# गणित

## छठी कक्षा

# भारत का संविधान

### भाग 4 क

## मूल कर्तव्य

**अनुच्छेद 51 क**

**मूल कर्तव्य– भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –**

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करें;

(ग) भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखें;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्त्रियों के सम्मान के विरुद्ध है;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करें;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू ले;

(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करे ।

स्वीकृति क्रमांक : मराशैसंप्रप/अविवि/शिप्र २०१५-१६/१६७३ दिनांक : ६.४.१६

# गणित

## छठी कक्षा

आपके स्मार्टफोन में 'DIKSHA App' द्वारा, पुस्तक के प्रथम पृष्ठ पर Q.R.Code के माध्यम से डिजिटल पाठ्यपुस्तक एवं प्रत्येक पाठ में अंतर्निहित Q.R.Code में अध्ययन अध्यापन के लिए पाठ से संबंधित उपयुक्त दृक-श्राव्य सामग्री उपलब्ध कराई जाएगी।

8HNPD5

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे - ४११ ००४.

प्रथमावृत्ति : 2016
छठवाँ पुनर्मुद्रण : 2022

© महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे – ४११ ००४.

इस पुस्तक का सर्वाधिकार महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के अधीन सुरक्षित है । इस पुस्तक का कोई भी भाग महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के संचालक की लिखित अनुमति के बिना प्रकाशित नहीं किया जा सकता ।

**गणित विषयतज्ञ समिति**

डॉ. मंगला नारळीकर (अध्यक्ष)
डॉ. जयश्री अत्रे (सदस्य)
श्री रमाकांत सरोदे (सदस्य)
श्री दादासो सरडे (सदस्य)
श्री संदीप पंचभाई (सदस्य)
श्रीमती लता टिळेकर (सदस्य)
श्रीमती उज्ज्वला गोडबोले (सदस्य-सचिव)

**गणित विषय – राज्य अभ्यासगट सदस्य**

श्री उमेश रेळे
श्री चंदन कुलकर्णी
श्रीमती अनिता जावे
श्रीमती बागेश्री चव्हाण
श्रीमती पूजा जाधव
श्री आण्णापा परीट
श्री कल्याण कडेकर
श्री संदेश सोनावणे
श्री सुजित शिंदे
डॉ. हनुमंत जगताप
श्री श्रीपाद देशपांडे
श्री प्रताप काशिद
श्री काशिराम बविसाने
श्री पप्पु गाडे
श्री अन्सार शेख
श्री रामा व्हन्याळकर
श्री प्रमोद ठोंबरे
श्री प्रकाश झेंडे
श्री सागर सकुडे
श्री श्रीकांत रत्नपारखी
श्री सूर्यकांत शहाणे
श्री सुरेश दाते
श्रीमती सुवर्णा देशपांडे
श्री प्रकाश कापसे
श्री सलीम हाश्मी
श्रीमती आर्या भिडे
श्री मिलिंद भाकरे
श्री ज्ञानेश्वर माशाळकर
श्री लक्ष्मण दावणकर
श्री सुधीर पाटील
श्री गणेश कोलते
श्री राजाराम बंडगर
श्रीमती रोहिणी शिर्के
श्री बन्सी हवाले
श्री प्रदीप गोडसे
श्री रवींद्र खंदारे
श्री राजेंद्र चौधरी

**प्रकाशक**
**विवेक उत्तम गोसावी, नियंत्रक**
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ,
प्रभादेवी, मुंबई २५.

**प्रमुख संयोजक** : **उज्ज्वला श्रीकांत गोडबोले**
प्र. विशेषाधिकारी गणित,
पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे

**मुखपृष्ठ एवं सजावट** : रेश्मा बर्वे, पुणे
**संगणकीय आरेखन** : संदीप कोळी, मुंबई
**चित्रकार** : धनश्री मोकाशी व रेश्मा बर्वे

**भाषांतर संयोजन** : डॉ. अलका पोतदार
विशेषाधिकारी, हिंदी
**संयोजन सहायक** : सौ. संध्या वि. उपासनी
विषय सहायक, हिंदी
**भाषांतरकार** : श्री शालिग्राम एस. तिवारी
श्री गिरिजाशंकर आर. त्रिपाठी
**समीक्षक** : निलिमा मुळगुंद
निशा बाहेकर

**निर्मिति** : **सचिन मेहता**
मुख्य निर्मिति अधिकारी
**संजय कांबळे**
निर्मिति अधिकारी
**प्रशांत हरणे**
निर्मिति अधिकारी

**अक्षरांकन** : गणित विभाग,
पाठ्यपुस्तक मंडळ, पुणे

**कागज** : ७० जी.एस.एम.क्रीमवोव्ह
**मुद्रणादेश** :
**मुद्रक** :

# भारत का संविधान

## उद्देशिका

**हम, भारत के लोग,** भारत को एक **संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की **स्वतंत्रता,**
प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और राष्ट्र की एकता
और अखंडता सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हजार छह विक्रमी) **को एतद् द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।**

## राष्ट्रगीत

जनगणमन – अधिनायक जय हे
　　　　भारत – भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
　　　　द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
　　　　उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
　　　　गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
　　　　भारत – भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
　　　　जय जय जय, जय हे ।।

## प्रतिज्ञा

भारत मेरा देश है । सभी भारतीय मेरे भाई–बहन हैं ।

मुझे अपने देश से प्यार है । अपने देश की समृद्ध तथा विविधताओं से विभूषित परंपराओं पर मुझे गर्व है ।

मैं हमेशा प्रयत्न करूँगा/करूँगी कि उन परंपराओं का सफल अनुयायी बनने की क्षमता मुझे प्राप्त हो ।

मैं अपने माता–पिता, गुरुजनों और बड़ों का सम्मान करूँगा/करूँगी और हर एक से सौजन्यपूर्ण व्यवहार करूँगा/करूँगी ।

मैं प्रतिज्ञा करता/करती हूँ कि मैं अपने देश और अपने देशवासियों के प्रति निष्ठा रखूँगा/रखूँगी । उनकी भलाई और समृद्धि में ही मेरा सुख निहित है ।

# प्रस्तावना

**राष्ट्रीय पाठ्यक्रम प्रारूप** 2005 और **बच्चों की मुफ्त एवं अनिवार्य शिक्षा के अधिकार अधिनियम – २००९** के अनुसार महाराष्ट्र राज्य में **प्राथमिक शिक्षा पाठ्यक्रम २०१२** तैयार किया गया । शासनमान्य मान्य इस पाठ्यक्रम को शैक्षणिक वर्ष २०१३-२०१४ से क्रमश: प्रारंभ किया गया है । इस पाठ्यक्रम पर आधारित 'गणित' कक्षा पहली से 'गणित' कक्षा पाँचवीं तक की पाठ्यपुस्तकें पाठ्यपुस्तक मंडल द्वारा प्रकाशित की गई हैं । अब 'गणित' कक्षा छठी की यह पाठ्यपुस्तक आपके हाथों में देते हुए हमें विशेष आनंद का अनुभव हो रहा है ।

उच्च प्राथमिक स्तर पर विद्यार्थियों को निश्चित रूप में कौन-सी क्षमताएँ प्राप्त करवानी हैं, यह अध्ययन-अध्यापन करते समय स्पष्ट होना चाहिए । इसके लिए इस पाठ्यपुस्तक के प्रारंभ में गणितसंबंधी अपेक्षित क्षमताएँ लिखकर दी गई हैं । उन्हीं क्षमताओं के अनुसार पाठ्यपुस्तक के आशयों का नवीन ढंग से विन्यास किया गया है । हमारे परिसर में अनेक स्थानों पर गणित का अस्तित्व दिखाई देता है और उसका उपयोग किया गया है, ऐसा भी दिखता है, इसे ध्यान में लाने के दृष्टिकोण से 'गणित मेरा साथी' नामक शीर्षक के अंतर्गत कुछ अनुभव दिए गए हैं । 'बताओ तो' शीर्षक के अंतर्गत दैनिक जीवन के अनुभवों पर आधारित प्रश्न पूछे गए हैं । 'करो और देखो' शीर्षक के अंतर्गत सूचित की गई कृतियों द्वारा विद्यार्थी कुछ संकल्पनाएँ सीख सकते हैं । 'विचार करो', 'गणितीय पहेली, खेल, थोड़ा मनोरंजन आदि का उपयोग करके गणित विषय को मनोरंजक बनाने का प्रयास किया गया है ।

अध्ययन-अध्यापन की प्रक्रिया विद्यार्थिकेंद्रित हो, स्वयंअध्ययन प्रक्रिया पर बल दिया जाए तथा शिक्षण की प्रक्रिया रंजक एवं आनंददायी हो सके, इस दृष्टिकोण को समक्ष रखकर इस पुस्तक की रचना की गई है । पाठ्यपुस्तक में ज्यामिति, संख्याज्ञान, संख्याप्रणाली, भिन्न, बीजगणित, व्यावहारिक गणित, जानकारियों का व्यवस्थापन आदि क्षेत्रों में समाविष्ट की गईं संकल्पनाएँ सरल भाषा में स्पष्ट की गई हैं । प्रत्येक पाठ्यघटक के अंत में अभ्यास के लिए प्रश्नसंग्रह दिए गए हैं । पाठ्यपुस्तक के अंत में इन प्रश्नसंग्रहों के प्रश्नों के उत्तर दिए गए हैं । साथ-साथ अध्ययन-अध्यापन को प्रभावकारी बनाने के लिए उपयोगी 'आय.सी.टी.टूल्स' की भी सूचनाएँ दी गई हैं ।

इस पुस्तक को पूर्णत: निर्दोष एवं स्तरीय बनाने की दृष्टि से, महाराष्ट्र के सभी भागों से चुने गए शिक्षकों, कुछ शिक्षा-विशेषज्ञों और विषय के जानकारों द्वारा इस पुस्तक की समीक्षा कराई गई है । प्राप्त सूचनाओं और अभिप्रायों पर सावधानीपूर्वक विचार करके, इस पुस्तक को अंतिम स्वरूप दिया गया है ।

मंडल की गणित विषय समिति, अभ्यासगट के सदस्य तथा चित्रकार आदि के निष्ठापूर्ण परिश्रम द्वारा यह पुस्तक तैयार की गई है । मंडल इन सभी का मन:पूर्वक आभारी है ।

आशा है कि विद्यार्थी, शिक्षक एवं अभिभावक इस पुस्तक का स्वागत करेंगे ।

**(डॉ. सुनिल मगर)**
**संचालक**
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व
अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे.

**पुणे**
**दिनांक :** ९ मई २०१६, अक्षयतृतीया
भारतीय सौर : १९ वैशाख १९३८

## गणित अध्ययन निष्पत्ति : छठी कक्षा

| सुझाई गई शिक्षा प्रक्रिया | अध्ययन निष्पत्ति |
|---|---|
| **विद्यार्थी अध्ययनकर्ता को अकेले/जोड़ी में/समूह में अवसर देकर कृति करने के लिए प्रेरित करना ।**<br>• 2,3,4,5,6,8,10 तथा 11 इन संख्याओं की विभाज्यता की ओर जाने वाले आकृतिबंध तैयार करना ।<br>• ऐसे संख्या आकृतिबंध तैयार करना जिससे मसावि, लसावि की चर्चा हो सकेगी ।<br>• दैनंदिन जीवन की ऐसी घटनाएँ ढूँढ़ना जिसमें मसावि, लसावि का उपयोग हुआ हो ।<br>• दैनिक जीवन में ऋणात्मक संख्याओं का प्रयोग होने वाली घटनाएँ निर्माण करके उनपर चर्चा करना ।<br>• ऐसे उदाहरण तैयार करना जिनमें ऋणात्मक संख्याएँ भिन्न तथा दशमलव भिन्नों का प्रयोग करना पड़े और चित्ररूप आरेखन बनाना ।<br>• अलग-अलग गणितीय संदर्भों में अव्यक्त के लिए चर (अक्षर) का प्रयोग करने की आवश्यकता पहचानना ।<br>• चरों के लिए अक्षरों के प्रयोग की आवश्यकता ढूँढ़कर उनका सामान्यीकरण करना ।<br>• गुणोत्तर के साथ राशियों की तुलना करने की आवश्यकता की परिस्थिति का वर्णन करना ।<br>• गुणोत्तर तथा एकमान पद्धति को प्रयुक्त किए गए शाब्दिक उदाहरणों की चर्चा करना और हल करना ।<br>• प्रत्यक्षदर्शी प्रतिकृतियाँ और चित्रों की सहायता से त्रिभुज, चतुर्भुज आदि विभिन्न आकारों की खोज करना ।<br>• अकेले अथवा समूह में, कक्षा में अथवा कक्षा के बाहरी परिसर में होने वाली भौमितिक आकृतियाँ पहचानना तथा उनकी विशेषताओं का निरीक्षण करना ।<br>• तीलियाँ, कागजकाम आदि उपलब्ध सामग्री की सहायता से विविध आकार तैयार करना ।<br>• त्रिविम आकारवाली द्विविम प्रतिकृतियाँ, उनकी बनावट की सहायता से लंब बेलनाकार, वृत्तचिति आदि त्रिविमीय आकारों का निरीक्षण करना और उनके प्रतल, कोरें तथा शीर्षबिंदु आदि घटकों की चर्चा करना ।<br>• दरवाजा खोलना, पेन्सिल-बॉक्स खोलना जैसे उदाहरणों द्वारा कोणों की संकल्पना समझ लेना । विद्यार्थियों से आसपास के ऐसे अन्य उदाहरण पूछना ।<br>• भ्रमण के माप के अनुसार कोणों का वर्गीकरण करना । | **विद्यार्थी –**<br>06.71.01 विशेष स्थिति में मसावि, लसावि का उपयोग करते हैं ।<br>06.71.02 पूर्णांकों के जोड़ तथा घटा से संबंधित समस्याओं को हल करते हैं ।<br>06.71.03 दैनिक जीवन के पैसा, लंबाई, तापमान आदि से संबंधित स्थितियों में भिन्न तथा दशमलव का प्रयोग करते हैं जैसे – 7.5 मीटर कपड़ा, दो स्थानों के बीच की दूरी 112.5 किलोमीटर आदि ।<br>06.71.04 दैनिक जीवन में भिन्नों का संबंध होने वाली स्थितियों में भिन्नों तथा दशमलव भिन्नों का प्रयोग करते हैं ।<br>06.71.05 किसी स्थिति के सामान्यीकरण हेतु चर राशि का विभिन्न संक्रियाओं के साथ प्रयोग करते हैं । जैसे– x इकाई तथा 3 इकाई वाले भुजाओं के आयत की परिमिति $2(x+3)$ इकाई होगी ।<br>06.71.06 अलग-अलग स्थितियों में गुणोत्तर का प्रयोग कर विभिन्न राशियों की तुलना करते हैं जैसे – किसी विशेष कक्षा में लड़कियों एवं लड़कों का अनुपात 3:2 है ।<br>06.71.07 एकक विधि का प्रयोग विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिए करते हैं । जैसे – यदि 1 दर्जन कॉपियों का मूल्य दिया है तो 7 कॉपियों का मूल्य ज्ञात करने हेतु पहले 1 कॉपी की मूल्य ज्ञात करते हैं ।<br>06.71.08 रेखा, रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त आदि भौमितीय आकारों का वर्णन आसपास प्राप्त होने वाले उदाहरणों के माध्यम से करते हैं ।<br>06.71.09 प्रात्यक्षिकों द्वारा कोणों की समझ दर्शाते हैं ।<br>06.71.10 आसपास के कोण पहचानते हैं । मापों के अनुसार कोणों का वर्गीकरण करते हैं । $45^0-90^0-180^0$ जैसे कोण संदर्भों के लिए लेकर कोणों के माप का अनुमान लगाते हैं ।<br>06.71.11 प्रात्यक्षिकों के द्वारा रैखिक सममिति का आकलन ।<br>06.71.12 एक अथवा अधिक धुरियों के चारों ओर सममिति द्विविम आकारों में सममिति पहचानते हैं ।<br>06.71.13 सममित द्वि-आयामी (2-D) आकृतियों की रचना करते हैं ।<br>06.71.14 रेख, प्रतल, समांतर रेखा जैसे मूलभूत संबंधों का वर्णन करते हैं ।<br>06.71.15 एकरेखीय बिंदु पहचानते हैं । |

- विद्यार्थियों से 60 का मापवाले कोण के बारे में चर्चा करके परकार की सहायता से कोण बनाना, वैसे ही $30^0$, $120^0$ आदि कोणों की रचना के संबंध में चर्चा करना ।
- कागज पर बनाई विशेष रेखाओं पर बनाए मोड़ अथवा आईने का प्रयोग करके किसी आकार के प्रतिबिंबित सममिति का निरीक्षण करना ।
- आसपास के पत्ते, खिड़कियाँ, दरवाजे आदि के सममिति आकार पहचानना ।
- आकार दिए जाने पर सममिति अक्ष बनाना । एक समूह को आधा हिस्सा बनाना है तथा दूसरे समूह को बचा आधा सममिति हिस्सा बनाना है। ऐसी सामूहिक कृति देना ।
- दिए गए त्रिभुज उनके कोण तथा भुजाएँ ध्यान में रखते हुए वर्गीकरण करना (सामूहिक कृति) तथा वर्गीकरण के आधार पर चर्चा करना ।
- दिए गए चतुर्भुज, उनके आकार आदि के आधार पर वर्गीकरण करना तथा वर्गीकरण के कारण समझाते हुए बताना ।
- पेन्सिल बॉक्स का ऊपरी भाग तथा संपूर्ण पेन्सिल बॉक्स इसमें से द्विमितीय तथा त्रिविमीय आकारों में अंतर स्पष्ट करना तथा आसपास के इसी प्रकार के अन्य उदाहरण बताना।
- त्रिविमीय वस्तुओं के संदर्भ में कोरें, शीर्षबिंदु तथा प्रतल जैसी विविध बातों की चर्चा करना ।
- किसी क्षेत्र का अंदरूनी हिस्सा इकाई वर्ग में विभाजित करके क्षेत्रफल की संकल्पना विकसित करना ।
- दैनिक जीवन में जानकारी को व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करने का महत्त्व जानना । अलग-अलग क्रिकेट मैचों की सांख्यिक जानकारी, अलग-अलग परिवारों के सदस्यों की संख्या ।
- दी गई सामग्री को विद्यार्थी की उसकी अपनी पद्धति द्वारा चित्राकृति में प्रस्तुत करने की विधि खोजना ।

06.71.16 एकसंपात बिंदु पहचानते हैं ।

06.71.17 दिए गए कोण के द्विभाजक बनाते हैं ।

06.71.18 भिन्नों का गुणन तथा भाजन करते हैं ।

06.71.19 दैनिक व्यवहार में आवश्यक प्रतिशत लाभ अथवा हानि ज्ञात करते हैं ।

06.71.20 त्रिभुजों के उनके कोण तथा भुजाओं के आधार पर प्रकार/गुट में वर्गीकरण करते हैं । जैसे- विषमबाहु त्रिभुज, समद्विभुज त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज आदि ।

06.71.21 परिवेश में पाई जाने वाली वृत्त, घन, आयत, बेलनाकार, शंकू जैसी त्रिविमीय वस्तुएँ पहचानते हैं ।

06.71.22 त्रिविमीय वस्तुओं की कोरे, शीर्षबिंदु तथा उनके प्रतल के उदाहरण देकर वर्णन करते हैं ।

06.71.23 परावर्तित सममिति की संकल्पना कागज के मोड़ बनाकर, कागज काटकर और स्याही के दाग बनाकर आदि के माध्यम से दर्शाते हैं ।

06.71.24 दी गई/ संकलित की गई जानकारी की रचना करते हैं जैसे- पिछले छह महिनों में परिवारों ने विविध वस्तुओं पर किए हुए खर्च की रचना को सारणी तथा चित्रालेख/ स्तंभालेख द्वारा करते हैं तथा स्पष्टीकरण करते हैं ।

06.71.25 कुछ मूलभूत भौमितीय रचनाएँ बनाते हैं ।

06.71.26 बहुभुजाकृति पहचानते हैं ।

06.71.27 बैंक के व्यवहार जानते हैं तथा सरल ब्याज ज्ञात करते हैं ।

06.71.28 चतुर्भुज की भुजाएँ तथा कोण पहचानते हैं ।

06.71.29 त्रिभुज के कुछ गुणधर्म बनाते हैं ।

06.71.30 एक चरांक वाले आसन समीकरणों के उदहरण हल करते हैं ।

06.71.31 विभाज्यता की कसौटियाँ बताते हैं ।

# विषय-सूची

## विभाग पहला

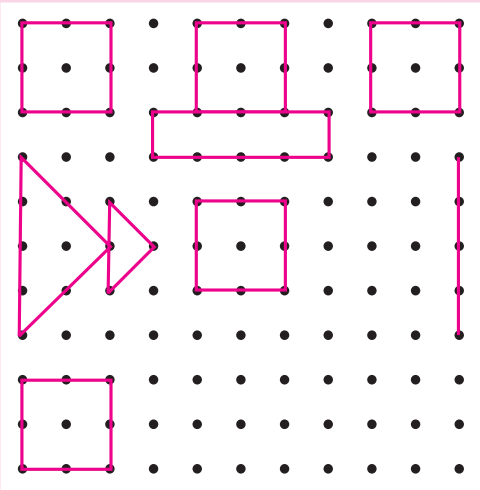
1. ज्यामिति की मूलभूत संकल्पनाएँ ........ 1 से 5
2. कोण ........ 6 से 11
3. पूर्णांक संख्याएँ ........ 12 से 20
4. भिन्नों पर की जानेवाली संक्रियाएँ ........ 21 से 28
5. दशमलव भिन्न ........ 29 से 34
6. स्तंभालेख ........ 35 से 39
7. सममिति ........ 40 से 42
8. विभाज्यता ........ 43 से 45
9. मसावि-लसावि ........ 46 से 50

## विभाग दूसरा

10. समीकरण ........ 51 से 55
11. अनुपात – भिन्नात्मक रूप ........ 56 से 60
12. प्रतिशतता ........ 61 से 64
13. लाभ-हानि ........ 65 से 72
14. बैंक तथा साधारण ब्याज ........ 73 से 76
15. त्रिभुज तथा त्रिभुज के गुणधर्म ........ 77 से 80
16. चतुर्भुज ........ 81 से 86
17. ज्यामितीय रचनाएँ ........ 87 से 92
18. त्रिविम आकार ........ 93 से 97
उत्तरमाला ........ 98 से 104

# 1 ज्यामिति की मूलभूत संकल्पनाएँ

## आओ, चर्चा करें



रंगोली पूर्ण करो । रंगोली पूर्ण हो जाने पर निम्नलिखित प्रश्नों की सहायता से कक्षा में चर्चा करो ।

(1) रंगोली बनाने के लिए पृष्ठभाग कैसा होना चाहिए ?

(2) रंगोली बनाते समय शुरुआत कैसे की गई ?

(3) रंगोली पूर्ण करने के लिए क्या-क्या किया गया ?

(4) रंगोली में तुम्हें कौन-कौन-सी आकृतियाँ दिखाई देती हैं ?

(5) क्या 'स्कूटर' अथवा 'हाथी की पीठ' पर रंगोली बनाई जा सकती है ?

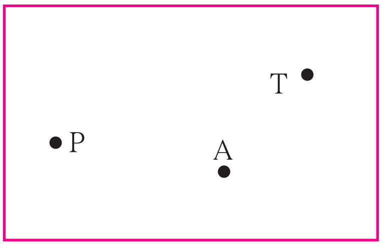
(6) कागज पर रंगोली बनाते समय बिंदियाँ किससे बनाते हैं ?

## आओ, समझें

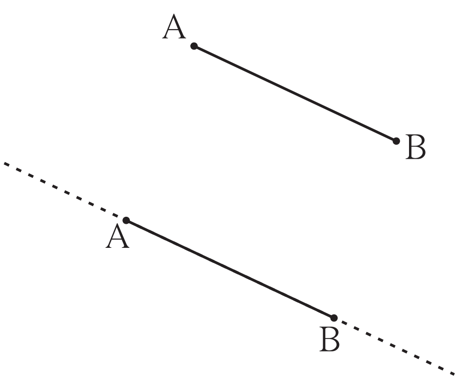
### बिंदु

बिंदु छोटी-सी बिंदी द्वारा दर्शाया जाता है । कलम अथवा नोकदार पेंसिल से कागज पर छोटी-सी बिंदी बनाई जा सकती है । रंगोली की बिंदियाँ बिंदुओं की प्रतीक हैं ।

बिंदु को नाम दिया जा सकता है । बिंदुओं के नाम लिखने के लिए अक्षरों का उपयोग करते हैं । संलग्न आकृति में बिंदु P, बिंदु A तथा बिंदु T दर्शाए गए हैं ।




### रेखाखंड तथा रेखा

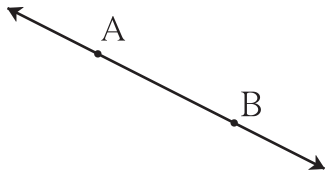


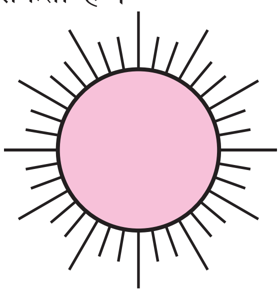

कागज पर दो बिंदु A तथा B लो और उन्हें मापनपट्टी की सहायता से जोड़ो । हमें एक सरल रेख AB मिलता है । क्या यह रेख B की ओर उससे आगे बढ़ाया जा सकता है ? क्या यह A की ओर भी उससे आगे बढ़ाया जा सकता है ? कितना बढ़ाया जा सकता है ?

यह रेख जितना कागज है, उतना दोनों दिशाओं में बढ़ाया जा सकता है ।

कागज बहुत बड़ा हो, तो वह भी बहुत बड़ा खींचा जा सकता है । मैदान पर कितना बड़ा रेख खींचा जा सकता है ?

हम यह कल्पना करें कि यह रेख दोनों दिशाओं में असीमित रूप से बढ़ाया जा सकता है । इस तरह बढ़ने वाले रेख को रेख न कहकर रेखा कहते हैं । इसे कागज पर असीमित दर्शाने के लिए इसके दोनों ओर तीर लगाते हैं । गणित में रेखा का तात्पर्य सरल रेखा से है । हमारा खींचा हुआ पहला रेख A से B तक ही था । यह रेख इस नई रेखा का एक टुकड़ा अर्थात **रेखाखंड** है । खंड का अर्थ है टुकड़ा । रेखाखंड पर उसकी सीमा दर्शाने वाले दो बिंदु होते है । इन्हें **अंतबिंदु** कहते हैं। रेखाखंड AB को संक्षेप में **रेख AB** लिखा जाता है । A तथा B इसके अंत्यबिंदु है । रेखा को एक छोटे अंग्रेजी अक्षर अथवा रेखा पर स्थित किन्हीं भी दो बिंदुओं की सहायता से दर्शाया जाता है । यहाँ रेखा $l$ दशाई गई है । इसका नाम रेखा PQ अथवा रेखा QP भी लिखा जा सकता है ।





## किरण

संलग्न चित्र देखो । क्या दिखाई देता है ? सूर्य से निकलने वाली किरणें सभी दिशाओं में आगे बढ़ती रहती हैं । टॉर्च की प्रकाशकिरणें भी एक स्थान से निकलकर आगे की दिशा में बढ़ती जाती हैं ।

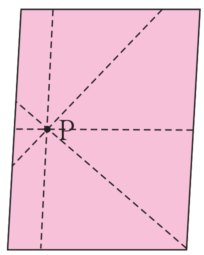
रेखा के उस भाग को भी किरण कहते हैं, जो एक बिंदु से शुरू होकर एक ही दिशा में आगे बढ़ती जाती है । किरण जिस बिंदु से शुरू होती है, उसे **आरंभबिंदु** कहते हैं । यहाँ संलग्न आकृति में बिंदु P आरंभबिंदु है । P से Q की दिशा में किरण असीमित है, यह दर्शाने के लिए तीर बनाई गई है । उस आकृति को **किरण PQ** कहते हैं ।

**किरण PQ को किरण QP नहीं कहा जा सकता ।**

**करो और देखो**

**कृति :** श्यामपट पर एक बिंदु बनाओ । अब प्रत्येक विद्यार्थी श्यामपट के पास जाकर उस बिंदु से होकर जानेवाली एक-एक रेखा खींचे। ऐसी कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?

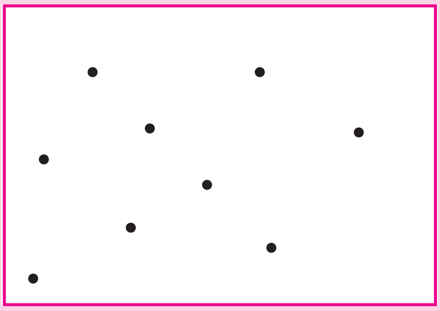
**कृति :** अपनी कापी के एक पृष्ठ पर एक बिंदु बनाकर उससे होकर जाने वाली रेखाएँ मापनपट्टी की सहायता से खींचो । ऐसी कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?




**एक बिंदु से होकर जानेवाली असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं ।**

जब दो से अधिक रेखाएँ एक ही बिंदु पर एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हैं, तो इन रेखाओं को **संगामी रेखाएँ** कहते हैं तथा इनके प्रतिच्छेदन बिंदु को **संगमनबिंदु** कहते हैं । ऊपर की आकृति में संगमनबिंदु कौन-सा है, उसका नाम लिखो ।

### बताओ तो !



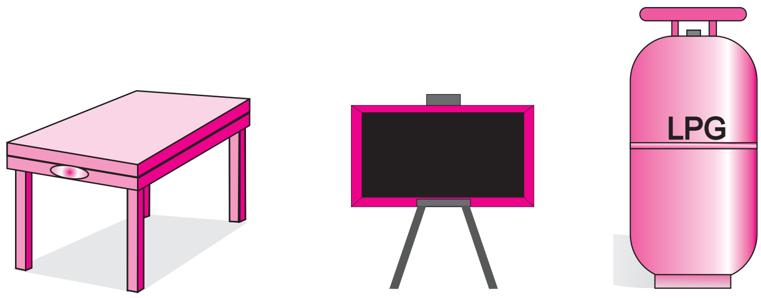
संलग्न आकृति में नौ बिंदु हैं । इन्हें नाम दो । इनमें के किन्हीं भी दो बिंदुओं से होकर कितनी रेखाएँ जाती हैं ?

**दो भिन्न -भिन्न बिंदुओं से होकर जानेवाली एक और केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है ।** इन नौ बिंदुओं में से कौन-से तीन अथवा अधिक बिंदु एक सीधी रेखा पर हैं ? **जो तीन अथवा अधिक बिंदु एक सीधी रेखा पर होते हैं, उन्हें संरेख बिंदु कहते हैं ।**

इन नौ बिंदुओं में से कौन-से तीन अथवा अधिक बिंदु एक सीधी रेखा पर नहीं हैं ?
**जो बिंदु एक सीधी रेखा पर नहीं होते, उन्हें असंरेख बिंदु कहते हैं ।**

### आओ, समझें

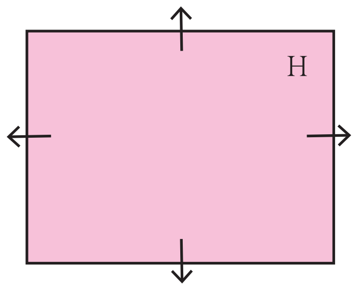
### प्रतल

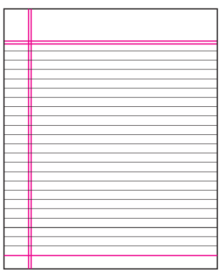



संलग्न चित्र की तीनों आकृतियों के पृष्ठभाग कैसे हैं ?

प्रथम दो आकृतियों के पृष्ठभाग समतल हैं । यह समतल पृष्ठभाग एक असीमित समतल पृष्ठ का भाग है । **ऐसे असीमित समतल पृष्ठ को गणित की भाषा में प्रतल कहते हैं ।**

संलग्न आकृति के प्रतल का नाम 'H' है । यहाँ प्रतल की आकृति सीमित दिखाई दे रही है, जबकि प्रतल चारों ओर असीमित होता है । प्रतल सभी दिशाओं में असीमित है, यह तीरों द्वारा दर्शाया जाता है । परंतु सुविधा की दृष्टि से प्राय: प्रतल की आकृति में तीर नहीं बनाए जाते ।



### समांतर रेखाएँ

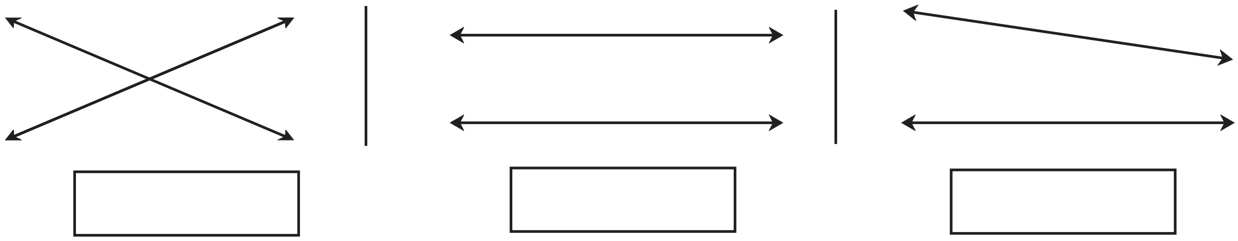
संलग्न चित्र की कापी का पृष्ठ देखो । क्या कापी का पृष्ठ प्रतल का भाग है?

यदि कापी के पृष्ठ के आड़े रेखाखंडों को दोनों ओर आगे बढ़ाएँ, तो क्या वे एक-दूसरे से मिलते हैं ?

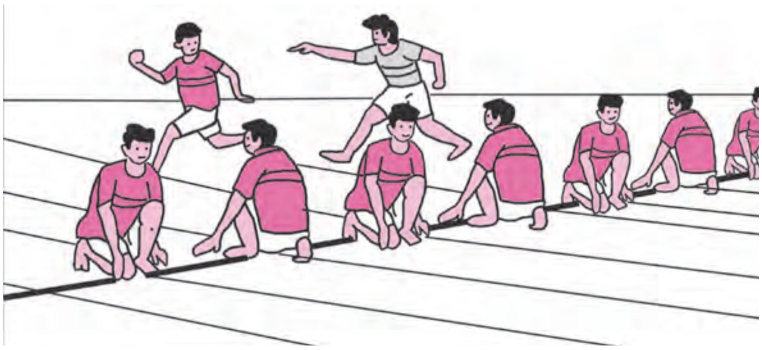
### यह मैंने समझा

**एक ही प्रतल में स्थित तथा एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित न करने वाली रेखाओं को समांतर रेखाएँ कहते हैं ।**

रेखाओं के नीचे की खाली चौखटों में 'प्रतिच्छेदित करनेवाली रेखाएँ' अथवा 'समांतर रेखाएँ' इनमें से सही विकल्प लिखो ।

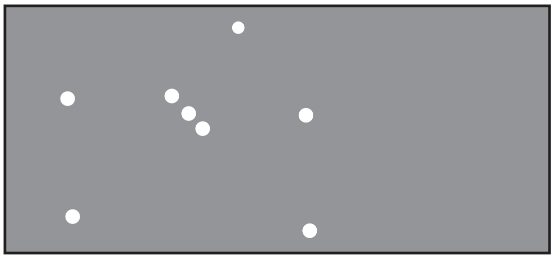


## गणित मेरा साथी : मैदान में, आकाश में ।



चित्र के खेल का निरीक्षण करो । इस खेल के संरेख तथा असंरेख खिलाड़ी, समांतर रेखाएँ तथा प्रतल ज्ञात करो ।

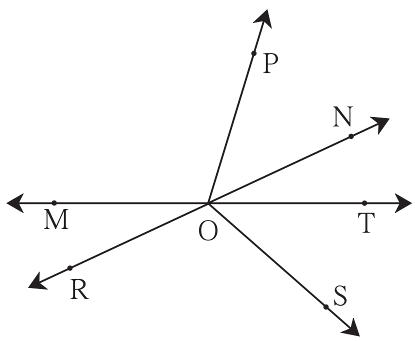
जनवरी में सायंकाल सात बजे के बाद आकाश में पूर्व की ओर मृग नक्षत्र दिखाई देता है । इसके बाद वह धीरे-धीरे आकाश में ऊपर जाता है । इस नक्षत्र में क्या तीन तारे एक सरल रेखा में दिखाई देते हैं ? उसी रेखा में कुल दूरी पर क्या कोई बड़ा तारा दिखाई देता है ?



## प्रश्नसंग्रह 1

1. संलग्न आकृति के आधार पर नाम लिखो ।

   (1) संरेख बिंदु
   (2) किरण
   (3) रेखाखंड
   (4) रेखा

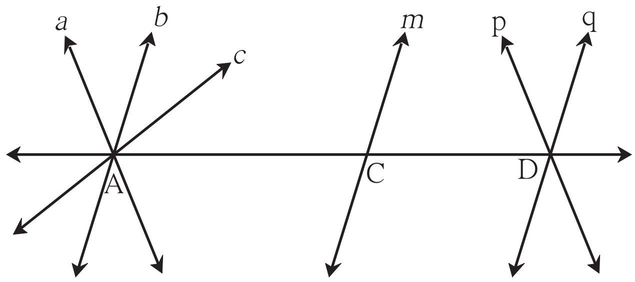


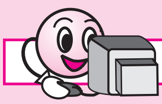

2. संलग्न रेखा के भिन्न-भिन्न नाम लिखो ।

3. जोड़ियाँ बनाओ

| समूह A | | समूह B |
|---|---|---|
| (i) | | (a) किरण |
| (ii) |  | (b) प्रतल |
| (iii) | | (c) रेखा |
| (iv) | | (d) रेखाखंड |

4. नीचे दी गई आकृति का निरीक्षण करो । उसकी समांतर रेखाओं, संगामी रेखाओं तथा संगमन बिंदुओं के नाम लिखो ।



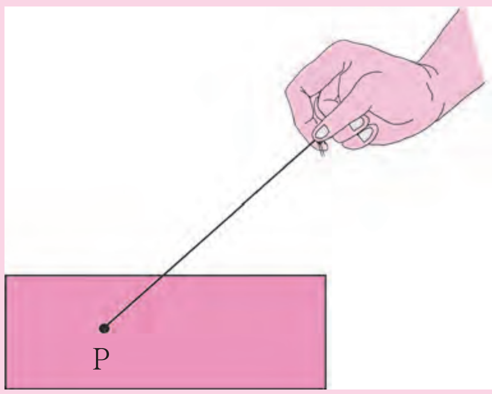



**ICT Tools or Links**

Geogebra सॉफ्टवेअर के tools का उपयोग करके भिन्न-भिन्न बिंदु, रेखाएँ तथा किरणें बनाओ । कभी न समाप्त होने वाली रेखाओं का अनुभव करो ।

**एक मनोरंजक खेल !**

एक समतल थर्मोकोल अथवा गत्ते का टुकड़ा तथा सूई-धागा लो । धागे के एक छोर पर एक बड़ी गाँठ लगाओ अथवा कोई बटन बाँधो । दूसरा छोर सूई में डालकर सूई को गत्ते के नीचे से उसमें खोंसकर ऊपर निकालो । जहाँ से धागा ऊपर आया है, उस बिंदु का P नाम लिखो । अब सूई निकाल दो और धागे का स्वतंत्र छोर तानकर पकड़ो । कौन-सी आकृति दिखाई देती है ? धागे का स्वतंत्र छोर धीरे-धीरे भिन्न-भिन्न दिशाओं में ले जाकर तानकर पकड़ो। बिंदु P से असंख्य रेखाएँ जाती हैं, इसका अनुभव करो ।

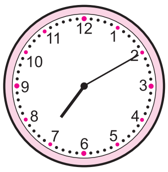


# 2 कोण

## आओ, थोड़ा याद करें

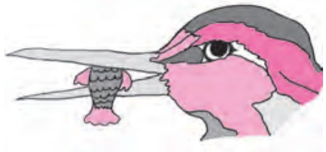
### कोण

नीचे दिए गए चित्रों में दिखाई देने वाले कोण देखो । इनके प्रकार पहचानकर चित्र के नीचे लिखो ।



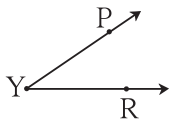
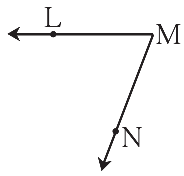
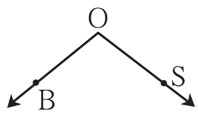

.............

.............

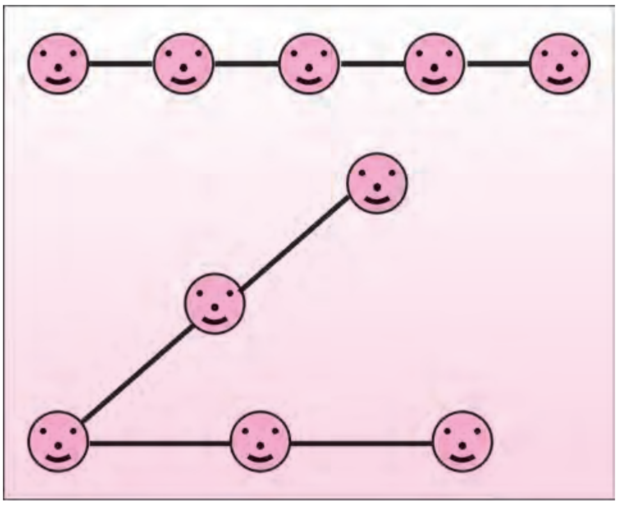


.............

नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो ।

| कोण |   |   |   |
|---|---|---|---|
| कोणों के नाम | | | |
| कोण के शीर्षबिंदु | | | |
| कोण की भुजाएँ | | | |

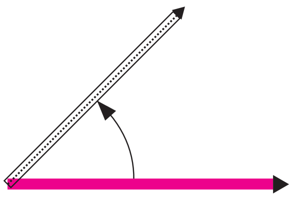
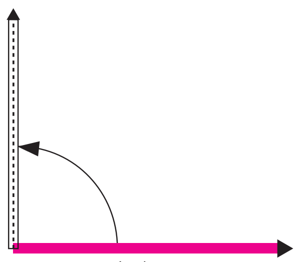
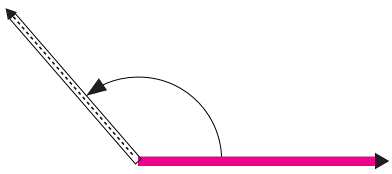
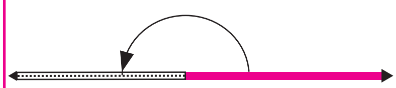
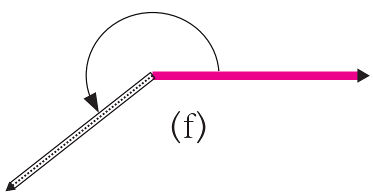
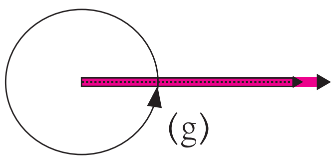
## करो और देखो

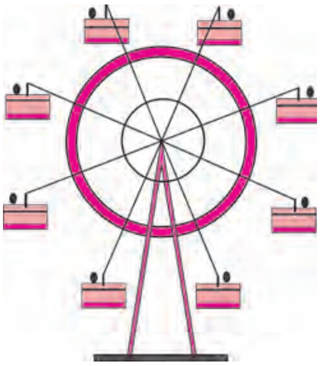
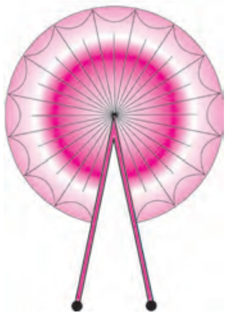
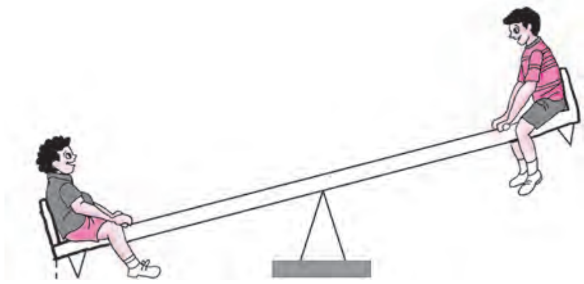


**कृति :** तीन अथवा अधिक विद्‌यार्थियों को एक सीधी रेखा में खड़ा करो । दो लंबी रस्सियाँ लो । बीचवाले विद्‌यार्थी के हाथ में दोनों रस्सियों का एक-एक छोर दो । दोनों ओर के विद्‌यार्थी रस्सियो की सहायता से सीधी रेखा में खड़े रहें, इसका ध्यान रखो । अब विद्‌यार्थियों को इस तरह पंक्तिबद्‌ध होकर घूमने के लिए कहो जिससे कि न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, सरलकोण, प्रतिवर्तीकोण तथा पूर्णकोण ये आकृतियाँ तैयार हो सकें । यह देखने के लिए कि विद्‌यार्थी सीधी रेखा में हैं, रस्सी तनी हुई होनी चाहिए ।

## करो और देखो

दो भिन्न-भिन्न रंगों की तीलियों की सहायता से ($a$) से (g) तक के कोणों की रचना का अनुभव लो ।

| | |
|---|---|
| ($a$) | आकृति ($a$) में दोनों तीलियाँ एक-दूसरे पर स्थिर होने के कारण इनके मूल स्थिति में कोई भी परिवर्तन नहीं हुआ है । इस स्थिति में तीलियों के बीच बनने वाले कोण को **शून्य कोण** कहते हैं । शून्य कोण की माप को $0^\circ$ लिखते हैं । |
|  (b) | अब एक रंग की तीली स्थिर रखकर दूसरी तीली आकृति में दर्शाए अनुसार घुमाओ ।<br>आकृति (b) में बना हुआ कोण ......... है ।<br>$0^\circ$ से अधिक परंतु $90^\circ$ से कम मापवाले कोण को .... कहते हैं । |
|  (c) | आकृति (c) में बना हुआ कोण ......... है ।<br>$90^\circ$ के कोण को ......... कहते हैं । |
|  (d) | आकृति (d) में बना हुआ कोण ......... है ।<br>$90^\circ$ से अधिक परंतु $180^\circ$ से कम मापवाले कोण को ......... कहते हैं । |
|  (e) | आकृति (d) में दर्शाए अनुसार तीली को और आगे घुमाने पर आकृति (e) की स्थिति प्राप्त होती है । ऐसी स्थिति के कोण को **सरलकोण** कहते हैं । सरलकोण की माप $180^\circ$ होती है । |
|  (f) | आकृति (e) में दर्शाए अनुसार तीली को पुन: आगे घुमाने पर आकृति (f) का कोण प्राप्त होता है । यह कोण $180^\circ$ से अधिक है । ऐसे कोण को **प्रतिवर्तीकोण** कहते हैं । प्रतिवर्तीकोण की माप $180^\circ$ से अधिक तथा $360^\circ$ से कम होती है । |
|  (g) | आकृति (f) की तीली को आगे घुमाने पर वह एक चक्कर पूर्ण करके आकृति (g) के अनुसार पुन: अपनी मूल स्थिति में आ जाती है । सरलकोण तक $180^\circ$ तथा सरलकोण के बाद $180^\circ$ इस प्रकार कुल $360^\circ$ तीली घूम चुकी है । इस प्रकार बनने वाले कोण को **पूर्णकोण** कहते हैं । पूर्णकोण की माप $360^\circ$ होती है । |

ऊपर बने चित्र देखो और कोणों के प्रकार पहचानो ।

## प्रश्नसंग्रह 2

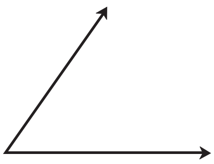
1. जोड़ियाँ बनाओ ।

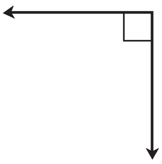
| **कोण की माप** | **कोण का प्रकार** |
|---|---|
| (1) 180° | (a) शून्यकोण |
| (2) 240° | (b) सरलकोण |
| (3) 360° | (c) प्रतिवर्तीकोण |
| (4) 0° | (d) पूर्णकोण |

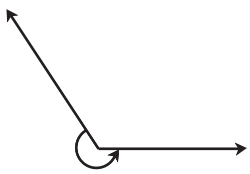
2. नीचे कोणों की मापें दी गई हैं ।
   इस आधार पर प्रत्येक कोण का प्रकार लिखो ।

| | |
|---|---|
| (1) 75° | (2) 0° |
| (3) 215° | (4) 360° |
| (5) 180° | (6) 120° |
| (7) 148° | (8) 90° |

3. नीचे बनी आकृतियाँ देखो तथा कोणों के प्रकार लिखो ।


(*a*)


(b)


(c)

(d)

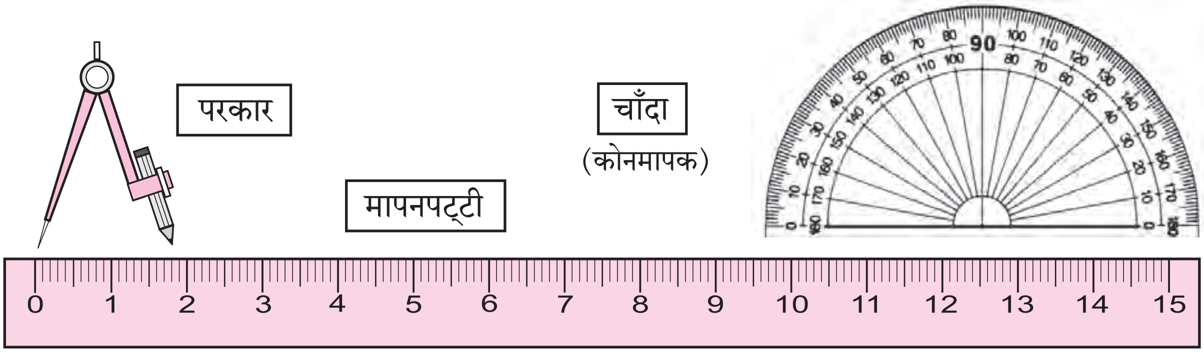

(e)

(f)

4. चाँदे (कोणमापक) की सहायता से न्यूनकोण, समकोण तथा अधिककोण की रचना करो ।

## थोड़ा याद करें

### कंपासबॉक्स के साधनों का परिचय तथा उपयोग

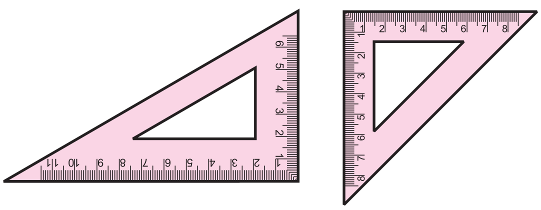



ऊपर के साधनों का उपयोग किस काम के लिए करना है, यह हम जानते हैं ।

## आओ, समझें

कंपासबॉक्स में और भी दो प्रकार के साधन होते हैं । देखो, इनका उपयोग कैसे करते हैं ।

### गोनिया



कंपासबॉक्स की गोनिए देखो । गोनिए के कोणों की जाँच करो इनका उपयोग $90^\circ$, $30^\circ$, $60^\circ$ तथा $45^\circ$ के कोण बनाने के लिए होता है । यह अनुभव प्राप्त करो ।

### विभाजक (डिवाइडर)

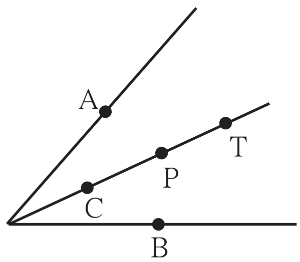
आकृति में दर्शाए गए साधन को विभाजक कहते हैं । दो बिंदुओं के बीच की दूरी मापने के लिए विभाजक का उपयोग करते हैं । इसके लिए साथ में मापनपट्टी का भी उपयोग करना पड़ता है ।

## करो और देखो

### कोण का समद्विभाजक

एक आरेखन कागज लो । आरेखन कागज पर किसी भी माप का एक कोण बनाओ । कागज को इस तरह मोड़ो कि कोण की दोनों भुजाएँ एक-दूसरे पर आ जाएँ । इस मोड़ से क्या होता है ? निरीक्षण करो । इस प्रकार बने मोड़ से कोण के दो समान भाग होते हैं । इस मोड़ का अर्थ है, इस कोण का **समद्विभाजक** ।

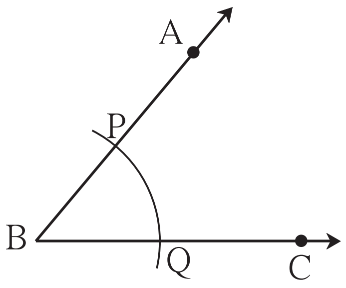
शीर्षबिंदु से कोण की भुजाओं पर समान दूरी पर बिंदु A तथा बिंदु B लो। अब कोण के समद्विभाजक पर बिंदु C, P तथा T लो । प्रत्येक बिंदु से बिंदु A तथा बिंदू B की दूरी मापो । इससे यह अनुभव करो कि कोण के समद्विभाजक पर स्थित प्रत्येक बिंदु A तथा B से समान दूरी पर है ।



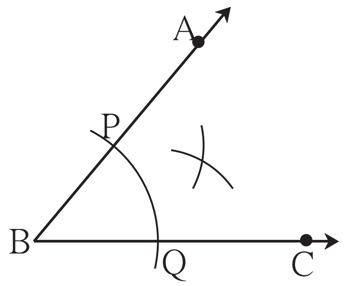
अब यह देखो कि कंपासबॉक्स के साधनों का उपयोग करके ज्यामितीय रचनाएँ कैसे की जाती हैं ।

## (1) परकार की सहायता से कोण के समद्विभाजक की रचना करना

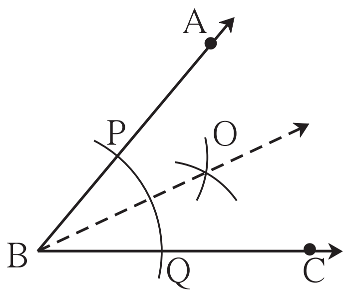
**उदा.** कोई भी एक कोण, कोण ABC बनाओ । इस कोण का समद्विभाजक खींचो ।




- किसी भी माप का ∠ABC बनाओ ।
- परकार की भुजाओं के बीच सुविधाजनक दूरी लेकर उसकी नोक बिंदु B पर रखो । किरण BA तथा किरण BC को प्रतिच्छेदित करनेवाला एक चाप खींचो । प्रतिच्छेदन बिंदुओं को P तथा Q नाम दो ।




- अब परकार में पर्याप्त दूरी लेकर परकार की नोक बिंदु P पर रखो और कोण के अंतर्भाग में एक चाप बनाओ । इसके बाद परकार में वही दूरी रखते हुए उसकी नोक बिंदु Q पर रखो और पहलेवाले चाप को प्रतिच्छेदित करनेवाला दूसरा चाप बनाओ ।

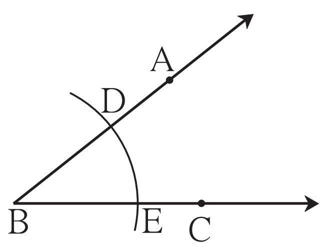



- दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु को O नाम दो । किरण BO खींचो । किरण BO कोण ∠ABC का समद्विभाजक है ।
  चाँदे की सहायता से ∠ABO तथा ∠CBO की माप ज्ञात करो ।
- क्या ये दोनों कोण समान माप के हैं ?

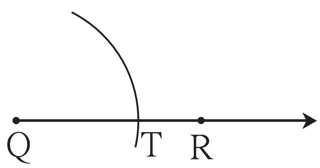
## (2) परकार तथा मापनपट्टी की सहायता से दिए गए कोण की माप के बराबर दूसरा कोण बनाना

**उदा.** संलग्न आकृति में दिया गया ∠ABC देखा ।

∠ABC की माप का ∠PQR बनाओ ।

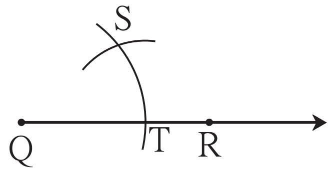



- किरण QR खींचो ।
- परकार में सुविधाजनक दूरी लो ।
- परकार की नोक ∠ABC के शीर्षबिंदु B पर रखो और किरण BA तथा किरण BC को प्रतिच्छेदित करने वाला चाप खींचो । प्रतिच्छेदन बिंदुओं को D तथा E नाम दो ।
- परकार में वही दूरी रखते हुए कंपास की नोक किरण QR के बिंदु Q पर रखो और एक चाप खींचो । यह चाप किरण QR को जिस बिंदु पर प्रतिच्छेदित करे उस बिंदु को T नाम दो ।



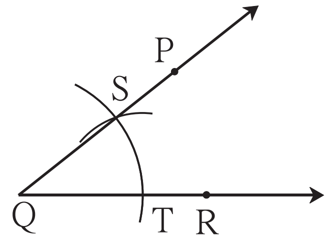

- अब परकार की नोक बिंदु E पर रखकर परकार में इतनी दूरी लो कि उसकी पेंसिल की नोक बिंदु D पर पड़े ।

- अब दूरी न बदलते हुए कंपास की नोंक बिंदु T पर रखो और पहले खींचे हुए चाप को प्रतिच्छेदित करने वाला दूसरा चाप खींचो । दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु का नाम S रखो ।




- किरण QS खींचो । इस किरण पर आकृति में दर्शाए अनुसार बिंदु P लो ।

- इस प्रकार बनाया गया $\angle PQR$ , $\angle ABC$ की माप के बराबर मापवाला है । चाँदे की सहायता से इसकी जाँच करो ।




### करो और देखो

**(1) कोण के समद्विभाजक की रचना करके 30° मापवाला एक कोण बनाओ ।**
सर्वप्रथम 60° माप का $\angle ABC$ बनाओ । परकार तथा मापनपट्टी की सहायता से $\angle ABC$ को समद्विभाजित करो । इस प्रकार प्राप्त प्रत्येक कोण का माप कितना है, यह चाँदे से मापकर देखो ।

**(2) कोण समद्विभाजक की रचना करके 45° मापवाला कोण बनाओ ।**
एक - दूसरे को प्रतिच्छेदित करने वाली दो लंब रेखाएँ खींचो और कोण के समद्विभाजक की रचना करके 45° मापवाला कोण प्राप्त करो ।

## प्रश्नसंग्रह 3

✸ कंपासबॉक्स के सही साधनों का उपयोग करके नीचे दिए गए मापवाले कोणों की रचना करो । परकार तथा मापनपट्टी की सहायता से इन कोणों को समद्विभाजित करो ।

(1) 50°  (2) 115°  (3) 80°  (4) 90°

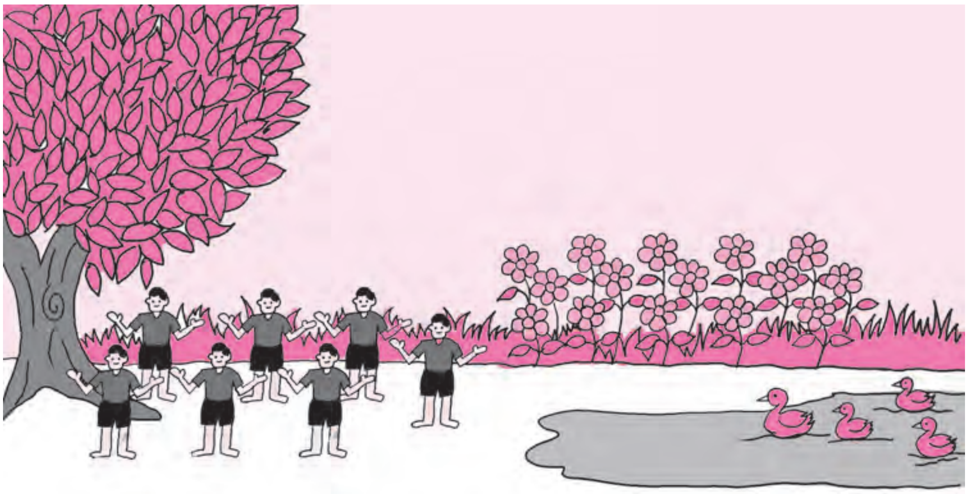
### ICT Tools or Links

Geogebra सॉफ्टवेयर के विभिन्न tools का उपयोग करके भिन्न-भिन्न कोणों की आकृतियाँ खींचो । इनकी मापों में move option के उपयोग से होनेवाले परिवर्तन का अनुभव लो ।

# 3 पूर्णांक संख्याएँ

BNGCI3

## थोड़ा याद करें



चित्र में कितनी बत्तखें, कितने लड़के और कितने फूल हैं, गिनो । कितनी वस्तुएँ हैं, इसका उत्तर प्राप्त करने के लिए वस्तुएँ गिननी पड़ती हैं । प्राकृतिक वस्तुएँ गिनने की आवश्यकता से संख्याओं का जन्म हुआ । वस्तुओं की गिनती हम संख्या के रूप में लिखते हैं ।

## आओ, चर्चा करें

**बड़ा भाई :** वस्तुएँ गिनने के लिए उपयोग में लाई जानेवाली 1, 2, 3, 4,... जैसी संख्याओं को **गणन संख्या** कहते हैं । गणन संख्या को **प्राकृत संख्या** भी कहते हैं । परंतु क्या हम आकाश के तारे और समुद्र के किनारे की बालू के कण भी गिन सकते हैं ? ऐसी वस्तुएँ असंख्य होती हैं और इसके अनुसार ही प्राकृत संख्याएँ भी असंख्य होती हैं । इनकी सूची देखो ।

**प्राकृत संख्याएँ :** 1, 2, 3, 4, ..., 321, 322, ..., 28573,....

**समीर :** हम पहले ही इन प्राकृत संख्याओं का जोड़, घटाव सीख चुके हैं । परंतु 5 में से 5 घटाने पर कुछ भी शेष नहीं बचता । इसके लिए हम शून्य लिखते हैं, जो यहाँ दिखाई नहीं दे रहा है ।

**बड़ा भाई :** इसे तो होना ही चाहिए । **शून्य और सभी प्राकृत संख्याएँ मिलाकर जो संख्यासमूह बनता है, उसे पूर्ण संख्या समूह कहते हैं ।**

**पूर्ण संख्याएँ :** 0, 1, 2, 3, 4, ...., 367, 368, ....., 237105,...

**बड़ा भाई :** ऐसी भी संख्याएँ हैं, जो इस पूर्ण संख्यासमूह में नहीं हैं, परंतु व्यवहार में हम उनका उपयोग करते हैं ।

**सलमा :** वे कौन-सी संख्याएँ हैं ?

**बड़ा भाई :** उदाहरण से जानें । महाराष्ट्र में शीतकाल में तापमान 10 $^{\circ}$C (दस अंश सेल्सिअस) अथवा 8$^{\circ}$C तक नीचे चला जाता है, परंतु यह कभी 0 $^{\circ}$C तक नीचे नहीं जाता । कश्मीर में तापमान

कभी-कभी $0^{\circ}C$ से भी नीचे चला जाता है । इसका अर्थ है, ऐसी भी संख्याएँ होती हैं, जो शून्य से भी छोटी होती हैं । इन्हें दर्शाने के लिए 0 से छोटे संख्यांओं की आवश्यकता प्रतीत होती है ।

**समीर :** जनवरी में समाचारपत्र में आया था कि कश्मीर में बर्फ गिरी और श्रीनगर का तापमान $-8\ ^{\circ}C$ हो गया । यह तापमान कैसे पढ़ते हैं ?

**बड़ा भाई :** इसे 'ऋण आठ अंश सेल्सिअस' पढ़ते हैं । संख्यांक के पहले (–) चिह्न लगाने पर प्राप्त संख्या 0 से छोटी होती है और इसे **ऋणात्मक संख्या** कहते हैं । तापमापी पर 0 के ऊपर क्रमश: 1, 2, 3,... ऐसी बढ़ती जाती संख्याएँ होती हैं । इन्हें **धनात्मक संख्या** कहते हैं । 0 के नीचे क्रमश: –1, –2, –3,... ऐसी संख्याएँ होती हैं ।

**समीर :** क्या संख्यारेखा पर ऋणात्मक संख्याएँ दर्शाई जा सकती हैं ?

**बड़ा भाई :** हाँ, शून्य के दाईं ओर इकाई अंतर पर क्रमश: 1, 2, 3,... ये धनात्मक संख्याएँ होती हैं । इसी प्रकार शून्य के बाईं ओर इकाई अंतर पर क्रमश: 1, 2, 3,... ये ऋणात्मक संख्याएँ होती हैं । धनात्मक संख्याएँ इस तरह भी लिखी जा सकती हैं : +1, +2, +3,...

**सलमा :** तापमापी में धनात्मक संख्याएँ शून्य के ऊपर जबकि ऋणात्मक संख्याएँ शून्य के नीचे होती हैं । इसी तरह संख्यारेखा पर धनात्मक संख्याएँ शून्य की दाईं ओर और ऋणात्मक संख्याएँ शून्य की बाईं ओर होती हैं । क्या शून्य के सापेक्ष धनात्मक तथा ऋणात्मक संख्याएँ परस्पर विपरीत दिशाओं में होती हैं ?

**बड़ा भाई :** बिल्कुल ठीक !

**समीर :** तब तो समुद्र सतह से पहाड़ की ऊँचाई धनात्मक संख्या द्‌वारा और समुद्रतल की गहराई ऋणात्मक संख्या द्‌वारा दर्शाई जानी चाहिए । क्या यह सही है?

**बड़ा भाई :** तुम भी ठीक कह रहे हो ! शाबाश !

**ध्यान दो !**

व्यवहार में धनात्मक संख्या के संख्यांक के पहले '+' चिह्न नहीं लगाया जाता, परंतु ऋणात्मक संख्या में संख्यांक के पहले '–' चिह्न लगाना ही पड़ता है । शून्य न तो धनात्मक है और न ऋणात्मक ; इसलिए इसमें कोई भी चिह्न नहीं होता ।

**करो और देखो**

एक बरतन में गरम पानी, दूसरे बरतन में बर्फ का चूर्ण और तीसरे बरतन में बर्फ के चूर्ण तथा नमक का मिश्रण लो । एक तापमापी लेकर शिक्षक की सहायता से तीनों बरतनों के पदार्थों के तापमान ज्ञात करो और उसे लिख लो ।

गरम पानी    बर्फ का चूर्ण    बर्फ का चूर्ण और नमक

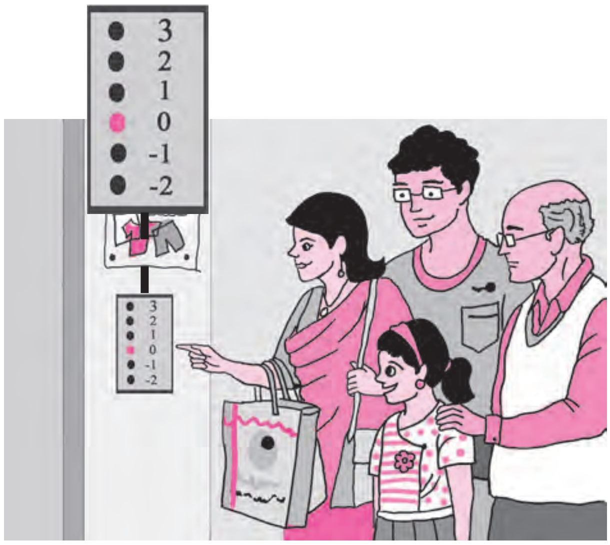
**आओ, समझें**

## पूर्णांक संख्याएँ

**धनात्मक संख्याओं, शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं को मिलाकर संख्याओं का जो समूह बनता है, उसे 'पूर्णांक संख्यासमूह' कहते हैं ।**

**गणित मेरा साथी : मेले में, लिफ्ट में**

ऊपर कुल्फीवाले का चित्र देखो ।
कुल्फीवाला बर्फ तथा नमक के मिश्रण में कुल्फी का साँचा क्यों रखता है ?




लिफ्ट में लगी बटनों को इस प्रकार क्रमांक दिए होते हैं – तल मंजिल के लिए 0 (शून्य), और तल मंजिल के नीचे की मंजिलों के लिए −1, −2

**आओ, समझें**

## संख्यारेखा पर पूर्णांक संख्याएँ दर्शाना

संख्यारेखा पर जिस बिंदु के साथ संख्या 0 दर्शाई जाती है, उस बिंदु को आरंभबिंदु कहते हैं । 0 की दाईं और बाईं ओर समान दूरी पर बिंदु दर्शाए जाते हैं । दाईं ओर के बिंदुओं द्वारा दर्शाई गई संख्याएँ धनात्मक तथा बाईं ओर के बिंदुओं द्वारा दर्शाई गई संख्याएँ ऋणात्मक मानी जाती हैं ।

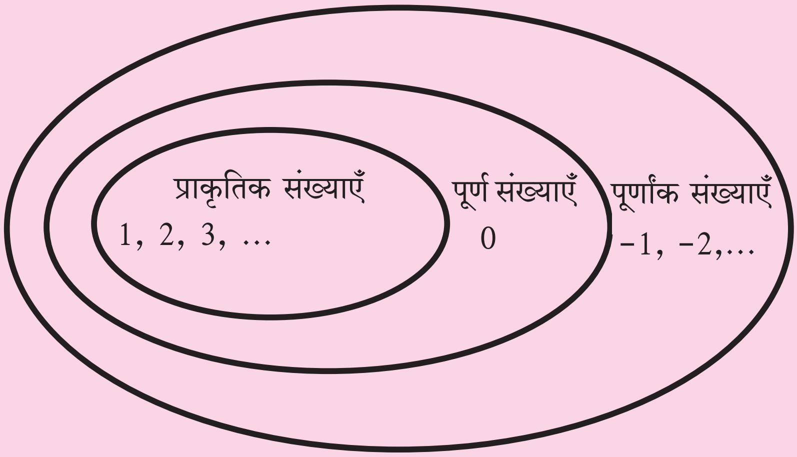
−6  −5  −4  −3  −2  −1  0  +1  +2  +3  +4  +5  +6  +7

ऋणात्मक संख्याएँ    आरंभबिंदु    धनात्मक संख्याएँ

**उदा.** संख्यारेखा पर −7 तथा +8 संख्याएँ दर्शाओ ।

−7  −6  −5  −4  −3  −2  −1  0  +1  +2  +3  +4  +5  +6  +7  +8

**यह मैंने समझा !**




मेरी छठी कक्षा मेरे विद्‌यालय का भाग है । मेरा विद्‌यालय मेरे गाँव में है । मेरा गाँव तहसील का एक भाग है । इसी प्रकार तहसील जिले का और जिला महाराष्ट्र राज्य का एक भाग है ।

इसी तरह इन संख्यासमूहों के विषय में क्या कहा जा सकता है ?

## प्रश्नसंग्रह 4

1. निम्नलिखित संख्याओं का ऋणात्मक तथा धनात्मक संख्याओं में वर्गीकरण करो ।
   -5, +4, -2, 7, +26, -49, -37, 19, -25, +8, 5, -4, -12, 27
2. नीचे कुछ शहरों के तापमान दिए गए हैं । चिह्नों का उपयोग करके उनका लेखन करो ।

| स्थान | शिमला | लेह | दिल्ली | नागपुर |
|---|---|---|---|---|
| **तापमान** | 0° के नीचे 7 °C | 0° के नीचे 12 °C | 0° के ऊपर 22 °C | 0° के ऊपर 31 °C |

3. निम्नलिखित उदाहरणों (कथनों) की संख्याएँ चिह्नों का उपयोग करके लिखो ।
   (1) एक पनडुब्बी समुद्रसतह से 512 मीटर की गहराई पर है ।
   (2) हिमालय की सबसे ऊँची चोटी माऊंट एवरेस्ट की ऊँचाई समुद्रसतह से 8848 मीटर है ।
   (3) जमीन से 120 मीटर की दूरी पर उड़ने वाली पतंग ।
   (4) एक सुरंग जमीन के नीचे 2 मीटर की गहराई पर है ।

### गणित मेरा साथी : मैदान में

- मैदान में सन् 2000 ई. से 2024 ई. तक के वर्ष दर्शाने वाली कालरेखा तैयार करो । एक विद्‌यार्थी को वर्तमान वर्ष पर खड़ा करके निम्नलिखित प्रश्न पूछो ।
  (1) खेलते समय उसकी आयु कितनी है ?
  (2) 5 वर्ष पहले कौन-सा वर्ष था तथा उसकी आयु कितनी थी ?
  (3) विद्‌यार्थी दसवीं में किस वर्ष जाएगा और उस समय उसकी आयु कितनी होगी ?

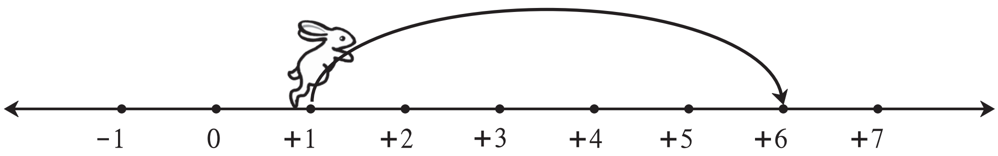
ऐसे प्रश्नों के उत्तर विद्‌यार्थियों को कालरेखा पर उचित दिशा तथा उचित इकाई द्‌वारा प्राप्त करना चाहिए।

- मैदान में कालरेखा बनाते समय 100 वर्षों की इकाई लो । इस रेखा पर वर्षों का अंकन इस प्रकार करो कि 0 वर्ष से लेकर सन् 2100 ई तक कालमापन किया जा सके । इतिहास की महत्वपूर्ण घटनाएँ संबंधित शताब्दियों में दर्शाओ ।

## पूर्णांक संख्याओं का जोड़

संख्यारेखा पर दाईं ओर खरगोश की कूद को धनात्मक संख्याओं द्‌वारा और बाईं ओर की कूद को ऋणात्मक संख्याओं द्‌वारा दर्शाओ ।

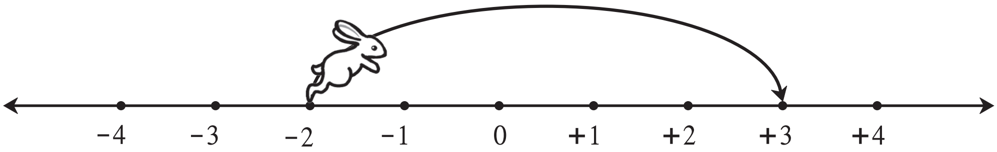
**कृति :**




- आरंभ में खरगोश संख्या ____ पर था ।
- वह ____ इकाई दाईं ओर कूदा ।
- अब वह संख्या ____ पर पहुँच गया ।

$$1 + 5 = (+1) + (+5) = +6$$

**कृति :**



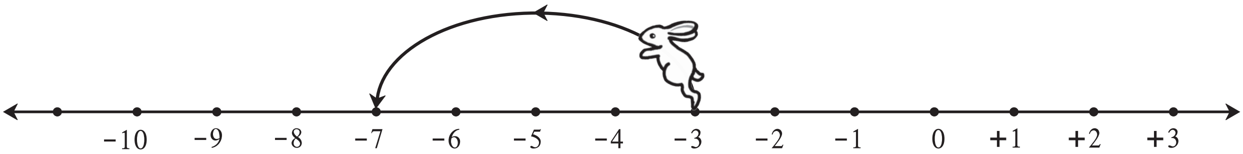

- आरंभ मे खरगोश संख्या ____ पर था ।
- वह ____ इकाई दाईं ओर कूदा ।
- अब वह संख्या ____ पर पहुँच गया ।

$$(-2) + (+5) = +3$$

**यह मैंने समझा**

**किसी भी संख्या में कोई धनात्मक संख्या जोड़ने का अर्थ है, संख्यारेखा पर उस संख्या से उतनी इकाई दाईं ओर जाना अथवा उतनी इकाई आगे जाना ।**

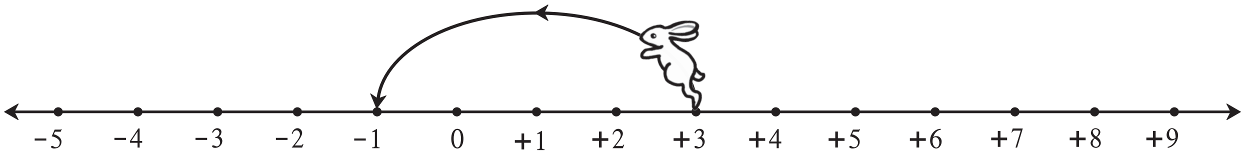
**कृति :**




- आरंभ में खरगोश संख्या ____ पर था ।
- वह ____ इकाई बाईं ओर कूदा ।
- अब वह संख्या ____ पर पहुँच गया ।

$$(-3) + (-4) = -7$$

कृति :




- आरंभ में खरगोश संख्या ____ पर था ।
- वह ____ इकाई बाईं ओर कूदा ।
- अब वह संख्या ____ पर पहुँच गया ।

$$(+3) + (-4) = -1$$

**यह मैंने समझा**

**किसी भी संख्या में कोई ऋणात्मक संख्या जोड़ने का अर्थ है, संख्यारेखा पर उस संख्या से उतनी इकाई बाईं ओर जाना अथवा उतनी इकाई पीछे जाना अर्थात घटाना ।**

**आओ, समझें**

आओ, इस पूर्णांक संख्याओं का जोड़ तथा घटाव प्राप्त धनराशि तथा खर्च की गई धनराशि की सहायता से समझें ।

**बड़ा भाई :** जो धनराशि हमारे पास है अथवा जो धनराशि हमें प्राप्त हुई है, उसे धनात्मक संख्या द्‌वारा दर्शाना चाहिए । कर्ज ली गई अथवा खर्च की गई धनराशि को ऋणात्मक संख्या द्‌वारा दर्शाना चाहिए ।

**अनिल :** मेरे पास 5 रुपये हैं, अर्थात +5 की संख्या है । माँ ने मुझे 3 रुपये और दिए । यह संख्या +3 है । अब मेरे पास कुल 8 रुपये हुए ।

$5 + 3 = (+5) + (+3) = +8$

**बड़ा भाई :** धनात्मक संख्याओं का जोड़ तुम जानते हो । अब हम ऋणात्मक संख्याओं पर भी विचार करें । सुनीता, तुम्हें मैंने कलम खरीदने के लिए 5 रुपये उधार दिए, तो तुम इसे कैसे दर्शाओगी ?

**सुनीता :** कर्ज ली गई यह धनराशि मैं ऋण पाँच अर्थात − 5 लिखकर दर्शाऊँगी ।

**बड़ा भाई :** मैंने तुम्हें और 3 रुपये उधार दिए, तो अब तुम्हारे ऊपर कुल कितना कर्ज (ऋण) हो गया ?

**सुनीता :** $(-5) + (-3) = -8$ अर्थात कुल आठ रुपये कर्ज (ऋण) हो गया ।

**बड़ा भाई :** तुम्हारे ऊपर 8 रुपये का कर्ज है । तुम्हें माँ ने 2 रुपये खर्च के लिए दिए, अर्थात तुम्हें + 2 रुपये प्राप्त हुए । अब तुमने पहले जो कर्ज लिए थे, उसमें से 2 रुपये का कर्ज वापस किए, तो अब तुम्हारे ऊपर कितने रुपये का कर्ज रह गया है ?

**सुनीता :** $(-8) + (+2) = -6$ अर्थात मुझे अभी भी 6 रुपये का कर्ज लौटाना है ।

**बड़ा भाई :** अनिल, तुम्हारे पास अपने 8 रुपये हैं, अर्थात +8 रुपये हैं । इनमें से तुमने 3 रुपये पेंसिल खरीदने में खर्च कर दिए, तो अब तुम्हारे पास कितने रुपये बचे हैं ?

**अनिल :** $(+8) + (-3) = +5$ ।

**बड़ा भाई :** यहाँ हमने यह देखा कि प्राप्त की गई और खर्च की गई धनराशियों पर विचार करके पूर्णांक संख्याओं को कैसे जोड़ना है ।

**उदाहरणार्थ,** $(+5) + (+3) = +8$ और $(-5) + (-3) = -8$

$(-8) + (+2) = -6$ और $(+8) + (-3) = +5$

**यह मैंने समझा**

- **समान चिह्नवाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय चिह्न पर विचार न करते हुए संख्याओं का योग करना चाहिए तथा प्राप्त योगफल के पहले वही समान चिह्न लगाना चाहिए ।**
- **असमान चिह्नवाली दो पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय चिह्न पर विचार न करते हुए प्राप्त बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटानी चाहिए तथा आनेवाले शेषफल के पहले इस बड़ी संख्या के पहले लगा चिह्न लगाना चाहिए ।**

## प्रश्नसंग्रह 5

1. जोड़ो ।

(1) $8 + 6$

(2) $9 + (-3)$

(3) $5 + (-6)$

(4) $-7 + 2$

(5) $-8 + 0$

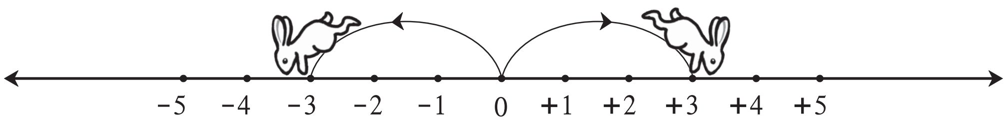
(6) $-5 + (-2)$

2. नीचे दी गईं सारणी पूर्ण करो ।

| + | 8 | 4 | -3 | -5 |
|---|---|---|---|---|
| -2 | $-2 + 8 = +6$ | | | |
| 6 | | | | |
| 0 | | | | |
| -4 | | | | |

**आओ, समझें**

## विपरीत संख्याएँ




खरगोश जब 0 से दाईं ओर 3 इकाई फुदकता है, तब वह संख्या +3 पर जाता है और जब वह 0 से बाईं ओर 3 इकाई फुदकता है, तब वह संख्या -3 पर जाता है ।

0 से दोनों दूरियाँ समान हैं । केवल फुदकने की दिशाएँ एक-दूसरे की विपरीत हैं । अर्थात +3 और -3 परस्पर विपरीत संख्याएँ हैं ।

**संख्यारेखा पर विपरीत संख्याएँ शून्य से समान दूरी पर और विपरीत दिशाओं में होती हैं ।**

चित्र में यदि खरगोश 0 से बाईं ओर 5 इकाई फुदके, तो वह कहाँ पहुँचेगा ?

अब यदि खरगोश -5 से दाईं ओर 5 इकाई फुदके, तो वह कहाँ पहुँचेगा ?

$(-5) + (+5) = 0$ अब $(+5) + (-5) = ?$

**दो विपरीत संख्याओं का योगफल शून्य होता है ।**

## प्रश्नसंग्रह 6

✱ निम्नलिखित संख्याओं की विपरीत संख्याएँ लिखो ।

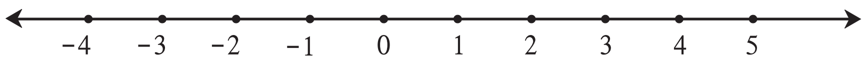
| संख्याएँ | 47 | +52 | −33 | −84 | −21 | +16 | −26 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| विपरीत संख्याएँ | | | | | | | | |

**आओ, समझें**

### पूर्णांक संख्याओं का छोटा-बड़ा होना

संख्यारेखा पर किसी भी संख्या में 1 मिलाने पर उसके ठीक बाद आने वाली दाईं ओर की संख्या प्राप्त होती है । इसकी जानकारी हमें पहले हो चुकी है । ऋणात्मक संख्याओं के विषय में भी यह अनुभव करो ।

जैसे, $-4 + 1 = -3$




$-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5.$

अब हम धनात्मक संख्याओं, शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं पर विचार करते हुए उनका परस्पर छोटा-बड़ा होना निर्धारित कर सकते हैं ।

जैसे, $4 \boxed{>} -3$ $\quad 4 \boxed{>} 3$ $\quad 0 \boxed{>} -1$ $\quad -2 \boxed{>} -3$ $\quad -12 \boxed{<} 7$

**यह मैंने समझा**

**संख्यारेखा पर प्रत्येक संख्या अपने ठीक पहले आने वाली बाईं ओर की संख्या 1 से बड़ी होती है ।**

## प्रश्नसंग्रह 7

✱ नीचे की चौखटों में >, <, = में से सही चिह्न लगाओ ।

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) −4 ☐ 5 | (2) 8 ☐ − 10 | (3) + 9 ☐ + 9 | (4) −6 ☐ 0 |
| (5) 7 ☐ 4 | (6) 3 ☐ 0 | (7) −7 ☐ 7 | (8) −12 ☐ 5 |
| (9) −2 ☐ −8 | (10) −1 ☐ −2 | (11) 6 ☐ −3 | (12) −14 ☐ −14 |

**आओ, समझें**

### पूर्णांक संख्याओं का घटाव

**दीदी :** अनिल, मान लो तुम्हारे ऊपर 8 रुपये का कर्ज है । यदि तुम कहीं से कमाई के तौर पर 5 रुपये प्राप्त करते हो, तो तुम्हारा कर्ज उतना कम हो जाता है । 5 रुपये प्राप्त हुए अर्थात 5 रुपये का कर्ज कम हो गया अथवा घट गया ।

इसे गणित की भाषा में इस तरह लिखते हैं : $-(-5) = (+5)$

अब तुम्हारा कर्ज (ऋण) 5 रुपये कम होने से केवल 3 रुपये कर्ज (ऋण) रह गया ।

$(-8) - (-5) = (-8) + 5 = -3$

$8 + (-5) = 8 - 5 = 3$ यह तो हम जानते ही हैं ।

नीचे दिए गए उदाहरणों के आधार पर पूर्णांक संख्याओं का घटाव समझो ।

| (−9) − (−4) | (−4) − (−9) | (+9) − (+4) | (+9) − (−4) |
|---|---|---|---|
| = (−9) + 4 | = (−4) + 9 | = (+9) + (−4) | = (+9) + 4 |
| = −9 + 4 | = −4 + 9 | = +9 − 4 | = +9 + 4 |
| = −5 | = +5 | = +5 | = +13 |

**यह मैंने समझा**

**एक संख्या में से दूसरी संख्या घटाने का अर्थ है दूसरी संख्या की विपरीत संख्या पहली संख्या में जोड़ना; जैसे : 8 − (−6) = 8 + (+6)**

## प्रश्नसंग्रह 8

✱ ऊर्ध्वाधर स्तंभ की संख्या में से क्षैतिज स्तंभ की संख्या घटाओ । खाली चौखटों में सही संख्याएँ लिखो।

| − | 6 | 9 | −4 | −5 | 0 | +7 | −8 | −3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 − 6 = −3 | | | | | | | |
| 8 | | | | 8 − (−5) = 13 | | | | |
| −3 | | | | | | | | |
| −2 | | | | | | | | |

## पूर्णांकों का खेल

अपनी गोटी 'प्रारंभ' वाली चौखट पर रखो । पासा फेंको । पासे पर आया हुआ दाँव देखो । यदि पासे पर आए हुए दाँव की संख्या धनात्मक संख्या होती है । दाँव की जो संख्या हो, उतनी चौखटें गिनकर गोटी आगे खिसकाओ । उस चौखट में यदि कोई उदाहरण दिया गया हो, तो उसे हल करो । यदि प्राप्त उत्तर धनात्मक संख्या हो, तो गोटी की उतनी चौखटें आगे की ओर खिसकाओ । यदि प्राप्त उत्तर ऋणात्मक संख्या हो, तो गोटी को उतनी चौखटें पीछे की ओर खिसकाओ ।

माना, हम 18 वीं चौखट में आए और उस चौखट के प्रश्न का उत्तर (−4 + 2 = −2) अर्थात −2 आया, तो अब गोटी को 2 चौखट पीछे अर्थात 16 वीं चौखट पर खिसकाओ । जो खिलाड़ी सबसे पहले 100 की चौखट पर पहुँचेगा वह जीतेगा ।

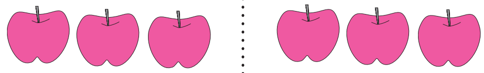
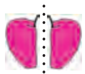
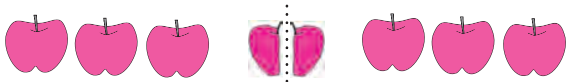
इस खेल के लिए बनाई गई चौखट आवरण पृष्ठ क्र. 3 पर दी गई है ।

# 4 भिन्नों पर की जाने वाली संक्रियाएँ

BNQBJQ

## थोड़ा याद करें

दिए गए सेब हम दो बच्चों में समान रूप से बाँटें ।

| सेब | बच्चे | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 2 |  | $6 \div 2 = 3$ |
| 4 | 2 | | $4 \div 2 = 2$ |
| 1 | 2 |  | $1 \div 2 = \frac{1}{2}$ |
| 7 | 2 |  | $7 \div 2 = \frac{7}{2}$ |

## आओ, समझें

### अंशाधिक (विषम) भिन्न का मिश्र भिन्न में रूपांतरण

**उदा.** 7 सेबों को 2 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटने पर प्रत्येक व्यक्ति को कितने-कितने सेब मिलेंगे ?

$\frac{7}{2} = 7 \div 2$

3 भागफल
भाजक 2 ) 7 भाज्य
− 6
1 शेषफल

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

प्रत्येक व्यक्ति को 3 पूरे तथा $\frac{1}{2}$ सेब मिलेंगे ।

**ध्यान दो !**

**भाग देते समय हम यह ध्यान रखते हैं कि भाजक की अपेक्षा शेषफल कम आए । इसीलिए मिश्रित भिन्न के अपूर्णांक भाग का अंश हर की अपेक्षा छोटा होता है ।**

**आओ, समझें**

## मिश्र भिन्न का अंशाधिक भिन्न में रूपांतरण

**उदा.** $3\frac{2}{5}$ मिश्र भिन्न है । इसका रूपांतरण केवल अंश-हर के रूप में करना है ।

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3\times5}{1\times5} + \frac{2}{5} = \frac{3\times5+2}{5} = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$$

### प्रश्नसंग्रह 9

1. अंशाधिक भिन्नों में रूपांतरित करो ।

   (i) $7\frac{2}{5}$ (ii) $5\frac{1}{6}$ (iii) $4\frac{3}{4}$ (iv) $2\frac{5}{9}$ (v) $1\frac{5}{7}$

2. मिश्र भिन्नों में रूपांतरित करो ।

   (i) $\frac{30}{7}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{15}{12}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{21}{4}$ (vi) $\frac{20}{7}$

3. निम्नलिखित प्रश्नों को भिन्नों के रूप में लिखो ।

   (i) यदि 9 किग्रा चावल 5 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटे, तो प्रत्येक व्यक्ति को कितने किग्रा चावल मिलेगा ?

   (ii) एक जैसी 5 शर्ट सिलने के लिए 11 मीटर कपड़ा लगता है, तो एक शर्ट सिलने के लिए कितने मीटर कपड़ा लगेगा ?

**आओ, समझें**

## मिश्र भिन्नों का जोड़ तथा घटाव

उदा. (1) जोड़ो । $5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$

**विधि I**

$$5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} = 5 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{1\times2}{2\times2} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{2+3}{4} = 7 + \frac{5}{4}$$

$$= 7 + 1 + \frac{1}{4} = 8\frac{1}{4}$$

**विधि II**

$$5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} = \frac{5\times2+1}{2} + \frac{2\times4+3}{4}$$

$$= \frac{11}{2} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{11\times2}{2\times2} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{22}{4} + \frac{11}{4} = \frac{33}{4}$$

$$= 8\frac{1}{4}$$

उदा. (2) घटाओ । $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7}$

**विधि I**

$$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} = (3-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{7}\right)$$

$$= 1 + \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{1 \times 5}{7 \times 5}$$

$$= 1 + \frac{14}{35} - \frac{5}{35}$$

$$= 1 + \frac{9}{35} = 1\frac{9}{35}$$

**विधि II**

$$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} = \frac{17}{5} - \frac{15}{7}$$

$$= \frac{17 \times 7}{5 \times 7} - \frac{15 \times 5}{7 \times 5}$$

$$= \frac{119}{35} - \frac{75}{35} = \frac{119 - 75}{35}$$

$$= \frac{44}{35} = 1\frac{9}{35}$$

**विचार करो**

$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$ यह कैसे घटाएँ ? क्या यह घटाव ऐसा है : $[4 - 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}]$

## प्रश्नसंग्रह 10

1. जोड़ो ।

(i) $6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ (ii) $1\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$ (iii) $5\frac{1}{5} + 2\frac{1}{7}$ (iv) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3}$

2. घटाओ ।

(i) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ (ii) $5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$ (iii) $7\frac{1}{8} - 6\frac{1}{10}$ (iv) $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{5}$

3. हल करो ।

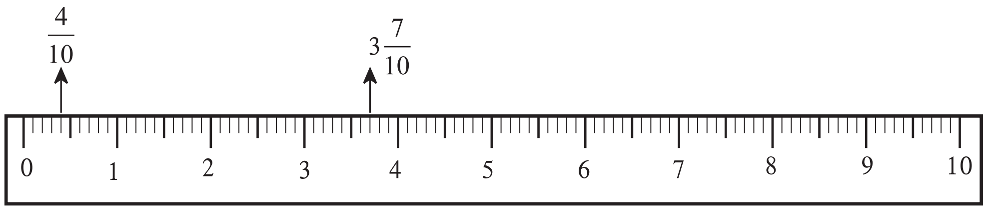
(1) सुयश ने $2\frac{1}{2}$ किग्रा और आशीष ने $3\frac{1}{2}$ किग्रा शक्कर खरीदी, तो दोनों ने मिलकर कुल कितनी शक्कर खरीदी ? यदि शक्कर का मूल्य 32 रुपये प्रति किग्रा हो, तो शक्कर का कुल मूल्य कितना है ?

(2) आराधना ने अपनी पिछवाड़े की जमीन के $\frac{2}{5}$ भाग में आलू बोया । $\frac{1}{3}$ भाग में साग-सब्जियाँ लगाईं । शेष भाग में बैंगन लगाया, तो उसने कितने भाग में बैंगन लगाया ?

(3)* संदीप ने एक खाली हौज का $\frac{4}{7}$ भाग पानी से भरा । उसके बाद रमाकांत ने उसी हौज में उसके $\frac{1}{4}$ भाग में पानी भरा । उमेश ने उसी हौज के $\frac{3}{14}$ भाग का पानी बगीचे के वृक्षों में डाल दिया । यदि हौज की कुल क्षमता 560 लीटर हो, तो उस हौज में कितने लीटर पानी बचा होगा ?

## आओ, समझें

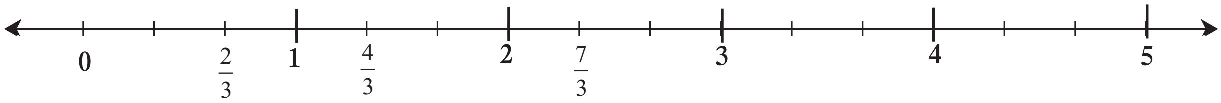
### संख्यारेखा पर भिन्न दर्शाना




भिन्नों $\frac{4}{10}$ तथा $3\frac{7}{10}$ को संख्यापट्‌टी (मापनपट्‌टी) पर दर्शाना सहज है, क्योंकि संख्यापट्‌टी पर प्रत्येक सेंटीमीटर के दस समान भाग होते हैं । 0 और 1 के बीच के दस समान भागों में से 0 के आगे का चौथा भाग $\frac{4}{10}$ यह भिन्न दर्शाता है । इसी प्रकार 3 तथा 4 के बीच के दस समान भागों में से 3 के आगे का 7 वाँ भाग $3\frac{7}{10}$ दर्शाता है ।

**उदा.** अब संख्यारेखा पर ये भिन्न दर्शाएँ : $\frac{2}{3}$ , $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$

नीचे दी गई संख्यारेखा पर प्रत्येक इकाई के 3 समान भाग किए गए हैं ।




#### यह मैंने समझा

**यदि संख्यारेखा पर कोई भिन्न दिखानी हो, तो संख्यारेखा की प्रत्येक इकाई के उतने समान भाग करने होंगे, जितना भिन्न का हर है ।**

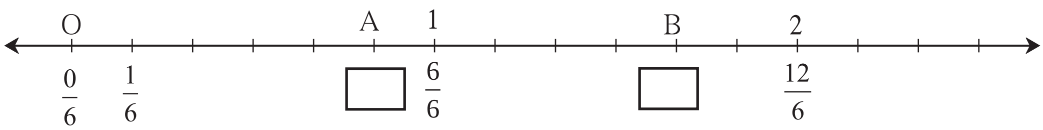
#### विचार करो

संख्यारेखा पर $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{19}{40}$ ये भिन्न दर्शाने के लिए कितनी बड़ी इकाई लें ?

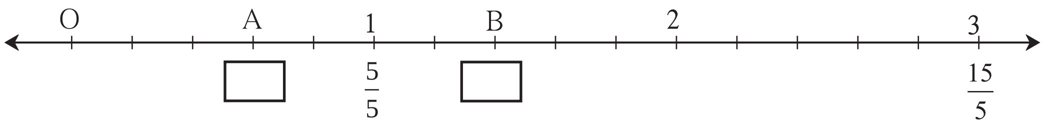
## प्रश्नसंग्रह 11

1. नीचे दी गई तीनों रेखाओं पर A तथा B बिंदु कौन-से भिन्न दर्शाते हैं ? खाली-चौखटों में लिखो ।

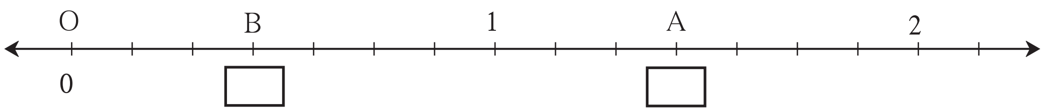
(1)




(2)




(3)



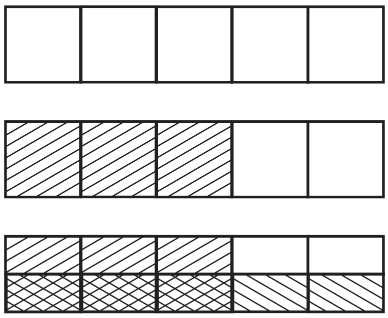
2. नीचे दिए गए भिन्न संख्यारेखा पर दर्शाओ ।

(1) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$, $2\frac{3}{5}$  (2) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $2\frac{1}{4}$

**आओ, समझें**

## भिन्नों का गुणन

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ यह गुणा आयताकार पट्टी की सहायता से कैसे किया गया है, इसे देखो ।



- एक आयताकार पट्टी लेकर खड़ी रेखाओं द्वारा उसके 5 समान भाग करो ।
- भिन्न $\frac{3}{5}$ दर्शानेवाले भागों को रेखांकित करो ।
- $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ अर्थात $\frac{3}{5}$ का $\frac{1}{2}$ भाग दर्शाना है; इसलिए इसी पट्टी के दो समान भाग करने के लिए ठीक बीच में एक आड़ी रेखा खींचो ।
- उन 2 आड़े भागों में से किसी 1 भाग को भिन्न प्रकार से रेखांकित करो ।

इस पूरी पट्टी के 2 समान भाग किए, उसी समय $\frac{3}{5}$ भाग के भी 2 समान भाग हो गए । इनमें से 1 भाग लेने के लिए दो बार रेखांकित किए गए भाग पर विचार करो ।

पूरी पट्टी में कुल 10 समान भाग हुए । इनमें से 3 भाग दो बार रेखांकित किए गए हैं । दो बार रेखांकित किया संपूर्ण भाग भिन्न रूप में $\frac{3}{10}$ है । $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

ऊपर का गुणा हम इस प्रकार लिख सकते हैं : $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

**यह मैंने समझा**

**दो भिन्नों का गुणा करते समय, अंशों का गुणनफल अंश के स्थान पर और हरों का गुणनफल हर के स्थान पर लिखते हैं ।**

**उदा.** सुलोचना के पास 42 एकड़ खेत है । उन्होंने उस खेत के $\frac{2}{7}$ भाग में गेहूँ बोया, तो उन्होंने कितने एकड़ खेत में गेहूँ बोया?

42 का $\frac{2}{7}$ भाग करना है । $\therefore \frac{42}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{42 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6 \times 7 \times 2}{7} = 12$

सुलोचना ने 12 एकड़ खेत में गेहूँ बोया ।

## प्रश्नसंग्रह 12

1. गुणा करो ।

(i) $\frac{7}{5} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{5}$ (iii) $\frac{5}{9} \times \frac{4}{9}$ (iv) $\frac{4}{11} \times \frac{2}{7}$

(v) $\frac{1}{5} \times \frac{7}{2}$ (vi) $\frac{9}{7} \times \frac{7}{8}$ (vii) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$ (viii) $\frac{6}{17} \times \frac{3}{2}$

2. अशोकराव ने अपने 21 एकड़ खेत के $\frac{2}{7}$ भाग में केला लगाया, तो उन्होंने कितने क्षेत्रफल के खेत में केला लगाया ?

3*. सेना के कुल सैनिकों के $\frac{4}{9}$ भाग सैनिक उत्तरी सीमा पर सुरक्षा का कार्य कर रहे हैं । इन सैनिकों की संख्या के एक तिहाई सैनिक ईशान क्षेत्र में सुरक्षा के लिए कार्यरत हैं । यदि सैनिकों की कुल संख्या 540000 हो, तो ईशान क्षेत्र में कार्यरत सैनिकों की संख्या कितनी होगी ?

**आओ, समझें**

### गुणात्मक प्रतिलोम

यह गुणा देखो ।

(1) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$ (2) $4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

(3) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$ (4) $\frac{71}{3} \times \frac{3}{71} = 1$

गुणा के इन सभी उदाहरणों में क्या विशेषता दिखाई देती है ?

दिए गए भिन्न और इसके अंश तथा हर को परस्पर अदलाबदली करने पर प्राप्त दूसरे भिन्न का गुणनफल 1 है। इन भिन्नों की जोड़ियों का नाम है, गुणात्मक प्रतिलोमों की जोड़ी ।

उदा. $\frac{5}{6}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{6}{5}$ है । 4 अर्थात $\frac{4}{1}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{1}{4}$ है ।

**यह मैंने समझा**

**जब दो संख्याओं का गुणनफल 1 होता है, तब वे संख्याएँ एक-दूसरे की गुणात्मक प्रतिलोम होती हैं ।**

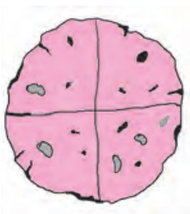
**विचार करो**

(1) 1 का गुणात्मक प्रतिलोम क्या है ? (2) क्या 0 का कोई गुणात्मक प्रतिलोम है ?

**आओ, समझें**

## भिन्नों का भाग

**उदा.** एक रोटी है । प्रत्येक व्यक्ति को चौथाई रोटी देनी है, तो यह रोटी कितने व्यक्तियों में बाँटी जा सकती है ?



चौथाई (पाव) का अर्थ $\frac{1}{4}$ है ।

चित्र में दर्शाए अनुसार एक पूर्ण रोटी के चार चौथाई होंगे तथा यह रोटी 4 व्यक्तियों में बाँटी जा सकती है ।

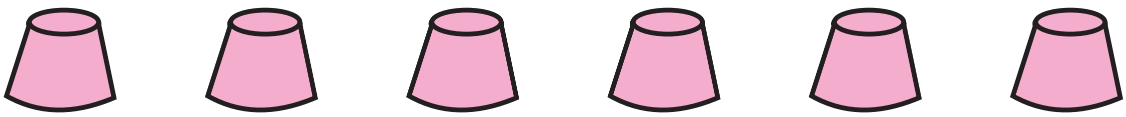
इसे हम $4 \times \frac{1}{4} = 1$ लिख सकते हैं ।

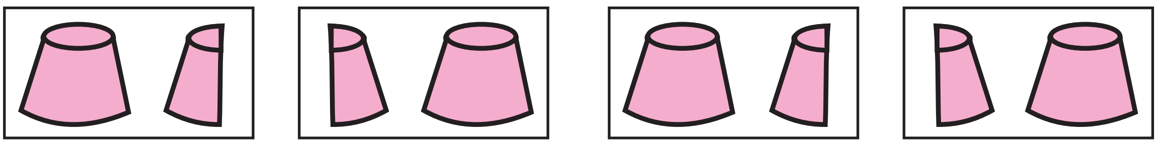
अब भिन्नों के भाग का रूपांतरण गुणा में करें ।

$1 \div \frac{1}{4} = 4 = 1 \times \frac{4}{1}$

**उदा.** गुड़ की छह भेलियाँ हैं । प्रत्येक भेली एक किग्रा की है । यदि एक परिवार को हर महीने डेढ़ किग्रा गुड़ लगता हो, तो ये भेलियाँ कितने परिवारों के लिए पर्याप्त होंगी ?

डेढ़ का अर्थ है, एक पूर्ण तथा आधा $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$





दिया गया गुड़ कितने परिवारों के लिए पर्याप्त होगा, यह ज्ञात करने के लिए भाग दें ।

$6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = 4$ इसलिए 6 भेलियाँ चार परिवारों के लिए पर्याप्त होंगी ।

**उदा.** $12 \div 4 = \frac{12}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3$

**उदा.** $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{7 \times 2} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}$

**यह मैंने समझा**

**किसी संख्या में किसी भिन्न से भाग देने का अर्थ है, उस संख्या में उस भिन्न के गुणात्मक प्रतिलोम से गुणा करना ।**

## प्रश्नसंग्रह 13

1. निम्नलिखित संख्याओं के गुणात्मक प्रतिलोम लिखो ।

(i) 7  (ii) $\frac{11}{3}$  (iii) $\frac{5}{13}$  (iv) 2  (v) $\frac{6}{7}$

2. भाग दो ।

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$  (ii) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{2}$  (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{5}{11}$  (iv) $\frac{11}{12} \div \frac{4}{7}$

3.* 'स्वच्छ भारत' अभियान में 420 विद्यार्थियों ने भाग लिया । उन्होंने सेवाग्राम गाँव के $\frac{42}{75}$ भाग की सफाई की, तो प्रत्येक विद्यार्थी ने सेवाग्राम के कितने भाग की सफाई की ?

### रामानुजन वर्ग

| | | | |
|---|---|---|---|
| 22 | 12 | 18 | 87 |
| 88 | 17 | 9 | 25 |
| 10 | 24 | 89 | 16 |
| 19 | 86 | 23 | 11 |

- इस वर्ग की आड़ी, खड़ी, तथा तिरछी पंक्तियों की चार चार संख्याओं का योगफल ज्ञात करो ।
- योगफल कितना आता है, देखो ।
- किसी भी ढंग से योगफल ज्ञात करें, तो क्या उतना ही आता है ?
- कौन-सी विशेषता मालूम हुई ?
- वर्ग की पहली पंक्ति की संख्याएँ देखो । 22 - 12 - 1887 इस दिनांक के विषय में जानकारी प्राप्त करो ।

**महान भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन का जीवन चरित्र प्राप्त करो और पढ़ो ।**

# 5 दशमलव भिन्न

**थोड़ा याद करें**

## दशमलव भिन्न : जोड़, घटाव

कलम, कापी, मिटाने वाला रबड़ तथा कलर बॉक्स खरीदने के लिए नंदू एक दूकान में गया । दूकानदार ने उसे कीमतें (मूल्य) बताईं: कलम की कीमत साढ़े चार रुपये, मिटाने वाले रबड़ की कीमत डेढ़ रुपये, कापी की कीमत साढ़े छह रुपये और कलर बॉक्स की कीमत पच्चीस रुपये पचास पैसे । नंदू ने प्रत्येक वस्तु एक की संख्या में खरीदी । उसका बिल तैयार करो ।

नंदू ने दूकानदार को 100 रुपये की नोट दी, तो उसे कितने रुपये वापस मिलेंगे ?

100 − [ ] = [ ]

नंदू को ...... रुपये वापस मिलेंगे ।

**आशय वस्तु भंडार**

क्र. 87 दिनांक 11.1.16

नंदू

| क्र. | विवरण | संख्या | मूल्य |
|---|---|---|---|
| 1 | कलम | 1 | 4.50 |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | योग | | |

**आओ, समझें**

रुपये-पैसे, मीटर-सेमी जैसी इकाइयों वाले प्रश्न हल करते समय हमने दशमलव के दो स्थानों तक के भिन्नों का उपयोग किया है । किलोग्राम-ग्राम, किलोमीटर-मीटर, लीटर-मिलीलीटर जैसी इकाइयों वाले प्रश्न हल करते समय दशमलव के तीन स्थानों तक के भिन्नों का उपयोग करना पड़ता है ।

**उदा.** रेशमा ने सब्जियाँ खरीदीं । उसमें पौन किग्रा आलू, एक किग्रा प्याज, आधा किग्रा गोभी और पाव किग्रा टमाटर था, तो सब्जियों का कुल वजन कितना था ?

यह हमें मालूम है : 1 किग्रा = 1000 ग्राम, आधा किग्रा = 500 ग्राम

पौन किग्रा = 750 ग्राम, पाव किग्रा = 250 ग्राम

अब सब्जियों का कुल वजन ज्ञात करने के लिए ग्राम तथा किग्रा की इकाइयों का उपयोग करके योगफल ज्ञात करें ।

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 750 | ग्राम आलू | | 0.750 | किग्रा आलू |
| + | 1000 | ग्राम प्याज | + | 1.000 | किग्रा प्याज |
| + | 500 | ग्राम गोभी | + | 0.500 | किग्रा गोभी |
| + | 250 | ग्राम टमाटर | + | 0.250 | किग्रा टमाटर |
| | 2500 | ग्राम कुल वजन | | 2.500 | किग्रा कुल वजन |

पूर्णांकों के जोड़ तथा दशमलव भिन्नों के जोड़ की समानता की ओर ध्यान दो ।

सब्जियों का कुल वजन 2500 ग्राम अर्थात $\frac{2500}{1000}$ किग्रा अर्थात 2.500 किग्रा है ।

2.500 = 2.50 = 2.5 यह हमें ज्ञात है ।

रेशमा की सब्जियों का कुल वजन 2.5 किग्रा है ।

**गणित मेरा साथी : बाजार में, दूकान में**

तुम अपने माता-पिता के साथ कापी तथा कलम लेकर बाजार जाओ । माँ ने प्रत्येक सब्जी कितने-कितने वजन की ली, उसे लिख लो । यह भी लिखो कि सब्जियों का कुल वजन कितना है ।

## प्रश्नसंग्रह 14

1. संख्या 378.025 के प्रत्येक अंक का स्थानीय मान सारणी में लिखो ।

| स्थान | सैकड़ा | दहाई | इकाई | दशांश | शतांश | सहस्रांश |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 10 | 1 | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{1}{1000}$ |
| अंक | 3 | 7 | 8 | 0 | 2 | 5 |
| स्थानीय मान | 300 | | | $\frac{0}{10} = 0$ | | $\frac{5}{1000} = 0.005$ |

2. हल करो ।

(1) 905.5 + 27.197 (2) 39 + 700.65 (3) 40 + 27.7 + 2.451

3. घटाओ ।

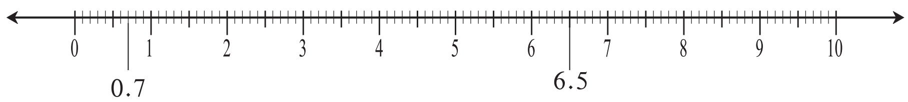
(1) 85.96 - 2.345 (2) 632.24 - 97.45 (3) 200.005 - 17.186

4. अविनाश ने 42 किमी 365 मीटर की यात्रा बस से, 12 किमी 460 मीटर की यात्रा कार से तथा 640 मीटर की यात्रा पैदल की, तो उसने कुल कितनी यात्रा की ? (उत्तर दशमलव भिन्न में लिखो ।)
5. आयेशा ने सलवार के लिए 1.80 मीटर तथा कुर्ते के लिए 2.25 मीटर कपड़ा खरीदा । यदि कपड़े की दर 120 रुपये प्रतिमीटर हो, तो उसे दूकानदार को कपड़े के लिए कितने रुपये देने पड़ेंगे ?
6. सुजाता ने बाजार से 4.25 किग्रा तरबूज लाया । उसमें से उसने 1 किग्रा 750 ग्राम तरबूज पड़ोस के बच्चों को दिया । अब उसके पास कितने किग्रा तरबूज बचा है ?
7. अनिता कार द्वारा 85.6 किमी प्रतिघंटे की गति से यात्रा कर रही थी । सड़क पर कार की गतिसीमा 55 किमी प्रतिघंटा रखने की सूचना थी, तो यातायात के नियमों का पालन करने के लिए उसने कार की गति कितनी कम की ?

### थोड़ा याद करें

## संख्यारेखा पर दशमलव भिन्न दर्शाना

**उदा.** देखो, संख्यारेखा पर 0.7 तथा 6.5 से संख्याएँ कैसे दर्शाई गई हैं ?




इस तरह निम्नलिखित संख्याएँ संख्यारेखा पर दर्शाओ ।

(1) 3.5 (2) 0.8 (3) 1.9 (4) 4.2 (5) 2.7

### आओ, समझें

## व्यावहारिक भिन्न का दशमलव भिन्न में रूपांतरण

यह हम जानते हैं, यदि व्यावहारिक भिन्न का हर 10 अथवा 100 हो, तो उसे दशमलव भिन्न में बदला जा सकता है ।

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ को दशमलव भिन्न में कैसे रूपांतरण करते हैं, उसे याद करो ।

यदि व्यावहारिक भिन्न का हर 1000 हो, तो उसे भी दशमलव भिन्न में रूपांतरित किया जा सकता है । कैसे? देखो ।

व्यावहारिक भिन्न का हर 10, 100, 1000 हो तो –

(1) यदि अंश के अंक हर के शून्यों से अधिक हों, तो हर में जितने शून्य हैं, अंश में दाईं ओर से उतने अंक छोड़कर उससे पहले दशमलव बिंदु लगाना पड़ता है ।

जैसे, (1) $\frac{723}{10} = 72.3$ (2) $\frac{51250}{100} = 512.50$ (3) $\frac{5138}{1000} = 5.138$

(2) यदि अंश में उतने अंक हों जितने हर में शून्य हैं, तो अंश की संख्या से पहले दशमलव बिंदु लगाकर पूर्णांक के स्थान पर शून्य लिखें ।

जैसे, (1) $\frac{7}{10} = 0.7$  (2) $\frac{54}{100} = 0.54$  (3) $\frac{725}{1000} = 0.725$

(3) यदि अंश के अंकों की संख्या हर के शून्यों की संख्या से कम हो, तो अंश के अंकों की संख्या जितनी कम हो, उतने शून्य अंश के पहले लिखकर दशमलव बिंदु लगाना चाहिए और पूर्णांक के स्थान पर शून्य लिखना चाहिए ।

जैसे, (1) $\frac{8}{100} = \frac{08}{100} = 0.08$  (2) $\frac{8}{1000} = \frac{008}{1000} = 0.008$

**आओ, समझें**

## दशमलव भिन्न का व्यावहारिक भिन्न में रूपांतरण

(1) $26.4 = \frac{264}{10}$  (2) $0.04 = \frac{4}{100}$  (3) $19.315 = \frac{19315}{1000}$

**यह मैंने समझा**

**दशमलव भिन्न का व्यावहारिक भिन्न में रूपांतरण करने के लिए दशमलव भिन्न के दशमलव बिंदु का विचार न करते हुए प्राप्त संख्या व्यावहारिक भिन्न के अंश स्थान पर लिखते हैं तथा हर के स्थान पर 1 लिखकर उसके आगे इतने शून्य लगाते हैं जितने अंक दशमलव बिंदु के आगे हैं ।**

## प्रश्नसंग्रह 15

1. चौखटों में सही संख्याएँ लिखो ।

(1) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{10} = \square$  (2) $\frac{25}{8} = \frac{25 \times \square}{8 \times 125} = \frac{\square}{1000} = 3.125$

(3) $\frac{21}{2} = \frac{21 \times \square}{2 \times \square} = \frac{\square}{10} = \square$  (4) $\frac{22}{40} = \frac{11}{20} = \frac{11 \times \square}{20 \times 5} = \frac{\square}{100} = \square$

2. निम्नलिखित व्यावहारिक भिन्नों का दशमलव भिन्नों में रूपांतरण करो ।

(1) $\frac{3}{4}$  (2) $\frac{4}{5}$  (3) $\frac{9}{8}$  (4) $\frac{17}{20}$  (5) $\frac{36}{40}$  (6) $\frac{7}{25}$  (7) $\frac{19}{200}$

3. निम्नलिखित दशमलव भिन्नों को व्यावहारिक भिन्नों के रूप में लिखो ।

(1) 27.5  (2) 0.007  (3) 90.8  (4) 39.15  (5) 3.12  (6) 70.400

**आओ, समझें**

## दशमलव भिन्नों का गुणा

**उदा. 1.** 4.3 × 5 गुणा करो ।

**विधि I**

$4.3 \times 5 = \frac{43}{10} \times \frac{5}{1}$

$= \frac{43 \times 5}{10 \times 1}$

$= \frac{215}{10}$

$4.3 \times 5 = 21.5$

**विधि II**

| × | 4 | $\frac{3}{10}$ |
|---|---|---|
| 5 | 20 | $\frac{15}{10}$ |

| | | |
|---|---|---|
| | 20 | 1.5 |

4.3 × 5 = 20 + 1.5 = 21.5

**विधि III**

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ 5 \\ \hline 215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.3 \\ \times\ 5 \\ \hline 21.5 \end{array}$$

**उदा. 2.** पेट्रोल का प्रतिलीटर मूल्य 62.32 रुपये हैं, सीमा को अपने स्कूटर में ढाई लीटर पेट्रोल भरवाना है । उसे कितने रुपये देने होंगे ? कौन-सी क्रिया करें?

**विधि I**

62.32 × 2.5 = ?

$62.32 \times 2.5 = \frac{6232}{100} \times \frac{25}{10}$

$= \frac{155800}{1000}$

$= 155.800$

सीमा को 155.80 देने होंगे ।

**विधि II**

$$\begin{array}{r} 6232 \\ \times\ 25 \\ \hline 155800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62.32 \\ \times\ 2.5 \\ \hline 155.800 \end{array}$$

- पहले दशमलव बिंदु का न विचार करते हुए गुणा किया ।
- इसके बाद गुण्य तथा गुणक में कुल जितने दशमलव स्थान हैं, गुणनफल में दाईं ओर से उतने अंकों की बाईं ओर दशमलव बिंदु लगाया ।

### प्रश्नसंग्रह 16

1. यदि 317 × 45 = 14265, तो 3.17 × 4.5 = ?
2. यदि, 503 × 217 = 109151, तो 5.03 × 2.17 = ?
3. गुणा करो ।

   (1) 2.7 × 1.4 (2) 6.17 × 3.9 (3) 0.57 × 2 (4) 5.04 × 0.7

4. वीरेंद्र ने 5.250 किग्रा चावल प्रति थैली की दर से 18 थैली चावल खरीदा, तो उसने कुल कितने किग्रा चावल खरीदा ? यदि चावल की दर 42 रुपये प्रति किग्रा हो, तो उसने कितने रुपये दिए ?
5. वेदिका के पास कुल 23.50 मीटर कपड़ा था । उसने उसमें से समान आकार के 5 परदे बनाए । यदि प्रत्येक परदे के लिए 4 मीटर 25 सेमी कपड़ा लगा, तो उसके पास कितना कपड़ा बचा होगा ?

**आओ, समझें**

हमने यह देखा है, $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14}$

### दशमलव भिन्नों का भाग

(1) $6.2 \div 2 = \frac{62}{10} \div \frac{2}{1} = \frac{62}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{31}{10} = 3.1$

(2) $3.4 \div 5 = \frac{34}{10} \div \frac{5}{1} = \frac{34}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{34}{50} = \frac{34 \times 2}{50 \times 2} = \frac{68}{100} = 0.68$

(3) $4.8 \div 1.2 = \frac{48}{10} \div \frac{12}{10} = \frac{48}{10} \times \frac{10}{12} = 4$

## प्रश्नसंग्रह 17

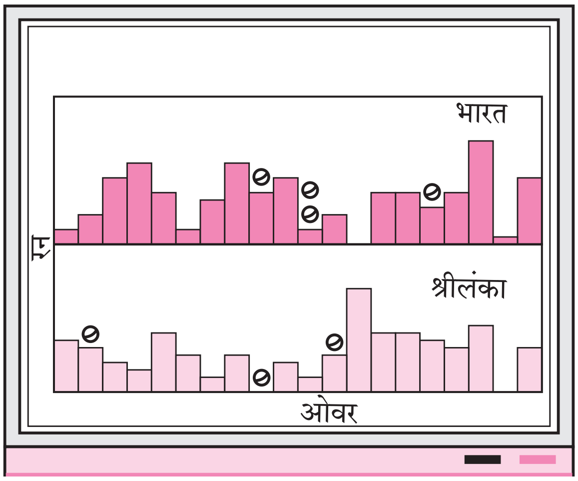
1. भाग दो ।
   (1) $4.8 \div 2$  (2) $17.5 \div 5$  (3) $20.6 \div 2$  (4) $32.5 \div 25$
2. सड़क की कुल लंबाई 4 किमी 800 मीटर है । यदि सड़क के दोनों ओर हर 9.6 मीटर की दूरी पर एक-एक वृक्ष लगाया जाए, तो कुल कितने वृक्ष लगेंगे ?
3. प्रज्ञा प्रतिदिन नियमित रूप से मैदान के वृत्ताकार मार्ग पर चलने का व्यायाम करती है । यदि वह प्रतिदिन 9 चक्करों में कुल 3.825 किमी चलती है, तो वह एक चक्कर में कितनी दूरी तय करती है ?
4. एक औषधि निर्माता ने 0.25 क्विंटल हर्रे (औषधीय वनस्पति) 9500 रुपयों में खरीदी, तो एक क्विंटल हर्रे का मूल्य कितना है ? (1क्विंटल = 100 किग्रा)

**गणितीय खेल!**

**हमीद** : सलमा, मुझे कोई भी तीन अंकों की एक संख्या बताओ ।
**सलमा** : ठीक है । सुनो, पाँच सौ सत्ताइस ।
**हमीद** : अब इस संख्या में तुम 7 से गुणा करो । प्राप्त गुणनफल में 13 से गुणा करो । पुन: प्राप्त गुणनफल में 11 से गुणा करो ।
**सलमा** : हाँ, गुणा किया ।
**हमीद** : तुम्हारा उत्तर है, पाँच लाख सत्ताइस हजार पाँच सौ सत्ताइस ।
**सलमा** : अरे, यह कैसे ? तुमने तुरंत बता दिया !
**हमीद** : तुम और भी दो/तीन संख्याएँ लो । गुणा करो और समझो ।

# 6 स्तंभालेख

## थोड़ा याद करें




संलग्न चित्र का निरीक्षण करो और बताओ ।

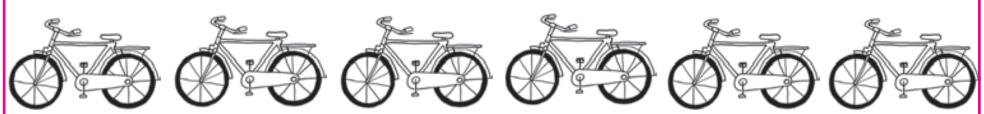
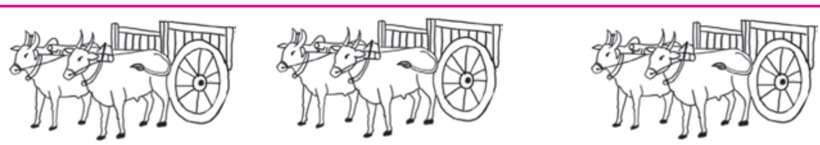
(1) यह जानकारी किस खेल से संबंधित है ?

(2) चित्र से किस-किस-की जानकारी मिलती है ?

(3) चित्र में रन दर्शाने के लिए कौन-सी आकृतियाँ दी गई हैं ?

दी गई संख्यात्मक जानकारी के आधार पर चित्रालेख कैसे बनाया जाता है, यह हम जानते हैं । पैमाना दिए के बाद चित्र गिनकर संख्यात्मक जानकारी लिखी जा सकती है ।

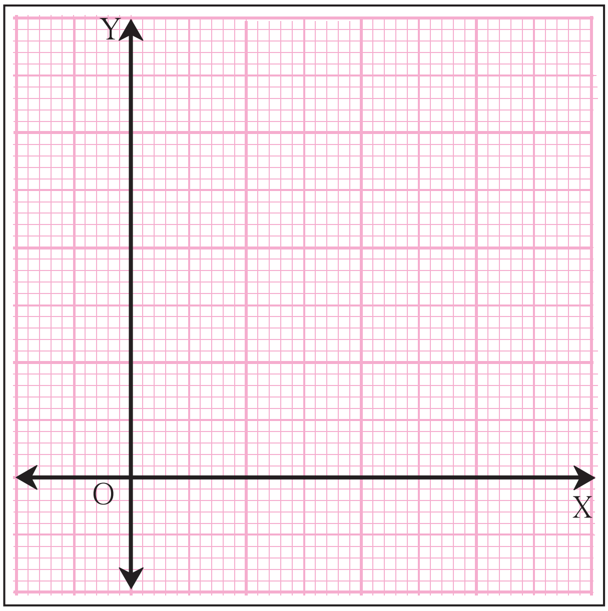
**उदा.** एक गाँव के वाहनों के प्रकार तथा वाहनों की संख्या दर्शाने वाला चित्रालेख नीचे दिया गया है । नीचे दिए गए चित्रालेख में 1 चित्र = 5 वाहन लेकर संख्या लिखो ।

| वाहन प्रकार | वाहन | संख्या |
|---|---|---|
| साइकिल |  | |
| स्कूटर | | |
| रिक्शा | | |
| बैलगाड़ी |  | |

चित्र बनाने में बहुत समय लग सकता है । यही जानकारी बिना चित्र के कैसे दर्शाई जा सकती है ?

आओ, समझें

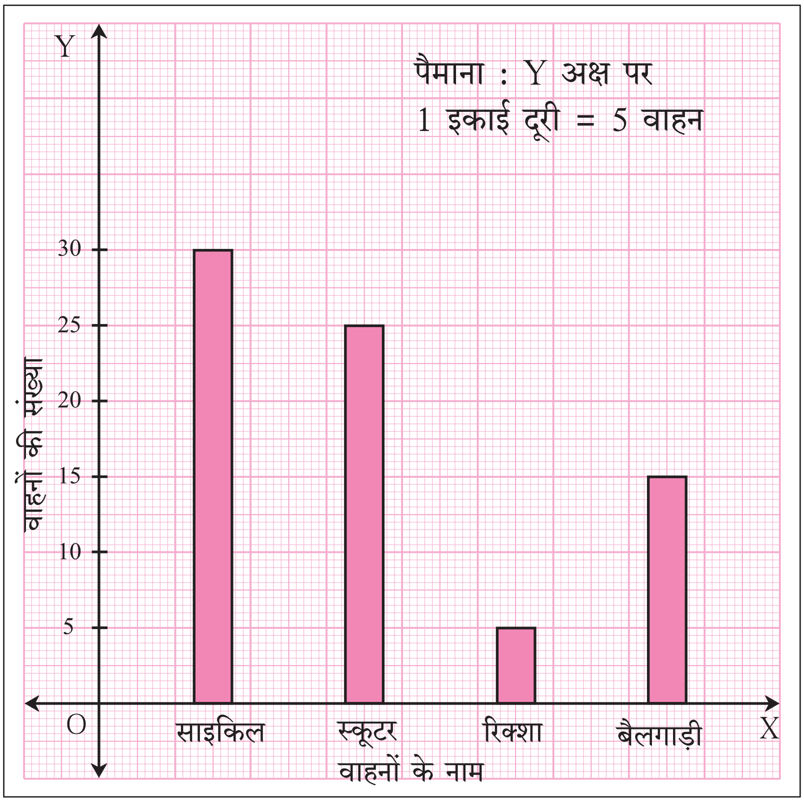
## आलेख कागज का परिचय




यहाँ दर्शाया गया आलेख कागज देखो । इस पर कुछ गहरी तथा कुछ फीकी रेखाएँ हैं । गहरी रेखाएँ बड़ी इकाई दर्शाती हैं । इसके छोटे-छोटे समान भाग हैं, जिन्हें फीकी रेखाओं द्वारा दर्शाया गया है ।

सामान्य रूप से नीचे की ओर आधार के रूप में एक आड़ी रेखा लेते हैं । इसे **X–अक्ष** कहते हैं । इस रेखा से समकोण बनाने वाली एक दूसरी रेखा कागज के बाईं ओर खींचते हैं । इसे **Y–अक्ष** कहते हैं । इस अंकन के कारण उचित पैमाना लेकर स्तंभ की ऊँचाई दर्शाना सहज हो जाता है ।

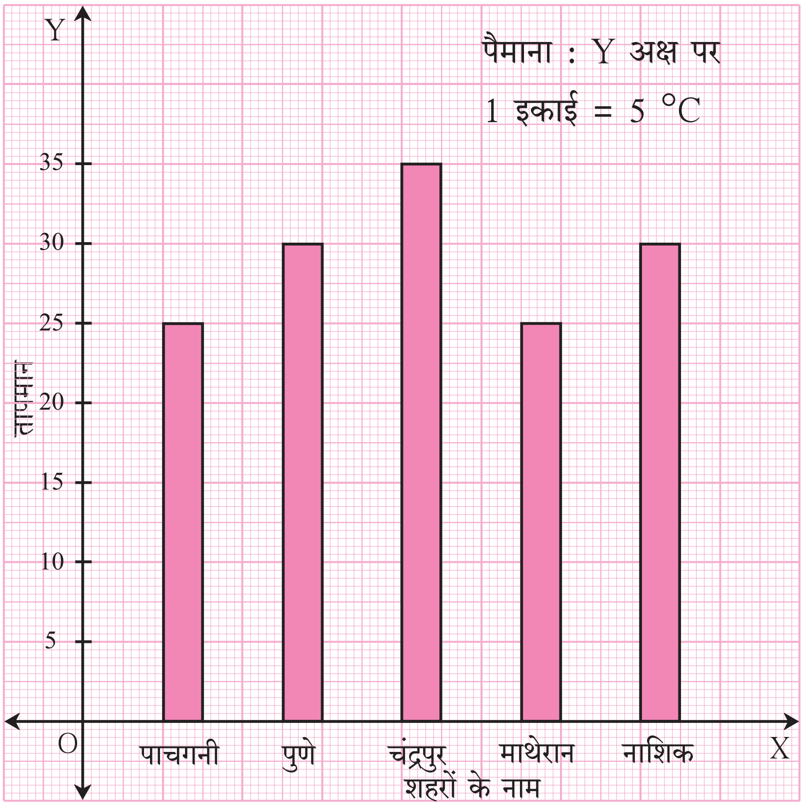
जिन विषयों का स्तंभालेख बनाना है, उनके नाम X–अक्ष पर समान दूरी पर दर्शाते हैं । प्रत्येक विषय से संबंधित संख्या उसके नाम के ऊपर ऊर्ध्वाधर स्तंभ द्वारा दर्शाते हैं । यह स्तंभ पैमाने के अनुसार उचित ऊँचाई का तथा Y–अक्ष के समांतर होता है ।




अब हम पृष्ठ 35 पर दिए गए चित्रालेख का स्तंभालेख में रूपांतरण करें ।

इस स्तंभालेख में हमें वाहन और उनकी संख्या दर्शानी है । अत: हमें संख्याएँ 5, 15, 25 तथा 30 दर्शानी हैं । इसके लिए 5 वाहन = 1 इकाई, यह पैमाना लें, तो हमारा स्तंभालेख ऐसा दिखाई देगा ।

1. नीचे दिए गए स्तंभालेख में फरवरी महीने के एक दिन का भिन्न-भिन्न शहरों का अधिकतम तापमान अंश सेल्सियस में दर्शाया गया है । आलेख का निरीक्षण करो तथा प्रश्नों के उत्तर लिखो ।




(1) खड़ी और आड़ी रेखाओं पर कौन-सी जानकारी दर्शाई गई है ?

(2) सबसे अधिक तापमान किस शहर का है ?

(3) समान तथा अधिकतम तापमानवाले शहर कौन-से हैं ?

(4) किन शहरों का अधिकतम तापमान 30 अंश सेल्सियस है ?

(5) पाचगनी और चंद्रपुर शहरों के अधिकतम तापमानों में कितना अंतर है ?

**आओ, समझें**

### स्तंभालेख बनाना

दी गई जानकारी के आधार पर स्तंभालेख कैसे बनाना है, यह नीचे दिए गए उदाहरण की सहायता से समझो।

**उदा.** एक पौध घरके पौधों की जानकारी नीचे दी गई है । यह जानकारी स्तंभालेख बनाकर दर्शाओ ।

| **पौधों के नाम** | बेला | चमेली | गुड़हल | सेवंती |
|---|---|---|---|---|
| **पौधों की संख्या** | 70 | 50 | 45 | 80 |

एक आलेख कागज लो ।

(1) आलेख कागज पर ऊपर की ओर मध्य भाग में 'पौधों के प्रकार तथा संख्याएँ', यह शीर्षक लिखो ।

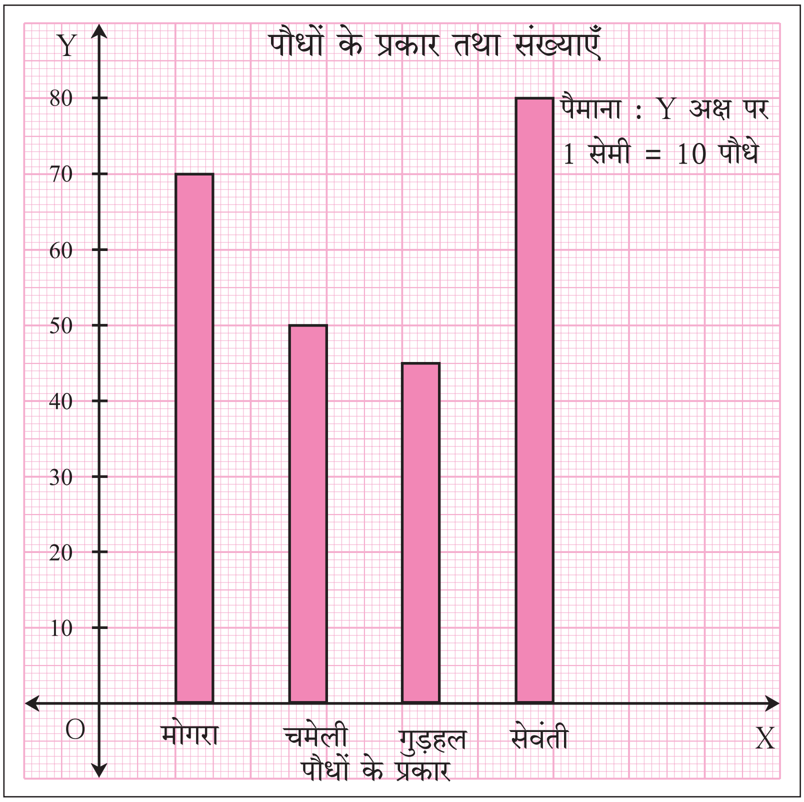
(2) X - अक्ष, Y - अक्ष खींचो तथा प्रतिच्छेदन बिंदु O दर्शाओ ।

(3) X-अक्ष पर पौधों के नाम समान दूरी पर लिखो ।

(4) पौधों की संख्या में 5 से भाग जाता है; इसलिए Y - अक्ष पर 0.5 सेमी = 5 पौधे, अर्थात 1 सेमी = 10 पौधे का पैमाना सही ढंग से दर्शाया जा सकता है । इसलिए यह पैमाना लो ।

(5) कागज के ऊपरी दाएँ कोने में पैमाना लिखो ।

(6) X-अक्ष पर प्रत्येक पौधे के नाम के ऊपर उचित ऊँचाई का स्तंभ खींचो ।




ऊपर के उदाहरण में Y अक्ष पर भिन्न पैमाना लेकर आलेख खींचो तथा ऊपर के आलेख से तुलना करो। (जैसे, 1 सेमी = 5 पौधे)

### ध्यान में रखो

- स्तंभालेख में स्तंभों की चौड़ाई समान होती है ।
- किन्हीं भी दो क्रमिक स्तंभों के बीच की दूरी समान होती है ।
- सभी स्तंभ उचित ऊँचाई के होते हैं ।

### गणित मेरा साथी : समाचारपत्र में, मासिकपत्र में

समाचारपत्र, मासिकपत्र आदि माध्यमों से स्तंभालेखों का संग्रह करो ।

## प्रश्नसंग्रह 19

(1) एक गाँव के कुछ परिवार प्रमुखों के नाम तथा उनके परिवार द्वारा एक दिन में उपयोग किए जाने वाले पीने के पानी की मात्रा दी गई है । दी गई जानकारी के आधार पर स्तंभालेख तैयार करो ।
(पैमाना : Y अक्ष पर : 1 सेमी = 10 लीटर)

| नाम | रमेश | शोभा | अयूब | जूली | राहुल |
|---|---|---|---|---|---|
| पीने के पानी का उपयोग | 30 लीटर | 60 लीटर | 40 लीटर | 50 लीटर | 55 लीटर |

(2) एक चिड़ियाघर (प्राणिसंग्रहालय) में प्राणी तथा प्राणियों की संख्या नीचे दिए अनुसार है । दी गई जानकारी के आधार पर एक स्तंभालेख तैयार करो । (पैमाना : Y अक्ष पर, 1 सेमी = 4 प्राणी)

| प्राणी | हिरण | बाघ | बंदर | खरगोश | मोर |
|---|---|---|---|---|---|
| संख्या | 20 | 4 | 12 | 16 | 8 |

(3) एक विद्यालय के स्नेह – सम्मेलन में विभिन्न योग्यता प्रदर्शन कार्यक्रम में भाग लेने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे तालिका में दर्शाई गई है । इस जानकारी के आधार पर स्तंभालेख तैयार करो ।
(प्रमाण : Y अक्ष पर, 1 सेमी = 4 विद्यार्थी)

| कार्यक्रम | नाटक | नृत्य | गायन | वादन | एकांकी |
|---|---|---|---|---|---|
| विद्यार्थियों की संख्या | 24 | 40 | 16 | 8 | 4 |

(4) एक जूस सेंटर पर एक सप्ताह में जूस लेने के लिए आने वाले ग्राहकों की संख्या नीचे तालिका में दर्शाई गई है । इस जानकारी के आधार पर दिए गए पैमाने के अनुसार दो अलग-अलग स्तंभालेख तैयार करो । (पैमाना : Y अक्ष पर, 1 सेमी = 10 ग्राहक, 1 सेमी = 5 ग्राहक)

| जूस का प्रकार | संतरा | अनन्नास | सेब | आम | अनार |
|---|---|---|---|---|---|
| ग्राहक संख्या | 50 | 30 | 25 | 65 | 10 |

(5)* सांगली जिले के 5 गाँवों में विद्यार्थियों ने वृक्षारोपण किया । गाँवों के नाम और लगाए गए वृक्षों की संख्या नीचे की तालिका में दी गई है । इस जानकारी के आधार पर स्तंभालेख तैयार करो ।
(पैमाना : Y अक्ष पर, 1 सेमी = 100 वृक्ष)

| गाँव का नाम | दूधगाँव | बागणी | समडोळी | आष्टा | कवठेपिरान |
|---|---|---|---|---|---|
| वृक्षारोपण के वृक्षों की संख्या | 500 | 350 | 600 | 420 | 540 |

(6)* यशवंत एक सप्ताह में भिन्न-भिन्न व्यायाम प्रकारों के लिए नीचे दिए अनुसार समय देता है । इस जानकारी का विवरण दर्शानेवाला स्तंभालेख उचित पैमाना लेकर तैयार करो ।

| व्यायाम प्रकार | दौड़ | योगासन | सायकलिंग | पर्वतारोहण | बैडमिंटन |
|---|---|---|---|---|---|
| समय | 35 मिनट | 50 मिनट | 1 घंटा 10 मिनट | $1\frac{1}{2}$ घंटा | 45 मिनट |

(7) अपनी कक्षा के चार मित्रों / सहेलियों के नाम लिखो । उनके नामों के सामने किलोग्राम में उनका वजन लिखो । इस जानकारी के आधार पर ऊपर के अनुसार तालिका तथा स्तंभालेख तैयार करो ।

### ICT Tools or Links

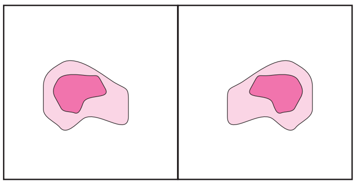
सांख्यिकीय जानकारी प्रस्तुत करते समय स्तंभालेख के स्थान पर विभिन्न आलेखों का उपयोग किया जाता है। MS-Excell, PPT के भिन्न -भिन्न आलेख शिक्षकों की सहायता से देखो ।

# 7 सममिति

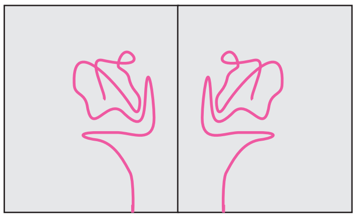
BPHVPN

## करो और देखो

**कृति :** एक कागज लो । कागज इस तरह मोड़ो कि उसके आधे-आधे दो समान भाग हो जाएँ । इसके बाद कागज खोल दो । इसके एक भाग पर रंग से बिंदी बनाओ । अब कागज पुन: मोड़ो । इस पर थोड़ा दबाव डालो । इसके बाद कागज खोलो। क्या दिखाई देता है ? दोनों आकृतियाँ मोड़वाली रेखा के सापेक्ष एक - दूसरे की सममित हैं ।



**कृति :** एक कागज लो । कागज इस तरह मोड़ो कि उसके दो समान भाग हो जाएँ । कागज खोलो । अब एक धागा लेकर उसे किसी रंग में डुबोओ । इस धागे को कागज के एक भाग पर इस तरह रखो कि उसका एक छोर कागज के बाहर रहे । अब कागज को मोड़ो और उस पर दबाव डालकर धागे का छोर धीरे-धीरे खींचो । धागा निकल जाने के बाद कागज खोलो । कागज के दोनों भागों पर समान चित्र दिखाई देंगे । मोड़वाली रेखा के सापेक्ष दोनों चित्र सममित हैं ।



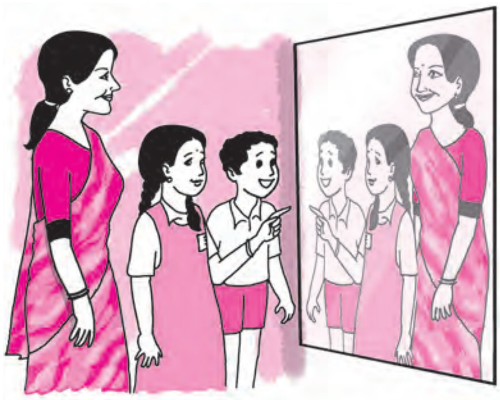
## विचार करो

यह चित्र पहचाने क्या ?

इस चित्र के वाहन पर सामने लिखे गए अक्षरों की रचना किस उद्देश्य से की गई होगी ? अब ये अक्षर एक कागज पर लिखो । यह कागज एक दर्पण के सामने रखकर अक्षर पढ़ो ।

इस प्रकार के अक्षरों की रचना क्या तुम्हें और कहीं दिखाई देती है ?

## आओ, चर्चा करें



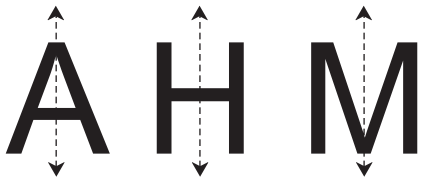
**शिक्षिका :** अनिल, सुधा और मैं दर्पण में दिखाई दे रही हूँ । ये हमारे प्रतिबिंब है । इसमें क्या अलग दिखाई दे रहा है?

**सुधा :** मैंने बाईं ओर बैज लगाया है । यह दर्पण में बने मेरे प्रतिबिंब में दाईं ओर दिखाई दे रहा है ।

**अनिल** : मैं दर्पण से जितनी दूरी पर खड़ा हूँ, दर्पण से उतनी ही दूरी पर मेरा प्रतिबिंब दिखाई दे रहा है ।
**सुधा** : दीदी की साड़ी का आँचल बाएँ कंधे पर है । परंतु दर्पण में वह दाएँ कंधे पर दिखाई दे रहा है ।
**शिक्षिका** : दर्पण के सापेक्ष मैं और मेरा प्रतिबिंब, दोनों सममित हैं ।

**आओ जानें**

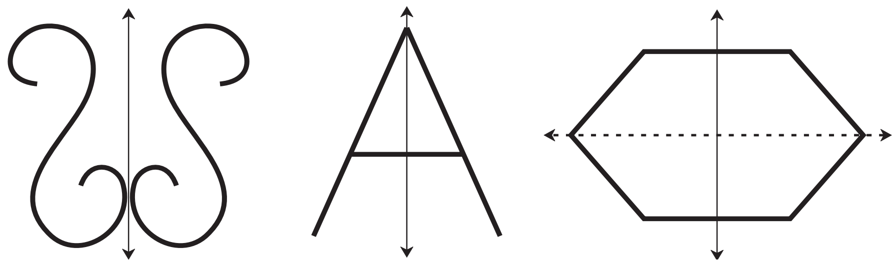
## प्रतिबिंबित सममिति




अंग्रेजी के अक्षर A H M बड़े आकार में अलग-अलग कागजों पर लिखो । प्रत्येक कागज को इस प्रकार जोड़ो कि अक्षर के दो समान भाग हो जाएँ और एक भाग दूसरे को पूरा-पूरा ढक ले अर्थात दोनों भाग एक-दूसरे के प्रतिबिंब जैसे हों । जिस रेखा पर कागज को मोड़ने से आकृति (अक्षर) के दो समान भाग हुए उसे बिंदुओं द्वारा दर्शाओ । ऐसी आकृति को **सममित आकृति** कहते हैं और इस बिंदुवत रेखा को आकृति का **सममिति अक्ष** कहते हैं ।

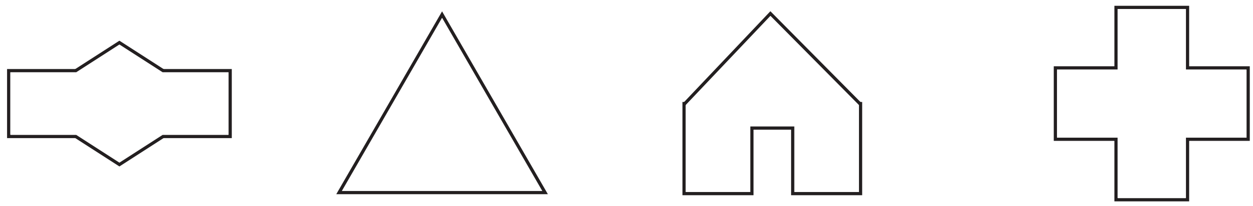
**जिस सममिति में सममित अक्ष द्वारा आकृति के किए गए दोनों भाग एक-दूसरे से प्रतिबिंब की तरह मेल खाते हैं, उसे प्रतिबिंबित सममिति कहते हैं ।** कुछ आकृतियों में एक से अधिक सममित अक्ष होते हैं ।

नीचे दी गई आकृतियाँ सममित आकृतियाँ हैं ।



### प्रश्नसंग्रह 20

1. नीचे दी गई आकृतियों के सममिति अक्ष दर्शाओ । किन आकृतियों में एक से अधिक सममिति अक्ष हैं?

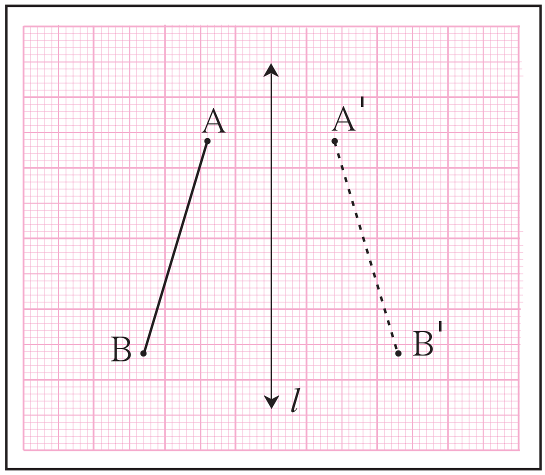


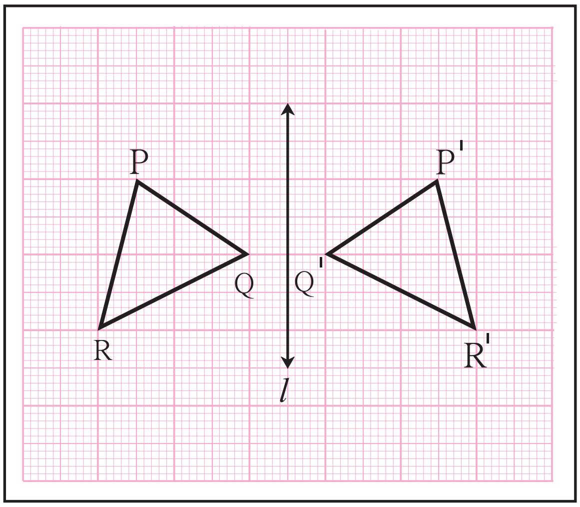
(1) (2) (3) (4)

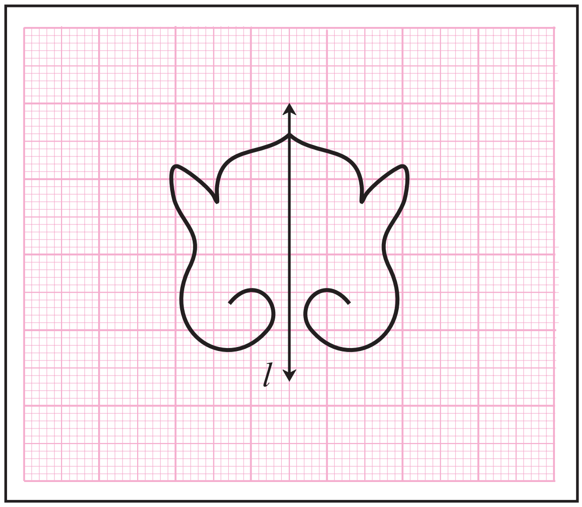
2. कापी में अंग्रेजी के कैपिटल अक्षर लिखो । उनके सममित अक्ष खींचने का प्रयास करो । कौन-कौन-से अक्षरों के सममित अक्ष खींचे जा सकते हैं ? किन अक्षरों में एक से अधिक सममित अक्ष हैं ?
3. धागा, रंग तथा कागज की सहायता से विभिन्न सममित आकृतियाँ बनाओ ।
4. व्यावहारिक उपयोग की विभिन्न वस्तुओं का निरीक्षण करो । उदाहरणार्थ, वृक्षों की पत्तियाँ, उड़नेवाले पक्षी, ऐतिहासिक वास्तु चित्र आदि में से सममित आकृतियाँ ढूँढ़ो और उनका संग्रह करो ।

### आलेख कागज पर सममित आकृतियाँ बनाना

संलग्न आलेख कागज की आकृति का निरीक्षण करो । रेखा $l$ के बाईं ओर रेखाखंड AB खींचा गया है । रेखा $l$ के बाईं ओर जितनी दूरी पर बिंदु A और B हैं, उतनी ही दूरी पर दाईं ओर बिंदु A' और B' हैं । बिंदु A' तथा B' बिंदु A तथा B के प्रतिबिंब हैं । रेखाखंड A'B' की आकृति रेखाखंड AB का प्रतिबिंब है । रेख AB तथा रेख A'B' की लंबाई नापो और निष्कर्ष निकालो ।



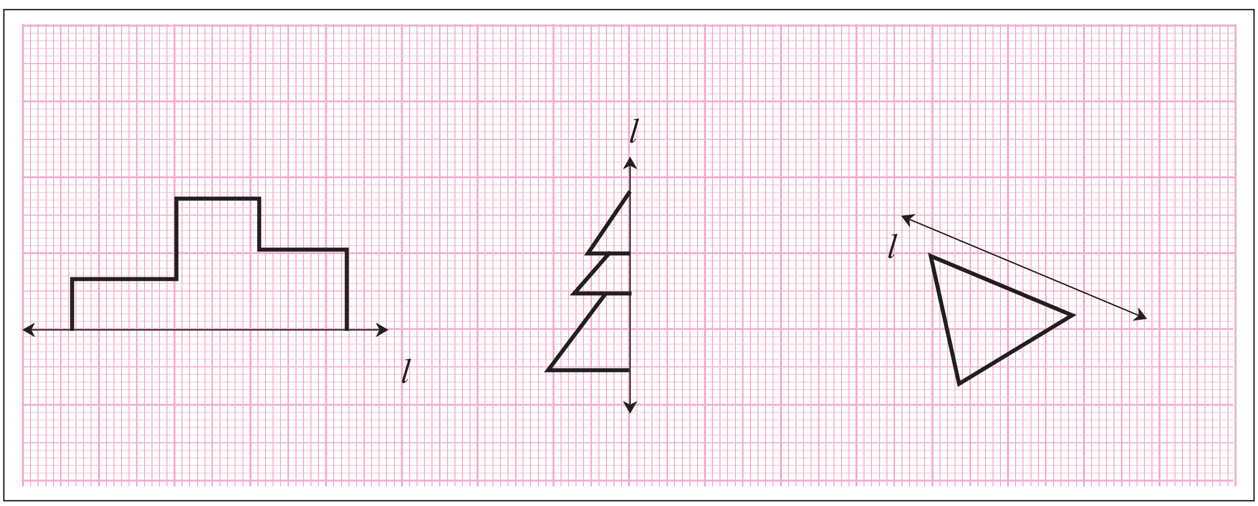




ऊपर की आकृतियों में सममित अक्ष $l$ के कारण जो दो भाग हुए हैं, वे क्या एक-दूसरे से हुबहू मेल खाते हैं ? वह देखो ।

## प्रश्नसंग्रह 21

* नीचे कुछ आकृतियाँ हैं और उनके पास रेखा $l$ खींची गई है । इस रेखा को सममित अक्ष बनाने की दृष्टि से रेखा की दूसरी ओर आकृति खींचकर सममित आकृतियाँ पूर्ण करो ।



# 8 विभाज्यता

BPRRRB

**थोड़ा याद करें**

- 2, 5 तथा 10 से विभाज्यता की कसौटियाँ लिखो ।
- निम्नलिखित संख्याएँ पढ़ो । इनमें से जो संख्याएँ 2, 5 अथवा 10 से विभाज्य हैं, उन्हें खाली चौखटों में लिखो ।

125, 364, 475, 750, 800, 628, 206, 508, 7009, 5345, 8710

| 2 से विभाज्य | 5 से विभाज्य | 10 से विभाज्य |
|---|---|---|
| | | |

**आओ, समझें**

## विभाज्यता की कसौटियाँ

कुछ अन्य कसौटियों का अध्ययन करें ।
नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो ।

| संख्याएँ | संख्या के अंकों का योगफल कितना है ? | क्या योगफल में 3 से नि:शेष भाग जाता है ? | क्या दी गई संख्या 3 से विभाज्य है ? |
|---|---|---|---|
| 63 | 6 + 3 = 9 | ✓ | ✓ |
| 872 | 17 | × | × |
| 91 | | | |
| 552 | | | |
| 9336 | | | |
| 4527 | | | |

इससे क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है ?

**यह मैंने समझा**

**3 से विभाज्यता कसौटी : यदि किसी संख्या के अंकों के योगफल में 3 से नि:शेष भाग जाता है, तो वह संख्या 3 से विभाज्य होती है ।**

## आओ, समझें

नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो ।

| संख्याएँ | दी गई संख्या में 4 से भाग देकर देखो । क्या नि:शेष भाग जाता है ? | दहाई और इकाई अंकों से बनने वाली संख्या | क्या प्राप्त संख्या 4 से विभाज्य है ? |
|---|---|---|---|
| 992 | ✓ | 92 | ✓ |
| 7314 | | | |
| 6448 | | | |
| 8116 | | | |
| 7773 | | | |
| 3024 | | | |

इससे क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है ?

### यह मैंने समझा

**4 से विभाज्यता कसौटी :** यदि किसी संख्या की दहाई और इकाई के स्थान वाले अंकों से बनने वाली संख्या में 4 से नि:शेष भाग जाता है, तो वह संख्या 4 से विभाज्य होती है ।

## आओ, समझें

नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो ।

| संख्याएँ | दी गई संख्या में 9 से भाग देकर देखो। क्या नि:शेष भाग जाता है? | संख्या के अंकों का योगफल | क्या योगफल 9 से विभाज्य है ? |
|---|---|---|---|
| 1980 | ✓ | 1 + 9 + 8 + 0 =18 | ✓ |
| 2999 | × | 29 | × |
| 5004 | | | |
| 13389 | | | |
| 7578 | | | |
| 69993 | | | |

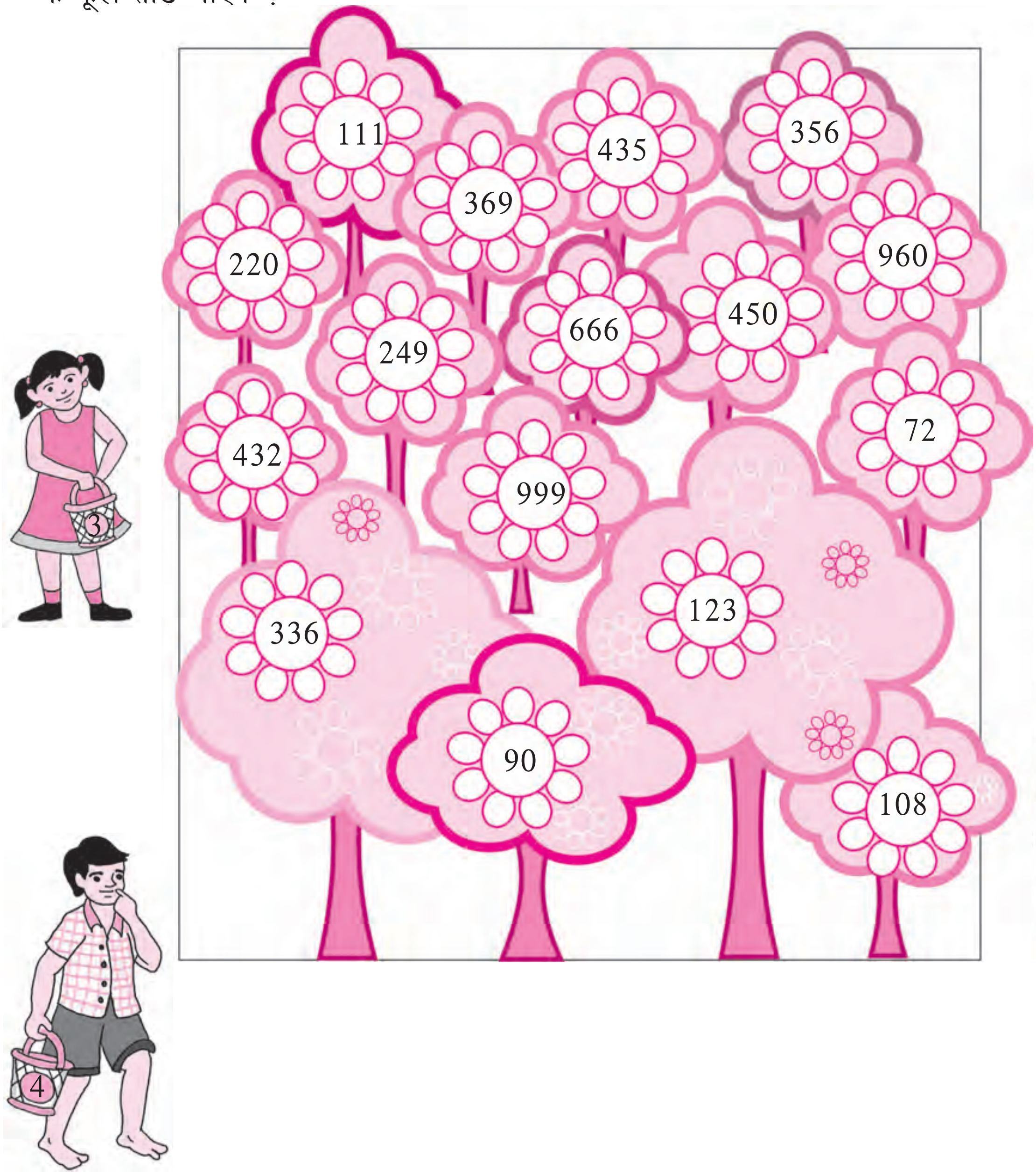
इससे क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है ?

**यह मैंने समझा**

**9 से विभाज्यता कसौटी :** **यदि किसी संख्या के अंकों के योगफल में 9 से नि:शेष भाग जाता है, तो वह संख्या 9 से विभाज्य होती है ।**

## प्रश्नसंग्रह 22

* एक बगीचे में फूलों के वृक्ष हैं । एक - एक वृक्ष पर अलग - अलग संख्या के फूल हैं । तीन विद्यार्थी डलिया लेकर फूल तोड़ने गए । प्रत्येक डलिए पर 3, 4 और 9 में से अलग-अलग एक संख्या है । प्रत्येक विद्यार्थी को उस वृक्ष से फूल तोड़ना है, जिसकी संख्या उसकी डलिया की संख्या से विभाज्य है । उसे इस तरह के प्रत्येक वृक्ष से केवल एक फूल तोड़ना है । प्रत्येक डलिए में कौन-कौन-सी संख्या के वृक्षों के फूल तोडे जाएँगे ?



# 9 मसावि-लसावि

BQ1MSY

## थोड़ा याद करें

### विभाजक , विभाज्य

चौखटों में भाज्य, भाजक, भागफल तथा शेषफल में से सही शब्द लिखो ।

| | |
|---|---|
| 9 → ☐<br>☐ ← 4)36 → ☐<br>− 36 → ☐<br>00 | 7 → ☐<br>☐ ← 9)65 → ☐<br>− 63 → ☐<br>02 |

36 में 4 से भाग देने पर शेषफल शून्य आता है; इसलिए संख्या 4 संख्या 36 की **विभाजक** है और संख्या 36 संख्या 4 से **विभाज्य** है ।

65 में 9 से भाग देने पर शेषफल शून्य नहीं आता; इसलिए यहाँ संख्या 9 संख्या 65 की **भाजक** तो है, परंतु **विभाजक** नहीं है । इसी प्रकार 65 भी संख्या 9 से **विभाज्य** नहीं है ।

36 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

48 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

सामान्य विभाजक लिखो. ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐

## प्रश्नसंग्रह 23

✸ नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न की दोनों संख्याओं के सभी विभाजक लिखो और उनके सामान्य विभाजकों की सूची बनाओ ।

(1) 12, 16 (2) 21, 24 (3) 25, 30 (4) 24, 25 (5) 56, 72

## आओ, समझें

### महत्तम सामान्य विभाजक : मसावि

**उदा.** मौसी ने एक रंग की 12 मीटर लंबी और दूसरे रंग की 18 मीटर लंबी, इस प्रकार कागज की दो पट्टियाँ लाई हैं । दोनों पट्टियों के समान लंबाई के टुकड़े करने हैं । अधिक-से-अधिक कितने लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं ?

जितने लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं, वह संख्या 12 और 18 की विभाजक होनी चाहिए ।

12 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, [6], 12

18 के विभाजक : 1, 2, 3, [6], 9, 18

12 और 18 के सामान्य विभाजकों में से 6 सबसे बड़ा विभाजक है ; इसलिए अधिक-से-अधिक 6 मीटर लंबे टुकड़े किए जा सकते हैं ।

**उदा.** एक दूकान में 20 किग्रा ज्वार और 50 किग्रा गेहूँ है । पूरे अनाज को थैलियों में भरना है । प्रत्येक थैली में समान वजन का अनाज भरना है । अधिक से अधिक कितने वजन का अनाज प्रत्येक थैली में भरा जा सकता है ?

थैली के अनाज के किलोग्राम में व्यक्त वजन को 20 तथा 50 का विभाजक होना चाहिए । इसके अलावा प्रत्येक थैली में अधिक से अधिक वजन का अनाज भरना है ; इसलिए अब हम 20 और 50 का महत्तम सामान्य विभाजक अर्थात मसावि ज्ञात करें ।

20 के विभाजक : 1, 2, 4, 5, 10, 20

50 के विभाजक : 1, 2, 5, 10, 25, 50

सामान्य विभाजक : 1, 2, 5, 10

20 और 50 के सामान्य विभाजकों में 10 सबसे बड़ा विभाजक अर्थात महत्तम विभाजक है,

अर्थात 20 तथा 50 का मसावि 10 है ।

इसलिए प्रत्येक थैली में अधिक से अधिक 10 किग्रा अनाज भरा जा सकता है ।

**यह मैंने समझा**

**दी गई संख्याओं का मसावि ज्ञात करने का अर्थ है, उन संख्याओं के विभाजकों की सूची तैयार करके उनमें स्थित सबसे बड़ा सामान्य विभाजक ढूँढ़ना ।**

## प्रश्नसंग्रह 24

1. निम्नलिखित संख्याओं के मसावि ज्ञात करो ।

   (1) 45, 30 (2) 16, 48 (3) 39, 25 (4) 49, 56 (5) 120, 144

   (6) 81, 99 (7) 24, 36 (8) 25, 75 (9) 48, 54 (10) 150, 225

2. 18 मी लंबी तथा 15 मीटर चौड़ी जमीन में साग-सब्जी लगाने के लिए बड़े से बड़े आकार की एक जैसी वर्गाकार क्यारियाँ तैयार करनी हैं; तो प्रत्येक क्यारी की भुजा कितने मीटर लंबी होगी ?

3. 8 मीटर और 12 मीटर लंबे दो धागों के समान लंबाई के टुकड़े करते हैं; तो ऐसे प्रत्येक टुकड़े की लंबाई अधिक-से-अधिक कितने मीटर होगी ?

4. चंद्रपुर स्थित ताडोबा बाघ परियोजना देखने के लिए छठी तथा सातवीं कक्षाओं के क्रमशः 140 तथा 196 विद्‌यार्थी सैर पर गए । दोनों कक्षाओं के विद्‌यार्थियों के समान संख्या के समूह बनाते हैं । प्रत्येक समूह को जानकारी देने के लिए शुल्क देने पर मार्गदर्शक मिलता है, तो अधिक-से-अधिक कितने विद्‌यार्थी प्रत्येक समूह में लिए जा सकते हैं ? प्रत्येक समूह में अधिक-से-अधिक विद्‌यार्थी लेने का कारण क्या हो सकता है ?

5. 'तुमसर' के चावल शोधकेंद्र मे बासमती जाति के चावल का बीज 2610 किग्रा तथा इंद्रायणी जाति के चावल का बीज 1980 किग्रा है । इन दोनों बीजों की अधिक से अधिक, किंतु समान वजन की थैलियाँ तैयार करनी हैं; तो प्रत्येक थैली का वजन कितना होगा ? प्रत्येक जाति के चावल की कितनी थैलियाँ तैयार होंगी ?

## आओ, समझें

### लघुतम सामान्य विभाज्य : लसावि

3 तथा 4 के पहाड़े लिखो । यह बात ध्यान में रखो कि किसी संख्या के पहाड़े में उस संख्या से विभाज्य संख्याएँ क्रमश: लिखी होती हैं । संख्या 3 और 4 से विभाज्य सबसे छोटी संख्या कौन-सी है ? व्यवहार में कहीं-कहीं लघुतम सामान्य विभाज्य (लसावि) उपयोगी होता है । क्या दी गई संख्याओं का सबसे बड़ा सामान्य विभाज्य ज्ञात किया जा सकता है ?

रेहाना और ऐना फूलों के गजरे बनाती हैं । प्रत्येक को समान संख्या के फूल टोकरी में देते हैं ।

**दीदी** : रेहाना, तुम छह-छह फूलों के गजरे बनाओ । ऐना तुम आठ-आठ फूलों के गजरे बनाओ । तुम्हारी टोकरियों में कम-से-कम कितने-कितने फूल रखूँ ?

**रेहाना** : मेरी टोकरी में फूलों की संख्या 6 की गुणज होनी चाहिए ।

**ऐना** : मेरी टोकरी में फूलों की संख्या 8 की गुणज होनी चाहिए ।

6 की गुणज संख्याएँ अर्थात 6 से विभाज्य संख्याएँ : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78,...

8 की गुणज संख्याएँ अर्थात 8 से विभाज्य संख्याएँ : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104,...

सामान्य विभाज्य संख्याएँ = 24, 48, 72, 96, ...

**रेहाना** : दीदी, यदि आप इसमें से प्रत्येक को 24, 48, 72 अथवा 96 फूल दें, तो हम दोनों आपके कथनानुसार फूलों के गजरे बना सकते हैं ।

**ऐना** : कम-से-कम 24 फूल देने होंगे ।

संख्या 24 संख्या 6 तथा 8 का लघुतम सामान्य विभाज्य (लसावि) है ।

**उदा.** 13 तथा 6 का लसावि ज्ञात करो ।

13 का पहाड़ा : 13, 26, 39, 52, 65, 78 , 91, 104, 117, 130

6 का पहाड़ा : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

यहाँ सामान्य विभाज्य संख्याएँ दिखाई नहीं दे रही हैं, इसलिए दोनों पहाड़े आगे बढ़ाएँ ।

13 का पहाड़ा : 130, 143, 156,...

6 का पहाड़ा : 60, 66, 72, 78 , 84,...

13 तथा 6 से विभाज्य संख्याओं की सूचियाँ देखने पर पता चलता है कि 78 सबसे छोटी सामान्य विभाज्य संख्या है ; इसलिए 13 तथा 6 का लसावि 78 है ।

### यह मैंने समझा

**दो संख्याओं का लसावि उनके गुणनफल से अधिक नहीं हो सकता ।**

## विचार करो

**उदा.** प्रवीण, बागेश्री तथा यश एक ही घर के बच्चे हैं । प्रवीण सेना में अधिकारी है । बागेश्री दूसरे गाँव में वैद्यकीय महाविद्यालय में पढ़ती है । यश पड़ोस के गाँव में हाईस्कूल के छात्रावास में है । प्रवीण प्रत्येक 120 दिन में घर आ सकता है । बागेश्री प्रत्येक 45 दिनों बाद घर आती है, जबकि यश प्रत्येक 30 दिन में घर आता है । ये सभी लोग 15 जून 2016 को एक साथ घर से बाहर गए । उस समय माता -पिता ने उनसे कहा, ''तुम सब को एक साथ घर आना होगा, उस दिन हम लोग उत्सव मनाएँगे ।'' माँ ने यश से पूछा, ''उस दिन कौन-सी तारीख होगी ?''

यश ने कहा, ''जितने दिनों में हम सब एक साथ घर आएँगे, वह संख्या 30, 45 और 120 से विभाज्य होनी चाहिए, अर्थात अगले वर्ष 10 जून को हम लोग एक साथ आएँ, तब हमारा उत्सव होगा ।''

यश ने उत्तर कैसे निकाला ?

### यह मैंने समझा

**दी गई संख्याओं का लसावि ज्ञात करने का अर्थ है, उन संख्याओं से विभाज्य सभी संख्याएँ लिखकर उनमें से सबसे छोटी सामान्य विभाज्य संख्या प्राप्त करना ।**

## प्रश्नसंग्रह 25

1. निम्नलिखित संख्याओं के लसावि ज्ञात करो ।

   (1) 9, 15  (2) 2, 3, 5  (3) 12, 28  (4) 15, 20  (5) 8, 11

2. निम्नलिखित प्रश्न हल करो ।

   (1) यदि सामूहिक व्यायाम के लिए मैदान में खड़े लड़कों की पंक्तियाँ इस तरह बनाएँ कि प्रत्येक पंक्ति में 20-20 अथवा 25-25 लड़के रहें और एक भी लड़का शेष न बचे, तो मैदान में कम-से-कम कितने लड़के हैं ?

   (2) वीणा के पास कुछ मनके हैं । उसे समान मनकोंवाली कुछ मालाएँ बनानी हैं । यदि 16, 24 अथवा 40 मनकों की प्रत्येक माला बनाए, तो एक भी मनका शेष नहीं बचेगा । उसके पास कम-से-कम कितने मनके हैं ?

   (3) तीन अलग-अलग डिब्बों में समान संख्या में लड्डू रखे गये । पहले डिब्बे के लड्डू 20 बच्चों में, दूसरे डिब्बे के लड्डू 24 बच्चों में तथा तीसरे डिब्बे के लड्डू 12 बच्चों में समान रूप से बाँटे गए और एक भी लड्डू शेष नहीं बचा । तीनों डिब्बों में कुल मिलाकर कम-से-कम कितने लड्डू होंगे ?

   (4) एक शहर में एक बड़ी सड़क के तीन अलग-अलग चौकों के सिग्नल देखे । वे क्रमश: प्रत्येक 60 सेकंड, 120 सेकंड तथा 24 सेकंड में हरे होते थे । सबेरे 8 बजे सिग्नल चालू किए गए, उस समय तीनों सिग्नल हरे थे । उसके बाद कितने बजे तीनों सिग्नल एक साथ पुन: हरे हुए होंगे ?

   (5) $\frac{13}{45}$ तथा $\frac{22}{75}$ के छोटे-से-छोटे हरवाले समहर तुल्य भिन्न ज्ञात करो । इन दोनों भिन्नों का योगफल भी ज्ञात करो ।

### गणितीय पहेली

हमारे पास ऐसे चार कागज हैं, जिनमें से प्रत्येक कागज के एक पृष्ठ पर एक संख्या और दूसरे पृष्ठ पर संख्या का एक प्रकार लिखा गया है । प्रत्येक कागज पर लिखी संख्या उस पर लिखे संख्या-प्रकार से विसंगत है । कागजों पर लिखी संख्याएँ ये हैं : 7, 2, 15, 5 और संख्या - प्रकार नीचे दिए अनुसार हैं :

(I) 7 से विभाजित संख्या  (II) अभाज्य संख्या

(III) विषम संख्या  (IV) 100 से बड़ी संख्या

'100 से बड़ी संख्या' वाले कागज के दूसरे पृष्ठ पर कौन-सी संख्या लिखी है ?

# समीकरण

## आओ, चर्चा करें

**शिक्षक :** कौन-सी दो संख्याओं के बीच कौन-सी गणितीय संक्रिया करने पर उत्तर 15 आता है ? ज्ञात करे।

**शर्वरी :** 5 × 3 करने पर उत्तर 15 आता है और 45 में 3 से भाग देने पर भी उत्तर 15 आता है ।

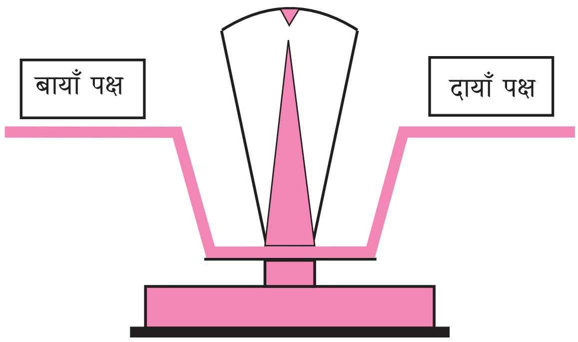
**शुभंकर :** 17 - 2 करें अथवा 10 में 5 जोड़ें तो भी उत्तर 15 आता है ।

**शिक्षक :** शाबास! इससे स्पष्ट है, 5 × 3 अथवा 17 - 2, इन दोनों ही संक्रियाओं से एक ही उत्तर प्राप्त होता है । इसे हम इस तरह लिखते हैं : 5 × 3 = 17 - 2 गणित की भाषा में '=' (बराबर) चिह्न का उपयोग करके हम यह दिखाते हैं कि बाएँ और दाएँ पक्षों की संख्याओं के साथ गणितीय संक्रियाएँ करने पर प्राप्त होने वाली संख्याएँ समान हैं । ऐसी समानता को '**समीकरण**' कहते हैं ।

**शर्वरी :** क्या 17 - 2 = 5 × 3 भी समीकरण है ?

**शिक्षक :** हाँ ! यह भी समीकरण है । समीकरण के पक्षों का अदलाबदली करने पर नया समीकरण प्राप्त होता है । यह भी संतुलित होता है ।

## आओ जानें




**जब तराजू के दोनों पलड़ों पर समान वजन होते हैं, तब वह संतुलित रहता है । ऐसा संतुलित तराजू समीकरण जैसा होता है ।**

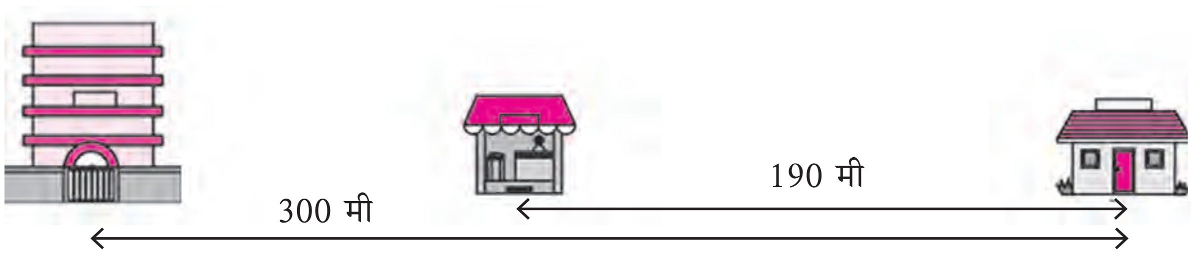
## प्रश्नसंग्रह 26

✸ नीचे दो पंक्तियों में भिन्न-भिन्न गणितीय संक्रियाएँ दी गई हैं । इन संक्रियाओं से प्राप्त होने वाली संख्याएँ ज्ञात करके समीकरण बनाओ ।

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 ÷ 2, | 5 × 2, | 9 + 4, | 72 ÷ 3, | 4 + 5 |
| 8 × 3, | 19 - 10, | 10 - 2, | 37 - 27, | 6 + 7 |

## आओ, समझें

### समीकरण का हल




ऊपर के चित्र में विद्यालय और घर के बीच की दूरी 300 मीटर है । उसी रास्ते पर विद्यालय और घर के बीच में एक दूकान है । दूकान और घर के बीच की दूरी 190 मीटर है, तो विद्यालय और दूकान के बीच कितनी दूरी है ?

### संख्या के लिए अक्षर का उपयोग

**शिक्षक :** अब देखो, हमने दी गई जानकारी ऊपर के चित्र में किस तरह दर्शाई है ?

**सुजाता :** सर, दूकान तथा विद्यालय के बीच की दूरी $x$ द्वारा क्यों दर्शाई गई है ?

**शिक्षक :** यह दूरी संख्या के बदले $x$ मीटर मानी गई है । यह दूरी ज्ञात करनी है । इस समय यह दूरी $x$ अक्षर द्वारा दर्शाई गई है ।

**समीर :** तब तो $x$ तथा 190 का योगफल 300 होगा ।

**शिक्षक :** बिल्कुल सही ; आओ, अब यह जानकारी समीकरण के रूप में लिखें । ध्यान रहे, $x$ भी एक संख्या है, परंतु अभी इसका मान ज्ञात नहीं है ।

$x + 190 = 300$ यहाँ $x$ का मान कितना होगा ?

शबाना ने $x$ के लिए अलग-अलग संख्याओं का उपयोग करके देखा ।

सर्वप्रथम उसने $x$ का मान 70 माना, तब बायाँ पक्ष $70 + 190 = 260$ आया । यह दाएँ पक्ष की संख्या से कम है । इसके बाद $x$ के लिए उसने 150 लिया, तब बायाँ पक्ष $150 + 190 = 340$ हुआ । यह दाएँ पक्ष से अधिक हो गया । इसके बाद $x$ का मान उसने 110 रखा, तब बायाँ पक्ष दाएँ पक्ष के बराबर हो गया और समीकरण संतुलित हो गया । इससे यह स्पष्ट हो गया कि $x$ का मान अर्थात दूकान तथा विद्यालय के बीच की दूरी 110 मीटर है ।

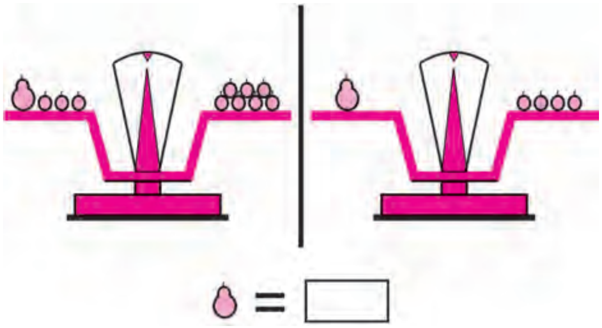
समीकरण में कभी-कभी किसी संख्या के लिए अक्षर का उपयोग किया जाता है । समीकरण संतुलित रखते हुए उस अक्षर का मान ज्ञात करना होता है । ऐसे अक्षर को **'चर'** कहते हैं । **चर के जिस मान से समीकरण संतुलित होता है, उसे समीकरण का 'हल' कहते हैं ।**

**समीकरण हल करने का अर्थ है समीकरण के चर का मान ज्ञात करना अर्थात उसका समाधान ढूँढ़ना ।**

ऊपर के उदाहरण में समीकरण $x + 190 = 300$ का हल 110 है ।

## आओ, समझें

### समीकरण हल करना



**शिक्षक :** एक अमरूद का वजन कितने बेरों के वजन के बराबर है, यह कैसे ज्ञात करें?

**जॉन :** तराजू के प्रत्येक पलड़े से तीन-तीन बेर निकालने पर तराजू संतुलित रहता है और इससे यह स्पष्ट होता है कि एक अमरूद का वजन 4 बेरों के वजन के बराबर है।

**शिक्षक :** शाबाश! संक्रिया अच्छी तरह समझ में आ गई । एक चर का समीकरण हल करते समय हम दोनों पक्षों पर समान संक्रिया करके संतुलित समीकरण प्राप्त करते हैं । इसका कारण यह है कि यदि पहला समीकरण संतुलित हो, तो ऐसी संक्रिया द्वारा प्राप्त होने वाला नया समीकरण भी संतुलित होता है । अंत में समीकरण सरल होता जाता है और चर का मान अर्थात समीकरण का हल प्राप्त होता है ।

$x + 3 = 7$

$\therefore x + 3 - 3 = 7 - 3$ ...(दोनों पक्षों में से 3 घटाया)

$\therefore x + 0 = 4$

$\therefore x = 4$

हम पहलेवाले समीकरण पर पुन: विचार करें ।

$x + 190 = 300$

$\therefore x + 190 - 190 = 300 - 190$ ...(दोनों पक्षों में से 190 घटाया)

$\therefore x + 0 = 110$

$\therefore x = 110$

समीकरण का हल ज्ञात करते समय अनुमान से कई मान ढूँढ़ने के बजाय ऐसी सरल और अचूक विधि का उपयोग करना चाहिए । इससे चर का मान प्राप्त होता है अर्थात समीकरण का हल मिलता है ।

आओ, अब समीकरण का उपयोग करके कुछ प्रश्न हल करें ।

**उदा.** 4 वर्ष पहले दिलजीत की आयु 8 वर्ष थी । इस आधार पर उसकी वर्तमान आयु कितनी है ?

माना, दिलजीत की वर्तमान आयु $a$ वर्ष है । दी गई जानकारी $a$ की भाषा में लिखें

$a - 4 = 8$

$\therefore a - 4 + 4 = 8 + 4$ ...(दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर)

$\therefore a + 0 = 12$

$\therefore a = 12$

$\therefore$ दिलजीत की वर्तमान आयु 12 वर्ष है ।

**उदा.** जस्मीन के पास कुछ रुपये थे । उसकी माँ ने उसे 7 रुपये दिए, तो उसके पास कुल 10 रुपये हो गए । जस्मीन के पास पहले कितने रुपये थे ?

माना, जस्मीन के पास $y$ रुपये थे ।

$\therefore\ y + 7 = 10$

$\therefore\ y + 7 - 7 = 10 - 7$ ...(दोनों पक्षों से 7 घटाया ।)

$\therefore\ y + 0 = 3$

$\therefore\ y = 3$

अर्थात जस्मीन के पास पहले 3 रुपये थे ।

**उदा.** एक मिठाई के डिब्बे में कुछ पेड़े हैं । ये पेड़े 2 पेड़े प्रति बच्चे की दर से 20 बच्चों में समान रूप से बाँटे जा सकते हैं, तो डिब्बे में कुल कितने पेड़े हैं ?

माना, कुल पेड़ों की संख्या $p$ है ।

$\frac{p}{2} = 20$

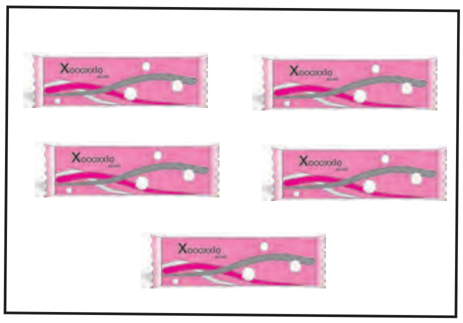
$\therefore\ \frac{p}{2} \times 2 = 20 \times 2$ ...(दोनों पक्षों में 2 से गुणा किया ।)

$p = 40$

इसलिए डिब्बे में 40 पेड़े हैं ।

**उदा.** 5 चॉकलेट का मूल्य 25 रुपये है ।

एक चॉकलेट का मूल्य कितना है ?



₹ 25

माना एक चॉकलेट का मूल्य $k$ रुपये है ।

$5k = 25$

$\therefore\ \frac{5k}{5} = \frac{25}{5}$ (दोनों पक्षों में 5 से भाग दिया ।)

$\therefore\ 1k = 5$

$\therefore\ k = 5$

इसलिए एक चॉकलेट का मूल्य 5 रुपये है ।

### यह मैंने समझा

**समीकरण के दोनों पक्षों पर समान संक्रिया करने पर प्राप्त समीकरण संतुलित रहता है ।**
**संतुलित समीकरणों पर निम्नलिखित में से कोई भी संक्रिया करने पर प्राप्त होने वाला समीकरण संतुलित होता है ।**

- **दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ना ।**
- **दोनों पक्षों में से समान संख्या घटाना ।**
- **दोनों पक्षों में समान संख्या से गुणा करना ।**
- **दोनों पक्षों में समान संख्या से भाग देना ।**
- **दोनों पक्षों का अदला–बदली करना ।**

## प्रश्नसंग्रह 27

1. अक्षर का उपयोग करके निम्नलिखित जानकारियाँ लिखो ।
   (1) किसी संख्या तथा 3 का योग ।
   (2) किसी संख्या में से 11 घटाने पर प्राप्त होने वाला शेष ।
   (3) 15 और किसी संख्या का गुणनफल ।
   (4) किसी संख्या का चौगुना 24 है ।

2. निम्नलिखित समीकरणों का हल ज्ञात करने के लिए समीकरण के दोनों पक्षों पर कौन-सी संक्रियाएँ करनी होंगी ?
   (1) $x + 9 = 11$ (2) $x - 4 = 9$ (3) $8x = 24$ (4) $\frac{x}{6} = 3$

3. नीचे कुछ समीकरण और चरों के मान दिए गए हैं । दिए गए मानों से समीकरण संतुलित होता है या नहीं, निर्धारित करो ।

| क्र. | समीकरण | चर का मान | समीकरण संतुलित (है/नहीं है) |
|---|---|---|---|
| 1 | $y - 3 = 11$ | $y = 3$ | नहीं है |
| 2 | $17 = n + 7$ | $n = 10$ | |
| 3 | $30 = 5x$ | $x = 6$ | |
| 4 | $\frac{m}{2} = 14$ | $m = 7$ | |

4. निम्नलिखित समीकरण हल करो ।
   (1) $y - 5 = 1$ (2) $8 = t + 5$ (3) $4x = 52$ (4) $19 = m - 4$
   (5) $\frac{p}{4} = 9$ (6) $x + 10 = 5$ (7) $m - 5 = -12$ (8) $p + 4 = -1$

5. निम्नलिखित प्रश्नों में दी गई जानकारी के आधार पर समीकरण बनाओ और उन्हें हल करो ।
   (1) हरबा के पास भेड़ें थीं । बाजार में उनमें से 34 भेड़ें बेच देने के बाद अब उसके पास 176 भेड़ें शेष बची हैं, तो हरबा के पास कितनी भेड़ें थीं ?
   (2) साक्षी ने घर पर आम के मुरब्बे बनाए और उन्हें कुछ बोतलों में भरा । उसमें से 7 बोतल मुरब्बे सहेलियों में बाँटने के बाद घर में 12 बोतल मुरब्बे शेष बचे हैं, तो उसने कुल कितने बोतल मुरब्बे बनाए थे ? यदि एक बोतल मुरब्बे का वजन 250 ग्राम हो, तो उसने कुल कितने वजन के मुरब्बे बनाए थे?
   (3) अर्चना ने कुछ गेहूँ बाजार से खरीदा । प्रत्येक महीने के लिए 12 किग्रा की दर से उसने 3 महीनों के लिए गेहूँ पिसाई के लिए निकाला । फिर भी, 14 किग्रा गेहूँ बच गया, तो अर्चना ने कुल कितना गेहूँ खरीदा था ?

# 11 अनुपात – भिन्नात्मक रूप

BQJEH9

## आओ, चर्चा करें

पिछली कक्षा में हम दो संख्याओं की तुलना करना सीख चुके हैं । अब हम यह सीखेंगे कि एक अन्य प्रकार से भी तुलना कैसे की जाती है। जैसे, इस समय वर्तमान नीलिमा 12 वर्ष की है और रमेश 6 वर्ष का है ।

नीलिमा तथा रमेश, दोनों की वर्तमान आयु की तुलना कैसे की जा सकेगी ?

रमेश द्वारा घटाव करके आयु की तुलना की गई, जबकि नीलिमा ने गुना द्वारा आयु की तुलना की ।

## आओ समझें

नीलिमा की वर्तमान आयु, रमेश की वर्तमान आयु की दुगुनी है । इसी जानकारी को 2:1 का वाचन **'दो अनुपात एक'** करते हैं । दो भिन्न संख्याओं के अनुपात को हम गणित की भाषा में भिन्न के रूप में भी लिखते हैं । अनुपात 2:1 को हम भिन्न के रूप में $\frac{2}{1}$ भी लिखते हैं ।

**अनुपात के व्यावहारिक उदाहरण**

**उदा.** जानकी अम्मा द्वारा तैयार की गई इडलियाँ और डोसे स्वादिष्ट होते हैं । वे इडली के आटे के लिए 1 कटोरी उड़द दाल के साथ 2 कटोरी चावल का अनुपात रखती हैं, जबकि डोसा तैयार करते समय 1 कटोरी उड़द दाल के साथ 3 कटोरी चावल लेती हैं । इसका अर्थ यह है कि इडली में दाल तथा चावल का अनुपात 1:2 अथवा $\frac{1}{2}$ है, जबकि डोसे में दाल तथा चावल का अनुपात 1:3 अथवा $\frac{1}{3}$ है ।

**उदा.** मार्गरिट द्वारा तैयार किए गए बिस्कुट पौष्टिक होते हैं । वे बिस्कुट तैयार करने के लिए 2 कटोरी शक्कर के साथ 3 कटोरी गेहूँ के आटे का उपयोग करती हैं । अत: बिस्कुटों में शक्कर तथा आटे का अनुपात 2:3 अथवा $\frac{2}{3}$ है ।

**उदा.** सभी लड़कियों को समान अनुपात में फूल बाँटे गए । खाली चौखटों में सही संख्या लिखो ।

| **लड़कियाँ** | 3 | 5 | ........ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| **फूल** | 12 | ........ | 32 | ........ |

$\frac{\text{लड़कियों की संख्या}}{\text{फूलों की संख्या}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ अर्थात प्रत्येक लड़की को 4 फूल मिले ।

लड़कियों और दिए गए फूलों का अनुपात 'एक अनुपात चार' है । इसे अनुपात के संकेत में 1:4 अथवा $\frac{1}{4}$ के स्वरूप में भी लिखते हैं ।

**उदा.** वर्ग के प्रत्येक विद्‌यार्थी ने अपनी वर्तमान आयु और दादी की वर्तमान आयु का अनुपात ज्ञात किया । गया । जॉन की वर्तमान आयु 10 वर्ष और उसकी दादी की वर्तमान आयु 65 वर्ष है । जॉन ने कहा कि यह अनुपात $\frac{10}{65}$ है ।

$\frac{10}{65} = \frac{10 \div 5}{65 \div 5} = \frac{2}{13}$ 'तुल्य अनुपात' का उपयोग करके अनुपात को सरलतम रूप में लिखा जा सकता है।

**उदा.** निखिल 12 अमरूद और 16 चीकू लाता है ।

(1) अमरूदों और चीकुओं की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

अमरूदों और चीकुओं की संख्या का अनुपात

$\frac{\text{अमरूदों की संख्या}}{\text{चीकुओं की संख्या}} = \frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ अमरूदों तथा चीकुओं की संख्या का अनुपात $\frac{3}{4}$ (या 3:4) है ।

(2) चीकुओं और अमरूदों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

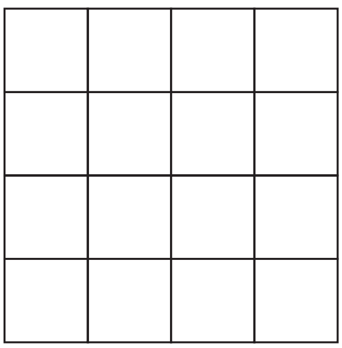
चीकुओं तथा अमरूदों की संख्या का अनुपात

$\frac{\text{चीकुओं की संख्या}}{\text{अमरूदों की संख्या}} = \frac{16}{12} = \frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ चीकुओं तथा अमरूदों की संख्या का अनुपात $\frac{4}{3}$ (या 4:3) है ।

**इसे करो और देखो**

दी गई आकृति के कुछ वर्गों में अपने पासवाले रंग भरो और कुछ खाली रखो ।



(1) इस आकृति में कुल कितनी चौखटें है ? गिनकर लिखो ।

(2) रंग भरी गई चौखटें गिनो और उनकी संख्या लिखो ।

(3) खाली चौखटें गिनो और उनकी संख्या लिखो ।

(4) रंगी गई तथा खाली चौखटों की संख्या का अनुपात ज्ञात करो ।

(5) रंग भरी गईं और कुल चौखटों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

(6) खाली चौखटों और कुल चौखटों की संख्याओं का अनुपात ज्ञात करो ।

## आओ समझें

### अनुपातसंबंधी महत्त्वपूर्ण बातें

**उदा.** गुड़ की एक बड़ी भेली का द्रव्यमान 1 किग्रा और 1 छोटी भेली का द्रव्यमान 200 ग्राम हो, तो छोटी भेली और बड़ी के गुड़ के द्रव्यमानों का अनुपात ज्ञात करो ।

यदि इसे $\frac{\text{गुड़ की छोटी भेली का द्रव्यमान}}{\text{गुड़ की बड़ी भेली का द्रव्यमान}} = \frac{200}{1}$ के स्वरूप

में लिखें, तो यह सही है क्या ?

क्या गुड़ की छोटी भेली का द्रव्यमान, बड़ी भेली के द्रव्यमान का 200 गुना है ?

इसमें क्या गलत हो गया ? गलत यह है कि दोनों के द्रव्यमान की इकाइयाँ (मात्रक) समान नहीं हैं ।

हम सर्वप्रथम गुड़ की भेलियों के द्रव्यमानों की इकाइयाँ समान करेंगे ।

इसे ग्राम में लिखने में सुविधा होगी । 1 किग्रा = 1000 ग्राम

$\therefore$ बड़ी भेली का द्रव्यमान 1000 ग्राम तथा छोटी भेली का द्रव्यमान 200 ग्राम है ।

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\text{छोटी भेली का द्रव्यमान}}{\text{छोटी भेली का द्रव्यमान}} = \frac{200}{1000} = \frac{2\times100}{10\times100} = \frac{2}{10} = \frac{1\times2}{5\times2} = \frac{1}{5}$$

$\therefore$ गुड़ की छोटी तथा बड़ी भेली के द्रव्यमानों का अनुपात $\frac{1}{5}$ (या 1:5) है ।

### यह मैंने समझा

**एक ही प्रकार की राशियों का अनुपात ज्ञात करते समय उनकी भापों की इकाइयाँ समान होनी ही चाहिए ।**

अनुपात का उपयोग करके समीकरण तैयार कर सकते हैं और उसके द्‌वारा प्रश्न हल करने में आसानी होती है ।

**उदा.** विद्‌यालय की लड़कियों के लिए शौचालय बनाना है । यह निर्धारित किया गया है कि प्रत्येक 15 लड़कियों के लिए 2 शौचालय हों । यदि छात्रावास में रहने वाली कुल 75 लड़कियाँ हों, तो उसी अनुपात में कितने शौचालय बनाने पड़ेंगे ?

शौचालय तथा लड़कियों की संख्या का परिमाण अर्थात अनुपात ज्ञात करना । मानो कि 75 लड़कियों के लिए कुल $x$ शौचालय बनाए जाएँगे । शौचालयों की संख्या तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात $\frac{2}{15}$ है । इसे हम दो प्रकार से लिखकर समीकरण का स्वरूप दे सकते हैं ।

$$\frac{x}{75} = \frac{2}{15}$$

$$\therefore \frac{x}{75} \times 75 = \frac{2}{15} \times 75 \quad \text{...(दोनों पक्षों में 75 से गुणा किया)}$$

$$\therefore x = 2 \times 5$$

$$= 10$$

$\therefore$ 75 लड़कियों के लिए 10 शौचालय बनाने पड़ेंगे ।

## प्रश्नसंग्रह 28

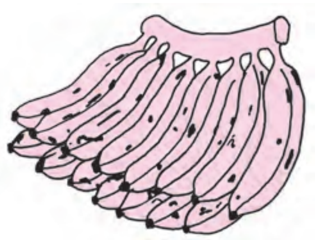
1. नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न की पहली संख्या का दूसरी संख्या के साथ अनुपात ज्ञात करो :
   (1) 24, 56 (2) 63, 49 (3) 52, 65 (4) 84, 60 (5) 35, 65 (6) 121, 99
2. पहली राशि का दूसरी राशि के साथ भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
   (1) 25 मनके, 40 मनके  (2) 40 रुपये, 120 रुपये  (3) 15 मिनट, 1 घंटा
   (4) 30 लीटर, 24 लीटर  (5) 99 किग्रा, 44000 ग्राम  (6) 1 लीटर, 250 मिली
   (7) 60 पैसे, 1 रुपया  (8) 750 ग्राम, $\frac{1}{2}$ किग्रा  (9) 125 सेमी, 1 मीटर
3. रीमा के पास 24 कापियाँ तथा 18 पुस्तकें हैं । कापियों तथा पुस्तकों की संख्या का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
4. खेल के मैदान में क्रिकेट के 30 खिलाड़ी और खो-खो के 20 खिलाड़ी प्रशिक्षण ले रहे हैं । क्रिकेट के खिलाड़ियों और कुल खिलाड़ियों की संख्या का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
5. स्नेहल के पास 80 सेमी लंबाईवाला लाल फीता तथा 2.20 मीटर लंबाईवाला नीला फीता है । लाल तथा नीले रंगवाले फीतों की लंबाइयों का भिन्न के रूप में अनुपात ज्ञात करो ।
6. शुभम् की वर्तमान आयु 12 वर्ष है । शुभम के पिता की वर्तमान आयु 42 वर्ष और उसकी माँ की वर्तमान आयु, पिता की आये से 6 वर्ष कम है । निम्नलिखित अनुपात का भिन्न के रूप में ज्ञात करो ।
   (1) शुभम् और उसकी माँ की वर्तमान आयु का अनुपात ।
   (2) शुभम् की माँ और उसके पिता की वर्तमान आयु का अनुपात ।
   (3) जब शुभम् की आयु 10 वर्ष थी, तब शुभम और उसकी माँ दोनों की आयु का अनुपात ।

**आओ समझें**

### ऐकिक नियम की विधि

जन्मदिवस के अवसर पर विजया अपनी सात सहेलियों को उपहार के रूप में एक-एक कलम देने वाली थी। कलम खरीदने के लिए वह दुकान में गई । दुकानदार ने उसे दर्जन का भाव बताया ।

- क्या सात कलमों का मूल्य ज्ञात करने में विजया की सहायता कर सकते हो ?
- यदि एक कलम का मूल्य ज्ञात हो जाए, तो सात कलमों का मूल्य ज्ञात हो जाएगा।



**उदा.** 15 केलोंवाले किसी झोंपे का मूल्य 45 रुपये हो, तो 8 केलों का मूल्य कितना होगा ?

15 केलों का मूल्य 45 रुपये

$\therefore$ 1 केले का मूल्य = 45 ÷ 15 = 3 रुपये

इस आधार पर, 8 केलों का मूल्य 8 × 3 = 24 रुपये

**उदा.** 10 फूलोंवाले किसी गुच्छे का मूल्य 25 रुपये हो, तो 4 फूलों का मूल्य कितना होगा ?

10 फूलों का मूल्य 25 रुपये

$\therefore$ 1 फूल का मूल्य = $\frac{25}{10}$ रुपये

इस आधार पर, 4 फूलों का मूल्य = $\frac{25}{10} \times 4 = 10$ रुपये

**यह मैने समझा**

**कई वस्तुओं के मूल्य के आधार पर भाग देने की संक्रिया द्वारा एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करना और एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके गुणन संक्रिया करके कई वस्तुओं का मूल्य ज्ञात करना । प्रश्न हल करने की इस विधि को 'ऐकिक नियम की विधि कहते हैं ।**

## प्रश्नसंग्रह 29

*. निम्नलिखित प्रश्नों को हल करो ।

(1) 20 मीटर कपड़े का मूल्य ₹ 3600 हो, तो 16 मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात करो ।

(2) 10 किग्रा चावल का मूल्य ₹ 325 हो, तो 8 किग्रा चावल का मूल्य ज्ञात करो ।

(3) 14 कुर्सियों का मूल्य ₹ 5992 हो, तो 12 कुर्सियों के लिए कितने रुपये चुकाने पड़ेंगे ?

(4) 30 खाली डिब्बों का द्रव्यमान 6 किग्रा हो, तो ऐसे 1080 डिब्बों का द्रव्यमान कितना होगा ?

(5) समान चाल से चलकर कोई कार 3 घंटे में 165 किमी दूरी तय करती है । उसी चाल से वह कार (अ) 330 किमी दूरी कितने घंटों में तय करेगी ? (ब) 8 घंटों में कितनी दूरी तय करेगी ?

(6) खेती की जमीन तैयार करने वाला एक ट्रैक्टर 3 एकड़ जमीन तैयार करने में 12 लीटर डीजल खर्च करता है । 19 एकड़ जमीन तैयार करने में वही ट्रैक्टर कितने लीटर डीजल खर्च करेगा ?

(7) शक्कर के किसी कारखाने में 48 टन गन्ने से 5376 किग्रा शक्कर मिलती है । सविता दीदी के खेत में तैयार गन्ना 50 टन है, तो इन गन्नों से उन्हें कितनी शक्कर मिलेगी ?

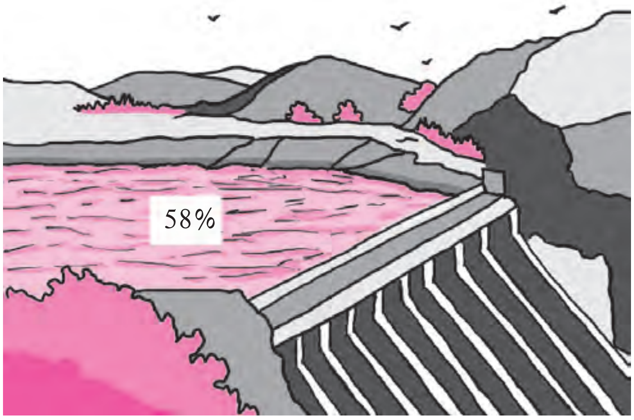
(8) आमों के किसी बाग की 8 कतारों में कुल 128 वृक्ष हैं । यदि प्रत्येक कतार में वृक्षों की संख्या समान हो, तो ऐसी 13 कतारों में कुल कितने वृक्ष होंगे ?

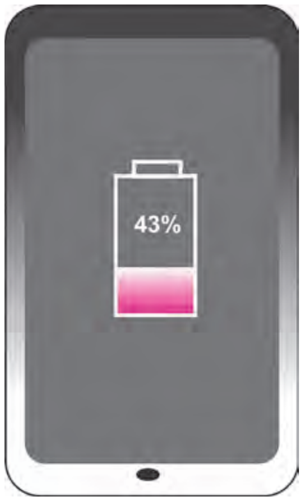
(9) 120000 लीटर पानी का संग्रह करने वाले एक ताल के निर्माण में कुल 18000 रुपये खर्च करने पड़ते हैं । 480000 लीटर पानी का संग्रह करने वाला ऐसा ताल निर्मित करवाने में कुल कितने रुपये खर्च करने पड़ेंगे ?

# 12 प्रतिशतता

## आओ, चर्चा करें

पानी का उपयोग सँभालकर करें
बाँध के पानी का संचय 58%




**राजू** : भाई साहब, ऊपर दिए गए चित्र में 58 के आगे की ओर '%' चिह्न दिख रहा है । उसी प्रकार 43 के आगे की ओर भी '%' जैसा चिह्न दिख रहा है । यह चिह्न किसके लिए है ?

**भाई** : % चिह्न 'प्रतिशत' का चिह्न है । 'प्रतिशत' का अर्थ है, 'प्रत्येक सौ के लिए' । प्रतिशतता को शतमान प्रणाली भी कहते हैं ।

**राजू** : 'प्रतिशतता' का क्या अर्थ है ?

**भाई** : पहले चित्र में दिखाया गया है कि बाँध में पानी का संचय 58% (प्रतिशत) है । इसका अर्थ यह है कि यदि बाँध में पानी का कुल संचय 100 इकाई हो, तो अब बाँध में केवल 58 इकाई पानी रह गया है । मोबाइल फोन की बैटरी पूरी तरह चार्ज हो, तो वह 100 इकाई चार्ज है, ऐसा माना जाता है । 43% का अर्थ है कि अभी उसमें 43 इकाई चार्ज बचा है । प्रतिशत का अर्थ है, 'कुल 100 समान भागों के सापेक्ष तुलना करना' ।

**राजू** : यदि बाँध में 50% पानी भर गया हो, तो क्या हम कह सकते हैं कि बाँध आधा भरा है ?

**भाई** : जी हाँ, 50% का अर्थ है, 100 में से 50 भाग पानी होना । 100 का आधा 50 है ।
58% का अर्थ है, 100 एकांकों में से 58 एकांक । भिन्न के रूप में इसे $\frac{58}{100}$ लिखा जाता है ।
इसका अर्थ यह है कि बाँध की धारिता का $\frac{58}{100}$ भाग पानी है ।

### (1) भिन्न के रूप में प्रतिशतता की जानकारी

50% का अर्थ है, 'कुल 100 समान भागों में से 50 भाग अर्थात पूरे का $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ भाग

25% का अर्थ है, कुल 100 समान भागों में से 25 भाग, अर्थात पूरे का $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ भाग

35% का अर्थ है, कुल 100 समान भागों में से 35 भाग, अर्थात संपूर्ण का $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ भाग

### (2) भिन्नात्मक स्वरूपी जानकारी का प्रतिशत में रूपांतरण

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$ संपूर्ण के $\frac{3}{4}$ भाग का अर्थ है $\frac{75}{100}$ अर्थात 75%.

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100}$ संपूर्ण के $\frac{2}{5}$ भाग का अर्थ है $\frac{40}{100}$ अर्थात 40%.

**यह मैंने समझा**

**हर को 100 बनाने के लिए तुल्य भिन्नों का उपयोग होता है ।**

**उदा.** पिछले वर्ष 'गिरिप्रेमी' दल ने वृक्षारोपण कार्यक्रम के अंतर्गत कुल 75 वृक्ष रोपे । उनमें से 48 वृक्षों का उत्तम संवर्धन हुआ । 'कर्मवीर' दल ने 50 वृक्ष रोपे, जिनमें से 35 वृक्षों का उत्तम संवर्धन हुआ । वृक्षों के संवर्धन में कौन-सा दल अधिक यशस्वी रहा?

दोनों दलों द्वारा प्रारंभ में रोपे गए वृक्षों की संख्या अलग-अलग है । अत: रोपे गए कुल वृक्षों तथा संवर्धित वृक्षों की संख्याओं की तुलना पर विचार करना पड़ेगा । यह तुलना करने के लिए संवर्धित वृक्षों की प्रतिशतता ज्ञात करना उपयोगी होता है । उसके लिए संवर्धित वृक्षों तथा रोपे गए वृक्षों की संख्या अनुपात ज्ञात करेंगे ।

मानो कि गिरिप्रेमी दल के संवर्धित वृक्षों की प्रतिशतता A% है ।

और कर्मवीर दल के संवर्धित वृक्षों की प्रतिशतता B% है ।

इसलिए गिरिप्रेम दल के संविर्धित तथा रोपे गए वृक्षों की संख्या का अनुपात $\frac{A}{100}$ होगा, जो $\frac{48}{75}$ के भी बराबर है । इसी प्रकार, कर्मवीर दल के संवर्धित तथा रोपे गए वृक्षों की संख्या का अनुपात $\frac{B}{100}$ होगा, जो $\frac{35}{50}$ के भी बराबर है । इस प्रकार समीकरण $\frac{A}{100} = \frac{48}{75}$ प्राप्त हुआ ।

इसी प्रकार $\frac{B}{100} = \frac{35}{50}$

$$\frac{A}{100} = \frac{48}{75}$$

$$\frac{A}{100} \times 100 = \frac{48}{75} \times 100$$

$$A = 64$$

$$\frac{B}{100} = \frac{35}{50}$$

$$\frac{B}{100} \times 100 = \frac{35}{50} \times 100$$

$$B = 70$$

स्पष्ट है कि 70 > 64

∴ अत: कर्मवीर दल वृक्ष संवर्धन में अधिक यशस्वी रहा ।

**उदा.** किसी जिले के एक तहसील के दो गाँवों द्वारा क्रमश: 200 तथा 300 पोखर तैयार करने के लिए निश्चित किया गया था । मई माह के अंत में पहले गाँव ने कुल 120 पोखर और दूसरे गाँव ने कुल 165 पोखर तैयार किए । किस गाँव द्वारा पोखर बनाने का काम अधिक तेज है ?

इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के लिए पूर्णंत: तैयार पोखरों की प्रतिशतता ज्ञात करके उनकी तुलना करेंगे।

मानो कि पहले गाँव द्वारा तैयार पोखरों की प्रतिशतता A% और दूसरे गाँव द्वारा तैयार पोखरों की प्रतिशता B% है ।

हम तैयार किए गए पोखरों तथा पोखरों को निर्धारित संख्या का अनुपात ज्ञात करेंगे ।

पहले गाँव के लिए : $\frac{A}{100} = \frac{120}{200}$

$$\frac{A}{100} \times 100 = \frac{120}{200} \times 100$$

$$A = 60$$

दूसरे गाँव के लिए : $\frac{B}{100} = \frac{165}{300}$

$$\frac{B}{100} \times 100 = \frac{165}{300} \times 100$$

$$B = 55$$

स्पष्ट है कि $60 > 55$

$\therefore$ अत: पहले गाँव द्वारा पोखर बनाने का काम अधिक तेज है ।

**उदा.** किसी विद्‌यालय के कुल 1200 विद्‌यार्थियों में से 720 विद्‌यार्थियों को संकलित मूल्यांकन में श्रेणी 'अ' मिली, तो कितने प्रतिशत विद्‌यार्थियों को 'अ' श्रेणी मिली ?

मानो कि A% विद्‌यार्थियों को 'अ' श्रेणी मिली।

'अ' श्रेणी प्राप्त विद्‌यार्थियों की संख्या और विद्‌यार्थियों की कुल संख्या के अनुपात को दो स्वरूपों में लिखकर समीकरण प्राप्त करके तुलना करेंगे ।

$$\frac{A}{100} = \frac{720}{1200}$$

$$\therefore \quad \frac{A}{100} \times 100 = \frac{720}{1200} \times 100$$

$$\therefore \quad A = 60$$

$\therefore$ 60% विद्‌यार्थियों को 'अ' श्रेणी मिली ।

**उदा.** किसी समाजसेवी संस्था ने एक जिले के कुल 400 विद्‌यालयों में से 18% विद्‌यालयों को दत्तक लिया, तो दत्तक के रूप में लिए गए विद्‌यालयों की संख्या कितनी है ?

दत्तक लिए गए विद्‌यालयों की संख्या और विद्‌यालयों की कुल संख्या के अनुपात को दो स्वरूप में लिखकर हम समीकरण प्राप्त करेंगे और उसे हल करेंगे ।

18% का अर्थ है, 100 में से 18 विद्‌यालय दत्तक लिए गए ।

मानो कि 400 विद्‌यालयों में से दत्तक विद्‌यालयों की संख्या A है ।

$$\frac{A}{400} = \frac{18}{100}$$

$$\therefore \quad \frac{A}{400} \times 400 = \frac{18}{100} \times 400$$

$$\therefore \quad A = 72$$

$\therefore$ दत्तक के रूप में लिए गए विद्‌यालयों की संख्या 72 है ।

## प्रश्नसंग्रह 30

(1) किसी परीक्षा में शबाना को 800 में से 736 अंक मिले हों, तो उसे कितने प्रतिशत अंक मिले ?

(2) जगतपुर गाँव के विद्‌यालय में कुल 500 विद्‌यार्थी हैं । उनमें से 350 विद्‌यार्थियों को तैरना आता है, उस विद्‌यालय के कितने प्रतिशत विद्‌यार्थी तैर सकते हैं ? कितने प्रतिशत विद्‌यार्थियों को तैरना नहीं आता ?

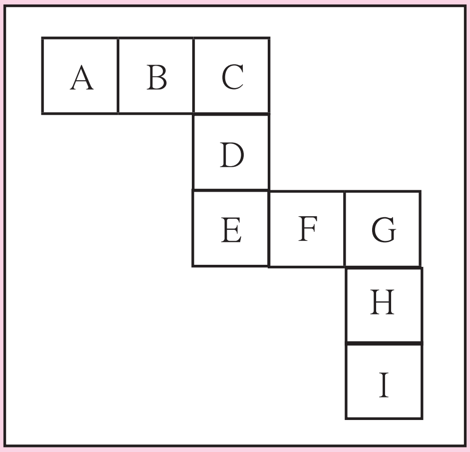
(3) प्रकाश ने खेती की 19500 वर्ग मीटर जमीन में से 75% जमीन में ज्वार बोया, तो उसने कितने वर्ग मीटर खेत में ज्वार बोया ?

(4) जन्मदिवस के अवसर पर सोहन के मोबाइल पर कुल 40 संदेश (मैसेज) मिले । उनमें से 90% संदेश जन्मदिवस की शुभकामना से संबंधित हों, तो अन्य प्रकार के संदेशों की संख्या कितनी है ?

(5) किसी गाँव के कुल 5675 लोगों में से 5448 लोग साक्षर हों, तो उस गाँव की साक्षरता कितने प्रतिशत है ?

(6) किसी चुनाव में घनश्यामपुर गाँव की 1200 महिलाओं में से 1080 महिलाओं ने मतदान किया जबकि गणेशपुर गाँव की 1700 महिलाओं में से 1360 महिलाओं ने मतदान किया । किस गाँव की महिलाओं के मतदान करने का प्रतिक्षत अधिक है ?

### गणितीय मनोरंजन!




ऊपर बनाए गए ढाँचे में कुल नौ वर्ग हैं । इन वर्गों में क्रमश: नौ अक्षर A, B, C, D, E, F, G, H तथा I लिखे गए हैं । इन अक्षरों के स्थानों पर 1 से 9 तक के अंकों को लिखा जाता है । प्रत्येक वर्ग अलग-अलग अंक हैं । साथ-साथ A + B + C = C + D + E = E + F + G = G + H + I होना चाहिए ।

# 13 लाभ–हानि

## आओ, चर्चा करें

प्रणव की सामग्री खरीद की सूची

| | |
|---|---|
| सब्जियाँ – | ₹ 70 |
| मक्खन – | ₹ 25 |
| पाव–रोटी – | ₹ 45 |
| मसाले – | ₹ 14 |
| अन्य सामग्री – | ₹ 20 |

कुल -----------

बेचने पर प्राप्त हुई रकम : ₹ 160

प्रणव ने कुल कितना खर्च किया ?
वह नाराज क्यों है ?

सरिता की सामग्री खरीद की सूची

| | |
|---|---|
| प्लेट – | ₹ 20 |
| चम्मच – | ₹ 10 |
| चटनी – | ₹ 30 |
| लाई – | ₹ 50 |
| प्याज – | ₹ 20 |
| अन्य सामग्री – | ₹ 60 |

कुल -----------

बेचने पर प्राप्त हुई रकम : ₹ 230

सरिता ने भेल के लिए कुल कितना खर्च किया?
सरिता प्रसन्न क्यों दिख रही है ?

### आओ, चर्चा करें

यदि सरिता पूरी सामग्री दुगुनी लाई होती, तो क्या उसे दुगुना लाभ हुआ होता ?
फिर से स्टॉल लगाते समय प्रणव को क्या करना चाहिए, जिससे पावभाजी अधिक बिकती जाए और उसे लाभ प्राप्त हो?

### आओ समझें

## लाभ–हानि

पैसे कमाने के लिए लोग अलग–अलग प्रकार के काम करते हैं । दुकानदार ऐसी वस्तुएँ बेचने का प्रयास करते हैं, जो ग्राहकों को अधिक पसंद तथा आवश्यक होती हैं । थोक व्यापारी या उत्पादक से सस्ती दर से अधिक वस्तुएँ खरीदकर लाई जाती हैं । उसका मूल्य उस पर लिखित (छपे) मूल्य से कम होता है । वस्तुओं को छुट्टा करके उन्हें छपे मूल्य पर बेचने पर अधिक रकम मिलती है । विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक होनेपर फायदा होता है । इसे **लाभ** कहते है । कभी–कभी सामान बेचने पर विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से कम मिलता । इस प्रकार होनेवाली क्षति को **हानि** कहते हैं ।

### यह मैंने समझा

**यदि विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से कम हो, तो हानि होती है ।**
**हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य**

**यदि विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक हो, तो लाभ होता है ।**
**लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य**

---

**उदा.** हमीदभाई ने 2000 रुपयों के केले खरीदे और सभी केले 1890 रुपयों में बेच दिए, इस क्रय–विक्रय में लाभ हुआ या हानि ? कितना/कितनी ?

2000 रुपयों के केले खरी दे गए ।
अत: क्रय मूल्य = ₹ 2000
विक्रय मूल्य = ₹ 1890
स्पष्ट है कि क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य से अधिक है । अत: इस क्रय–विक्रय में हमीदभाई को हानि हुई है ।
हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य
= 2000 – 1890
= ₹ 110
∴ अत: इस क्रय–विक्रय में हमीदभाई को 110 रुपये हानि हुई ।

**उदा.** हरभजनसिंह ने 500 किलोग्राम चावल 22000 रुपयों में खरीदा और 48 रुपये प्रति किलोग्राम की दर से पूरा चावल बेच दिया, तो उसे कितने रुपये लाभ हुआ ?

500 किलोग्राम चावल का क्रय मूल्य 22000 रुपये है ।
∴ 500 किलोग्राम चावल का विक्रय मूल्य
= 500 × 48 = 24000 रुपये
लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य
= 24000 – 22000
= ₹ 2000
∴ अत: हरभजनसिंह को 2000 रुपये लाभ हुआ।

1. नीचे दी गई तालिका में क्रय मूल्य तथा विक्रय मूल्य दिए गए हैं । उसके आधार पर लाभ या हानि निर्धारित करो तथा वह कितनी है, लिखो ।

| उदा क्र. | क्रय मूल्य (रुपये) | विक्रय मूल्य (रुपये) | लाभ या हानि | कितने रुपये ? |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 4500 | 5000 | | |
| 2. | 4100 | 4090 | | |
| 3. | 700 | 799 | | |
| 4. | 1000 | 920 | | |

2. कोई दुकानदार एक साइकिल 3000 रुपयों में खरीदकर उसे 3400 रुपयों में बेच दे, तो उसे कितना लाभ प्राप्त हुआ ?
3. सुनंदा दीदी ने 475 रुपयों में दूध खरीदा । उस दूध से दही बनाकर, पूरा दही 700 रुपयों में उसने बेच दिया । उसे कितना लाभ मिला ?
4. दीपावली में जिजामाता महिला बचत गुट ने नमकीन बनाने के लिए 15000 रुपयों का कच्चा माल खरीदा । पूरा नमकीन 22050 रुपये में बेच दिया गया, तो बचत गुट को कितना लाभ हुआ ?
5. प्रमोद ने थोक सब्जीमंडी से हरी मेथी की 100 गड्डियाँ 400 रुपये में खरीदी । वर्षा होने के कारण 30 गड्डियाँ सड़ गईं । बची हुई गड्डियों का 5 रुपये प्रति गड्डी की दर से बेचने पर उसे लाभ होगा या हानि ? कितना ?
6. शरद ने 2000 रुपयों में 1 क्विंटल प्याज खरीदा । बाद में उसने पूरी प्याज 18 रुपये प्रति किग्रा की दर से बेच दी, तो इस क्रय-विक्रय में उसे लाभ हुआ या हानि ? कितनी ?
7. कांता जी ने किसी थोक व्यापारी से 25 साड़ियाँ 10000 रुपयों में खरीदीं । उन्होंने सभी साड़ियाँ 460 रुपये प्रति साड़ी के भाव से बेच दीं, तो इस क्रय-विक्रय में कांता जी को कितना लाभ होगा ?

## संपूर्ण क्रय मूल्य अर्थात लागत और लाभ तथा हानि

दीपावली के अवसर पर किसी विद्यालय द्वारा 'दीये रंगो' नामक उपक्रम करवाया गया । उसके लिए 1000 रुपयों में 1000 दीये खरीदे गए । रंग के लिए 200 रुपये खर्च हुए । दीयों को विद्यालय तक लाने में 100 रुपये परिवहन खर्च करना पड़ा । रंगे गए सभी दीयों को 2 रुपये प्रति नग की दर से बेचा गया, तो इस व्यवहार में लाभ हुआ या हानि तथा कितनी ?

दीयों का क्रय मूल्य 1000 रुपये तथा विक्रय मूल्य 2000 रुपये है । अत: 1000 रुपये लाभ हुआ ।

- अंजू का ऐसा कहना क्या सही है ?
- रंग तथा परिवहन के खर्च का क्या ?
- दीयों को बेचने के पहले उन पर कुल कितना खर्च करना पड़ा है ?

- दीयों को रँगने के बाद बेचा गया । इस व्यवहार में कितना लाभ हुआ ?

क्रय मूल्य के अतिरिक्त खरीदे गए माल (सामान) पर परिवहन, ढुलाई, चुंगी इत्यादि पर भी खर्च करना पड़ता है । वास्तविक अर्थात मूल क्रय मूल्य में इन अतिरिक्त खर्चों को जोड़ने पर प्राप्त रकम को 'संपूर्ण क्रय मूल्य' या 'लागत' कहते हैं । लाभ या हानि की गणना वस्तु के 'संपूर्ण क्रय मूल्य' के आधार पर की जाती है ।

**यह मैंने समझा**

**क्रय-विक्रय के व्यवहार में किसी वस्तु को बेचने के पहले, उस पर किए गए पूरे खर्च को मूल क्रय मूल्य में जोड़ने पर प्राप्त रकम को उस वस्तु का 'संपूर्ण क्रय मूल्य' अथवा लागत कहते हैं ।**

**विचार करो**

**अपने खेत में पैदा किए गए उत्पाद (माल) को किसान बेचता है । वह उत्पाद प्राप्त होने के पहले उत्पाद का संपूर्ण क्रय मूल्य अर्थात लागत कैसे ज्ञात करता है ? माल को बेचने के पहले किसान को बीज, खाद तथा परिवहन खर्च के अतिरिक्त उस माल के लिए कौन-कौन-से मदों पर खर्च करना पड़ता है ।**

**उदा.** संभाजीराव ने किसी कारखाने से कोई कृषियंत्र 80000 रुपयों में खरीदा । यंत्र की खरीद पर उसे 1600 रुपये कर के रूप में, 800 रुपये परिवहन के लिए और 300 रुपये मजदूरी के लिए खर्च करने पड़े । यदि उसने वह यंत्र 100000 रुपयों में बेचा हो, तो उसे कितना लाभ प्राप्त हुआ ?

कृषियंत्र खरीदने में किया गया कुल खर्च

= कृषियंत्र का मूल्य + कर + परिवहन खर्च + मजदूरी

= 80000 + 1600 + 800 + 300

= ₹ 82700

अत: कृषियंत्र का संपूर्ण क्रय मूल्य (लागत) 82700 रुपये है ।

लाभ = विक्रय मूल्य - संपूर्ण क्रय मूल्य

= 100000 - 82700

= ₹ 17300

इस व्यवहार में संभाजीराव को 17300 रुपये लाभ प्राप्त हुआ ।

**उदा.** जावेदभाई ने 4300 रुपये प्रति नग की दर से कुल 35 मिक्सर (मिश्रक) खरीदा । दुकान तक लाने में उसने 2100 रुपये और खर्च किए । यदि इस व्यवहार में 21000 रुपये लाभ की अपेक्षा हो, तो प्रत्येक मिक्सर कितने मूल्य पर बेचना चाहिए ?

एक मिक्सर का क्रय मूल्य = ₹ 4300

$\therefore$ 35 मिक्सरों का क्रय मूल्य = 4300 × 35 = ₹ 150500

मिक्सरों का संपूर्ण क्रय मूल्य = मिक्सरों का कुल मूल्य + परिवहन खर्च

= 150500 + 2100

= ₹ 152600

कुल अपेक्षित लाभ 21000 रुपये है ।

$\therefore$ 35 मिक्सरों का अपेक्षित क्रय मूल्य

= 152600 + 21000

= ₹ 173600

$\therefore$ 1 मिक्सर का विक्रय मूल्य = 173600 ÷ 35

= ₹ 4960

अत: प्रत्येक मिक्सर 4960 रुपयों में बेचना चाहिए ।

```
        4960
35) 173600
   − 140
     0336
   −  315
     00210
   −   210
      00000
   −      0
          0
```

## प्रश्नसंग्रह 32

1. अमर ने किसी थोक व्यापारी से 400 अंडे कुल 1500 रुपयों में खरीदे । वाहन खर्च 300 रुपये देने पड़े । उनमें से 50 अंडे गिरकर टूट गए । बचे हुए अंडों को उसने 5 रुपये प्रति अंडे की दर बेच दिए । उसे लाभ हुआ या हानि ? कितनी ?
2. अब्राहम ने 50000 रुपयों का माल खरीदा। कर तथा ढुलाई खर्च के रूप में उसने 7000 रुपये और दिए । पूरा माल उसने 65000 रुपयों में बेचने पर उसे लाभ होगा या हानि ? कितने रुपये?
3. अजित कौर ने 50 किग्रा वजनवाली शक्कर की एक बोरी 1750 रुपयों में खरीदी । पूरी शक्कर उसने 32 रुपये प्रति किलोग्राम की दर से बेच दी। उसे कितने रुपये का लाभ या हानि होगी ?
4. कुसुम जी ने 700 रुपये प्रति कुकर की दर से 80 कुकर खरीदे । दुकान तक लाने के लिए उन्होंने 1280 रुपए मालढुलाई दी । प्रत्येक कुकर कितने रुपयों में बेचने पर उन्हें 18000 रुपये लाभ होगा ?
5. इंद्रजीत ने 12000 रुपये प्रति नग की दर से कुल 10 प्रशीतक खरीदे । परिवहन के लिए उसने 5000 रुपये और खर्च किए । इन प्रशीतकों को वह किस दर से बेचे कि पूरी लागत पर उसे 20000 रुपयों का शुद्ध लाभ हो ?
6. ललिता जी ने अपने खेत में 13700 रुपयों के बीजों की बोआई की । खादें और दवाइयाँ छिड़कने के लिए 5300 रुपये और मजदूरी के रूप में 7160 रुपये खर्च किए । खेत में उत्पन्न पूरा अनाज बेचने पर उसे 35400 रुपये मिले । इस कार्य में उन्हें कितना लाभ या हानि हुई ?

**आओ समझें**

### प्रतिशत लाभ और हानि

किसी व्यापार में लाभ अथवा हानि का प्रतिशत ज्ञात करते समय उसकी गणना माल के संपूर्ण क्रय मूल्य अर्थात लागत के अनुसार की जाती है । 10% लाभ या हानि का अर्थ है, यदि 100 रुपये क्रय मूल्य हो, तो 10 रुपये का लाभ अथवा हानि ।

**उदा.** अब्बास ने 400 रुपयों की सब्जी खरीदकर, उसे 650 रुपयों में बेच दी । बलवीर ने 300 रुपयों की सब्जी खरीदकर, उसे 500 रुपयों में बेच दी । दोनों में से किसका व्यवहार अधिक लाभदायक है ?

प्रश्न में दी गई जानकारी से स्पष्ट है कि अब्बास को 250 रुपये और बलवीर को 200 रुपये लाभ मिल रहा है । परंतु ध्यान दो कि प्रत्येक के लिए सब्जी का क्रम मूल्य अलग-अलग है । अत: तुलना करने के लिए लाभ का प्रतिशत ज्ञात करेंगे ।

मानो कि अब्बास को A% और बलवीर को B% लाभ मिलता है । यदि लाभ तथा क्रय मूल्य का अनुपात ज्ञात करें, तो इसे दो समान अनुपातों के रूप में लिखकर समीकरण बनेंगे, जिसे हल करके उत्तर दिया जा सकता है ।

$$\frac{A}{100} = \frac{250}{400}$$

$$\frac{A}{100} \times 100 = \frac{250 \times 100}{400}$$

$$A = \frac{250}{4} = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2}$$

$$\frac{B}{100} = \frac{200}{300}$$

$$\frac{B}{100} \times 100 = \frac{200 \times 100}{300}$$

$$B = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$$

∴ इसलिए बलबीर का व्यवहार अधिक लाभदायक है ।

**उदा.** सीमा ने सब्जीमंडी से 800 रुपयों की सब्जियाँ खरीदी । गाड़ीभाड़े के रूप में उसने 40 रुपये देकर पूरी सब्जी दुकान तक लाई । पूरी सब्जी बेचने पर उसे 966 रुपये मिले, तो उसे लाभ हुआ या हानि ? कितने प्रतिशत ?

प्रतिशत लाभ अथवा हानि ज्ञात करने के लिए संपूर्ण क्रय मूल्य ज्ञात करें ।

सब्जी का संपूर्ण क्रय मूल्य = क्रय मूल्य + गाड़ीभाड़ा
= 800 + 40
= ₹ 840

लाभ = विक्रय मूल्य – संपूर्ण क्रय मूल्य
= 966 – 840
= ₹ 126

मानो कि सीमा को Y% लाभ हुआ । लाभों तथा उन के संगत क्रय मूल्यों के अनुपातों द्वारा समीकरण प्राप्त करके प्रश्न हल करेंगे ।

$$\frac{Y}{100} = \frac{126}{840}$$

$$\frac{Y}{100} \times 100 = \frac{126}{840} \times \frac{100}{1}$$

$$Y = 15$$

∴ अत: सीमा को 15% लाभ हुआ ।

## प्रश्नसंग्रह 33

1. मगनलाल 400 रुपये क्रय मूल्यवाली पैंट 448 रुपयों में और 200 रुपये क्रय मूल्यवाली कमीज 250 रुपये में बेचता है । इनमें से किस कपड़े का क्रय – विक्रय अधिक लाभदायक है ?
2. रामराव ने 4500 रुपयों में खरीदी गई अलमारी 4950 रुपयों में बेची । शामराव ने 3500 रुपयों में खरीदा गया सिलाई यंत्र 3920 रुपयों में बेचा, तो दोनों में किसका क्रय-विक्रय अधिक लाभदायक है ?
3. हनीफ ने सेब का एक बॉक्स 400 रुपयों में खरीदा, जिसमें 50 सेब थे । यदि सभी सेबों को 10 रुपये प्रति सेब की दर से बेच दिए हों, तो उसे लाभ हुआ या हानि ? कितने प्रतिशत ।

## आओ समझें

**दी गई जानकारी के आधार पर प्रतिशत लाभ तथा प्रतिशत हानि पर आधारित शाब्दिक प्रश्न तैयार करना और हल करना :**

**जानकारी :** क्रय मूल्य 23500 रुपये,
गाड़ीभाड़ा 1200 रुपये, चुंगी 300 रुपये,
विक्रय मूल्य 24250 रुपये ।

**तैयार किया गया प्रश्न**

- जोसेफ ने एक मशीन 23500 रुपयों में खरीदी । उसे दुकान तक लाने में 1200 रुपये खर्च करने पड़े । इसके अतिरिक्त उसे 300 रुपये चुंगी भी देनी पड़ी । यदि जोसेफने वह मशीन 24250 रुपयों में बेची हो, तो उसे लाभ हुआ या हानि ? कितने प्रतिशत ?

मशीन का संपूर्ण क्रय मूल्य (लागत)
= 23500 + 1200 + 300
= ₹ 25000

मशीन का विक्रय मूल्य = 24250 रुपये

क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य से अधिक है ।

हानि = क्रय मूल्य − विक्रय मूल्य
= 25000 − 24250
= ₹ 750

इसलिए जोसेफ को ₹ 750 हानि हुई ।

यदि हानि N% माने, तो हानि और क्रय मूल्य के अनुपातों को दो स्वरूपों में लिखकर, समीकरण प्राप्त करेंगे और उसे हल करके प्रतिशत हानि ज्ञात करेंगे ।

$$\frac{N}{100} = \frac{750}{25000}$$

$$\therefore \frac{N}{100} \times 100 = \frac{3}{100} \times 100$$

$$\therefore N = 3$$

जोसेफ को 3% हानि हुई ।

**जानकारी :** 700 रुपये, 18 वस्तुएँ, 18900 रुपये

**तैयार किया गया प्रश्न**

- सरिताजी ने 700 रुपये प्रति कुर्सी की दर से 18 कुर्सियाँ खरीदीं और सभी कुर्सियाँ उन्होंने 18900 रुपयों में बेच दीं, तो उन्हें लाभ हुआ या हानि ? कितना ? कितने प्रतिशत ?

1 कुर्सी का क्रय मूल्य = 700 रुपये

∴ 18 कुर्सियों का क्रय मूल्य
= 700 × 18 = ₹ 12600

सभी कुर्सियों का विक्रय मूल्य 18900 रुपये

विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक है

लाभ = विक्रय मूल्य − क्रय मूल्य
= 18900 − 12600
= ₹ 6300

सरिता जी को 6300 रुपयों का लाभ हुआ ।

यदि लाभ की दर N% मानें, तो लाभ और क्रय मूल्य के अनुपातों को दो स्वरूपों में लिखकर, समीकरण प्राप्त करेंगे और उसे हल करके प्रतिशत लाभ ज्ञात करेंगे ।

$$\frac{N}{100} = \frac{6300}{12600}$$

$$\therefore \frac{N}{100} \times 100 = \frac{63}{126} \times 100$$

$$\therefore N = \frac{63 \times 100}{126}$$

$$\therefore N = 50$$

सरिता जी को 50% लाभ हुआ ।

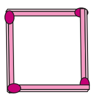
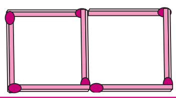
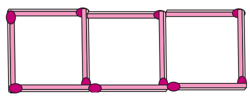
## प्रश्नसंग्रह 34

✸ **नीचे दिए गए प्रत्येक प्रश्न में दी गई जानकारी के आधार पर प्रतिशत लाभ अथवा प्रतिशत हानि वाले शाब्दिक प्रश्न तैयार करो और उन्हें हल करो :**

1. क्रय मूल्य 1600 रुपये, विक्रय मूल्य 2800 रुपये ।
2. क्रय मूल्य 2000 रुपये तथा विक्रय मूल्य 1900 रुपये ।
3. एक वस्तु का क्रय मूल्य 1200 रुपये, कुल वस्तुएँ 8, प्रत्येक वस्तु का विक्रय मूल्य 1400 रुपये ।
4. खरीदा गया अनाज 50 किग्रा, क्रय मूल्य 2000 रुपये, प्रत्येक किलोग्राम अनाज का विक्रय मूल्य 43 रुपये ।
5. क्रय मूल्य 8600 रुपये,
   गाड़ी भाड़ा 250 रुपये,
   मजदूरी 150 रुपये,
   विक्रय मूल्य 10000 रुपये ।
6. बीज का क्रय मूल्य 20500 रुपये, मजदूरी 9700 रुपये, दवाइयाँ तथा खादें 5600 रुपये, विक्रय मूल्य 28640 रुपये ।

**उपक्रम :**
- लाभ तथा हानि पर आधारित ऐसे प्रश्न लिखो, जिनका तुमने अनुभव किया हो । उन्हें प्रश्न के रूप में लिखकर हल करो ।
- किसी आनंद मेले का आयोजन करो । वस्तुओं की बिक्री का अनुभव करो । कोई वस्तु या खाद्यपदार्थ तैयार करने में कुल कितना खर्च आया ? कुल कितने की बिक्री हुई ? इस व्यवहार का लेखन अथवा नाट्यरूपांतरण करो ।

### गणितीय मनोरंजन!

| वर्गों की संख्या |  |  |  | |
|---|---|---|---|---|
| तीलियों की संख्या | 4 | 7 | 10 | |

अर्पिता ने 4 तीलियों द्वारा एक वर्ग बनाया । इसके बाद 3 तीलियाँ और लेकर उनसे ऐसी रचना की जिससे दो वर्ग बनने लगे । बाद में 3 अन्य तीलियाँ लेकर 3 वर्ग तैयार किए । कुल 7 वर्ग बनाने के लिए कुल कितनी तीलियाँ लगेंगी ? इसी क्रम में यदि 50 वर्ग बनाने हों, तो कुल कितनी तीलियों का उपयोग करना पड़ेगा ?

# 14 बैंक और साधारण ब्याज

BRC327

**थोड़ा याद करो**

ऊपर दिए गए चित्र में क्या दिखाया गया है ? इस कार्यालय में कौन-से काम किए जाते हैं ? इसकी जानकारी प्राप्त करो । अपने प्रेक्षणों को लिखो ।

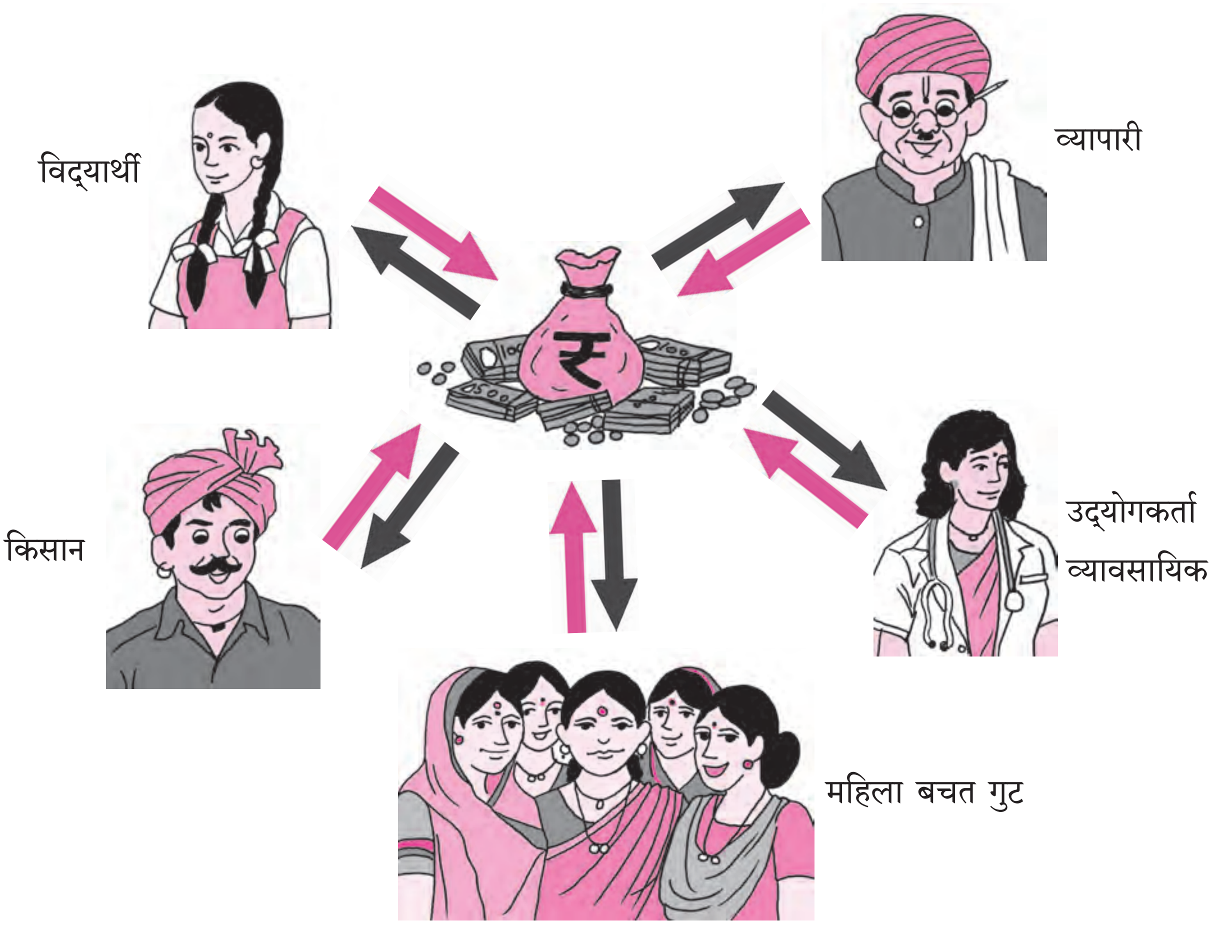
**आओ समझें**

## बैंक

बैंक वास्तव में पैसों के लेन-देन का व्यवहार करने वाली सरकारमान्य संस्था होती है । यह **'वित्तीय संस्था'** हैं । (वित्त का अर्थ पैसा) ।

हम जो पैसे कमाते हैं, उसे हमें ध्यानपूर्वक खर्च करना चाहिए । भविष्य की आवश्यकताओं के लिए हम पैसे की बचत करते हैं । यही बचत शिक्षा, मकान के निर्माण, चिकित्सा खर्च, व्यापार-व्यवसाय, खेती में सुधार के कार्य के लिए किए जाते हैं । नियमित रूप में की गई छोटी बचत आगे चलकर बड़ी रकम बन जाती है और वह भविष्य के लिए उपयोगी सिद्ध होती है । बैंक में जमा की गई रकम सुरक्षित रहती है और समय बीतने पर उसमें बढ़ोत्तरी भी होती है ।

## आर्थिक व्यवहार




- ऊपर दिए गए चित्रों के आधार पर कौन-कौन-से व्यक्ति बैंक से लेन-देन करते हुए दिखाए गए हैं ?
- ठीक बीच में दी गई थैली के चित्र के ऊपर बना हुआ चिह्न किसका है ?
- इन चित्रों में विपरीत दिशाएँ दिखाने वाले तीरों द्‌वारा क्या ज्ञात होता है ?

### उपक्रम

- शिक्षक अपने विद्‌यार्थियों को अपने आसपास की बैंक में ले जाएँ । बैंकसंबंधी प्रारंभिक जानकारी प्राप्त करने के लिए विद्‌यार्थियों को प्रेरित करें । विभिन्न प्रकार के फॉर्म तथा स्लिप भरने में उनकी सहायता करें ।
- यदि आसपास कोई बैंक न हो, तो शिक्षक उपर्युक्त फॉर्म तथा स्लिपों के नमूने प्राप्त करके उनसे भरवाएँ ।
- विद्‌यालय में बैंक से मिलता-जुलता नमूना बनाकर बैंक के व्यवहारों का प्रायोगिक प्रदर्शन करें ।
- बैंक में काम करने वाले किसी अभिभावक अथवा किसी सहकारी बैंक के कर्मचारी की सहायता से बैंक के कामकाज की विस्तृत जानकारी करवाएँ ।

**आओ समझें**

## बैंक के खाते

बैंक का व्यवहार करने के लिए, उसमें बचत खाता खोलना पड़ता है । नया खाता खोलते समय हमें निम्नलिखित कागजपत्रों की आवश्यकता होती है ।

(1) पते से संबंधित प्रमाणपत्र : राशनकार्ड, बिजली का बिल, टेलीफोन बिल, निवासी प्रमाणपत्र, पहचान पत्र इत्यादि ।

(2) पहचान का प्रमाणपत्र : आधार कार्ड, मतदान पहचान पत्र, पैन कार्ड, पासपोर्ट अथवा बैंक की सूचना के अनुसार अपेक्षित प्रमाणपत्र, किसी अन्य खातेदार का संदर्भ ।

बचत खाता खोलने का उद्‌देश्य है कि सभी लोगों में बचत करने की आदत पड़े । खातेदार इस खाते में पैसा जमा कर सकते हैं । आवश्यकता के अनुसार खाते में से महीने में एक निश्चित बार तक रकम निकाल भी सकते हैं ।

बचत खाते में जमा की गई रकम पर बैंक द्‌वारा 4% से 6% तक ब्याज देती है । बचत खाते द्‌वारा लेन-देन करने के लिए बैंक खातेदार को पासबुक, चेकबुक, एटीम (ATM) कार्ड, मोबाइल बैंकिंग, एस.एम.एस. बैकिंग तथा इंटरनेट बैंकिक जैसी सुविधाएँ प्रदान करती है ।

बैंक में पैसे जमा करने के लिए तथा पैसे निकालने के लिए विशिष्ट नमूनेवाले छपे हुए फार्म भरने पड़ते हैं । प्रत्येक बैंक का नमूना प्राय: अलग-अलग होता है, परंतु उनमें भरी गई सभी जानकारियाँ समान ही होती हैं ।

## ब्याज की गणना

खातेदार द्‌वारा बैंक में पैसे जमा करने के बदले बैंक द्‌वारा खातेदार को कुछ रकम दी जाती है । इसी प्रकार कर्जदार द्‌वारा बैंक के पैसे का उपयोग करने के बदले, बैंक खातेदार से पैसे लेती है । इस प्रकार बैंक द्‌वारा दी गई अथवा ली गई रकम को **'ब्याज'** कहते हैं । बैंक में जमा रकम या बैंक द्‌वारा कर्ज के रूप में दी गई रकम को 'मूलधन' कहते हैं । जमा की गई रकम या कर्ज के रूप में ली गई रकम पर ब्याज की गणना की जाती है । ब्याज की दर की गणना 100 रुपये पर किया जाता है । ब्याज की दर कितने समय के लिए है, इसे बताया जाता है । यह प्राय: 100 रुपये मूलधन पर प्रत्येक वर्ष के ब्याज के आधार पर निर्धारित की जाती है । इसे 'प्रतिशत प्रति वर्ष' में बताया जाता है, जिसे संक्षेप में प्र.श.प्र.व. लिखते हैं । इसे ब्याज की दर कहते हैं । मूलधन का जितने समय तक उपयोग करते है उसे **'समय'** कहते हैं ।

### साधारण ब्याज

इस कक्षा में हम केवल एक वर्ष में मिलने वाले ब्याज पर ही विचार करेंगे । यह साधारण ब्याज होता है । अधिक समय के ब्याज की गणना प्राय: अधिक जटिलता वाला होता है । वह साधारण ब्याज से अलग होता है ।

इसके अतिरिक्त बैंक में एक अन्य प्रकार का भी खाता खोला जाता है, जिसे **'चालू खाता'** कहते हैं । इस खाते में कितनी भी बार रकम जमा कर सकते हैं तथा निकाल सकते हैं । इस खाते में जमा रकम पर ब्याज नहीं मिलता ।

अधिक ब्याज प्राप्त करने के लिए बैंक में अधिक समय के लिए भी खाता खोल सकते हैं। ऐसे खाते को 'स्थाई जमा खाता' (FD - Fixed Deposit), कहते हैं । बैकों द्‌वारा आवर्ती जमा (R.D. - Recurring Deposit) की सुविधा दी जाती है ।

**उदा 1.** विजया ने 7 प्र. श. प्र. व. ब्याज की दर से किसी बैंक में 1 वर्ष के लिए कुल 15000 रुपये जमा किए । वर्ष के अंत में ब्याज के रूप में कितने रुपये मिलेंगे ?

इस प्रश्न में मूलधन 15000 रुपये, समय 1 वर्ष और ब्याज की दर 7 प्र. श. प्र. व. है ।

मूलधन बढ़ने पर, मूलधन के अनुपात में ही ब्याज भी बढ़ता है ।

मानो कि 15000 रुपये मूलधन पर $x$ रुपये ब्याज मिलता है ।

प्रश्न में दिया गया है कि 100 रुपये मूलधन पर प्रति वर्ष 7 रुपये ब्याज है ।

ब्याज तथा मूलधन के अनुपातों की समानता के आधार पर दो अनुपात ज्ञात करेंगे । उन्हें समीकरण के स्वरूप में लिखकर प्रश्न हल करेंगे ।

$$\frac{x}{15000} = \frac{7}{100}$$

$$\frac{x}{15000} \times 15000 = \frac{7}{100} \times 15000$$ ...(दोनों पक्षों में 15000 से गुणा किया)

$$x = 1050$$

विजया को ब्याज के रूप में 1050 रुपये मिलेंगे ।

**उदा 2.** विशाल ने अपने कुएँ पर बिजली का पंप लगवाने के लिए 8 प्र. श. प्र. व. की दर से 20000 रुपये कर्ज लिया । वर्ष के अंत में वह कुल कितनी रकम बैंक को देगा ?

प्रश्नानुसार, मूलधन 20000 रुपये, समय 1 वर्ष और ब्याज की दर 8 प्र. श. प्र. व. है । अत: 100 रुपये मूलधन के लिए 1 वर्ष का ब्याज 8 रुपये है ।

मूलधनों के अनुपात में ही ब्याज में वृद्धि होती है और ब्याज तथा संगत मूलधन का अनुपात सदैव समान होता है । इस आधार पर समीकरण प्राप्त करके उसे हल करेंगे ।

मानो कि 20000 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज $x$ रुपये है ।

और 100 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज 8 रुपये है

$$\frac{x}{20000} = \frac{8}{100}$$

$$\frac{x}{20000} \times 20000 = \frac{8}{100} \times 20000$$ ...(दोनों पक्षों में 20000 से गुणा करने पर)

$$x = 1600$$

बैंक को वापस दी गई रकम = मूलधन + ब्याज = 20000 + 1600 = ₹ 21600

## प्रश्नसंग्रह 35

(1) 10 प्र.श.प्र.व. की दर से 6000 रुपयों का एक वर्ष का साधारण ब्याज कितना होगा ?

(2) महेश ने किसी बैंक में 6 प्र. श. प्र. व. की दर से 1 वर्ष के लिए 8650 रुपये जमा किए । एक वर्ष बाद उसे कुल कितने रुपये मिलेंगे ?

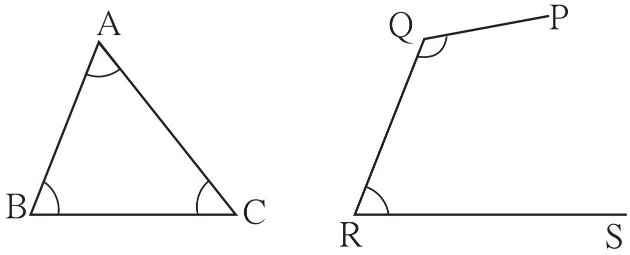
(3) अहमद जी ने बैंक से 25000 रुपये कर्ज लिए । यदि ब्याज की दर 12% प्र. श. प्र. व. हो, तो एक वर्ष के बाद उनके द्‌वारा बैंक को कुल कितने रुपये दिए जाएँगे ?

(4) किशन जी ने एक पोखर बनवाने के लिए 6 प्र. श. प्र. व. की दर से एक वर्ष के लिए 35250 रुपये कर्ज लिए । एक वर्ष के बाद बैंक को ब्याज के रूप में कितने रुपये देंगे ?

# 15 त्रिभुज तथा त्रिभुज के गुणधर्म

BRKY3U

## आओ, चर्चा करें




संलग्न आकृतियों में कुछ बिंदु और उन्हें मिलाने वाले रेखाखंड खींचे गए हैं ।

उनमें से कौन-सी आकृति त्रिभुज है ? कौन-सी आकृति त्रिभुज नहीं है ? क्यों ?

$\Delta$ABC में कुल तीन भुजाएँ हैं । रेखाखंड AB इस त्रिभुज की एक भुजा है । इसकी अन्य दो भुजाओं के नाम लिखो । $\Delta$ABC में कुल तीन कोण हैं । उनमें एक कोण, $\angle$ABC है । उसके अन्य दो कोणों के नाम लिखो ।

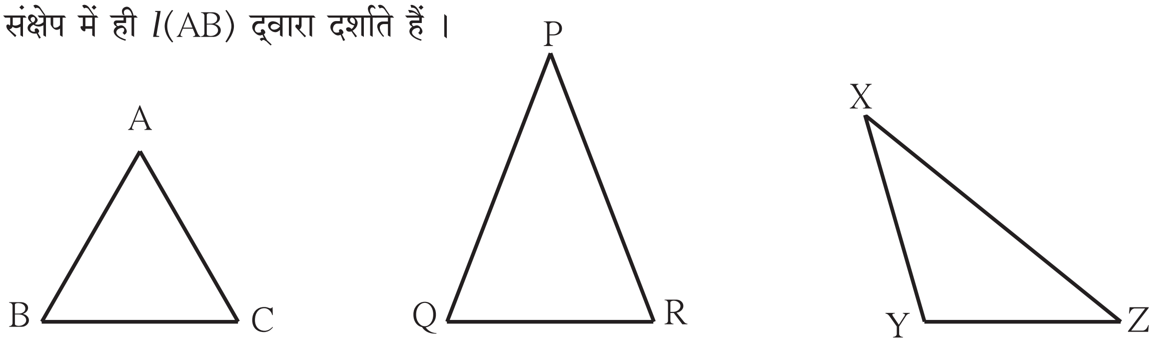
बिंदु A, बिंदु B और बिंदु C को $\Delta$ABC के 'शीर्षबिंदु' कहते हैं ।

## आओ समझे

**तीन अरेखीय बिंदुओं को रेखाखंडों द्वारा मिलाने पर बनने वाली बंद आकृति को 'त्रिभुज' कहते हैं । त्रिभुज के शीर्षबिंदुओं, भुजाओं और कोणों को त्रिभुज के घटक कहते हैं ।**

### त्रिभुज के प्रकार : भुजाओं के आधार पर :

विभाजक और मापनपट्टी की सहायता से नीचे बने हुए तीनों त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाइयाँ सेंटीमीटर में नापो । उनकी विशेषताएँ ध्यान में रखो । नीचे दी गई सारणी में लिखो । 'रेखाखंड AB की लंबाई' को संकेत तथा संक्षेप में ही $l$(AB) द्वारा दर्शाते हैं ।




| $\Delta$ABC में | $\Delta$PQR में | $\Delta$XYZ में |
|---|---|---|
| $l$(AB) = ..... सेमी | $l$(QR) = ..... सेमी | $l$(XY) = ..... सेमी |
| $l$(BC) = ..... सेमी | $l$(PQ) = ..... सेमी | $l$(YZ) = ..... सेमी |
| $l$(AC) = ..... सेमी | $l$(PR) = ..... सेमी | $l$(XZ) = ..... सेमी |

पिछली पृष्ठ पर दी गई सारणी की आकृतियों में, $\Delta ABC$ की प्रत्येक भुजा की लंबाई समान है । अत: $\Delta ABC$ 'समबाहु त्रिभुज' है । सम का अर्थ है समान तथा बाहु का अर्थ है भुजा ।

**जिस त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई समान हो, उस त्रिभुज को समबाहु त्रिभुज कहते हैं ।**

$\Delta PQR$ में भुजा PQ तथा भुजा PR केवल दो भुजाओं की लंबाई समान है । अत: $\Delta PQR$ 'समद्विबाहु त्रिभुज' है । सम का अर्थ समान, द्वि का अर्थ दो तथा बाहु का अर्थ भुजा होता है ।

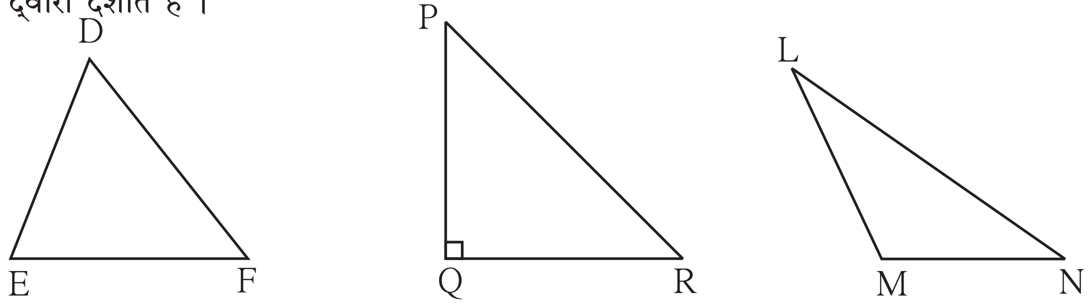
**जिस त्रिभुज की दो भुजाएँ समान लंबाईवाली हों, उस त्रिभुज को समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं ।**

$\Delta XYZ$ की तीनों भुजाओं की लंबाइयाँ अलग-अलग (असमान) हैं । अत: यह 'विषमबाहु त्रिभुज' है । विषम का अर्थ है, समान न होना अर्थात असमान ।

**जिस त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाइयाँ असमान हों, उस त्रिभुज को विषमबाहु त्रिभुज कहते है ।**

## त्रिभुज के प्रकार : कोणों की मापों के आधार पर :

नीचे दिए गए त्रिभुजों के सभी कोणों की मापें ज्ञात करो तथा तालिका में लिखो । $\angle D$ के माप को $m\angle D$ द्वारा दर्शाते हैं ।




| $\Delta DEF$ में | $\Delta PQR$ में | $\Delta LMN$ में |
|---|---|---|
| $\angle D$ की माप = $m\angle D$ = .....° <br> $\angle E$ की माप = $m\angle E$ = .....° <br> $\angle F$ की माप = ..... = .....° | $\angle P$ की माप = $m\angle P$ = .....° <br> $\angle Q$ की माप = ..... = .....° <br> $\angle R$ की माप = ..... = .....° | $\angle L$ की माप = .....° <br> $\angle M$ की माप = .....° <br> $\angle N$ की माप = .....° |
| **प्रेक्षण :** तीनों कोण न्यूनकोण हैं । | **प्रेक्षण :** एक कोण समकोण और दो कोण न्यूनकोण हैं । | **प्रेक्षण :** एक कोण अधिक कोण तथा दो कोण न्यूनकोण हैं । |

ऊपर दी गई आकृतियों में, $\Delta DEF$ 'न्यूनकोण त्रिभुज' है ।

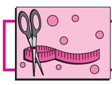
**जिस त्रिभुज के तीनों कोण 'न्यूनकोण हों, उस त्रिभुज को 'न्यूनकोण त्रिभुज' कहते हैं ।**

$\Delta PQR$ समकोण त्रिभुज है ।

**जिस त्रिभुज का एक कोण समकोण हो, उस त्रिभुज को 'समकोण त्रिभुज' कहते हैं ।**

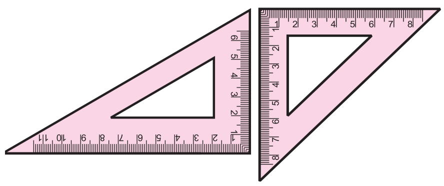
$\Delta LMN$ अधिककोण त्रिभुज है ।

**जिस त्रिभुज का एक कोण अधिककोण हो, उस त्रिभुज को 'अधिककोण त्रिभुज' कहते हैं ।**



**करो और देखो**

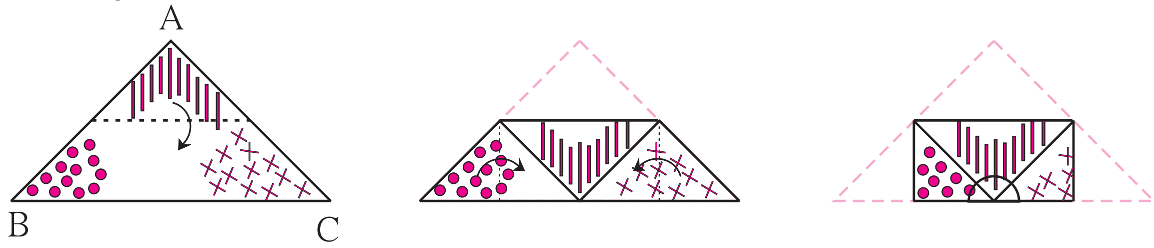
अपने कंपासबॉक्स की दोनों त्रिभुजाकार गोनियों का ध्यान से अवलोकन करो और लिखो कि ये दोनों किस प्रकार के त्रिभुज के आकारवाली हैं ।



**करो और देखो**

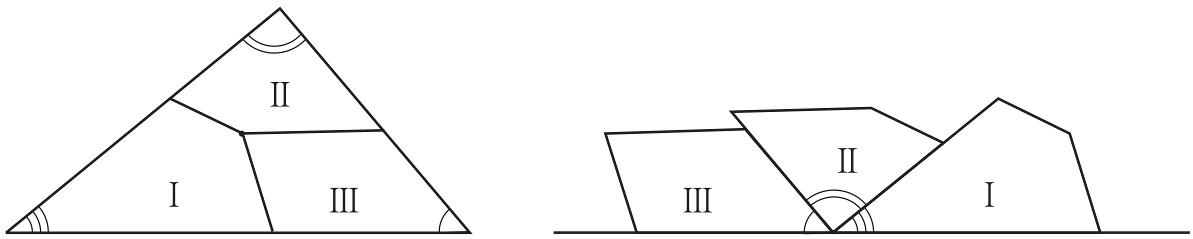
## त्रिभुज के गुणधर्म

**कृति :** त्रिभुज के आकारवाला एक कागज लो । इसके तीनों कोणों के कोनों को दोनों ओर से एक ही रंग में रँगो अथवा तीनों कोनों के पास अलग-अलग प्रकार के चिह्न बनाओ । नीचे दिए गए चित्र की तरह दो भुजाओं के बीचोबीच इस कागज को मोड़ो ।




$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

**कृति :** त्रिभुज के आकारवाला एक कागज लो और इसके तीनों कोणों पर अलग-अलग चिह्न बनाओ । त्रिभुज के आंतरिक भाग में कोई बिंदु लेकर, उस बिंदु से तीनों भुजाओं तक पहुँचने वाले तीन रेखाखंड खींचो । अब कैंची से कागज को काटकर, उसके तीन टुकड़े बनाओ । आकृति में दिखाए अनुसार तीनों के चिह्नयुक्त कोनों को परस्पर सटाकर देखो ।




त्रिभुज के तीनों कोण मिलकर एक सरल कोण अर्थात $180^\circ$ मापवाला कोण बनता है, इस गुणधर्म का अनुभव करो ।

**यह मैंने समझा**

**त्रिभुज के तीनों कोणों की मापों का योगफल $180^\circ$ होता है ।**

**कृति :** कागज पर कोई भी एक त्रिभुज खींचो । उसके शीर्षबिंदुओं नाम A, B तथा C रखो । मापनपट्टी तथा विभाजक की सहायता से इस त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाइयाँ नापो और अपने प्रेक्षणों को नोट करो ।

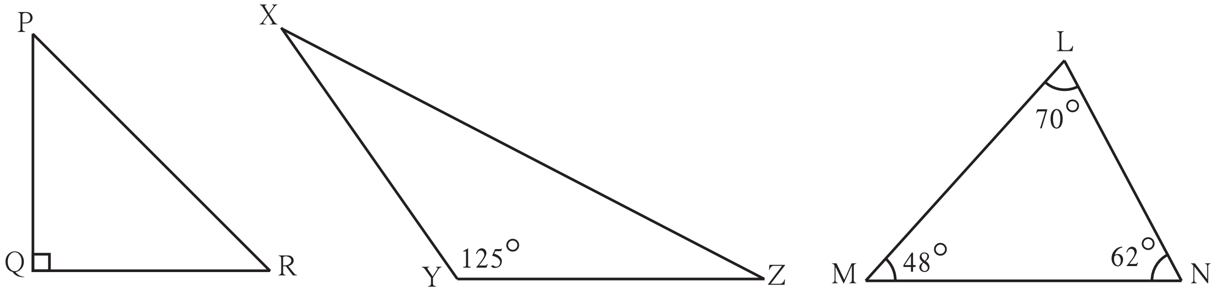
| प्रत्येक भुजा की लंबाई | दो भुजाओं की लंबाइयों का योगफल | तीसरी भुजा की लंबाई |
|---|---|---|
| $l$(AB) = .... सेमी | $l$(AB) + $l$(BC) = .... सेमी | $l$(AC) = ....... सेमी |
| $l$(BC) = .... सेमी | $l$(BC) + $l$(AC) = .... सेमी | $l$(AB) = ....... सेमी |
| $l$(AC) = .... सेमी | $l$(AC) + $l$(AB) = .... सेमी | $l$(BC) = ....... सेमी |

**यह मैंने समझा**

**त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लंबाइयों का योगफल, तीसरी भुजा की लंबाई से अधिक होता है ।**

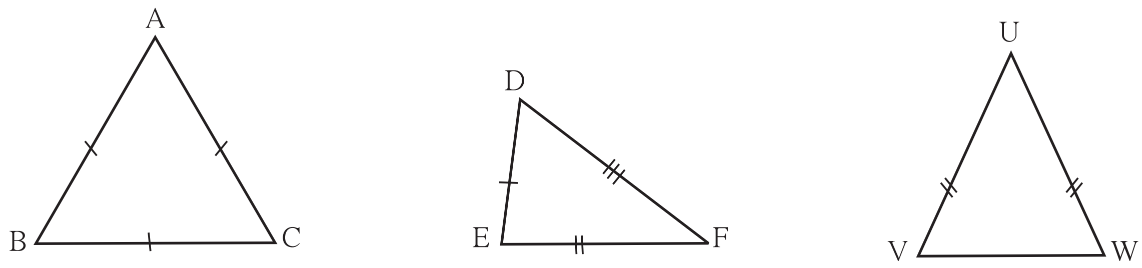
## प्रश्नसंग्रह 36

1. नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखो । कोणों के आधार पर प्रत्येक त्रिभुज का प्रकार लिखो ।

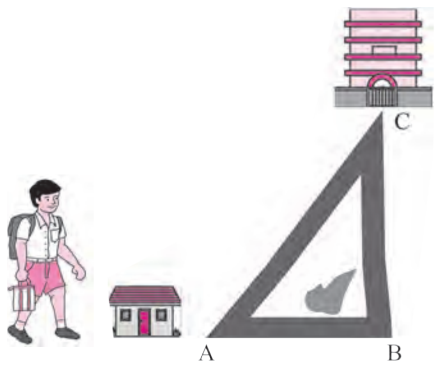



$\Delta$PQR, ... त्रिभुज है । $\Delta$XYZ, ... त्रिभुज है । $\Delta$LMN, ... त्रिभुज है ।

2. नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखो । भुजाओं के आधार पर प्रत्येक त्रिभुज का प्रकार लिखो ।




$\Delta$ABC, ... त्रिभुज है । $\Delta$DEF, ... त्रिभुज है । $\Delta$UVW, ... त्रिभुज है ।




3. आकृति में दिखाए अनुसार अविनाश अपने घर के पास खड़ा है । विद्‌यालय तक जाने के लिए कुल दो मार्ग हैं । उनमें से कौन-से मार्ग से जाने पर उसे कम दूर चलनी पड़ेगी? कारण लिखो ।

4. नीचे प्रत्येक उपप्रश्न में त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ दी गई हैं । उसके आधार पर प्रत्येक त्रिभुज का प्रकार लिखो ।

(1) 3 सेमी, 4 सेमी, 5 सेमी
(2) 3.4 सेमी, 3.4 सेमी, 5 सेमी
(3) 4.3 सेमी, 4.3 सेमी, 4.3 सेमी
(4) 3.7 सेमी, 3.4 सेमी, 4 सेमी

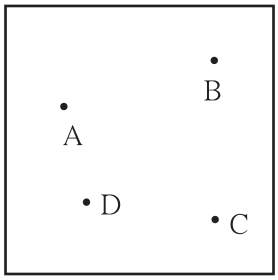
5. त्रिभुज की रचना करने के लिए, नीचे त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ दी गई हैं । भुजाओं की दी गई इन लंबाइयों द्‌वारा, त्रिभुज की रचना करना संभव है या नहीं ? कारण लिखो ।

(1) 17 सेमी, 7 सेमी, 8 सेमी
(2) 7 सेमी, 24 सेमी, 25 सेमी
(3) 9 सेमी, 6 सेमी, 16 सेमी
(4) 8.4 सेमी, 16.4 सेमी, 4.9 सेमी
(5) 15 सेमी, 20 सेमी, 25 सेमी
(6) 12 सेमी, 12 सेमी, 16 सेमी

# 16 चतुर्भुज

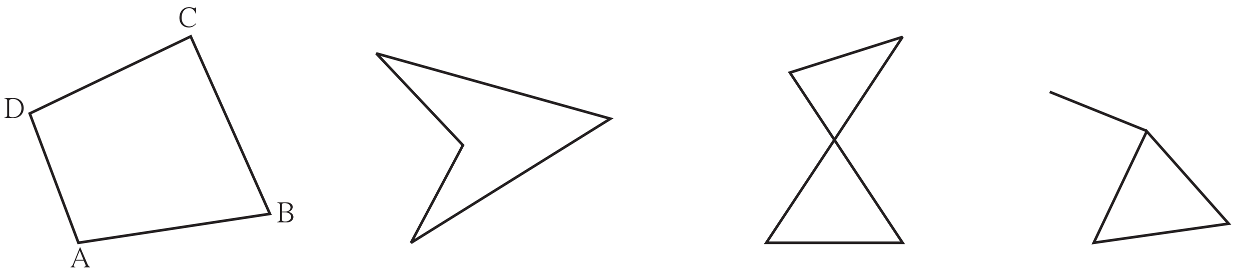
**आओ समझें**

## चतुर्भुज




आकृति में दिखाएँ अनुसार, कागज पर चार बिंदु इस प्रकार लो कि इनमें से कोई भी तीन बिंदु सदैव अरेखीय हों । इन बिंदुओं क्रमशः मिलाकर एक बंद आकृति इस प्रकार बनानी है कि कोई भी दो बिंदु मिलाने पर बचे हुए अन्य दो बिंदु उस रेखाखंड को समाविष्ट करनेवाली रेखा की एक ही ओर हों। इस नियम द्वारा निर्मित आकृति को **चतुर्भुज** कहते हैं ।

नीचे दी गई आकृतियों में से चतुर्भुज की आकृति कौन-सी है ? प्रेक्षण करके लिखो ।



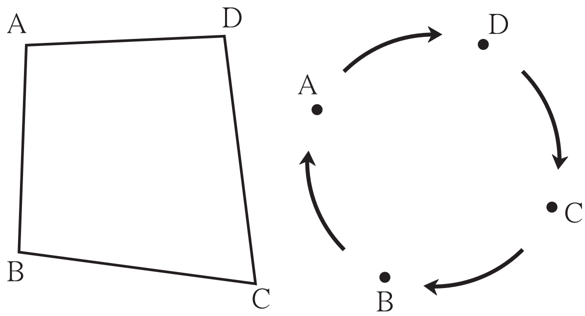

(i) (ii) (iii) (iv)

ऊपर दी गई आकृति (i) चतुर्भुज है ।

त्रिभुज की भाँति चतुर्भुज ABCD भी एक बंद आकृति है । जिन चार रेखाखंडों द्वारा चतुर्भुज बनता है, उन्हें चतुर्भुज की **भुजा** कहते है । रेख AB, रेख BC, रेख CD और रेख AD इस चतुर्भुज की चार भुजाएँ है । बिंदु A, B, C तथा D चतुर्भुज ABCD के '**शीर्षबिंदु**' हैं ।

## चतुर्भुज के नाम का वाचन और लेखन

- **चतुर्भुज के किसी भी शीर्षबिंदु से प्रारंभ करके, घड़ी की सूई की दिशा में (दक्षिणावर्त) अथवा घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में (वामावर्त) क्रमशः शीर्षबिंदुओं के नाम लिखकर चतुर्भुज का नाम दिया जाता है ।** 'चतुर्भुज' शब्द को संकेत में चिह्न '□' द्वारा दर्शाया जाता है । अतः अब हम 'चतुर्भुज' शब्द के स्थान पर चिह्न '□' का उपयोग करेंगे ।

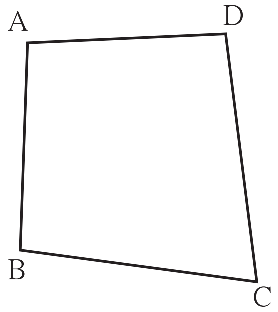



| वाचन | लेखन |
|---|---|
| चतुर्भुज ADCB | □ ADCB |
| चतुर्भुज DCBA | □ DCBA |
| चतुर्भुज CBAD | □ CBAD |
| चतुर्भुज BADC | □ BADC |

किसी भी शीर्षबिंदु से आरंभ करके, घड़ी की सूई की विपरीत दिशा (वामावर्त) के क्रम में इसी चतुर्भुज के नाम लिखो ।

## आओ समझें

### चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ




बिंदु A, □ABCD की भुजा AB तथा भुजा AD का सामान्य शीर्षबिंदु है । अत: भुजा AB तथा भुजा AD, इसकी संलग्न भुजाएँ हैं ।

यहाँ दी गई आकृति के आधार पर आसन्न भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो ।

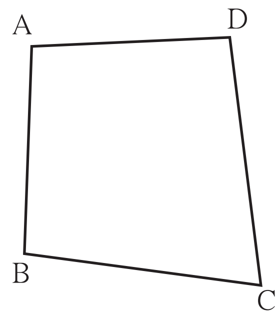
(1) ........ तथा ........ (2) ........ तथा ........

(3) ........ तथा ........ (4) ........ तथा ........

प्रत्येक चतुर्भुज में संलग्न भुजाओं की चार जोड़ियाँ होती हैं ।

**चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं में एक सामान्य शीर्षबिंदु होता है ।**

### चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ




□ABCD में, भुजा AB तथा भुजा DC का कोई भी शीर्षबिंदु सामान्य नहीं है । अत: भुजा AB और भुजा DC इस चतुर्भुज की **सम्मुख भुजाएँ** हैं । अभिमुख भुजाओं की ऐसी दो जोड़ियाँ होती हैं ।

संलग्न आकृति के चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो ।

सम्मुख भुजाओं की जोड़ियाँ

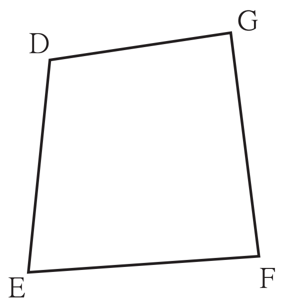
(1) ........ तथा ........ (2) ........ तथा ........

**चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं में सामान्य शीर्षबिंदु नहीं होता ।**

### चतुर्भुज के क्रमिक कोण (क्रमागत कोण)

अलग-अलग लंबाईवाले चार स्ट्रॉ, मापनपट्‌टियों या तीलियों के सिरों को परस्पर जोड़ो । इनसे एक चतुर्भुज बनाओ ।

पेंसिल द्‌वारा आरेखन करके आकृति बनाओ । मानो आकृति में □DEFG बनता है । ∠DEF और ∠GFE के लिए रेख EF एक सामान्य भुजा है । अत: ∠DEF तथा ∠GFE क्रमिक या क्रमागत कोण हैं ।




संलग्न आकृति के क्रमिक कोणों की सभी जोड़ियों के नाम लिखो ।

(1) ........ तथा ........ (2) ........ तथा ........

(3) ........ तथा ........ (4) ........ तथा ........

**चतुर्भुज के जिन दो कोणों की एक भुजा सामान्य हो, उन कोणों को चतुर्भुज के क्रमिक (क्रमागत) कोण कहते हैं ।**

## चतुर्भुज के सम्मुख कोण

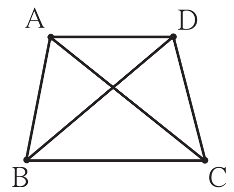
□DEFG में, ∠DEF तथा ∠DGF की कोई भी भुजा सामान्य नहीं है । अत: ∠DEF तथा ∠DGF आमने-सामने हैं । इन्हें **सम्मुख कोण** कहते हैं ।

आकृति के सम्मुख कोणों की जोड़ियाँ लिखो ।

1. ∠EFG का सम्मुख कोण ..............  2. ∠FGD का सम्मुख कोण ..............

**चतुर्भुज के जिन दो कोणों की कोई भी भुजा सामान्य न हो, उन कोणों को चतुर्भुज के सम्मुख कोण कहते हैं ।**

## चतुर्भुज के विकर्ण



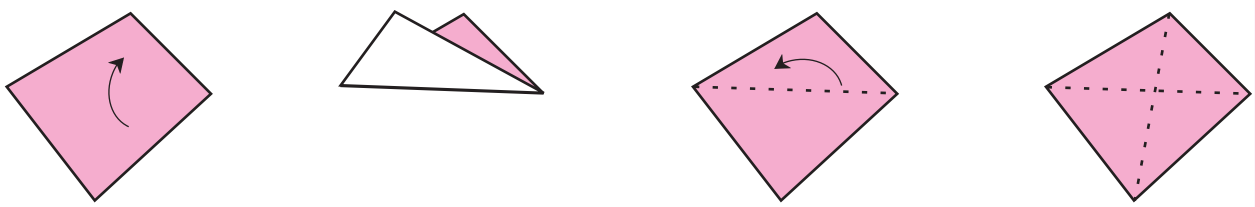

□ABCD में बिंदु A तथा बिंदु C और बिंदु B तथा बिंदु D क्रमश: ∠A तथा ∠C और ∠B तथा ∠D के शीर्षबिंदु हैं । इन शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाले क्रमश: रेख AC और रेख BD खींचे गए हैं । रेख AC तथा रेख BD को □ABCD के विकर्ण कहते हैं । प्रत्येक चतुर्भुज में दो विकर्ण होते हैं, जो उस चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाते हैं ।

**चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंडों को उसका विकर्ण कहते हैं ।**

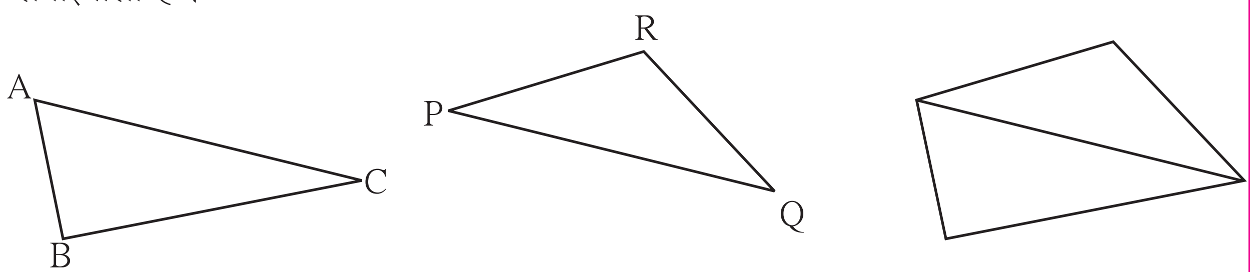
ऊपर दी गई आकृति में विकर्ण BD कौन-से दो सम्मुख शीर्षबिंदुओं को मिलाता है ?

### इसे करो और देखो

- एक चतुर्भुजाकार कागज लो । आकृति में दिखाए अनुसार, उसे इस प्रकार मोड़ो कि मोड़ द्वारा अभिमुख शीर्षबिंदु जुड़ जाएँ । इस प्रकार बनने वाले दोनों मोड़ों को क्या कहा जाएगा ?

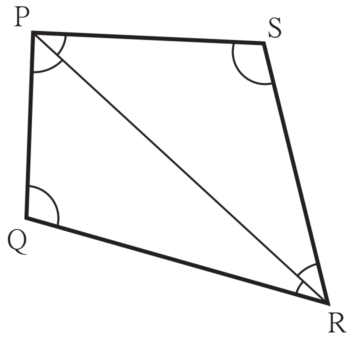


- त्रिभुज के आकारवाले कागज के दो ऐसे टुकड़े लो, जिनकी किसी एक कोर (भुजा) की लंबाई समान हो । मानो ये टुकड़े क्रमश: ΔABC तथा ΔPQR जैसे हैं और इनमें कोर AC तथा कोर PQ समान लंबाईवाली हैं ।



आकृति में दिखाए अनुसार इन दोनों टुकड़ों को मिलाकर इस प्रकार रखो कि समान लंबाईवाली कोरें परस्पर जुड़ी हों और अन्य भाग इसकी विपरीत ओर हों । तुम्हें कौन-सी आकृति मिलती है ?
चतुर्भुज बनाने के लिए इस कृति में हमने दो त्रिभुजों का उपयोग किया है । त्रिभुज के तीनों कोणों की मापों का योगफल $180^\circ$ होता है, तो चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल कितना होगा ?

### इसे करो और देखो




एक चतुर्भुज खींचो । उसका कोई एक विकर्ण खींचकर उसे दो त्रिभुजों में विभक्त करो । सभी कोणों की मापें ज्ञात करो । क्या मूल चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल दोनों त्रिभुजों के छह कोणों की मापों के योगफल के बराबर है ?

इस तथ्य को समझो कि चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल दोनों त्रिभुजों के छह कोणों की मापों के योगफल के बराबर है ।

$\therefore$ चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल = $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

### यह मैंने समझा

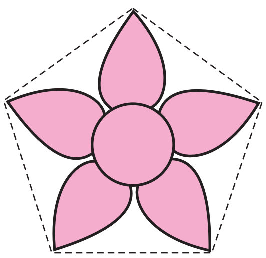
**चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल $360^\circ$ होता है ।**

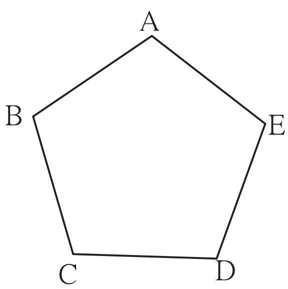
### आओ समझें

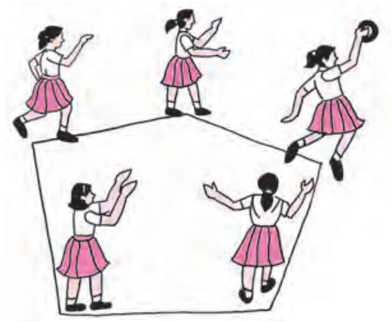
## बहुभुज की आकृति

- क्या तुमने मदनवृक्ष (तगर), कुंद अथवा सदाबहार के पाँच पंखुड़ियोंवाले फूल देखे हैं ?

उनमें से किसी एक फूल का चित्र बनाओ । चित्र की पंखुड़ियों के सिरों को क्रम से मिलाते जाओ । कौन-सी आकृति बनती है ? इस प्रकार पाँच बिंदुओं से प्राप्त होने वाले पाँच रेखाखंडों को मिलाने से बनी जो बंद आकृति मिलती है, उसे **'पंचभुज'** कहते हैं ।





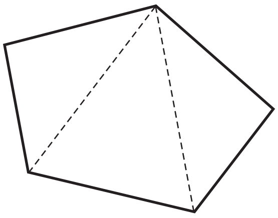
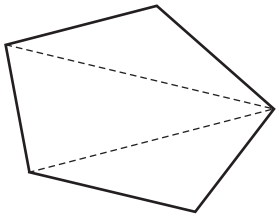
(1) पंचभुज के शीर्षबिंदुओं के नाम लिखो ।
(2) पंचभुज की भुजाओं के नाम लिखो ।
(3) पंचभुज के सभी कोणों के नाम लिखो ।
(4) ध्यान से देखो कि कोई खेल खेलने वाले खिलाड़ियों के स्थानों की रचना क्या पंचभुज के आकार की है ।

त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज और पाँच से अधिक भुजाओंवाली बंद आकृति को **'बहुभुज'** कहते हैं ।

### इसे करो और देखो

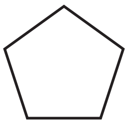
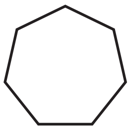
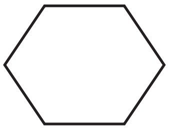
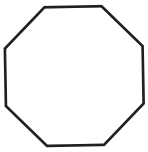
पंचभुज के आकारवाला एक कागज लो । आकृति में दिखाए अनुसार, उसे खंडित रेखाखंडों के सापेक्ष मोड़ने पर अथवा काटने पर कितने त्रिभुज बनते हैं । अच्छा होगा कि तुम स्वयं इस पंचभुज के पाँचों कोणों की मापों का योगफल ज्ञात करो ।

- कुछ अन्य तथा भिन्न प्रकार से मोड़कर त्रिभुज प्राप्त करो । प्रेक्षणों को लिखो ।

## प्रश्नसंग्रह 37

✸ नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखो और उनके नाम लिखो :

| | आकृति | नाम | | आकृति | नाम |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) |  | | (3) |  | |
| (2) |  | | (4) |  | |

### इसे करो और देखो

अपने वर्ग के चार सहपाठियों के कंपासबॉक्स की समान आकारवाली गोनिए लो । उन्हें अलग-अलग ढंग से एक-दूसरे से मिलाओ । कौन-सी आकृतियाँ बनती हैं उनके नाम लिखो ।

(a) दो गोनियों से (b) तीन गोनियों से (c) चार गोनियों से

## प्रश्नसंग्रह 38

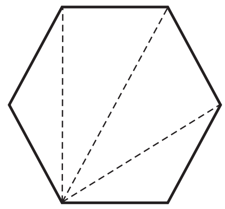
1. □XYZW खींचो और उसके आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखो ।

(1) सम्मुख कोणों की जोड़ियों के नाम लिखो । (2) सम्मुख भुजाओं की जोड़ियों के नाम लिखो ।
(3) संलग्न भुजाओं की जोड़ियों के नाम लिखो । (4) क्रमिक कोणों की जोड़ियों के नाम लिखो ।
(5) इस चतुर्भुज के विकर्णों के नाम लिखो । (6) चतुर्भुज के नाम अलग-अलग प्रकार से लिखो ।

2. खाली चौखटों में बहुभुजों की भुजाओं की संख्या लिखो ।

| नाम | चतुर्भुज | अष्टभुज | पंचभुज | सप्तभुज | षटभुज |
|---|---|---|---|---|---|
| भुजाओं की संख्या | | | | | |

3. अपने परिसर में पाए जानेवाले बहुभुजों के उदाहरण खोजो । उनकी आकृतियाँ खींचो ।
4. विभिन्न प्रकार के फूलों की पंखुड़ियों के सिरों को रेखाखंडों द्‌वारा क्रम से मिलाओ । इस प्रकार निर्मित आकृतियों में बहुभुज दिखते हैं । उनकी आकृतियाँ खींचो और भुजाओं की संख्या लिखो ।
5. कोई बहुभुज खींचो । संलग्न आकृति में दिखाए अनुसार उसका त्रिभुज जैसी आकृतियों में विभाजन करो । इस आधार पर निर्धारित करो कि उस बहुभुज के सभी कोणों की मापों का योगफल कितना होता है ।



## ICT Tools or Links

संगणक के Paint प्रोग्राम की सहायता से विभिन्न प्रकार के बहुभुज खींचो और उन्हें रँगो । Geogebra नामक सॉफ्टवेअर की सहायता से समबहुभुजों की आकृतियाँ खींचो ।

**कापरेकर संख्या**

चार अंकवाली एक ऐसी संख्या लो जिसके अंक समान न हों ।
उन अंकों को घटते हुए क्रम में लिखकर चार अंकवाली नई संख्या प्राप्त करो ।
इस नई संख्या के अंकों को बढ़ते हुए क्रम में लिखकर एक अन्य नई संख्या प्राप्त करो ।
दोनों नवीन संख्याओं में से बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाओ । घटाव के रूप में प्राप्त संख्या भी चार अंकवाली ही होगी । यदि घटाव के रूप में मिली संख्या तीन अंक वाली हो, तो हजार के स्थान पर अंक शून्य (0) लिखो ।
घटाव के रूप में प्राप्त संख्या पर भी ऊपर की भाँति ही बार-बार क्रिया करते रहो ।
कुछ बार क्रिया करने पर, तुम्हें संख्या 6174 मिलेगी । इसके बाद भी क्रिया करते रहने पर तुम्हें बार-बार यही संख्या 6174 मिलेगी । हम संख्या 8531 से प्रारंभ करते हैं ।

$8531 \longrightarrow 7173 \longrightarrow 6354 \longrightarrow 3087 \longrightarrow 8352 \longrightarrow 6174 \longrightarrow 6174$

यह खोज दत्तात्रय रामचंद्र कापरेकर नाम गणितज्ञ ने की थी । इसलिए से 6174 को **कापरेकर संख्या** के रूप में जाना जाता हैं ।

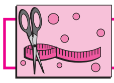
# 17 ज्यामितीय रचनाएँ

854075

**बताओ तो !**

(1) इमारत बनाते समय, दीवारों को बिलकुल सीधी बनाने के लिए कौन-सी युक्ति की जाती है ?
इस चित्र में राजगीर के हाथ में क्या है ?
वह उसका उपयोग किसलिए कर रहा होगा ?

(2) क्या तुमने सड़क के दोनों ओर खड़े बिजली के खम्भे देखे हैं ? वे किस प्रकार खड़े होते हैं ?

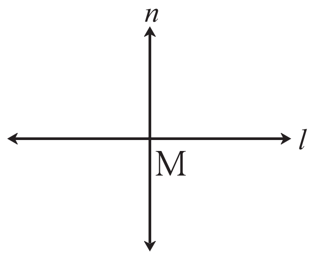


**इसे करो और देखो**

**लंब**

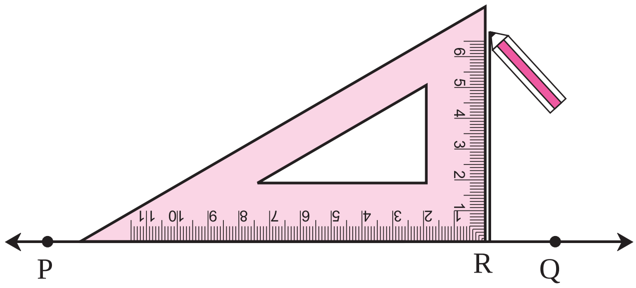
यहाँ दी गई आकृति में रेखा $l$ और रेखा $m$ परस्पर बिंदु M पर प्रतिच्छेदित करती हैं । बिंदु M पर बनने वाले प्रत्येक कोण का मापन करो ।

रेखा $l$ और रेखा $m$ के बीच निर्मित कोण समकोण हों, तो हम कहते हैं कि ये परस्पर **लंब** रेखाएँ हैं । ज्यामिति के संकेत में इसे 'रेखा $l \perp$ रेखा $m$' द्वारा दर्शाते हैं । इसका वाचन 'रेखा $l$ लंब है रेखा $m$' करते हैं ।



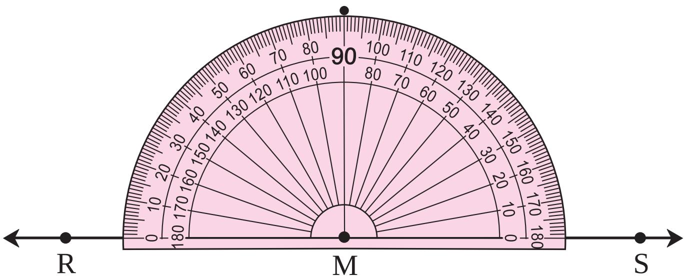

## ◈ रेखा के किसी बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचना

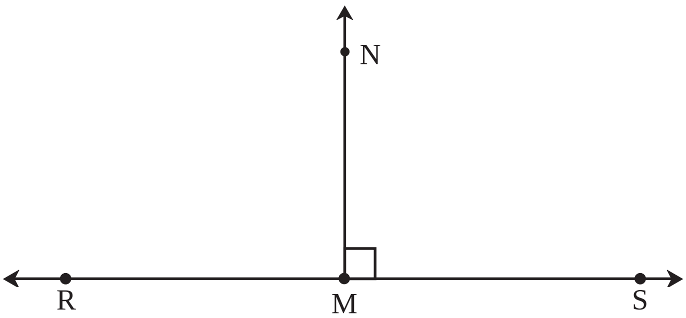
### (1) गोनिए के उपयोग द्वारा




- रेखा PQ खींचो । इस रेखा पर कहीं भी बिंदु R लो ।
- अब गोनिए को इस प्रकार रखो कि उसका समकोण बनाने वाला कोना बिंदु R पर हो और समकोण बनाने वाली भुजा, रेखा PQ की दिशा में हो ।
- गोनिए की समकोण बनाने वाली दूसरी भुजा की कोर पर रेखा RS खींचो ।
- रेखा RS, रेखा PQ के बिंदु R पर लंब रेखा है ।

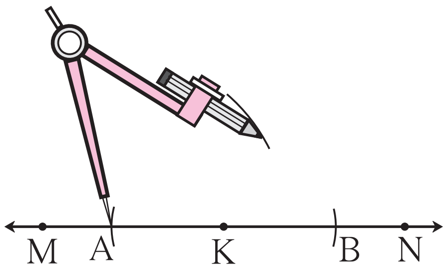
## (2) कोणमापक (चाँदा) के उपयोग द्‌वारा

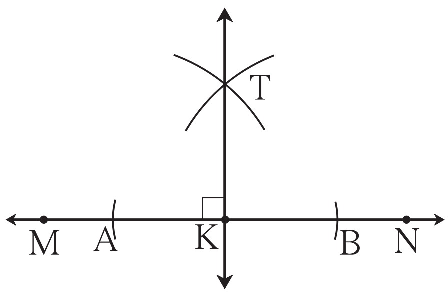



- एक रेखा RS खींचो । इस रेखा पर कहीं बिंदु M लो ।
- अब कोणमापक के मध्यबिंदु को बिंदु M पर और उसकी क्षैतिज रेखा को रेखा RS पर रखो ।
- कोणमापक के 90° के चिह्न पर पेंसिल से एक बिंदु बनाओ ।
- बिंदु M और पेंसिल से बने बिंदु के चिह्न मिलाने वाली किरण खींचकर उस पर बिंदु N लो ।
- किरण MN, रेखा RS के बिंदु M पर लंब है अर्थात रेखा MN ⊥ रेखा RS

## (3) परकार के उपयोग द्‌वारा




- रेखा MN खींचकर उस पर कहीं भी बिंदु K लो ।
- परकार में सही ढंग से पेंसिल लगाकर, उसके नुकीले सिरे को बिंदु K पर रखो । बिंदु K के दोनों ओर समान त्रिज्यावाले दो चाप खींचो जो रेखा MN को बिंदु A तथा बिंदु B पर प्रतिच्छेदित करें ।
- अब परकार की दोनों नोकों के मध्य $l$(AB) के आधे से अधिक दूरी और बिंदु A को केंद्र मानकर एक चाप खींचो।
- अब बिंदु B को केंद्र मानकर उतनी ही त्रिज्यावाला एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को बिंदु T पर प्रतिच्छेदित करे ।
- बिंदु K तथा बिंदु T को मिलाने वाली रेखा KT खींचो । रेखा KT, रेखा MN के बिंदु K पर लंब रेखा है अर्थात KT ⊥ MN

**विचार करो**

परकार के दोनों सिरों के बीच की दूरी, रेख AB की लंबाई के आधे से अधिक क्यों लेते हैं । उससे कम दूरी लेने पर क्या होगा ?

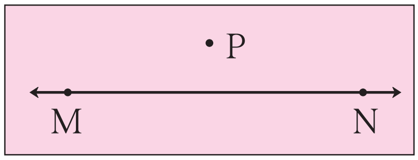
## प्रश्नसंग्रह 39

1. कोई रेखा *l* खींचो । इस रेखा पर कहीं भी बिंदु P लो । गोनिए की सहायता से बिंदु P से रेखा *l* पर लंब रेखा की रचना करो ।
2. रेखा AB खींचो । परकार की सहायता से रेखा AB के बिंदु B से होकर जाने वाली लंब रेखा की रचना करो ।
3. रेखा CD खींचो । इस रेखा पर कहीं भी बिंदु M लो । कोणमापक (चाँदे) की सहायता से रेखा CD के बिंदु M पर लंब रेखा की रचना करो ।

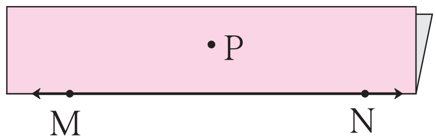
### ◈ रेखा के बाहरी बिंदु से उस रेखा पर लंब की रचना करना ।

#### (1) कागज को मोड़कर

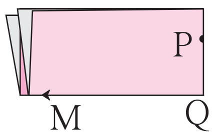
- कोई रेखा MN खींचो । इस रेखा के बाहर कहीं भी कोई बिंदु P लो ।



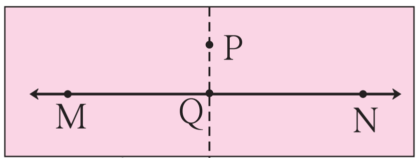

- कागज को उलटकर रेखा MN पर इस प्रकार मोड़ो कि रेखा MN दिखाई देती रहे ।




- आकृति में दिखाए अनुसार इस कागज को बिंदु P पर इस प्रकार मोड़ो कि मोड़ के एक भाग वाली रेखा MN, अपने दूसरे वाले भाग को ढँक ले ।



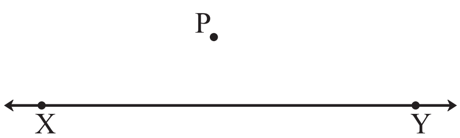

- अब कागज के दोनों मोड़ों को खोल दो । दोनों मोड़ों के प्रतिच्छेद बिंदु का नाम Q रखो । रेखा PQ खींचो । यह रेखा दूसरे मोड़ पर होगी ।



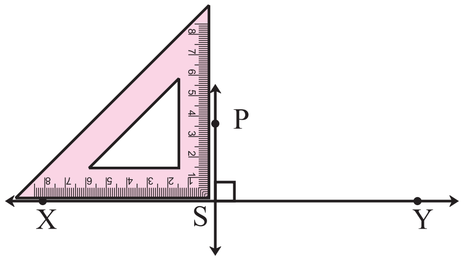

चाँदे की सहायता से बिंदु Q पर बनने वाले प्रत्येक कोण की माप ज्ञात करो ।

रेखा PQ $\perp$ रेखा MN

#### (2) गोनिए का उपयोग करके

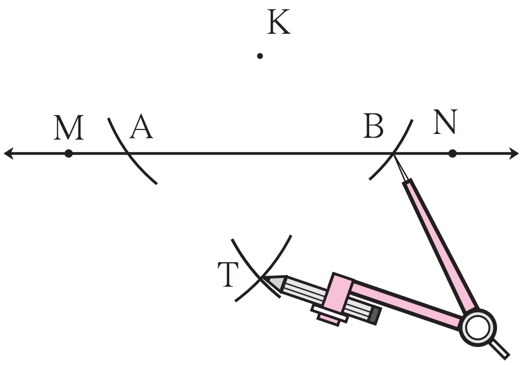


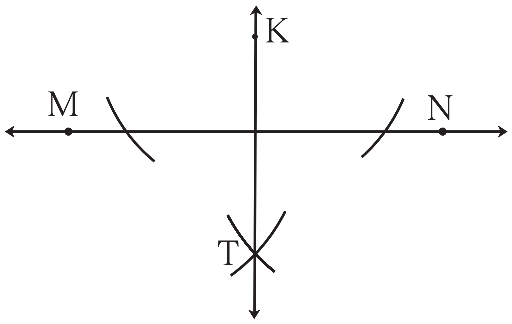

- रेखा XY खींचो । इसके बाहर P कोई बिंदु लो ।
- गोनिए की समकोण बनाने वाली भुजाओं में से कोई एक भुजा, रेखा XY से मिलाकर रखो ।




- अब गोनिए को बिंदु P की ओर धीरे-धीरे इस प्रकार खिसकाओ कि गोनिया तथा रेखा XY मिली रहे और उसकी दूसरी भुजा बिंदु P तक पहुँच जाए ।
- पेंसिल द्वारा बिंदु P से जाने वाली रेखा खींचो, जो रेखा XY को बिंदु S पर प्रतिच्छेदित करे । रेखा PS, रेखा XY पर लंब रेखा है ।

### (3) मापनपट्टी तथा परकार द्वारा




- रेखा MN खींचो और उसके बाहर K बिंदु लो ।
- बिंदु K पर परकार की नोक रखो और उपयुक्त त्रिज्या लेकर एक चाप खींचो जो रेखा MN को बिंदु A तथा बिंदु B पर प्रतिच्छेदित करे ।
- अब परकार के दोनों सिरों के मध्य ऐसी दूरी लो $l(AB)$ के आधे से अधिक हो ।
- अब बिंदु A और बिंदु B को केंद्र मानकर उतनी ही त्रिज्यावाला दो चाप खींचो, जो बिंदु T पर प्रतिच्छेदित करें ।
- रेखा KT खींचो ।

  रेखा KT, रेखा MN पर लंब रेखा है ।

**विचार करो**

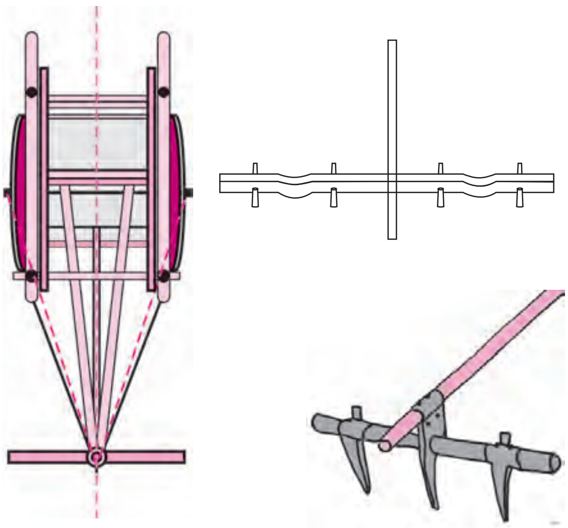
ऊपर दी गई कृति करते समय परकार के दोनों सिरों के बीच की दूरी समान क्यों रखी जाती है ?

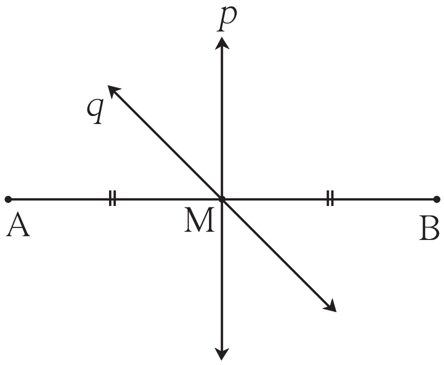
### लंब समद्विभाजक

बैलों द्वारा बैलगाड़ी खींचते समय, बैलों के कंधे पर लकड़ी से बने 'जुए' का उपयोग करते हैं ।

बैलगाड़ी से 'जुए' की दूरी (स्थान) कैसे निश्चित करते हैं?

'जुए' का स्थान निश्चित करते समय, बैलगाड़ी के दोनों अगले कोनों से समान दूरी ली जाती है, जिसे एक पतली रस्सी द्वारा नापकर ज्ञात करते हैं । इसके लिए ज्यामिति के कौन-से गुणधर्म का उपयोग करोगे ? किसी कारीगर अथवा अनुभवी व्यक्ति से जानकारी प्राप्त करो कि ऐसा क्यों किया जाता है ।

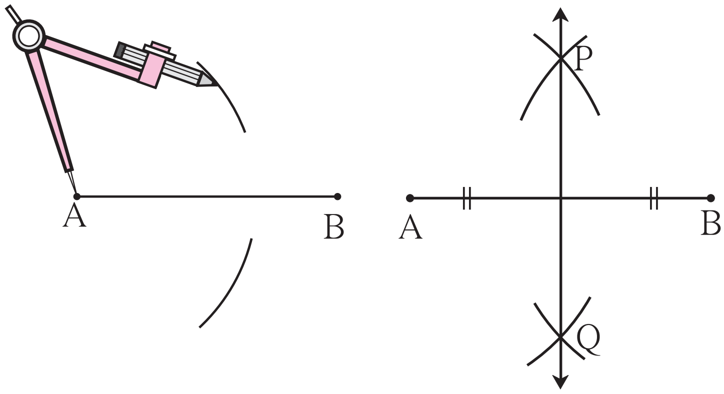





## रेखाखंड का लंब समद्विभाजक

आकृति में बिंदु M, रेखाखंड AB का मध्यबिंदु है । रेखा $p$ तथा रेषा $q$, मध्यबिंदु M से होकर जानेवाली रेखाएँ हैं । रेखा $p$ और रेखा AB द्वारा बने कोणों की माप ज्ञात करो। रेखा $p$, रेख AB के मध्यबिंदु से होकर जानेवाली तथा उस पर लंब भी है । रेखा $p$ को रेख AB की लंब **समद्विभाजक रेखा** अथवा केवल **'लंब समद्विभाजक'** कहते हैं ।

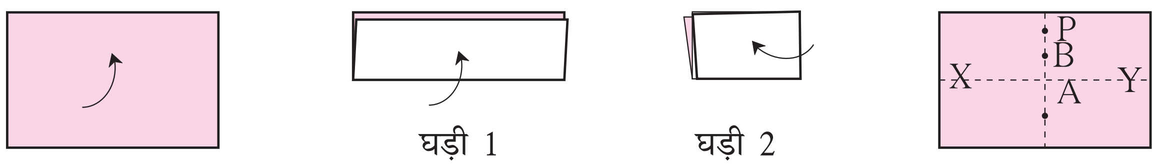
### ◈ परकार की सहायता से रेखाखंड के लंब समद्विभाजक की रचना करना




- रेखाखंड AB खींचो ।
- परकार में पेंसिल लगाकर उसके नुकीले सिरे को बिंदु A पर रखो ।
- परकार के दोनों सिरों के मध्य रेख AB की लंबाई के आधे से अधिक दूरी लेकर रेख AB के दोनों ओर समान त्रिज्यावाले एक-एक चाप खींचो ।
- अब बिंदु B को केंद्र मानकर उसी त्रिज्यावाले दो चाप और खींचो, जो पहले वाले चापों को बिंदु P और बिंदु Q पर प्रतिच्छेदित करें ।
- रेखा PQ खींचो । रेखा PQ, रेख AB की लंब समद्विभाजक रेखा है ।

**इसे करो और देखो**

**कृति :** एक आयताकार कागज लो । इस कागज को नीचे से एक बार मोड़ो । बाद में दाएँ तथा बाएँ भागों को भी मोड़ दो । (आकृतियाँ देखो ।) कागज पर बने दोनों मोड़ों के चिह्नों को ध्यान से देखो । जाँचकर देखो कि क्या खड़ा मोड़, आड़े वाले मोड़ का लंब समद्विभाजक है या नहीं । इसके बाद दूरियाँ नापकर निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति करो ।




$l$(XP) = ........ सेमी   $l$(XA) = ........ सेमी   $l$(XB) = ......... सेमी

$l$(YP) = ........ सेमी   $l$(YA) = ........ सेमी   $l$(YB) = ......... सेमी

तुम्हें ज्ञात होगा कि खड़े अर्थात ऊर्ध्वाधर मोड़ पर स्थित प्रत्येक बिंदु, आड़े अर्थात क्षैतिज मोड़ के सिरों अर्थात अंतबिंदुओं से समान दूरी पर है ।

## प्रश्नसंग्रह 40

1. रेखा *l* खींचो । इसके बाहर कहीं भी बिंदु P लो । गोनिए की सहायता से बिंदु P से रेखा *l* पर लंब रेखा PQ की रचना करो ।
2. रेखा AB खींचो । उसके बाहर कहीं भी बिंदु M लो । मापनपट्टी तथा परकार की सहायता से बिंदु M से रेखा AB पर लंब रेखा MN की रचना करो ।
3. रेख AB खींचो, जिसकी लंबाई 5.5 सेमी हो । मापनपट्टी तथा परकार की सहायता से रेख AB को समद्विभाजित करो ।
4. रेखा XY पर कोई बिंदु R लो । गोनिए की सहायता से रेखा XY के बिंदु R पर लंब रेखा की रचना करो।

### कार्ल गाऊस की युक्ति

यह कार्ल फ्रेडरिक गाऊस नामक विख्यात गणितज्ञ के बचपन की कहानी है । कार्ल के वर्ग के बच्चे अत्यधिक धमाचौकड़ी कर रहे थे । उन बच्चों को काम पर लगाने के उद्देश्य से शिक्षक महोदय ने बच्चों से 1 से100 की प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करने के लिए कहा । कार्ल ने केवल दो-तीन मिनिट में वह योगफल ज्ञात कर लिया और दोनों हाथों को मोड़कर बैठ गए । अन्य बच्चे शिक्षक के भय के कारण खूब गणनाएँ कर रहे थे ।

शिक्षक ने डाँटकर कहा, 'बेकार में क्यों बैठे हो ? जोड़कर उत्तर बताओ ।

कार्ल ने अपने द्‌वारा ज्ञात किए गए योगफल को शिक्षक को दिखाया । सही उत्तर देखकर शिक्षक महोदय आश्चर्यचकित हो गए ।

कार्ल ने यह योगफल कैसे ज्ञात किया था ?

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | ............ | 99 | 100 | (सौ संख्याएँ) |
| + | 100 | 99 | 98 | ............ | 2 | 1 | (सौ संख्याएँ) |
| | 101 + | 101 + | 101 + | ............ + | 101 + | 101 | (सौ बार) |

अत: यह योगफल $101 \times 100$ होगा ।

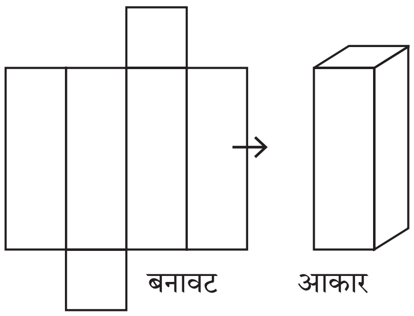
परंतु यह 1 से 100 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल दो बार हो गया ।

इसलिए 1 से 100 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल = $\frac{101 \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5050$

कार्ल की इसी युक्ति का उपयोग करके तुम 1 से 50 तक की प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करो ।

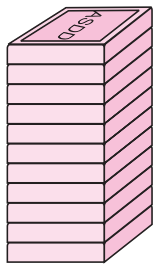
# 18 त्रिविम आकार

## थोड़ा याद करो




**घनाभ**

बनावट अर्थात रचना के आधार पर घनाभ का आकर तैयार करना सीख चुके हैं । अब उदाहरणों द्वारा स्पष्ट करो कि और कौन-से प्रकारों द्वारा यही आकार तैयार किया जाता सकता है ।

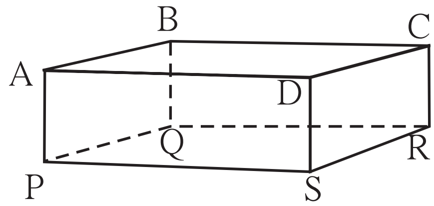


## आओ, समझें

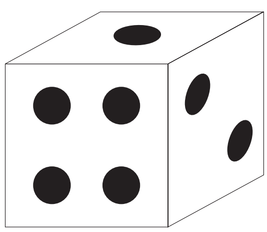
**घनाभ**

घनाभ के सभी पृष्ठ आयताकार होते हैं और आमने-सामने के पृष्ठ बिलकुल एकसमान होते हैं । घनाभ को **'आयताकार लंब बेलन'** भी कहते हैं । घनाभ में कुल कितनी कोरें हैं ? इसमें कुल कितने शीर्षबिंदु (कोने) हैं इसमें कुल कितने पृष्ठ हैं ? आकृति में AB घनाभ की एक कोर है । A तथा B इसके आठ शीर्षबिंदुओं में से दो शीर्षबिंदु हैं और AB तथा AP इसकी दो कोरों के नाम हैं । ABCD इसका एक पृष्ठ है ।

किसी घनाभ में कुल **12 कोरें, 8 शीर्षबिंदु** और **6 पृष्ठ** होते हैं ।



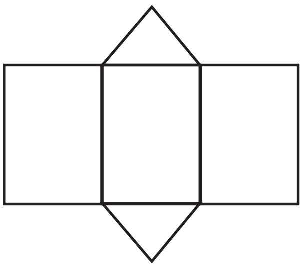

**घन**



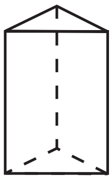
संलग्न आकृति के पासे को ध्यानपूर्वक देखो । पासे और घनाभ के आकार में कौन-सा अंतर दिखाई देता है ? यदि घनाभ के सभी पृष्ठ एकसमान तथा वर्गाकार हों, तो उस घनाभ को 'घन' कहते हैं । अत: पासे का आकार घन जैसा है ।

- घन में कुल कितने पृष्ठ होते हैं ?
- घन में कितनी कोरें होती हैं ?
- घन में कुल कितने शीर्षबिंदु होते हैं ?

## प्रिज्म



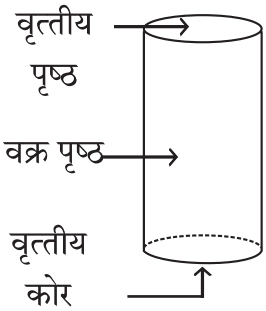
बनावट (रचना)



आकार

संलग्न आकृति की तली (पेंदी) और ऊपरी पृष्ठभागों का आकार कैसा है ?
खड़े अर्थात ऊर्ध्वाधर पृष्ठभागों का आकार कैसा है ?
ऐसी आकृति को 'प्रिज्म' या 'त्रिभुजी लंब बेलन' कहते हैं ।
प्रिज्म में कितनी कोरें, कितने शीर्षबिंदु तथा कितने पृष्ठ होते हैं?

## लंब वृत्तीय बेलन

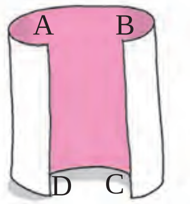



क्या तुमने वृत्तीय आकारवाली तलीवाला कोई डिब्बा देखा है ? ऐसा डिब्बा लंब वृत्तीय बेलन का सर्वपरिचित उदाहरण है । यदि डिब्बा बंद हो, तो यह बंद लंब वृत्तीय बेलन होता है । इस आकार की तली वृत्तीय होने के कारण इसे **लंब वृत्तीय बेलन** कहते हैं । किसी लंब वृत्तीय बेलन में दो वृत्ताकार समतल पृष्ठ तथा एक वक्र पृष्ठ होता है । लंब वृत्तीय बेलन में दो वृत्ताकार कोरें होती हैं । इसमें कोई भी शीर्षबिंदु नहीं होता । लंब वृत्तीय बेलन के ऐसे उदाहरण दो जिनसे तुम परिचित हो ।

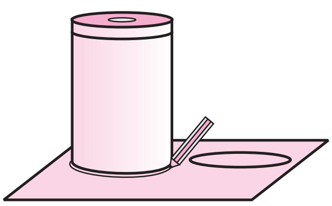
### करो और देखो

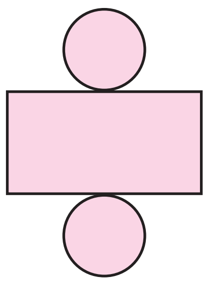
**कृति :**

- एक आयताकार कागज लो ।
- उनकी आमने-सामनेवाली भुजाओं को परस्पर मिलाओ ।
- एक खोखला लंब वृत्तीय बेलन बनेगा ।



**कृति :** लंब वृत्तीय बेलन के आकारवाला एक डिब्बा लो । उसके पूरे वक्र पृष्ठ पर उसी की ऊँचाईवाला एक कागज लपेट दो ।
पूरा कागज हटाओ । उसे मेज पर फैला दो । एक दूसरा कागज लो । उसे किसी कागज पर रखकर, डिब्बे की तलीवाली कोर पर पेंसिल घुमाकर वृत्त बनाओ ।

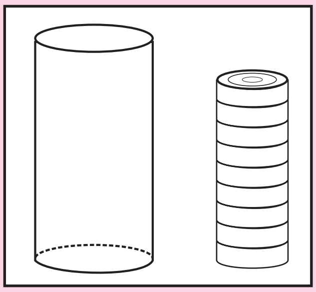




अब इस कागज को पेंसिल के चिह्न पर काटो । ऐसा ही एक और वृत्तीय कागज काटकर लो । आकृति में दिखाए अनुसार, ऊपर प्राप्त आयताकार कागज से ये दोनों वृत्ताकार चकतियाँ चिपकाओ । इस प्रकार प्राप्त आकृति, बंद लंब वृत्तीय बेलन की बनावट (रचना) है । इस बनावट से लंब वृत्तीय बेलन बनाओ ।

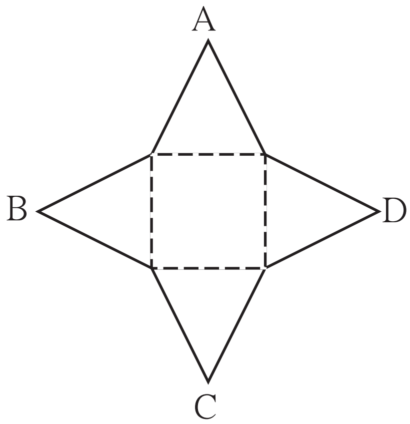
**बताओ तो !**

कैरम खेलते समय तुम आकृति में दिखाए अनुसार गोटियों की थप्पी बनाते हो । इस थप्पी का आकार कैसा होता है ? समान आकारवाली सीडी अथवा समान आकारवाले वृत्ताकार बिस्कुटों को एक पर एक रखो । कौन-सा आकार बनता है ?



**इसे करो और देखो**

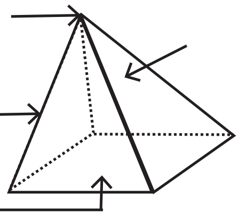
**सूचीस्तंभ [(स्तूप या पिरैमिड) (Pyramid)]**




**कृति :** यहाँ एक ज्यामितीय बनावट (रचना) दी गई है । इसके सभी त्रिभुजाकार पृष्ठ एकसमान आमाप या आकारवाले हैं । इसकी तली चतुर्भुजाकार है । किसी पतले गत्ते पर वह आकृति खींचो और इसे कोरों पर काटो । चतुर्भुज की बिंदियों पर मोड़कर, शीर्षबिंदुओं A, B, C और D को मिलाकर एकसाथ करो ।

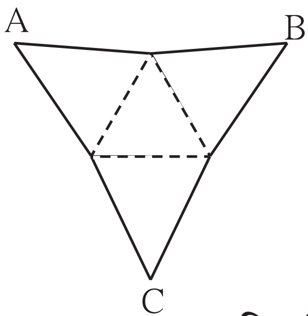
ऐसा करने पर तुम्हें नीचे दिखाए अनुसार एक आकार दिखेगा । इसकी तली का पृष्ठ चतुर्भुजाकार तथा अन्य चारों पृष्ठ त्रिभुजाकार हैं ।

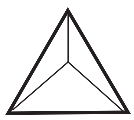
इस प्रकार के आकार को **सूचीस्तंभ** (स्तूप Pyramid) कहते हैं । इस त्रिविम आकार का ऊपरी सिरा सूई जैसा होता है । सूई अर्थात सूची (संस्कृत भाषा में) । उस आकार की तली वाला पृष्ठ चतुर्भुजाकार है । इसलिए इसे 'चतुर्भुजी सूचीस्तंभ' नाम दिया गया है । इस आकृति की कोरों; शीर्षबिंदुओं तथा पृष्ठों की संख्या गिनो । चतुर्भुजी सूची स्तंभ में 5 पृष्ठ, 8 कोरें तथा 5 शीर्षबिंदु होते हैं ।




**चतुर्भुजी सूचीस्तंभ**

**कृति :** किसी गत्ते पर, आकृति में दिखाई गई बनावट (रचना) खींचो और इसे कोरों पर काट लो ।
बीचवाले बिंदीदार त्रिभुज की भुजाओं पर मोड़कर शीर्षबिंदुओं A, B तथा C को मिलाओ । तुम्हें एक सूची स्तंभ मिलेगा । इस सूचीस्तंभ की तली त्रिभुजाकार है। अत: यह **त्रिभुजी सूचीस्तंभ** है । इस त्रिभुजी सूचीस्तंभ की कोरों, शीर्षबिंदुओं और पृष्ठों की संख्या लिखो ।



**त्रिभुजी सूचीस्तंभ**

**यह मैंने समझा**

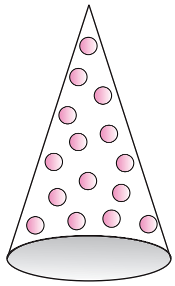
**लंब वृत्तीय बेलन की तली तथा ऊपरी पृष्ठभाग एकसमान होते हैं । त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार बेलनों के खड़े पृष्ठ आयताकार होते हैं । सूचीस्तंभ के झुके हुए सभी पृष्ठ त्रिभुजाकार होते हैं । तली की आकृति के आकार के आधार पर बेलन तथा सूचीस्तंभ जैसी आकृति का नाम निर्धारित किया गया है ।**

## शंकु

इसके पहले भी हम शंकु के व्यावहारिक प्रश्न देख चुके हैं ।

नीचे दिए गए चित्रों की वस्तुओं का आकारों का नाम क्या है ?

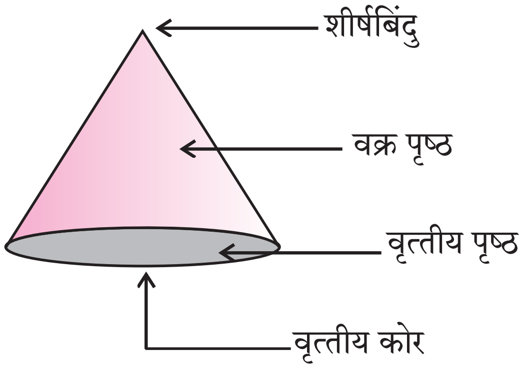
यह आइसक्रीम से पूर्णत: भरकर बंद किया गया कोन है । इसका ऊपरी वृत्तीय भाग बंद है ।



यह विदूषक (जोकर) की टोपी है । इस टोपी की तली का वृत्तीय भाग बंद नहीं है ।

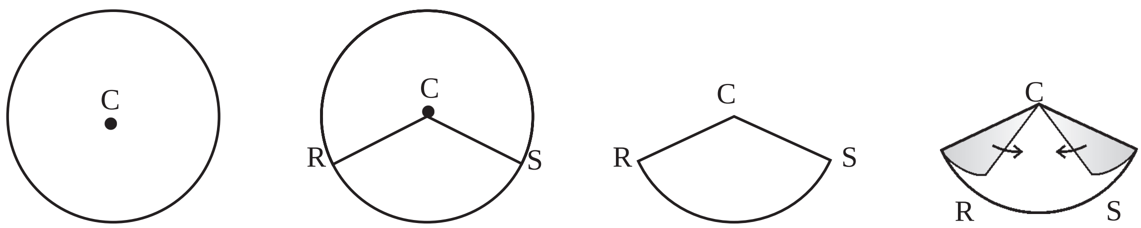
शंकु के नुकीले सिरे को उसका **शीर्षबिंदु** कहते हैं । समतल चकती द्‌वारा बंद किए गए शंकु के तिरछे पृष्ठ को वक्रपृष्ठ कहते हैं । बंद शंकु में एक वृत्तीय समतल पृष्ठ होता है । इसमें एक वृत्तीय कोर होती है।

किसी खोखले शंकु में केवल एक वक्रपृष्ठ और एक वृत्तीय कोर होती है । इसमें समतल पृष्ठ नहीं होता ।



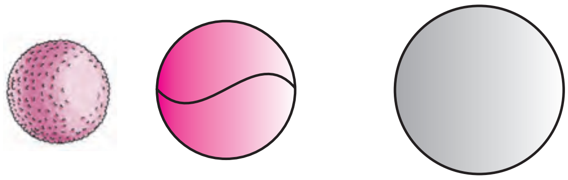

**इसे करो और देखो**

- परकार की सहायता से कागज पर C केंद्र वाला एक वृत्त खींचो ।
- इस वृत्त की दो त्रिज्याएँ CR तथा CS खींचो ।
- वृत्त को काट लो ।
- त्रिज्याओं पर काटकर उसके दो टुकड़े बनाओ ।
- प्रत्येक टुकड़े की भुजाओं CR तथा CS को परस्पर मिलाओ ।




कृति पूर्ण होने के बाद तुम्हें कौन-से आकार दिखाई देते हैं ?

### गोला

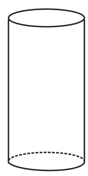
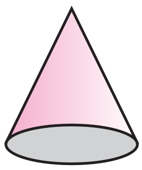
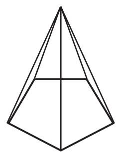
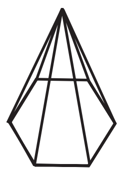
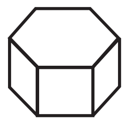
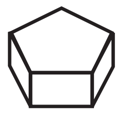


लड्डू, गेंद, गोलाफेंक में उपयोगी वस्तु का गोला, इन सभी आकारों को **गोला** कहते हैं ।

गोले में **केवल एक वक्राकार पृष्ठ** होता है । इसमें कोरें तथा शीर्षबिंदु नहीं होते ।

## प्रश्नसंग्रह 41

✸ नीचे दी गई प्रत्येक आकृति के पृष्ठों, शीर्षबिंदुओं तथा कोरों की संख्या लिखकर तालिका पूर्ण करो :

| नाम | लंब वृत्तीय बेलन | शंकु | पंचभुजी सूची स्तंभ | षटभुजी सूची स्तंभ | षटभुजी लंब बेलन | पंचभुजी लंब बेलन |
|---|---|---|---|---|---|---|
| आकार |  |  |  |  |  |  |
| पृष्ठों की संख्या | | | | | | |
| शीर्षबिंदुओं की संख्या | | | | | | |
| कोरों की संख्या | | | | | | |

## उत्तरमाला

### प्रश्नसंग्रह 1

1. (1) एकरेखीय बिंदु : (i) बिंदु M, बिंदु O, बिंदु T (ii) बिंदु R, बिंदु O, बिंदु N
   (2) किरण OM, किरण OP, किरण ON, किरण OT, किरण OS, किरण OR
   (3) रेख MT, रेख RN, रेख OP, रेख ON, रेख OT, रेख OS, रेख OR, रेख OM
   (4) रेखा MT, रेखा RN
2. रेखा $l$, रेखा AB, रेखा AC, रेखा AD, रेखा BC, रेखा BD, रेखा CD
3. (i) ↔ (c), (ii) ↔ (d), (iii) ↔ (b), (iv) ↔ (a)
4. समांतर रेखाएँ : (i) रेखा $b$, रेखा $m$, रेखा $q$ (ii) रेखा $a$, रेखा $p$
   संगामी रेखाएँ : (i) रेखा $a$, रेखा $b$, रेखा $c$, रेखा AC (ii) रेखा $p$, रेखा $q$, रेखा AD
   संगमबिंदु : बिंदु A, बिंदु D

### प्रश्नसंग्रह 2

1. (1) ↔ (b), (2) ↔ (c), (3) ↔ (d), (4) ↔ (a)
2. (1) न्यूनकोण (2) शून्यकोण (3) प्रतिवर्तीकोण (4) पूर्णकोण
   (5) सरलकोण (6) अधिककोण (7) अधिककोण (8) समकोण
3. ($a$) न्यूनकोण (b) समकोण (c) प्रतिवर्तीकोण (d) सरलकोण (e) शून्यकोण (f) पूर्णकोण

### प्रश्नसंग्रह 3

-----

### प्रश्नसंग्रह 4

1. ऋणात्मक संख्याएँ : −5, −2, −49, −37, −25, −4, −12
   धनात्मक संख्याएँ : +4, 7, +26, 19, +8, 5, 27
2. शिमला : −7 °C, लेह : −12 °C, दिल्ली : +22 °C, नागपुर : +31 °C
3. (1) −512 मी (2) 8848 मी (3) 120 मी (4) −2 मी

### प्रश्नसंग्रह 5

1. (1) 14 (2) 6 (3) −1 (4) −5 (5) −8 (6) −7
2.

| + | 8 | 4 | −3 | −5 |
|---|---|---|---|---|
| −2 | −2 + 8 = +6 | 2 | −5 | −7 |
| 6 | 6 + 8 = 14 | 10 | 3 | 1 |
| 0 | 0 + 8 = 8 | 4 | −3 | −5 |
| −4 | −4 + 8 = 4 | 0 | −7 | −9 |

## प्रश्नसंग्रह 6

✸

| संख्या | 47 | +52 | -33 | -84 | -21 | +16 | -26 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| विपरीत संख्या | -47 | -52 | +33 | +84 | +21 | -16 | +26 | -80 |

## प्रश्नसंग्रह 7

✸

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) −4 [<] 5 | (2) 8 [>] − 10 | (3) + 9 [=] + 9 | (4) −6 [<] 0 |
| (5) 7 [>] 4 | (6) 3 [>] 0 | (7) −7 [<] 7 | (8) −12 [<] 5 |
| (9) −2 [>] −8 | (10) −1 [>] −2 | (11) 6 [>] −3 | (12) −14 [=] −14 |

## प्रश्नसंग्रह 8

✸

| − | 6 | 9 | −4 | −5 | 0 | +7 | −8 | −3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | −3 | −6 | 7 | 8 | 3 | −4 | 11 | 6 |
| 8 | 2 | −1 | 12 | 13 | 8 | 1 | 16 | 11 |
| −3 | −9 | −12 | 1 | 2 | −3 | −10 | 5 | 0 |
| −2 | −8 | −11 | 2 | 3 | −2 | −9 | 6 | 1 |

## प्रश्नसंग्रह 9

1. (i) $\frac{37}{5}$ (ii) $\frac{31}{6}$ (iii) $\frac{19}{4}$ (iv) $\frac{23}{9}$ (v) $\frac{12}{7}$

2. (i) $4\frac{2}{7}$ (ii) $1\frac{3}{4}$ (iii) $1\frac{3}{12}$ अथवा $1\frac{1}{4}$ (iv) $1\frac{3}{8}$ (v) $5\frac{1}{4}$ (vi) $2\frac{6}{7}$

3. (i) $\frac{9}{5}$ किग्रा (ii) $\frac{11}{5}$ मीटर

## प्रश्नसंग्रह 10

1. (i) $8\frac{2}{3}$ (ii) $4\frac{3}{4}$ (iii) $7\frac{12}{35}$ (iv) $5\frac{8}{15}$

2. (i) $2\frac{1}{12}$ (ii) $2\frac{1}{6}$ (iii) $1\frac{1}{40}$ (iv) $4\frac{3}{10}$

3. (1) 6 किग्रा, ₹192 (2) $\frac{4}{15}$ (3) 340 ली ।

## प्रश्नसंग्रह 11

1. (1) $\frac{5}{6}, \frac{10}{6}$  (2) $\frac{3}{5}, \frac{7}{5}$  (3) $\frac{3}{7}, \frac{10}{7}$

## प्रश्नसंग्रह 12

1. (i) $\frac{7}{20}$ (ii) $\frac{12}{35}$ (iii) $\frac{20}{81}$ (iv) $\frac{8}{77}$ (v) $\frac{7}{10}$ (vi) $\frac{9}{8}$ (vii) 1 (viii) $\frac{9}{17}$
2. 6 एकड़
3. 1,80,000

## प्रश्नसंग्रह 13

1. (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{3}{11}$ (iii) $\frac{13}{5}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{7}{6}$
2. (i) $\frac{8}{3}$ (ii) $\frac{10}{27}$ (iii) $\frac{33}{35}$ (iv) $\frac{77}{48}$
3. $\frac{1}{750}$ भाग ।

## प्रश्नसंग्रह 14

1. स्थानीय मान : 70, 8, 0.02
2. (1) 932.697 (2) 739.65 (3) 70.151
3. (1) 83.615 (2) 534.79 (3) 182.819
4. 55.465 किमी
5. ₹ 486  6. 2.5 किग्रा  7. 30.6 किमी

## प्रश्नसंग्रह 15

1. (1) $\frac{3}{5} = \frac{3\times\boxed{2}}{5\times\boxed{2}} = \frac{\boxed{6}}{10} = \boxed{0.6}$  (2) $\frac{25}{8} = \frac{25\times\boxed{125}}{8\times125} = \frac{\boxed{3125}}{1000} = 3.125$

   (3) $\frac{21}{2} = \frac{21\times\boxed{5}}{2\times\boxed{5}} = \frac{\boxed{105}}{10} = \boxed{10.5}$  (4) $\frac{22}{40} = \frac{11}{20} = \frac{11\times\boxed{5}}{20\times5} = \frac{\boxed{55}}{100} = \boxed{0.55}$

2. (1) 0.75 (2) 0.8 (3) 1.125 (4) 0.85 (5) 0.9 (6) 0.28 (7) 0.095
3. (1) $\frac{275}{10}$ (2) $\frac{7}{1000}$ (3) $\frac{908}{10}$ (4) $\frac{3915}{100}$ (5) $\frac{312}{100}$ (6) $\frac{704}{10}$

## प्रश्नसंग्रह 16

1. 14.265 2. 10.9151 3. (1) 3.78 (2) 24.063 (3) 1.14 (4) 3.528

4. 94.5 किग्रा, ₹ 3969 5. 2.25 मीटर

## प्रश्नसंग्रह 17

1. (1) 2.4 (2) 3.5 (3) 10.3 (4) 1.3 2. 1002 वृक्ष

3. 0.425 किमी या 425 मी 4. ₹ 38000

## प्रश्नसंग्रह 18

* (1) खड़ी रेखा पर तापमान, आड़ी रेखा पर शहर (2) चंद्रपुर
  (3) पाचगनी तथा माथेरान, पुणे तथा नाशिक (4) पुणे तथा नाशिक
  (5) 10 °C

## प्रश्नसंग्रह 19

-----

## प्रश्नसंग्रह 20

1. एक से अधिक सममिति अक्षवाली आकृतियाँ (1), (2) तथा (4)
2. सममिति अक्षवाले अक्षर : A. B. C, D, E, H, I, K, M, O, T, U, V, W, X, Y
   एक से अधिक समिमिति अक्षवाले अक्षर : H, I, O, X

## प्रश्नसंग्रह 21

-----

## प्रश्नसंग्रह 22

* 3 वाली डलिया : 111, 369, 435, 249, 666, 450, 960, 432, 999, 72, 336, 90, 123, 108.
  4 वाली डलिया : 356, 220, 432, 960, 72, 336, 108
  9 वाली डलिया : 369, 666, 450, 432, 999, 72, 90, 108

## प्रश्नसंग्रह 23

(1) 12 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 12
16 के विभाजक : 1, 2, 4, 8, 16
सामान्य विभाजक : 1, 2, 4

(2) 21 के विभाजक : 1, 3, 7, 21
24 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
सामान्य विभाजक : 1, 3

(3) 25 के विभाजक : 1, 5, 25
30 के विभाजक : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
सामान्य विभाजक : 1, 5

(4) 24 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
25 के विभाजक : 1, 5, 25
सामान्य विभाजक : 1

(5) 56 के विभाजक : 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
72 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 18, 24, 36, 72
सामान्य विभाजक : 1, 2, 4, 8

## प्रश्नसंग्रह 24

1. (1) 15 (2) 16 (3) 1 (4) 7 (5) 24 (6) 9 (7) 12 (8) 25 (9) 6 (10) 75
2. 3 मीटर
3. 4 मीटर
4. 28 विद्‌यार्थी
5. 90 किग्रा, बासमती की 29 थैलियाँ, इंद्रायणी की 22 थैलियाँ

## प्रश्नसंग्रह 25

1. (1) 45 (2) 30 (3) 84 (4) 60 (5) 88
2. (1) 100 बच्चे (2) 240 मनके (3) 360 लड्डू (4) 120 सेकंड (5) $\frac{65}{225}$ , $\frac{66}{225}$ , $\frac{131}{225}$

## प्रश्नसंग्रह 26

* $16 \div 2 = 10 - 2$, $5 \times 2 = 37 - 27$, $9 + 4 = 6 + 7$,
$72 \div 3 = 8 \times 3$, $4 + 5 = 19 - 10$

## प्रश्नसंग्रह 27

1. (1) $x + 3$ (2) $x - 11$ (3) $15x$ (4) $4x = 24$
2. (1) दोनों पक्षों में से 9 घटाएँगे । (2) दोनों पक्षों में 4 जोड़ेंगे । (3) दोनों पक्षों में 8 से भाग देंगे ।
(4) दोनों पक्षों में 6 से गुणा करेंगे ।
3. (1) नहीं है (2) है (3) है (4) नहीं है
4. (1) $y = 6$ (2) $t = 3$ (3) $x = 13$ (4) $m = 23$ (5) $p = 36$ (6) $x = -5$
(7) $m = -7$ (8) $p = -5$
5. (1) 210 भेंड़ें (2) 19 बोतलें, 4750 ग्राम अर्थात 4.75 किग्रा (3) 50 किग्रा

## प्रश्नसंग्रह 28

1. (1) 3:7 (2) 9:7 (3) 4:5 (4) 7:5 (5) 7:13 (6) 11:9

2. (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{5}{4}$ (5) $\frac{9}{4}$ (6) $\frac{4}{1}$ (7) $\frac{3}{5}$ (8) $\frac{3}{2}$ (9) $\frac{5}{4}$

3. $\frac{4}{3}$ 4. $\frac{3}{5}$ 5. $\frac{4}{11}$ 6. (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{6}{7}$ (3) $\frac{5}{17}$

## प्रश्नसंग्रह 29

* (1) ₹ 2880 (2) ₹ 260 (3) ₹ 5136 (4) 216 किग्रा (5) 6 घंटे, 440 किमी
(6) 76 लीटर (7) 5600 किग्रा (8) 208 वृक्ष (9) 4 ताल, ₹ 72000

## प्रश्नसंग्रह 30

* (1) 92% (2) 70%, 30% (3) 14625 वर्ग मी (4) 4 संदेश (मेंसेज) (5) 96%
(6) घनश्यामपुर गाँव की महिलाओं के मतदान का अनुपात अधिक है

## प्रश्नसंग्रह 31

1. (1) लाभ ₹ 500 (2) हानि ₹ 10 (3) लाभ ₹ 99 (4) हानि ₹ 80
2. ₹ 400 लाभ 3. ₹ 225 लाभ 4. ₹ 7050 5. ₹ 50 हानि 6. ₹ 200 हानि 7. ₹ 1500 लाभ

## प्रश्नसंग्रह 32

1. हानि ₹ 50 2. लाभ ₹ 8000 3. हानि ₹ 150 4. ₹ 941 5. प्रत्येक को ₹ 14500
6. लाभ ₹ 9240

## प्रश्नसंग्रह 33

1. कमीज का व्यापार अधिक लाभदायक 2. शामराव का क्रय-विक्रय अधिक लाभदायक 3. 25% लाभ

## प्रश्नसंग्रह 34

1. 75% लाभ 2. 5% हानि 3. $16\frac{2}{3}$ % लाभ 4. $7\frac{1}{2}$ % लाभ 5. $11\frac{1}{9}$ % लाभ
6. 20% हानि

## प्रश्नसंग्रह 35

1. ₹ 600 2. ₹ 9169 3. ₹ 28000 4. ₹ 2115

## प्रश्नसंग्रह 36

1. समकोण, अधिककोण, न्यूनकोण       2. समबाहु त्रिभुज, विषमबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज
3. मार्ग AC पर जाने से कम दूरी तय करनी पड़ेगी, क्योंकि त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लंबाइयों का योगफल, उसकी तीसरी भुजा की लंबाई से अधिक होता है ।
4. (1) विषमबाहु त्रिभुज (2) समद्विबाहु त्रिभुज (3) समबाहु त्रिभुज (4) विषमबाहु त्रिभुज
5. त्रिभुज खींचे जा सकते हैं : (2), (5)     (6) त्रिभुज नहीं खींच सकते : (1), (3) , (4)

## प्रश्नसंग्रह 37

✸ (1) पंचभुज  (2) षटभुज  (3) सप्तभुज  (4) अष्टभुज

## प्रश्नसंग्रह 38

1. (1) ∠X तथा ∠Z, ∠Y तथा ∠W (2) रेख XY तथा रेख ZW, रेख XW तथा रेख YZ
   (3) रेख XY तथा रेख YZ, रेख YZ तथा रेख WZ; रेख WZ तथा रेख XW, रेख XW तथा रेख XY
   (4) ∠X तथा ∠Y, ∠Y तथा ∠Z, ∠Z तथा ∠W, ∠X तथा ∠W (5) विकर्ण XZ तथा विकर्ण YW
   (6) □YZWX, □ZWXY, □XYZW इत्यादि ।
2. चतुर्भुज - 4, अष्टभुज - 8, पंचभुज - 5, सप्तभुज - 7, षटभुज - 6       5. 720°

## प्रश्नसंग्रह 39

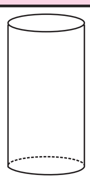
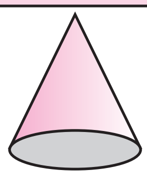
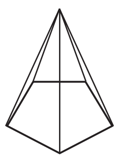
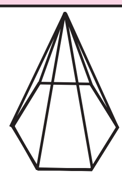
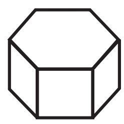
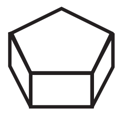
-----

## प्रश्नसंग्रह 40

-----

## प्रश्नसंग्रह 41

✸

| नाम | लंब वृत्तीय बेलन | शंकु | पंचभुजी सूची स्तंभ | षटभुजी सूची स्तंभ | षटभुजी लंब बेलन | पंचभुजी लंब बेलन |
|---|---|---|---|---|---|---|
| आकार |  |  |  |  |  |  |
| पृष्ठों की संख्या | 1 वक्राकार | 1 वक्राकार<br>1 समतल | 6 | 7 | 8 | 7 |
| शीर्षबिंदुओं की संख्या | 0 | 1 | 6 | 7 | 12 | 10 |
| कोरों की संख्या | 2 वृत्ताकार | 1 वृत्ताकार | 10 | 12 | 18 | 15 |

# पारिभाषिक शब्द सूची

| | गणितीय शब्द | अंग्रेजी प्रतिशब्द | उच्चारण |
|---|---|---|---|
| 1 | अंतबिंदु | End point | एंड् पॉइंट् |
| 2 | अंशाधिक (विषम) भिन्न | Improper Fraction | इंप्रॉपर् फ्रैक्शन् |
| 3 | आर्थिक | Financial | फाइनैन्शियल् |
| 4 | आर्थिक व्यवहार | Financial Transaction | फाइनैन्शियल् ट्रँजैक्शन् |
| 5 | आरंभबिंदु | Origin | ओरिजिन् |
| 6 | घनाभ | Cuboid | क्यूबॉइड् |
| 7 | घनाभ(आयताकार)लंब बेलन | Parallelepiped | पैरेलेलपाइप्ड् |
| 8 | त्रिभुजी लंब बेलन | Rectangular Prism | रेक्टेंग्युलर् प्रिज्म् |
| 9 | हल | Solution | सोल्यूशन् |
| 10 | ऋणात्मक | Negative | निगेटिव् |
| 11 | इकाई | Unit | यूनिट् |
| 12 | सरेख | Collinear | कोलीनीयर् |
| 13 | संगामी रेखाएँ | Concurrent Lines | कॉन्करेंट् लाइन्स् |
| 14 | परकार | Compass | कंपास् |
| 15 | विभाजक | Divider | डिवाइडर् |
| 16 | विकर्ण | Diagonal | डायगनल् |
| 17 | कसौटी | Test | टेस्ट् |
| 18 | समकोण | Right Angle | राइट् एंगल् |
| 19 | किरण | Ray | रेऽ |
| 20 | कोण | Angle | एंगल् |
| 21 | चाँदा (कोनमापक) | Protractor | प्रोट्रैक्टर् |
| 22 | क्रय मूल्य | Cost Price | कॉस्ट् प्राइस् |
| 23 | खाता | Account | अकाउंट् |
| 24 | गुणधर्म | Property | प्रॉपर्टी |
| 25 | गुणात्मक प्रतिलोम | Reciprocal | रेसिप्रोकल् |

## पारिभाषिक शब्द सूची

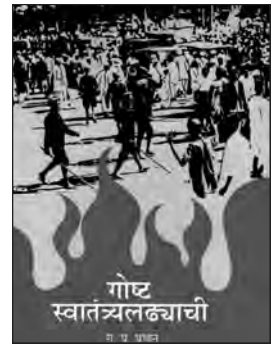
| | गणितीय शब्द | अंग्रेजी प्रतिशब्द | उच्चारण |
|---|---|---|---|
| 26 | गुणात्मक प्रतिलोम | Multiplicative Inverse | मल्टिप्लिकेटिव् इनवर्स् |
| 27 | अनुपात | Ratio | रेऽशो |
| 28 | गोनिया | Set Square | सेट् स्क्वेयर् |
| 29 | गोला | Sphere | स्पियर् |
| 30 | बनावट (रचना) | Net | नेट् |
| 31 | घन | Cube | क्यूब् |
| 32 | चर | Variable | वैऽरिएबल् |
| 33 | प्रिज्म | Prism | प्रिज्म् |
| 34 | चतुर्भुज | Quadrilateral | क्वाड्रिलैटरल् |
| 35 | हर | Intersection | इंटरसेक्शन् |
| 36 | प्रतिशत | Percent | पर्सेंट् |
| 37 | प्रतिशत | Percentage | पर्सेंटेज् |
| 38 | हानि | Loss | लॉस् |
| 39 | त्रिभुज | Triangle | ट्रायएंगल् |
| 40 | दर | Rate | रेऽट् |
| 41 | दशमलव भिन्न | Decimal Fraction | डेसिमल् फ्रैक्शन् |
| 42 | लंबवृत्तीय बेलन | Cylinder | सिलिंडर् |
| 43 | समद्विभाजक | Bisector | बाइसेक्टर् |
| 44 | धनात्मक | Positive | पॉजिटिव् |
| 45 | लाभ | Profit | प्रॉफिट् |
| 46 | असरेख | Non-Collinear | नॉन्-कोलिनीयर् |
| 47 | प्राकृत संख्या | Natural Number | नैचरल् नंबर |
| 48 | पूर्णकोण | Complete Angle | कंप्लीट् एंगल् |
| 49 | पूर्ण संख्याएँ | Whole Number | होऽल् नंबर् |
| 50 | पूर्णांक संख्याएँ | Integer | इंटिजर् |

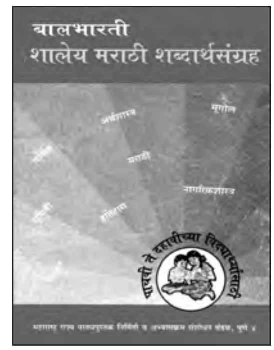
# पारिभाषिक शब्द सूची

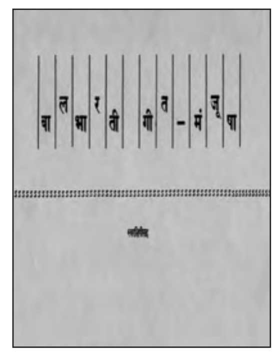
| | गणितीय शब्द | अंग्रेजी प्रतिशब्द | उच्चारण |
|---|---|---|---|
| 51 | मिश्र भिन्न | Mixed fraction | मिक्सट् फ्रैक्शन् |
| 52 | परिणाम | Proportion | प्रपोऽर्शन् |
| 53 | प्रतल | Plane | प्लेऽन् |
| 54 | प्रतिबिंबित सममिति | Reflection Symmetry | रिफ्लेक्शन् सिमेट्री |
| 55 | प्रतिवर्ती कोण | Reflex Angle | रिफ्लेक्स् एंगल् |
| 56 | बहुभुज | Polygon | पॉलिगॉन् |
| 57 | बिंदु | Point | पॉईंट् |
| 58 | भूमिति | Geometry | जिऑमेट्री |
| 59 | महत्तम साधारण विभाजक (म.सा.वि.) | Highest Common Factor (H.C.F.) | हाय्येस्ट् कॉमन् फैक्टर् (एच्.सी.एफ्.) |
| 60 | मिति | Dimension | डाइमेन्शन् |
| 61 | समय | Period | पीरियड् |
| 62 | मापनपट्टी | Ruler | रूलर् |
| 63 | रचना | Construction | कन्स्ट्रक्शन् |
| 64 | रेखा | Line | लाइन् |
| 65 | रेखाखंड | Line segment | लाइन् सेगमेंट् |
| 66 | संलग्न | Adjacent | एजेऽसंट् |
| 67 | न्यूनकोण | Acute angle | एक्यूट् एंगल् |
| 68 | लघुतम साधारण विभाज्य (ल.सा.वि.) | Lowest common Multiple (L.C.M.) | लोऽएस्ट् कॉमन् मल्टिपल् (एल्.सी.एम्.) |
| 69 | बेचना | Sale | सेऽल् |
| 70 | विक्रय मूल्य | Selling Price | सेलिंग् प्राइस् |
| 71 | विभाजक | Divisor | डिवाइजर् |
| 72 | विभाज्य | Multiple | मल्टिपल् |

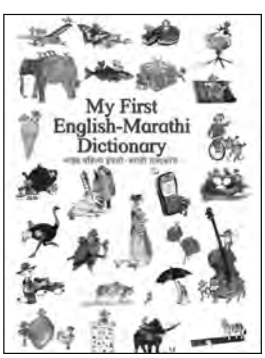
## पारिभाषिक शब्द सूची

| | गणितीय शब्द | अंग्रेजी प्रतिशब्द | उच्चारण |
|---|---|---|---|
| 73 | विभाज्यता | Divisibility | डिविजिबिलिटी |
| 74 | विपरीत संख्याएँ | Opposite Number | ऑपोजिट् नंबर् |
| 75 | अधिक कोण | Obtuse Angle | ऑबटयूस एंगल् |
| 76 | लंब वृत्तीय बेलन | Cylinder | सिलिंड्र |
| 77 | व्यावहारिक भिन्न | Common Fraction | कॉमन् फ्रैक्शन् |
| 78 | ब्याज | Interest | इंटरेस्ट् |
| 79 | व्याजदर | Rate of Interest | रेट् ऑफ इंटरेस्ट् |
| 80 | शतमान प्रणाली | Percentage | पर्सेंटेज् |
| 81 | शाब्दिक प्रश्न | Word Problem | वर्ड् प्रॉब्लम् |
| 82 | शीर्षबिंदु | Vertex | वर्टेक्स् |
| 83 | शून्य कोण | Zero angle | जीऽरो एंगल् |
| 84 | प्रतिशत | Percent | पर्सेंट् |
| 85 | प्रतिशतता | Percentage | पर्सेंटेज् |
| 86 | समहर भिन्न | Like Fraction | लाइक् फ्रैक्शन् |
| 87 | सममिति | Symmetry | सिमेट्री |
| 88 | समांतर | Parallel | पैरेलेल् |
| 89 | समीकरण | Equation | इक्वेशन् |
| 90 | सरलकोण | Straight Angle | स्ट्रेऽट् एंगल् |
| 91 | साधारणब्याज | Simple Interest | सिंपल् इंटरेस्ट् |
| 92 | सूचीस्तंभ | Pyramid | पिरैमिड् |
| 93 | संख्यारेखा | Number Line | नंबर् लाइन् |
| 94 | संतुलित | Balanced | बैलैन्सड् |
| 95 | संगमनबिंदु | Point of Concurrence | पॉइंट ऑफ कनकरन्स् |
| 96 | सम्मुख | Opposite | ऑपोजिट् |







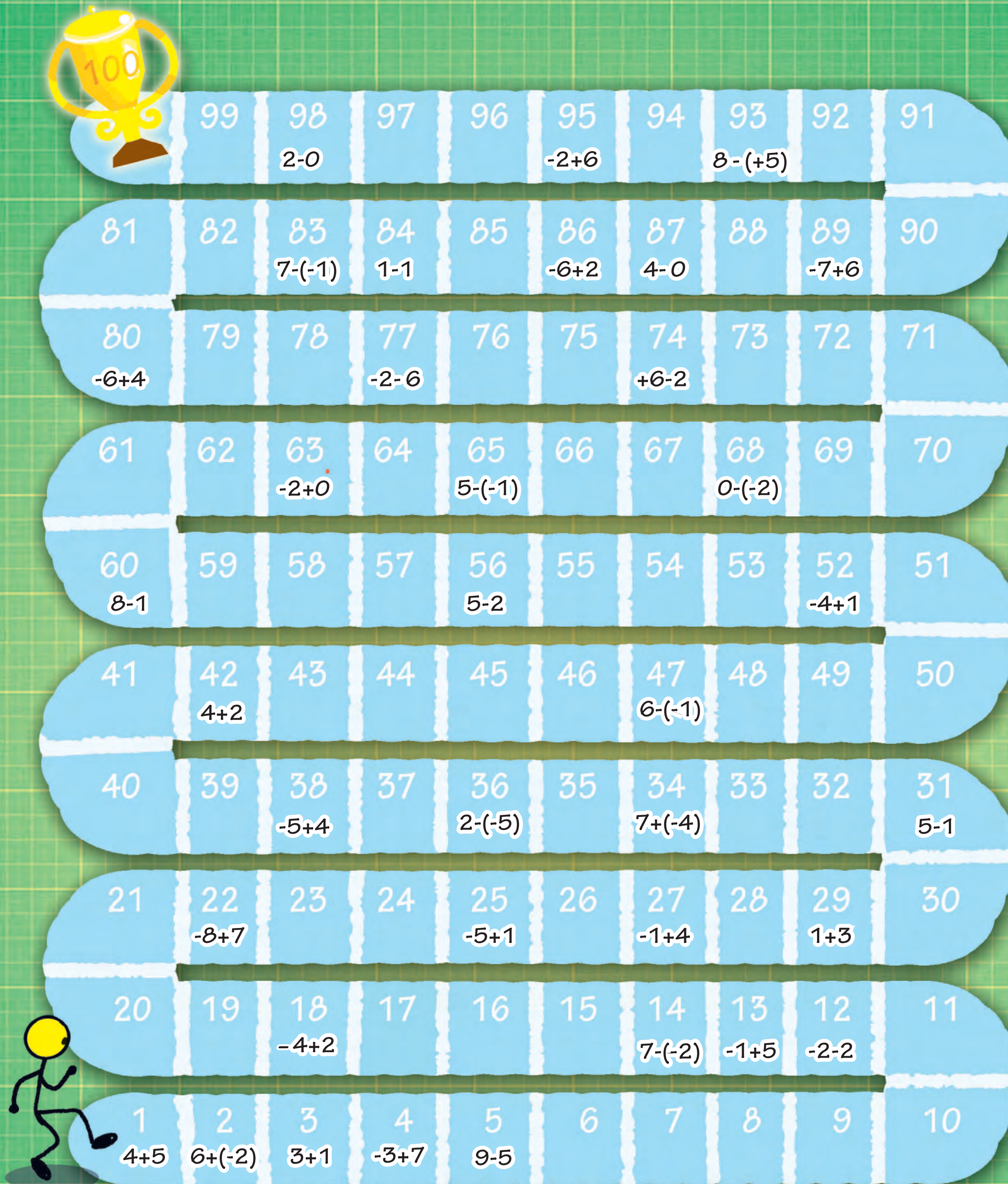
- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

**साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.**

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५




महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे–४११ ००४

हिंदी गणित इ. ६ वी

₹ 41.00