్తాకార అంచువుంటుంది. కానీ చదునైన తలం ఉండదు.



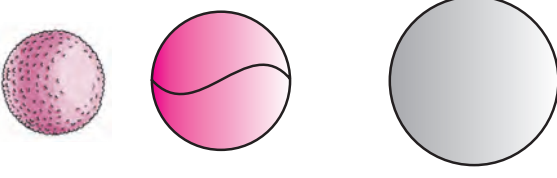
ఇది చేసి చూడండి

- C కేంద్రంగా వృత్తాన్ని వృత్తలేఖిని సహాయంతో కాగితంపై గీయండి.
- వృత్తంలో CR మరియు CS అను రెండు వ్యాసార్థాలుగీయండి.
- వృత్తాన్ని కత్తిరించండి.
- వ్యాసార్థంపై కత్తిరించి దానిని రెండు ముక్కలు చేయండి.
- ప్రతి ముక్క యొక్క CR మరియు CS భుజాలను ఒక దానితో ఒకటి కలపండి.



కృత్యం పూర్తిచేసిన తర్వాత ఏ ఆకారం కనిపిస్తుంది?


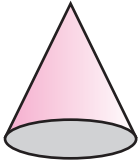
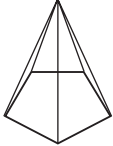

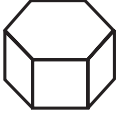

గోళం



లడ్డు, బంతి, గుండు విసిరేఆటలోని ఇనుపగుండు. ఈ ఆకారాలను గోళం అని అంటారు. గోళానికి ఒకేఒక వక్రతలం ఉంటుంది. గోళానికి అంచులుగాని లేదా శీర్షబిందువులుగాని ఉండవు.

అభ్యాసం 41

1. కింది ప్రతి ఆకృతి యొక్క తలాలు, అంచులు, శీర్షబిందువులు నీటి సంఖ్యను రాసి పట్టికను పూర్తిచేయండి.

పేరు	స్థూపారం	శంఖువు	పంచభుజి కూచి	షడ్భుజి కూచి	షడ్భుజి ఘనాకృతి	పంచభుజి ఘనాకృతి
ఆకారం						
తలాలు						
శీర్ష బిందువులు						
అంచులు						

అఅఅ

జనాబుల పట్టిక

అభ్యాసం 1

- ఏకరేఖీయ బిందువులు (i) బిందువు M, బిందువు O, బిందువు T
(ii) బిందువు R, బిందువు O, బిందువు N
(2) కిరణం OM, కిరణం OP, కిరణం ON, కిరణం OT, కిరణం OS, కిరణం OR
(3) రేఖాఖండం MT, రేఖాఖండం RN, రేఖాఖండం OP, రేఖాఖండం ON,
రేఖాఖండం OT, రేఖాఖండం OS, రేఖాఖండం OR, రేఖాఖండం OM
(4) రేఖ MT, రేఖ RN
- రేఖ l , రేఖ AB, రేఖ AC, రేఖ AD, రేఖ BC, రేఖ BD, రేఖ CD
- (i) \leftrightarrow (c), (ii) \leftrightarrow (d), (iii) \leftrightarrow (b), (iv) \leftrightarrow (a)
- సమాంతర రేఖలు : (i) రేఖ b , రేఖ m , రేఖ q (ii) రేఖ a , రేఖ p
మిశ్రితరేఖలు : (i) రేఖ a , రేఖ b , రేఖ c , రేఖ AC (ii) రేఖ p , రేఖ q , రేఖ AD
మిశ్రితబిందువు : బిందువు A, బిందువు D

అభ్యాసం 2

- (1) \leftrightarrow (b), (2) \leftrightarrow (c), (3) \leftrightarrow (d), (4) \leftrightarrow (a)
- (1) అల్పకోణం (2) శూన్యకోణం (3) పరావర్తనకోణం (4) పూర్ణకోణం
(5) సరళకోణం (6) అధికకోణం (7) అధికకోణం (8) లంబకోణం
- (a) అల్పకోణం (b) లంబకోణం (c) పరావర్తనకోణం (d) సరళకోణం (e) శూన్యకోణం (f) పూర్ణకోణం

అభ్యాసం 3

అభ్యాసం 4

- ఋణసంఖ్య : -5, -2, -49, -37, -25, -4, -12
ధన సంఖ్య : +4, 7, +26, 19, +8, 5, 27
- సిమ్లా : -7 °C, లేవో : -12 °C, ఢిల్లీ : +22 °C, నాగపూర్ : +31 °C
- (1) -512 మీ. (2) 8848 మీ. (3) 120 మీ. (4) -2 మీ.

అభ్యాసం 5

- (1) 14 (2) 6 (3) -1 (4) -5 (5) -8 (6) -7

- | | | | | |
|----|-------------|----|----|----|
| + | 8 | 4 | -3 | -5 |
| -2 | -2 + 8 = +6 | 2 | -5 | -7 |
| 6 | 6 + 8 = 14 | 10 | 3 | 1 |
| 0 | 0 + 8 = 8 | 4 | -3 | -5 |
| -4 | -4 + 8 = 4 | 0 | -7 | -9 |

అభ్యాసం 6

1.

సంఖ్యలు	47	+52	-33	-84	-21	+16	-26	80
వ్యతిరేక సంఖ్యలు	-47	-52	+33	+84	+21	-16	+26	-80

అభ్యాసం 7

1.

(1) $-4 < 5$	(2) $8 > -10$	(3) $+9 = +9$	(4) $-6 < 0$
(5) $7 > 4$	(6) $3 > 0$	(7) $-7 < 7$	(8) $-12 < 5$
(9) $-2 > -8$	(10) $-1 > -2$	(11) $6 > -3$	(12) $-14 = -14$

అభ్యాసం 8

1.

-	6	9	-4	-5	0	+7	-8	-3
3	-3	-6	7	8	3	-4	11	6
8	2	-1	12	13	8	1	16	11
-3	-9	-12	1	2	-3	-10	5	0
-2	-8	-11	2	3	-2	-9	6	1

అభ్యాసం 9

1. (i) $\frac{37}{5}$ (ii) $\frac{31}{6}$ (iii) $\frac{19}{4}$ (iv) $\frac{23}{9}$ (v) $\frac{12}{7}$
2. (i) $4\frac{2}{7}$ (ii) $1\frac{3}{4}$ (iii) $1\frac{3}{12}$ లేదా $1\frac{1}{4}$ (iv) $1\frac{3}{8}$ (v) $5\frac{1}{4}$ (vi) $2\frac{6}{7}$
3. (i) $\frac{9}{5}$ కి.గ్రా. (ii) $\frac{11}{5}$ మీటర్లు

అభ్యాసం 10

1. (i) $8\frac{2}{3}$ (ii) $4\frac{3}{4}$ (iii) $7\frac{12}{35}$ (iv) $5\frac{8}{15}$
2. (i) $2\frac{1}{12}$ (ii) $2\frac{1}{6}$ (iii) $1\frac{1}{40}$ (iv) $4\frac{3}{10}$
3. (1) 6 కి.గ్రా., ₹192 (2) $\frac{4}{15}$ (3) 340 లీ.

అభ్యాసం 11

1. (1) $\frac{5}{6}, \frac{10}{6}$ (2) $\frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (3) $\frac{3}{7}, \frac{10}{7}$

అభ్యాసం 12

1. (i) $\frac{7}{20}$ (ii) $\frac{12}{35}$ (iii) $\frac{20}{81}$ (iv) $\frac{8}{77}$ (v) $\frac{7}{10}$ (vi) $\frac{9}{8}$ (vii) 1 (viii) $\frac{9}{17}$
 2. 6 ఎకరాలు
 3. 1,80,000

అభ్యాసం 13

1. (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{3}{11}$ (iii) $\frac{13}{5}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{7}{6}$
 2. (i) $\frac{8}{3}$ (ii) $\frac{10}{27}$ (iii) $\frac{33}{35}$ (iv) $\frac{77}{48}$
 3. $\frac{1}{750}$ భాగాలు

అభ్యాసం 14

1. స్థానవిలువ 70, 8, 0.02
 2. (1) 932.697 (2) 739.65 (3) 70.151
 3. (1) 83.615 (2) 534.79 (3) 182.819
 4. 55.465 కి.మీ.
 5. ₹ 486 6. 2.5 కి.గ్రా. 7. 30.6 కి.మీ.

అభ్యాసం 15

1. (1) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times \boxed{2}}{5 \times \boxed{2}} = \frac{\boxed{6}}{10} = \boxed{0.6}$ (2) $\frac{25}{8} = \frac{25 \times \boxed{125}}{8 \times \boxed{125}} = \frac{\boxed{3125}}{1000} = 3.125$
 (3) $\frac{21}{2} = \frac{21 \times \boxed{5}}{2 \times \boxed{5}} = \frac{\boxed{105}}{10} = \boxed{10.5}$ (4) $\frac{22}{40} = \frac{11}{20} = \frac{11 \times \boxed{5}}{20 \times \boxed{5}} = \frac{\boxed{55}}{100} = \boxed{0.55}$
 2. (1) 0.75 (2) 0.8 (3) 1.125 (4) 0.85 (5) 0.9 (6) 0.28 (7) 0.095
 3. (1) $\frac{275}{10}$ (2) $\frac{7}{1000}$ (3) $\frac{908}{10}$ (4) $\frac{3915}{100}$ (5) $\frac{312}{100}$ (6) $\frac{704}{10}$

అభ్యాసం 16

1. 14.265 2. 10.9151 3. (1) 3.78 (2) 24.063 (3) 1.14 (4) 3.528
4. 94.5 క్రి.గ్రా., ₹ 3969 5. 2.25 మీటర్లు.

అభ్యాసం 17

1. (1) 2.4 (2) 3.5 (3) 10.3 (4) 1.3 2. 1000 చెట్లు లేదా 1002 చెట్లు
3. 0.425 కి.మీ. 4. ₹ 38000

అభ్యాసం 18

- (1) నిలువు రేఖపై ఉష్ణోగ్రత, అడ్డురేఖపై వట్టణాలు (2) చంద్రపూర్
(3) పాచ్‌గణి మరియు మాథేరాన్, పుణె మరియు నాశిక్ (4) పుణె మరియు నాశిక్
(5) 10 °C

అభ్యాసం 19

అభ్యాసం 20

1. ఒక దానికంటే ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షాలు గల ఆకృతులు (1), (2) మరియు (4)
2. సౌష్ఠవాక్షం గల అక్షరాలు A, B, C, D, E, H, I, K, M, O, T, U, V, W, X, Y
ఒకదాని కంటే ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షాలు గల అక్షరాలు : H, I, O, X

అభ్యాసం 21

అభ్యాసం 22

- 3 గల బుట్ట : 111, 369, 435, 249, 666, 450, 960, 432, 999, 72, 336, 90, 123, 108.
4 గల బుట్ట : 356, 220, 432, 960, 72, 336, 108
9 గల బుట్ట : 369, 666, 450, 432, 999, 92, 90, 108

అభ్యాసం 23

- (1) 12 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 12
16 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 4, 8, 16
సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 4

- (2) 21 యొక్క భాజకాలు : 1, 3, 7, 21
 24 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 సామాన్య భాజకాలు : 1, 3
- (3) 25 యొక్క భాజకాలు : 1, 5, 25
 30 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
 సామాన్య భాజకాలు : 1, 5
- (4) 24 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 25 యొక్క భాజకాలు : 1, 5, 25
 సామాన్య భాజకాలు : 1
- (5) 56 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
 72 యొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 18, 24, 36, 72
 సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 4, 8

అభ్యాసం 24

- (1) 15 (2) 16 (3) 1 (4) 7 (5) 24 (6) 9 (7) 12 (8) 25 (9) 6 (10) 75
- 3 మీటర్లు 3. 4 మీటర్లు 4. 28 మంది విద్యార్థులు
- 90 కి.గ్రా. బాస్మతి 29 సంచులు, ఇంద్రాయణి 22 సంచులు

అభ్యాసం 25

- (1) 45 (2) 30 (3) 84 (4) 60 (5) 88
- (1) 100 మంది పిల్లలు (2) 240 పూసలు (3) 360 లడ్లు (4) 120 సెకండ్లు (5) $\frac{65}{225}$, $\frac{66}{225}$, $\frac{131}{225}$

అభ్యాసం 26

- $16 \div 2 = 10 - 2$, $5 \times 2 = 37 - 27$, $9 + 4 = 6 + 7$,
 $72 \div 3 = 8 \times 3$, $4 + 5 = 19 - 10$

అభ్యాసం 27

- (1) $x + 3$ (2) $x - 11$ (3) $15x$ (4) $4x = 24$
- (1) రెండువైపుల నుంచి 9 తీసివేద్దాం. (2) రెండువైపుల 4 ను కలపాలి. (3) రెండువైపుల 8 చే భాగించుదాం
 (4) రెండువైపుల 6 చే గుణించుదాం.
- (1) కాదు (2) ఔను (3) ఔను (4) కాదు.
- (1) $y = 6$ (2) $t = 3$ (3) $x = 13$ (4) $m = 23$ (5) $p = 36$ (6) $x = - 5$
 (7) $m = - 7$ (8) $p = - 5$
- (1) 210 గొట్టెలు (2) 19 బాటిళ్ళు, 4750 గ్రా. అనగా 4.75 కి.గ్రా. (3) 50 కి.గ్రా.

అభ్యాసం 28

- (1) 3:7 (2) 9:7 (3) 4:5 (4) 7:5 (5) 7:13 (6) 11:9
- (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{5}{4}$ (5) $\frac{9}{4}$ (6) $\frac{4}{1}$ (7) $\frac{3}{5}$ (8) $\frac{3}{2}$ (9) $\frac{5}{4}$
4. $\frac{3}{5}$ 5. $\frac{4}{11}$ 6. (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{6}{7}$ (3) $\frac{5}{17}$

అభ్యాసం 29

- (1) ₹ 2880 (2) ₹ 260 (3) ₹ 5136 (4) 216 కి.గ్రా. (5) 6 గంటలు, 440 కి.గ్రా.
(6) 76 లీటర్లు (7) 5600 కి.గ్రా. (8) 208 చెట్లు (9) 4 నీటిగుంటలు, ₹ 72000

అభ్యాసం 30

- (1) 92% (2) 70%, 30% (3) 14625 చ.మీ. (4) 4 సందేశాలు (5) 96%
(6) జాంబుళ్ గ్రామంలోని మహిళల ప్రమాణం ఎక్కువ.

అభ్యాసం 31

- (1) లాభం ₹ 500 (2) నష్టం ₹ 10 (3) లాభం ₹ 99 (4) నష్టం ₹ 80
- ₹ 400 లాభం 3. ₹ 225 లాభం 4. ₹ 7050 5. ₹ 50 నష్టం 6. ₹ 200 నష్టం 7. ₹ 1500 లాభం

అభ్యాసం 32

- నష్టం ₹ 50 2. లాభం ₹ 8000 3. నష్టం ₹ 150 4. ₹ 941 5. ప్రతిఒక్కటి ₹ 14500
- లాభం ₹ 9240

అభ్యాసం 33

- పర్ట్ల వ్యవహారం ఎక్కువ లాభదాయకం 2. శ్యామ్‌రావ్ వ్యవహారం అధిక లాభదాయకం 3. 25% లాభం.

అభ్యాసం 34

- 75% లాభం 2. 5% నష్టం 3. $16\frac{2}{3}\%$ లాభం 4. $7\frac{1}{2}\%$ లాభం 5. $11\frac{1}{9}\%$ లాభం
- 20% నష్టం

అభ్యాసం 35

- ₹ 600 2. ₹ 9169 3. ₹ 28000 4. ₹ 2115

అభ్యాసం 36

1. లంబకోణం, అధికకోణం, అల్పకోణం
2. సమబాహు, విషమబాహు, సమద్విబాహు
3. AC మార్గంలో వెళ్ళినట్లయితే తక్కువ దూరం పడుతుంది. ఎందుకనగా త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాల సొడవుల మొత్తం మూడవ భుజం సొడవు కంటెను ఎక్కువ ఉంటుంది.
4. (1) విషమబాహు త్రిభుజం (2) సమద్విబాహు త్రిభుజం (3) సమబాహు త్రిభుజం (4) విషమబాహు త్రిభుజం
5. త్రిభుజం గీయవచ్చును (2), (5), (6) త్రిభుజం గీయరాదు (1), (3), (4)

అభ్యాసం 37

1. (1) పంచభుజి (2) షడ్భుజి (3) సప్తభుజి (4) అష్టభుజి


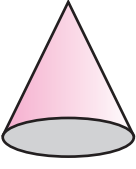
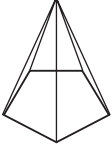

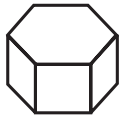

అభ్యాసం 38

1. (1) $\angle X$ మరియు $\angle Z$, $\angle Y$ మరియు $\angle W$
 (2) రేఖాఖండం XY మరియు రేఖాఖండం ZW, రేఖాఖండం XW మరియు రేఖాఖండం YZ
 (3) రేఖాఖండం XY మరియు రేఖాఖండం YZ, రేఖాఖండం YZ మరియు రేఖాఖండం WZ;
 రేఖాఖండం WZ మరియు రేఖాఖండం XW, రేఖాఖండం XW మరియు రేఖాఖండం XY
 (4) $\angle X$ మరియు $\angle Y$, $\angle Y$ మరియు $\angle Z$, $\angle Z$ మరియు $\angle W$, $\angle X$ మరియు $\angle W$
 (5) కర్ణం XZ మరియు కర్ణం YW
 (6) $\square YZWX$, $\square ZWXY$, $\square XYZW$, $\square WXYZ$ మొదలగువి.
2. చతుర్భుజం - 4, అష్టభుజి - 8, పంచభుజి - 5, సప్తభుజి - 7, షడ్భుజి - 6 5. 720°

అభ్యాసం 39

అభ్యాసం 40

అభ్యాసం 41

పేరు	స్థూపారం	శంఖుపు	పంచభుజి కూచి	షడ్భుజి కూచి	షడ్భుజి ఘనాకృతి	పంచభుజి ఘనాకృతి
ఆకారం						
తలలు	1 వక్రతలం	1 వక్రకారం 1 చదును	6	7	8	7
శీర్ష బిందువులు	0	1	6	7	12	10
అంచులు	2 వృత్తాకారం	1 వృత్తాకారం	10	12	18	15



పారిభాషిక పదాల సూచిక

క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్చారణ
1	అంత్యబిందువు	End point	ఎండ్ పాయింట్
2	అవక్రమ భిన్నం	Improper Fraction	ఇంప్రోపర్ ఫ్రాక్షన్
3	ఆర్థిక	Financial	ఫైనాన్షియల్
4	ఆర్థిక వ్యవహారం	Financial Transaction	ఫైనాన్షియల్ ట్రాన్సాక్షన్
5	ఆరంభ బిందువు	Origin	ఒరిజిన్
6	ఘనాకార	Cuboid	క్యూబాయిడ్
7	సమాంతర ఘనం	Parallelepiped	పారలెలెపాయిప్ డిడ్
8	దీర్ఘఘనాకార పట్టకం	Rectangular prism	రెక్టాంగ్యులర్ ప్రిజం
9	సాధన	Solution	సోల్యూషన్
10	ఋణ	Negative	నెగటివ్
11	ఒకట్లు/ప్రమాణం	Unit	యూనిట్
12	సరేఖీయం	Collinear	కొలీనియర్
13	మిళిత రేఖలు	Concurrent Lines	కంకరంట్ లైన్స్
14	వృత్తలేఖిని	Compass	కంపాస్
15	విభాగిని	Divider	డివైడర్
16	కర్ణం (చతుర్భుజాల)	Diagonal	డయాగోనల్
17	నియమం	Test	టెస్ట్
18	లంబకోణం	Right angle	రైట్ అంగిల్
19	కిరణం	Ray	రే
20	కోణం	Angle	అంగిల్
21	కోణమానిని	Protractor	ప్రోట్రాక్టర్
22	కొన్నవెల	Cost price	కాస్ట్ ప్రైస్
23	ఖాతా	Account	అకౌంట్
24	ధర్మం	Property	ప్రాపర్టీ
25	గుణకార విలోమం	Reciprocal	రెసిప్రోకల్
26	గుణకార విలోమం	Multiplicative Inverse	మల్టిప్లికేటివ్ ఇన్వర్స్

పారిభాషిక పదాల సూచిక

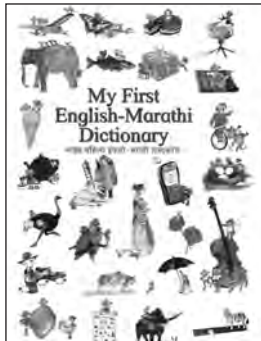
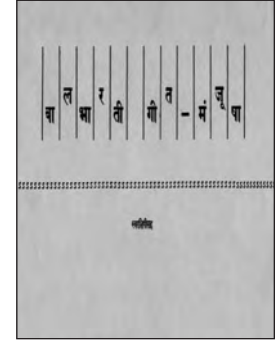
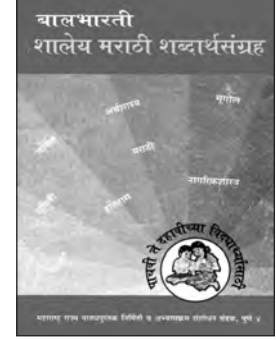
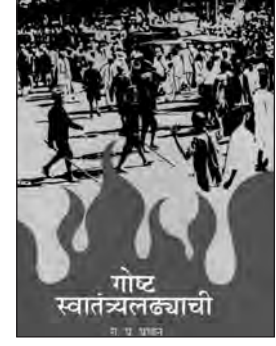
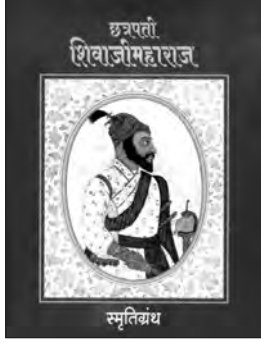
క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్చారణ
27	నిష్పత్తి	Ratio	రేషియో
28	మూలమట్టం	Set Square	సెట్ స్కేవర్
29	గోళం	Sphere	స్ఫియర్
30	నిర్మాణం	Net	నెట్
31	ఘనం	Cube	క్యూబ్
32	చరరాశి	Variable	వెరియెబల్
33	పట్టకం	Prism	ప్రిజం
34	చతుర్భుజం	Quadrilateral	క్వాడ్రిలాటరల్
35	ఖండించుకొను	Intersection	ఇంటర్సెక్షన్
36	నూటికి	Percent	పర్సెంట్
37	శాతం	Percentage	పర్సెంటేజ్
38	నష్టం	Loss	లాస్
39	త్రిభుజం	Triangle	ట్రయాంగిల్
40	రేటు	Rate	రేట్
41	దశాంశ భిన్నం	Decimal Fraction	డెసిమల్ ఫ్రాక్షన్
42	స్థూపం	Cylinder	సిలిండర్
43	నమద్విఖండన	Bisector	బైసెక్టర్
44	ధన	Positive	పాజిటివ్
45	లాభం	Profit	ప్రోఫిట్
46	భిన్నరేఖీయ	Non-collinear	నాన్ కొలినియర్
47	సహజ సంఖ్య	Natural Number	నేచురల్ నంబర్
48	సంపూర్ణ కోణం	Complete Angle	కంప్లీట్ అంగిల్
49	పూర్ణాంక సంఖ్య	Whole number	హోల్ నంబర్
50	పూర్ణసంఖ్య	Integer	ఇంటిజర్

పారిభాషిక పదాల సూచిక

క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్చారణ
51	మిశ్రమభిన్నం	Mixed fraction	మిక్స్డ్ ఫ్రాక్షన్
52	ప్రమాణం	Proportion	ప్రపొర్షన్
53	తలం	Plane	ప్లేన్
54	ప్రతిబింబిత సౌష్ఠ్యం	Reflection Symmetry	రిఫ్లెక్షన్ సిమెట్రీ
55	పరావర్తన కోణం	Reflex Angle	రిఫ్లెక్స్ అంగిల్
56	బహుభుజాకృతి	Polygon	పాలిగాన్
57	బిందువు	Point	పాయింట్
58	రేఖాగణితం	Geometry	జియోమెట్రీ
59	గరిష్ట సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా.)	Highest Common Factor (H.C.F)	హయెస్ట్ కామన్ ఫ్యాక్టర్ (ఎచ్.సి.ఎఫ్.)
	కొలత/పరిమాణం	Dimension	డైమెన్షన్
61	కాలం	Period	పీరియడ్
62	కొలబద్ద	Rular	రూలర్
63	నిర్మాణం	Construction	కన్స్ట్రక్షన్
64	రేఖ	Line	లైన్
65	రేఖాఖండం	Line Sement	లైన్ సెగ్మెంట్
66	ఆసన్న	Adjacent	అజెసెంట్
67	అల్పకోణం	Acute Angle	అక్యూట్ అంగిల్
68	కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు.)	Lowest common Multiple (L.C.M)	లోయెస్ట్ కామన్ మల్టిపిల్ (ఎల్.సి.ఎమ్.)
	అమ్మకం	Sale	సేల్
70	అమ్మిన వెల	Selling Price	సెల్లింగ్ ప్రైస్
71	భాజకం	Divisor	డివైజర్
72	భాజ్యం/గుణిజం	Multiple	మల్టిపిల్

పారిభాషిక పదాల సూచిక

క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్చారణ
73	భాజనీయత	Divisibility	డివిబిలిటి
74	వ్యతిరేక సంఖ్య	Opposite Number	అపొజిట్ నంబర్
75	అధిక కోణం	Obtuse Angle	అబ్యూజ్ అంగిల్
76	వర్తుల స్తంభాకార	Cylinder	సిలిండర్
77	సామాన్య భిన్నం	Common Fraction	కామన్ ఫ్రాక్షన్
78	వడ్డీ	Interest	ఇంటరెస్ట్
79	వడ్డీ రేటు	Rate of Interest	రేట్ ఆఫ్ ఇంటరెస్ట్
80	శతమానం	Percentage	పర్సెంటేజ్
81	పదసమస్య	Word Problem	వర్డ్ ప్రాబ్లం
82	శీర్షబిందువు	Vertex	వర్టెక్స్
83	శూన్య కోణం	Zero Angles	జిరో అంగిల్
84	నూటికి/శెకడా	Percent	పర్సెంట్
85	శాతం	Percentage	పర్సెంటేజ్
86	సమహార భిన్నాలు	Like Fraction	లైక్ ఫ్రాక్షన్
87	సౌష్ఠ్యం	Symmetry	సిమెట్రీ
88	సమాంతరం	Parallel	పారలల్
89	సమీకరణం	Equation	ఈక్వేషన్
90	సరళకోణం	Straight Angles	స్ట్రైట్ అంగిల్
91	బారు వడ్డీ	Simple Interest	సింపిల్ ఇంటరెస్ట్
92	కూచి	Prism	ప్రిజం
93	సంఖ్యారేఖ	Number line	నంబర్ లైన్
94	సంతులిత	Balanced	బ్యాలెన్స్డ్
95	మిళిత బిందువు	Point of Concurrence	పాయింట్ ఆఫ్ కంకరెన్స్
96	అభిముఖ	opposite	అఫోజిట్



- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.



पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.



ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७९८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५



99 98 97 96 95 94 93 92 91
2-0 -2+6 8-(+5)

81 82 83 84 85 86 87 88 89 90
7-(-1) 1-1 -6+2 4-0 -7+6

80 79 78 77 76 75 74 73 72 71
-6+4 -2-6 +6-2

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70
-2+0 5-(-1) 0-(-2)

60 59 58 57 56 55 54 53 52 51
8-1 5-2 -4+1

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
4+2 6-(-1)

40 39 38 37 36 35 34 33 32 31
-5+4 2-(-5) 7+(-4) 5-1

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
-8+7 -5+1 -1+4 1+3

20 19 18 17 16 15 14 13 12 11
-4+2 7-(-2) -1+5 -2-2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
4+5 6+(-2) 3+1 -3+7 9-5



మహారాష్ట్ర రాష్ట్రపాఠ్యపుస్తక నిర్మాణ మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411 004.

తెలుగు గణిత ఇ. డి. వీ

₹ 41.00