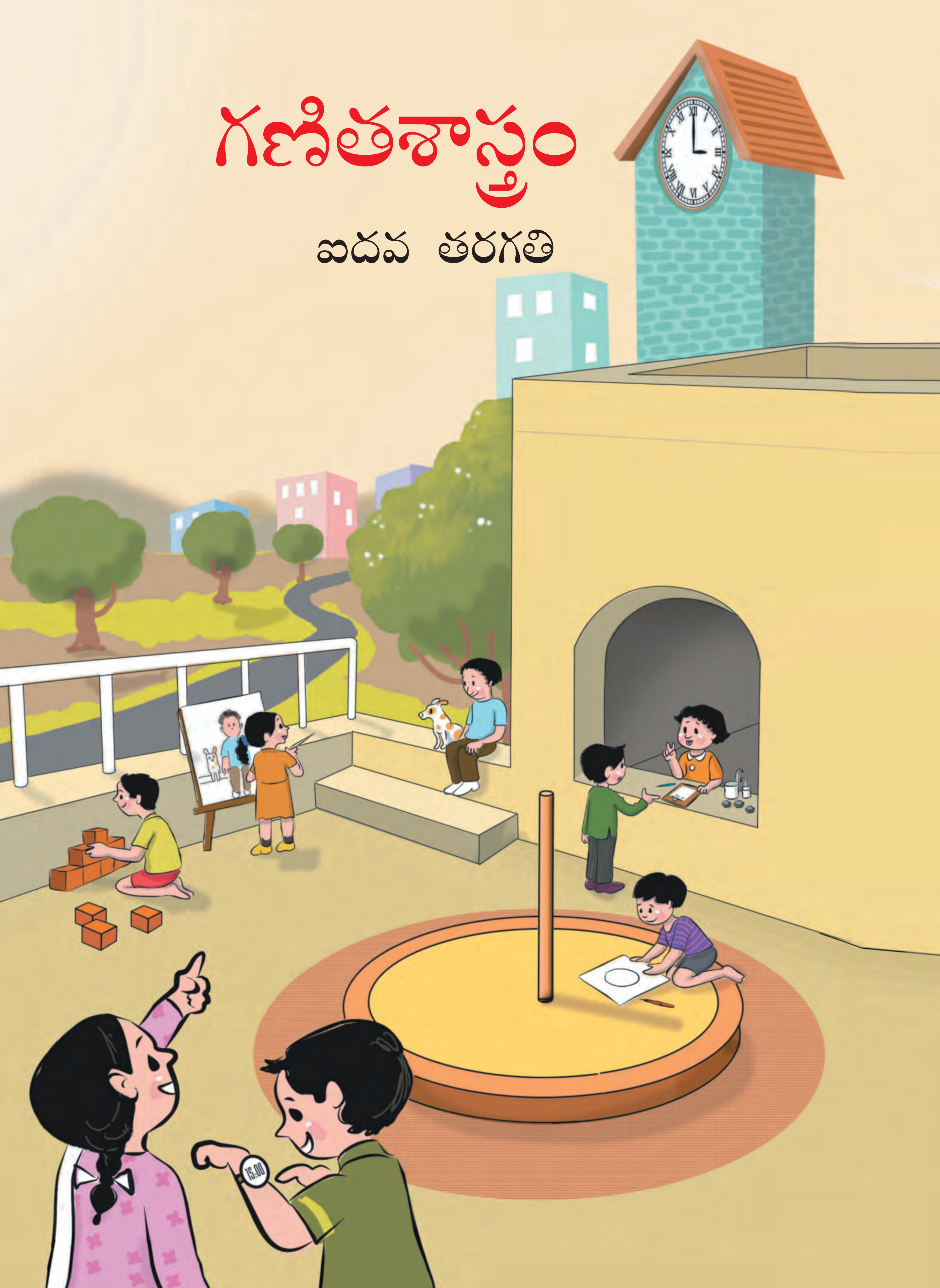
గణితశాస్త్రం

ఐదవ తరగతి



భారత సంవిధానము

పార్ట్ – IV A

ప్రాథమిక బాధ్యతలు

51 ఎ) ప్రాథమిక బాధ్యతలు

ప్రతి పౌరుడు ఈ క్రింది బాధ్యతలను మనసారా స్వీకరించి బాధ్యతాయుతంగా ప్రవర్తించవలెను.

ఎ) రాజ్యాంగ శాసనబద్ధుడై యుండుట. శాసనమందలి ఆశయములనూ, శాసనం స్థాపించే సంస్థలనూ, జాతీయ పతకాన్ని, జాతీయ గీతాన్ని అంకితభావంతో గౌరవించుట.

బి) స్వాతంత్ర్యోద్యమ స్ఫూర్తితో అన్ని రంగాలలో వ్యవహరించుట.

సి) దేశ సార్వభౌమత్వాన్ని, సమన్వయతనూ, సమగ్రతను రక్షించుట.

డి) దేశరక్షణలో అనుక్షణం సంసిద్ధుడై ఉండుట.

ఇ) ప్రజాజీవనంలో అన్యోన్యతనూ, భ్రాతృభావాన్ని పోషించుట, మత, భాష ప్రాంతీయతత్త్వాలకు వర్గవైరుధ్యములకు అతీతముగా ఉండుట. స్త్రీలను అగౌరవపరచే ఆచారములను విడనాడుట.

ఎఫ్) అమూల్యమైన భారతీయ చారిత్రక సంపదనూ, సుసంపన్న సంస్కృతినీ పరిరక్షించుట.

జి) పర్యావరణాన్ని అడవులను, కొలనులనూ, నదులనూ రక్షించుట, అభివృద్ధి పరచుట, మృగరక్షణ జలజంతు జీవరాసులపై కరుణార్ద్రత.
హెచ్) శాస్త్రీయ మరియు మానవతా దృక్పథాలను అలవరచుకొనుట, జిజ్ఞాసను పెంపొందించు కొనుట, సంస్కరణ తత్వమును పెంపొందించుట.

ఐ) హింసను విడనాడుట, ప్రజల ఆస్తుల విధ్వంసం చర్యలను నిరోధించుట.

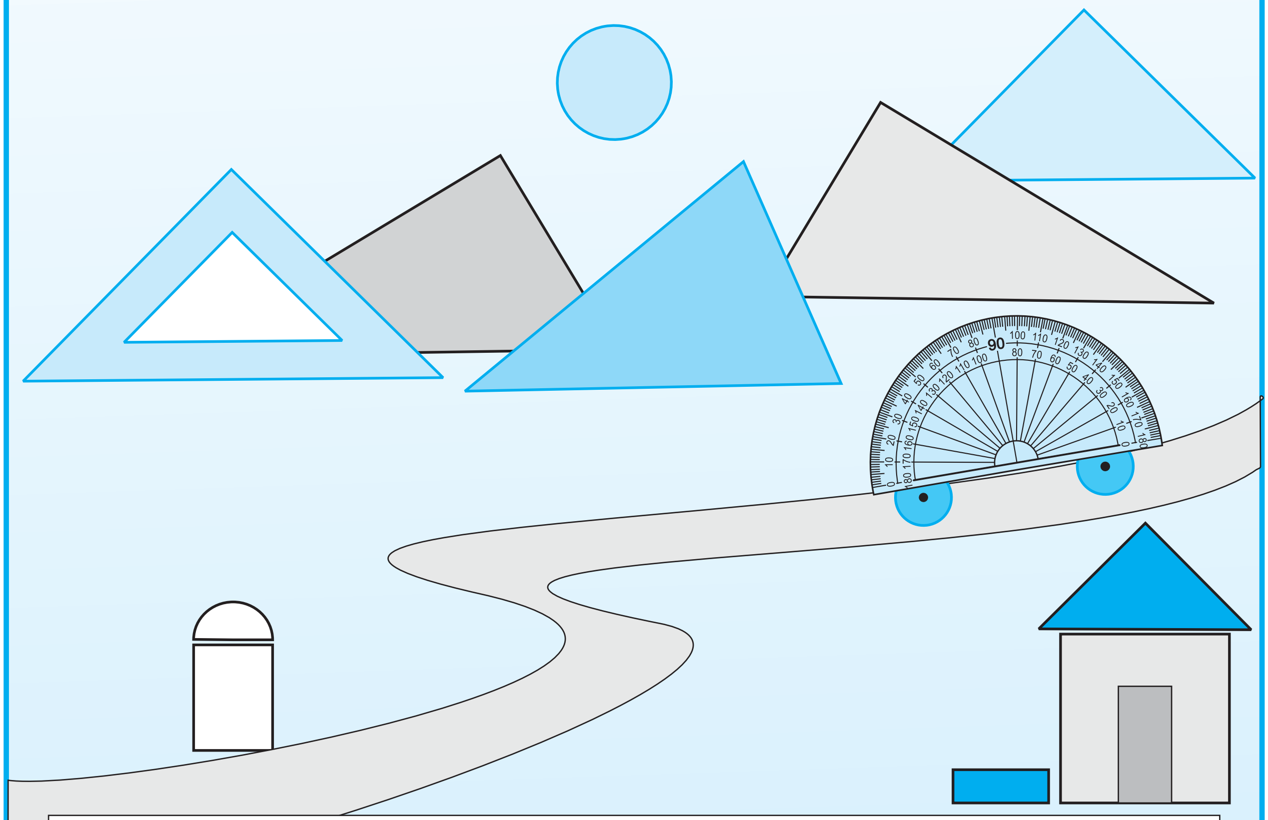
జె) వ్యక్తిత్వ శక్తి సామర్థ్యాల ఔన్నత్యాన్ని పెంపొందించుకొనుట ద్వారా మరియూ సమిష్టి కృషి ద్వారా అన్ని రంగాలలో గణనీయమైన స్థాయిని చేరుటకొరకు, శిఖరాగ్ర సాధనకొరకు నిరంతరం కృషి సల్పుట.

కె) రక్షకులు లేదా సంరక్షకులుగా ఉన్నవారందరూ ఆరు నుంచి 14 సంవత్సరముల లోపల పసివారికి విద్యాభ్యాసము చేయు అవకాశమును కల్పించవలెను.

విద్యా విభాగం మంజూరు క్రమసంఖ్య –ప్రాశిసం/2014–15/149/మంజూరు /డి–505/344, తేది : 14–1–2015

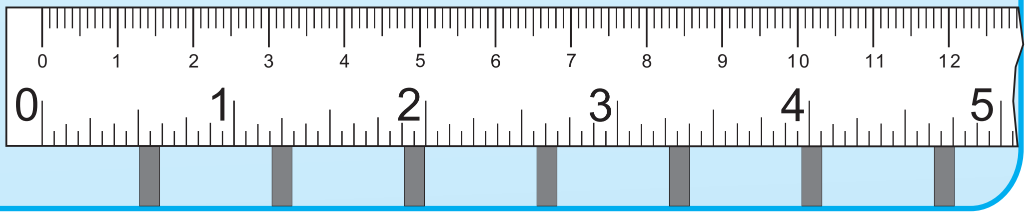
గణితశాస్త్రం

ఐదవ తరగతి



మీ స్మార్ట్‌ఫోన్‌తో DIKSHA App నుపయోగించి పాఠ్యపుస్తకం మొదటి పుటలోని QR CODE ను స్కాన్ చేసిన డిజిటల్ పాఠ్యపుస్తకం మరియు ప్రతి పాఠంలోని QR CODE ను స్కాన్ చేసిన ఆ పాఠానికి సంబంధించిన అధ్యయన–అధ్యాపనలకు ఉపయుక్తమగు దృశ్య–శ్రవణ సాహిత్యం లభిస్తుంది.

మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె–411 004.



ప్రథమ ప్రచురణ : 2015
పునర్ముద్రణ : 2022

© మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411004.

ఈ పుస్తకమునకు సంబంధించిన సర్వహక్కులు మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థవి. మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ సంచాలకుల లిఖిత పూర్వక అనుమతి లేనిదే ఈ పుస్తకము నందలి ఏ భాగము గాని ఉటంకించుట లేదా పునర్ముద్రించుట చేయరాదు.

గణిత విషయసమితి :

డా॥ శశికాంత్ అ. కాత్రే (అధ్యక్షులు)
డా॥ శ్రీమతి. మంగళ నార్లీకర్ (సభ్యులు)
డా॥ వినాయక్ మా. సోలాపుర్‌కర్ (సభ్యులు)
డా॥ శ్రీమతి వెజయంతా పాటిల్ (సభ్యులు)
డా॥ కె. సుబ్రహ్మణ్యం (సభ్యులు)
శ్రీ. రాజేంద్ర గోసావి (సభ్యులు)
శ్రీ. ప్రమోద్ తు. ఖర్చే (సభ్యులు)
శ్రీమతి. మంగళ పవార్ (సభ్యులు)
శ్రీమతి. ఉజ్వల గోడ్‌బోలే (సభ్య కార్యదర్శి)

ప్రధాన సంయోజకులు : శ్రీమతి. ఉజ్వల శ్రీకాంత్ గోడ్‌బోలే
I/C విశేషాధికారిణి, గణితం.
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె.
ముఖచిత్రం అలంకరణ : శ్రీమతి. రేష్మా బర్వే, పుణె.
కంప్యూటర్ స్కెచ్ : శ్రీ సందీప్ కోళీ పుణె.

గణిత విషయ కార్యవర్గ సభ్యులు

డా॥ ఎం.ఎం. శికారే
డా॥ కైలాస్ బోందార్డె
డా॥ జయశ్రీ అత్రే
డా॥ అనిల్ వైద్య
శ్రీ. హేమంత్ దేశ్‌పాండే
శ్రీ. నాగేశ్ మోనే
శ్రీ. రవీంద్ర యెవలే
శ్రీ. పురుషోత్తం శర్మ
శ్రీ. సురేష్ శిందే
కు. భారతి తాఠె
శ్రీ. కల్యాణ్ శిందే
శ్రీ. ప్రదీప్ గోడ్‌సే
శ్రీ. సుధీర్ నాచ్‌ణే
శ్రీ. రాజేష్ వెర్లాగడె
శ్రీమతి. వైశాలి పాటిల్
శ్రీ. మారుతీ బారస్కర్

అనువాదకులు : శ్రీ. గాలిపెల్లి సత్తయ్య
సమీక్షకులు : శ్రీ. భూమనపల్లి విజయభాస్కర్‌రెడ్డి
అనువాద సంయోజకులు : డా॥ శ్రీమతి. తులసీ భారత్,
విశేషాధికారిణి-తెలుగు,
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె

నిర్మితి : శ్రీ. సచ్చితానంద్ అఫ్లే, ముఖ్యనిర్మితి అధికారి
శ్రీ. సంజయ్ కాంబ్లే, నిర్మితి అధికారి
శ్రీ. ప్రశాంత్ హరణె, నిర్మితి సహాయకులు

అక్షర కూర్పు : శ్రీ. విజయ్‌కుమార్ దండె, పుణె
కాగితం : 70 జి.యస్.యమ్. క్రీమ్‌వోవ్
ముద్రణాదేశము : N/PB/2019-20/5,00
ముద్రణ : S GRAPHIX (INDIA) PVT. LTD., THANE

ప్రకాశకులు
శ్రీ వివేక్ ఉత్తమ్ గోసావి, నియంత్రకులు,
పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి సంస్థ, ప్రభాదేవి, ముంబయి-25.

భారత సంవిధానము

ప్రస్తావన

భారతదేశ ప్రజలమగు మేము, భారతదేశమును **సార్వభౌమ్య సామ్యవాద లౌకిక ప్రజాస్వామ్య గణరాజ్యముగ** నెలకొల్పుటకు మరియు అందలి పౌరులెల్లరకు

సామాజిక, ఆర్థిక, రాజకీయ **న్యాయమును**,

భావము, భావప్రకటన, విశ్వాసము, ధర్మము, ఆరాధన -- వీటి **స్వాతంత్ర్యమును**,

అంతస్తులోను, అవకాశములోను **సమానత్వమును** చేకూర్చుటకు; మరియు వారందరిలో

వ్యక్తి గౌరవమును, జాత్యైక్యతను, అఖండతను తప్పక ఒనగూర్చు **సౌభ్రాత్రమును**, పెంపొందించుటకు; సత్యనిష్ఠా పూర్వకముగ తీర్మానించుకొని, ఈ 1949వ సంవత్సరము నవంబరు ఇరువది యారవ దినమున **మా సంవిధాన సభయందు ఇందుమూలముగ, ఈ సంవిధానమును అంగీకరించి, అధిశాసనము చేసి మాకు మేము ఇచ్చుకొన్నవారమైతిమి.**

జాతీయ గీతము

జనగణమన – అధినాయక జయ హే
భారత – భాగ్యవిధాతా
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కల, బంగ,
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా,
ఉచ్ఛల జలధితరంగ,
తవ శుభ నామే జాగే, తవ శుభ ఆశిస మాగే,
గాహే తవ జయగాథా,
జనగణ మంగలదాయక జయ హే,
భారత – భాగ్యవిధాతా
జయ హే, జయ హే, జయ హే,
జయ జయ జయ, జయ హే

ప్రతిజ్ఞ

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరు నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికి సర్వదా నేను కృషిచేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడచుకొంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను. వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

ప్రస్తావన

'బాలల ఉచిత నిర్బంధ విద్యాహక్కు చట్టం–2009' మరియు 'జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం–2005' లను దృష్టియందుంచుకొని మహారాష్ట్ర రాష్ట్రంలో 'ప్రాథమిక విద్యా పాఠ్యప్రణాళిక–2012' తయారు చేయబడినది. ఈ ప్రభుత్వామోదిత పాఠ్యప్రణాళికానుసారం పాఠ్యపుస్తక సంస్థ రూపొందించిన **ఐదవ తరగతి 'గణితశాస్త్రం'** పాఠ్య పుస్తకాన్ని మీకందిస్తున్నందులకు మిక్కిలి ఆనందముగానున్నది.

అధ్యయన–అధ్యాపన ప్రక్రియలన్నియు విద్యార్థి కేంద్రంగా ఉండాలి, జ్ఞాననిర్మితి వాదమునకు ప్రాధాన్యతనివ్వాలని, ప్రాథమికవిద్య ముగించునాటికి విద్యార్థులు కనీస సామర్థ్యాలను పొందాలని, అలాగే బోధన ప్రక్రియ మనోరంజకంగా మరియు ఆనందదాయకంగానుండాలనే దృష్టితో ఈ పాఠ్యపుస్తకం రచింపబడినది.

స్వయంగా ఏదైనా చేయాలనే విద్యార్థుల ఆతృతను దృష్టియందుంచుకొని ఈ పుస్తకమును కృతి ప్రధానంగా రూపొందించే ప్రయత్నం చేయబడింది. ఇందుకై కృత్యములు మరియు ఉపక్రమాలు ఇవ్వబడినవి. గణిత విషయం అర్థంకావడానికి తగిన రీతిలో చిత్రములు మరియు పటములు ఈ పాఠ్యపుస్తకంలో పొందుపరచబడినవి.

గణిత సంబోధనల పునర్విమర్శ చక్కగా జరగాలి. అవి విద్యార్థి మనస్సులో స్థిరపడాలి. స్వీయ–అధ్యయనం సులభతరం కావాలనే దృష్టితో శ్రేణీబద్ధ (Graded) ఉదాహరణలు/లెక్కలు చేర్చబడినవి. అభ్యాసాలలోని ప్రశ్నలను విద్యార్థులు స్వయంగా సాధింపవలెననుట ఆశయము. అభ్యాసాలలో కృతియుక్తంగా మరియు ఒకటికంటె ఎక్కువ సమాధానాలు గల ప్రశ్నలు చేర్చబడినవి. అభ్యాసాలు విసుగు పుట్టించకుండా ఉండుటకై వాటిలో వైవిధ్యం చూపు ప్రయత్నం చేయబడినది.

కొన్ని పాఠాలలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు ఏవిధమైన వివరణలు గావించాలని ఆశించబడినదో అవి సంభాషణరూపంలో ఇవ్వబడినవి. గణితశాస్త్ర అభ్యాసంలో విద్యార్థులు మళ్ళీమళ్ళీ ఉపయోగించవలసిన సూత్రాలు మరియు నియమాలు గడులలో ఇవ్వబడినాయి. 'ఆలోచించండి', 'గణితపదబంధాలు', 'వెదికితే దొరుకుతుంది', 'ఆటలు' మొదలగువాటినుపయోగించి గణితశాస్త్రమును మనోరంజకంగా రూపొందించే ప్రయత్నం జరిగింది.

ఈ పాఠ్యపుస్తకం దోషరహితంగా, ప్రామాణికంగా ఉండాలన్న దృష్టితో మహారాష్ట్రంలోని అన్ని ప్రాంతాల నుండి ఎంపికచేయబడిన ఉపాధ్యాయులు, విద్యానిపుణులు, విషయనిపుణుల చేత సమీక్షింపబడినది. ఉపాధ్యాయులు, తల్లిదండ్రుల నుండి వచ్చిన ఉత్తరాలలోని సూచనలు, అభిప్రాయాలను గణితవిషయ సమితివారు తగిన విధంగా ఆలోచించి ఈ పాఠ్యపుస్తకానికి అంతిమరూపం ఇచ్చారు.

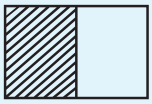
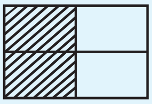
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ గణిత విషయసమితి, కార్యవర్గ సభ్యులు, శ్రీ. వి.డి. గోడ్‌బోలే (ఆహ్వానితులు) మరియు చిత్రకారుల అవిశ్రాంత శ్రమవల్ల ఈ పాఠ్యపుస్తకం తయారైంది. వీరందరికి పాఠ్యపుస్తక సంస్థ తరపున మనః పూర్వక కృతజ్ఞతలు.

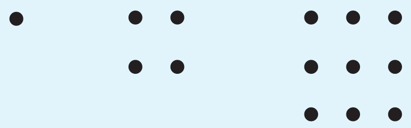
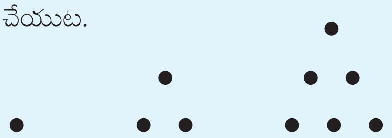
విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు మరియు తల్లిదండ్రులు ఈ పాఠ్యపుస్తకానికి స్వాగతం పలుకుతారని ఆశిస్తున్నాము.

(చం.రా. బోర్‌కర్)
సంచాలకులు
మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు
పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె–411004.

పుణె :
తేది : 27 నవంబర్ 2014
6 అగ్రహాయణ్, 1936

5వ తరగతి – గణితం అధ్యయన ఫలితాలు

అధ్యయన – ఆధ్యాపన ప్రక్రియ	అధ్యయన ఫలితాలు
అధ్యయనార్థికి వ్యక్తిగతంగా/జంటగా/సమూహములో అవకాశ మిచ్చి కృత్యం చేయుటకు ప్రోత్సహించుట: • 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్య ఎందుకవసరపడుతుంది? దీనికి గల సందర్భాన్ని తెలిపి చర్చించుట. అందుకు సంఖ్యామాలిక విస్తారం సులభం గా ఎలా చేయవచ్చును? దీని గురించి కూడా చర్చించుట ఉదా– 10 కి.గ్రాలను గ్రాములుగా, 20 కి.మీలను మీటర్లలోకి మార్చుట. • 1000 తర్వాత గల సంఖ్యల (100000 వరకు) స్థాన విలువల ఆధారంగా విస్తరించి రాయుట ఉదా – 9000 వరకు, తర్వాత 9999 వరకు 9999 కంటే 1 ఎక్కువ గల సంఖ్యను ఎలా రాయాలో చర్చించుట. • పెద్ద సంఖ్యలపై (కూడిక మరియు తీసివేత) ఈ ప్రక్రియలను ప్రమాణ సోపానాలతో చేయుట, ఇది మరొక స్థానానికి చేయబడిన సోపానాల పెరుగుదలగా గుర్తించుట. • సమాన పంపిణీ మరియు గుణకార విలోమప్రక్రియ లాంటి భాగహారపు వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించుట. • సంఖ్యారేఖపై అంచెలు లెక్కించుట, గుణకార ఎక్కాలు, సంఖ్యాగడులు మొ.. వాని ఆధారంతో విభాజ్యపు ఊహను అభివృద్ధిపరుచుట. • సంఖ్యల భాగహారం మరియు విభాజ్యం సహాయంతో కారణాంకాల సంకల్పనను అభివృద్ధి పరుచుట. • జవాబును అంచనా వేయుట మరియు దానిని పరీక్షించుట • ధర్మాలను బట్టి సంఖ్యలను వర్గీకరించుట. ఉదా. ప్రధాన సంఖ్య పరస్పరప్రధాన సంఖ్యలు మొదలైనవి • నిత్యజీవితంలోని సందర్భాలు/పరిస్థితులు మొ.. వాటి నుపయోగించి, ఒక సంపూర్ణ సముహములో భిన్న భాగం సంకల్పనను ఉపయోగించవచ్చుటకు, అర్ధ డజను అరటిపండ్ల గుత్తిలో ఎన్ని పండ్లు ఉంటాయి? ఇటువంటి ఉదాహరణలను చర్చించుట. • కాగితపు మడతలు, ఆకృతిలోని భాగానికి రంగువేయుట. మొలగువాటి ద్వారా భిన్నాలను పోల్చుట. • వేర్వేరు కృత్యాల సహాయంతో సమాన భిన్నాల సంకల్పన అభివృద్ధిపరుచుట, ఉదా కాగితపు మడతలు మరియు ఆకృతులలోని భాగాలకు రంగువేయుట. •  $\frac{1}{2}$ మరియు •  $\frac{2}{4}$ ఇవి సమానం • దశాంశ భిన్నాల సంకల్పనను అవగాహన చేసుకొనుట ($\frac{1}{10}$ మరియు $\frac{1}{100}$) • కోణాల ప్రాథమిక సమాచారమును గ్రహించుట మరియు స్పష్టం చేయుట.	అధ్యయనార్థి – **05.71.01 పెద్ద సంఖ్యలపై గల ఉదాహరణలు సాధించును.** – పరిసరాలలోని 1000 కంటే ఎక్కువ విలువగల సంఖ్యలను, చదువును రాయును. – 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్యలపై, స్థాన విలువలను తెలుసుకొని నాలుగు మూలాధార అంకగణిత ప్రక్రియలు చేయును. – ప్రామాణిక పద్ధతులను ఉపయోగించి ఇచ్చిన సంఖ్యను వేరొక సంఖ్యతో భాగించును. – కూడిక, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగహారం మొ. వాటిని అంచనావేయును. వివిధ రకాలుగా వాటిని పరీక్షించును. ఉదా – ప్రమాణ పద్ధతి నుపయోగించి ఏదేని సంఖ్యను భాగించి (ఉదా. 9450ని 25చే భాగించునపుడు. ముందుగా 9000 ను తర్వాత 400 ను ఆ తర్వాత 50ని 25 చే భాగించుట. వచ్చిన భాగఫలాన్ని కూడుట) ఇచ్చిన భిన్నాలను అర్థం చేసుకొనును. 05.71.02 ప్రధాన సంఖ్య మరియు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల వర్గీకరణను గుర్తిస్తారు. 05.71.03 ఇచ్చిన భిన్నాలను అర్థం చేసుకొనును. – సమూహపు భాగాన్ని సూచించే సంఖ్యను శోధించును. – ఇచ్చిన భిన్నాలలో సమాన భిన్నాలను శోధించును మరియు తయారు చేయును. – ఇచ్చిన $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ వంటి భిన్నాలను దశాంశ పద్ధతిలో వ్యక్తపరుచును. అంతేగాకుండా దశాంశ పద్ధతిలోని భిన్నాలను సాధారణ భిన్నాలలో వ్యక్తపరుచును. ఉదా. పొడవు లేదా రొక్కంలో సగ (అర్ధ) భాగం, ఉదా – 10 రూపాలలో అర్ధం భాగం అంటే 5 రూపాయలు. – సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలలోకి రూపాంతరం చేయును. అంతేగాకుండా దశాంశ భిన్నాలను సామాన్య భిన్నాలలోకి రూపాంతరం చేయును. 05.71.04 కోణం మరియు ఆకారం, వీటికి సంబంధించి అధిక వివరాలు పొందుదాం. లంబకోణం, అల్పకోణం, అధిక కోణం మొ... వాటిని వర్గీకరించి కోణాలను గీయును. 05.71.05 నిత్యం ఉపయోగించే పొడవు, బరువు, సామర్థ్యం మొ.. వాటి ప్రమాణాల సంబంధాన్ని జోడించును మరియు పెద్ద ప్రమాణాలను చిన్న ప్రమాణాలలోకి అలాగే చిన్న ప్రమాణాలను పెద్ద ప్రమాణలలోకి రూపాంతరం చేయును.

అధ్యయన – అధ్యాపన ప్రక్రియ	అధ్యయన ఫలితాలు
• కోణాలను పరిశీలించి కోణాల కొలతలను పోల్చి చూసుట. ఉదా. పుస్తకం యొక్క లంబకోణం మూల కంటే ఇచ్చిన కోణం చిన్నది, పెద్దది లేక సమానంగా ఉందా అనునది నిర్ణయించుట అలాగే ఆ తర్వాత కోణాల రకాలను నిర్ణయించుట. • కోణం కొలుచుటకు, కోణం గీయుటకు కోణమానిని సాధనంగా ఉపయోగించుట. • బజారుకు వెళ్ళే రోజును నిర్ణయించుకొని, వేర్వేరు విలువలు గల నోట్ల రూపంలో అవసరపడే పైసలు మరియు మిగిలిన రొక్కం మొదలగు వాటిని అంచనా వేయుట. • విద్యార్థులు రసీదు/బిల్లు తయారు చేయుగల్గునటు వంటి విధంగా దుకాణదారుడు/ వినియోగదారుడు పాత్రలతో నాటకీకరణ చేయుట. • టేప్/స్కేల్ సహాయంతో వేర్వేరు వస్తువుల పొడవులను కొలుచుట. • పెద్ద ప్రమాణాలను, చిన్న ప్రమాణాలలోకి రూపాంతరం చేయు అవసరాన్ని గుర్తించుట. • నీళ్ళసీసా లేదా కూల్‌డ్రింక్ సీసా మొదలగు వాటిపై ముద్రించిన సామర్థ్యాల ప్రమాణాలకు సంబంధించిన అనుభవాలు చర్చించుట. • ఇచ్చిన ఖాళీ స్థలం నింపుటకు ఆ స్థలంలో ఘనం, దీర్ఘఘనం, త్రిభుజాకార కూచి, స్థూపం మొదలగు ఆకారంగల వస్తువులతో నింపుట మరియు ఏ ఆకారం సరియైనదో నిర్ణయించుట. • ఇచ్చిన స్థలంలో పట్టిన ప్రమాణ ఘనాల సంఖ్యను లెక్కించి ఆ స్థలం యొక్క ఘనపరిమాణం లెక్కించుట. • సంఖ్యలపై వేర్వేరు ప్రక్రియలు చేయునపుడు లభించే చిత్రాకృతులను శోధించుట మరియు చతురస్ర సంఖ్యల వంటి వాటిని చిత్రాకృతిలో సామాన్యీకరణం చేయుట  • దిగువ చూసిన విధంగా త్రిభుజ సంఖ్యలు కూడా చిత్రాకృతిగా తయారు చేయుట.  • సమాచారాన్ని సేకరించి చిత్రరూపంలో చూపుట. ఉదా. వారి తరగతిలోని పిల్లల ఎత్తు కమ్మీరేఖా చిత్ర రూపంలో చూపుట. • తరగతిలోని నల్లబల్ల, టేబల్ ఉపరితలం, పుస్తకం వీటినుండి దీర్ఘచతురస్ర ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలత సంకల్పన పరిచయం. అలాగే ఈ ఆకారాల హద్దుల రేఖలను తెల్పండి.	05.71.06 పెద్ద పాత్రల ఘనపరిమాణం తెలిసిన ప్రమాణాల సహాయంతో అంచనా వేయును. ఉదా. బకెట్టు ఘనపరిమాణం, చెంబు ఘనపరిమాణం కంటే 20 రెట్లు ఉంది. 05.71.07 హేతుపూర్వకంగా తయారు చేసిన మడతల నుపయోగించి ఘనం, దీర్ఘఘనం మరియు తయారు చేయును. 05.71.08 నాణాలు, నోట్లు, పొడవు, బరువు, ఘనపరిమాణం, మరియు కాలం వీటి కొలతలలోని ఉదాహరణల మరియు సమస్యలు సాధించుటకు నాలుగు మూలాధార అంకగణిత ప్రక్రియలను ఉపయోగించును. 05.71.09 చతురస్ర సంఖ్య మరియు త్రిభుజ సంఖ్యల చిత్రాకృతులను గుర్తించును. 05.71.10 దైనందిన వ్యవహారంలోని వివిధ రకాల సమాచారాన్ని సేకరించి పట్టిక రూపంలో మరియు చిత్రాలతో సూచిస్తారు. 05.71.11 పరిసరాలలోని దీర్ఘచతురస్రాకార వస్తువుల చుట్టుకొలత, వైశాల్యంను కనుగొంటారు. ఉదా. తరగతిగదిలోని నేల, సుద్దముక్కల అట్టపెట్టె ఉపరితల భాగం మొదలగునవి. 05.71.12 సరియైన క్రియలనుపయోగించి (కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగహారం) పెద్ద సంఖ్యలపై పరిక్రియలు చేస్తారు.

విషయసూచిక

మొదటి విభాగం

1. రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలు 1
2. సంఖ్యా జ్ఞానం 3
3. కూడిక మరియు తీసివేత 10
4. గుణకారం మరియు భాగహారం 15
5. భిన్నాలు 21
6. కోణం 34
7. వృత్తం 41

రెండవ విభాగం

8. భాజ్యం మరియు భాజకం 46
9. దశాంశభిన్నాలు 52
10. కాలమానం 59
11. కొలతలపై ఉదాహరణలు 64
12. చుట్టు కొలత మరియు వైశాల్యం 68
13. త్రిమితీయ వస్తువులు మరియు రేఖాకృతులు 75
14. చిత్రలిపి 79
15. చిత్రాకృతులు 83
16. బీజ గణితానికి పూర్వసంసిద్ధత 86

ఉపాధ్యాయులతో ఒక మాట

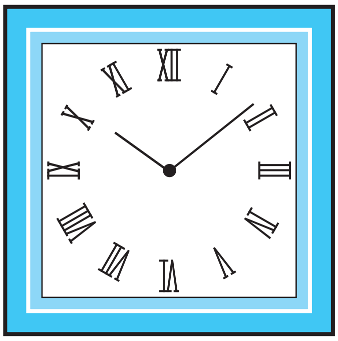
పాఠ్యపుస్తకంఅధ్యయన-అధ్యాపనప్రక్రియలోఅతిముఖ్యమైనసాధనం.మనకుమనపరిసరాలలోనివివిధఅనుభవాలు,విద్యార్థులస్వీయఅనుభవాలను ఉపయోగించి అధ్యాపనం చేయాలనే దృష్టితో ఈ పాఠ్యపుస్తక రచన చేయబడి,ది. ఇందులో ఇవ్వబడిన క్రింది అంశాలను తప్పకుండా ఉపయోగించండి.

- ఆటలు, కథలు, ప్రాత్యక్షికాలు, ఉపక్రమాలు, పొడవు కథలు మొదలగు వాటి సహాయంతో గణితంలోని సంకల్పనలు, సంబోధనలను స్పష్టం చేయండి. విద్యార్థులతో పాఠ్యపుస్తకంలోని సంభాషణలను నాటకీకరణ చేయించండి.
- ప్రాత్యక్షికాలను అత్యధికంగా ఉపయోగించి గణిత విషయాన్ని బోధించండి.
- పేజీలోని పాఠ్యాంశాలను సందర్భానుసారం విద్యార్థులతో ప్రశ్నోత్తరాల రూపంతో చర్చించండి. శైక్షణిక సాధనాల సహాయంతో అధ్యయన అనుభవాలను ఇవ్వండి.
- విద్యార్థులు కృత్యం చేయునపుడు ఉపాధ్యాయుడు ఒక్కొక్క జట్టు వద్దకు వెళ్ళి కృత్యాన్ని పరిశీలించాలి. అవసరమైనచోట మార్గదర్శనం చేయాలి.
- అవసరాన్నిబట్టి మరికొన్ని ఉపక్రమాలు మరియు శైక్షణిక సాధనాలు ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగా తయారు చేయాలి. వాటి సహాయంతో బోధించండి.
- సంఖ్యల పఠనం-లేఖనం అలాగే మనసులోనే లెక్కలు చేయునట్లు విద్యార్థుల సామర్థ్యమును పెంపొందించే దృష్టితో నిరంతరం ప్రయత్నించాలి.
- విద్యా ప్రణాళికలో సూచించినటువంటి, సాధ్యమైనన్ని అంతర క్రియలను ఈ పాఠ్యపుస్తకంలో చేర్చబడినవి. ఇతర అంతరక్రియలను గూర్చి ఉపాధ్యాయులు ఆలోచించాలి.

R41IVK

ఒకటవ విభాగం

1. రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలు



గీత : ఈ గడియారం డయల్‌పైన సంఖ్యల స్థానంలో వేరే చిహ్నాలు కన్పిస్తున్నాయి.

ఉపాధ్యాయుడు : అవును. ఈ గడియారం డయల్ మీది చిహ్నాలు రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలు. పూర్వం యూరోప్‌లో సంఖ్యలను రాయడానికి పెద్ద రోమన్ అక్షరాలను వాడేవారు. 1 కొరకు I, 5 కొరకు V మరియు 10 కొరకు X అనే అక్షరాలను సంఖ్యాచిహ్నాలుగా వాడుచుండేవారు. అందుకని సంఖ్యలను రాసే ఈ విధానాన్ని 'రోమన్ సంఖ్యా లేఖన' విధానం అంటారు.

ఈ విధానంలో 'సున్నా'కు ఏ విధమైన సంఖ్యా చిహ్నాన్నీ వాడే వారు కాదు. అంకెల విలువ స్థానాలనుబట్టి మారేది కాదు. రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాల సహాయంతో ఇతర సంఖ్యలను రాయడానికి కొన్ని నియమాలు తయారు చేయబడ్డాయి. ఆ నియమాలు మరియు I, V, X అనే సంఖ్యా చిహ్నాలను ఉపయోగించి 20 వరకు సంఖ్యలను ఎట్లా రాయలో చూద్దాం.

నియమం 1 : I మరియు X లలో ఏదైనా చిహ్నాన్ని రెండు సార్లు లేక మూడు సార్లు, ఒక దాని పక్క ఒకటిగా రాస్తే వాటి మొత్తమును సంఖ్యగా భావించాలి.

ఉదా., II = 1 + 1 = 2 XX = 10 + 10 = 20 III = 1 + 1 + 1 = 3

నియమం 2 : I మరియు X చిహ్నాలను ఒక దాని పక్కన ఒకటిగా 3 సార్లు మాత్రమే రాయవచ్చు. V ఒకదాని పక్కన ఒకటి రాయబడదు.

నియమం 3 : I లేక V లలో ఏదైనా చిహ్నాన్ని, పెద్ద సంఖ్యా చిహ్నానికి, కుడి వైపున రాస్తే, దాని విలువ ఎడమవైపున్న చిహ్నం విలువకు కలుపబడును.

ఉదా.,

VI = 5 + 1 = 6	XI = 10 + 1 = 11	XV = 10 + 5 = 15
VII = 5 + 2 = 7	XII = 10 + 2 = 12	XVI = 10 + 5 + 1 = 16
VIII = 5 + 3 = 8	XIII = 10 + 3 = 13	

నియమం 4 : I చిహ్నాన్ని V లేక X చిహ్నానికి ఎడమ వైపున రాసినచో దాని విలువ V లేక X యొక్క విలువ నుండి తీసివేయ బడును కాని I చిహ్నాన్ని మాత్రం V లేక X ల ఎడమకు ఒకసారి కంటె ఎక్కువ సార్లు రాయబడదు.

ఉదా., IV = 5 – 1 = 4 , IX = 10 – 1 = 9

8 సంఖ్య IIX అనువిధంగా రాయబడదు.

14 మరియు 19 సంఖ్యలను కొంచెం వేరుగా ఆలోచించి రాయవలసి యుండును.

14 = 10 + 1 + 1 + 1 + 1; కాని 1 కి చిహ్నం I ని ఎక్కువలో ఎక్కువ మూడు సార్లు మాత్రమే వాడవలెను. కనుక సంఖ్య 14 ను 10 + 4 గా అనుకొందాం. 4 కు IV చిహ్నం ను వాడి, 14 ను XIV అని రాస్తారు. అట్లే 19 ని 10 + 9 గా ఆలోచించి XIX అని రాస్తారు.

20 వరకు సంఖ్యలను రాయడానికి, మొదట ఆ సంఖ్యను 10, 5 మరియు 1 ల సమూహాలుగా విభజించి, పై నియమం ప్రకారం రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలను ఉపయోగించి రాస్తారు.

ఉదా., 12 = 10 + 1 + 1 = XII, 7 = 5 + 1 + 1 = VII, 18 = 10 + 5 + 3 = XVIII

అభ్యాసం 1

1. 1 నుండి 20 వరకు సంఖ్యలను రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలను ఉపయోగించి రాయండి.

2. కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యాచిహ్నాలలో రాయండి.

(1) V (2) VII (3) X (4) XIII (5) XIV (6) XVI (7) XVIII (8) IX

3. ఖాళీ గడులను పూరించండి.

సంఖ్య	మూడు		ఆరు		పదిహేను	
రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నం		VIII		XII		XIX

4. రోమన్ సంఖ్యా చిహ్నాలనుపయోగించి సంఖ్యలను రాయండి.

(1) 9 ☐ (2) 2 ☐ (3) 17 ☐

(4) 4 ☐ (5) 11 ☐ (6) 18 ☐

5. కింద అంతర్జాతీయ అంకెలలోనున్న ప్రతి సంఖ్య రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలలో రాయబడింది. రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలు వాడి రాయబడిన సంఖ్య సరిగా ఉంటె దానికింద '✓' గుర్తు, తప్పుగా ఉంటే '✗' గుర్తును పెట్టి దానిని సరిచేసి రాయండి.

అంతర్జాతీయ అంకెలలో	4	6	8	16	15
రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలలో	IIII	VI	IIX	XVI	VVV
సరిగా వుంది/తప్పు (తప్పు అయినచో సరిచేయబడింది)					

❒ **అధిక వివరాలకోసం :** L, C, D, M లు ఇంకా కొన్ని రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలు.

రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలు	I	V	X	L	C	D	M
సంఖ్యలు	1	5	10	50	100	500	1000

ఉపక్రమం : గడియారంలో వాడినట్లు, రోమన్ సంఖ్యాచిహ్నాలు ఇంకా ఎక్కడెక్కడ వాడబడునో వాటి జాబితా తయారు చేయండి.

దశాంశమాన సంఖ్యాలేఖన పద్ధతి

రోమన్ పద్ధతిలో సంఖ్యలను రాయడం, చదవడం సులభమేమి కాదు. ఈ పద్ధతిలో సంఖ్యలను రాసి కూడిక–తీసివేతలను చేయడము కూడా చాల కష్టం. మనము 0 నుంచి 9 వరకు పది అంకెలను వాడి సంఖ్యలను నిర్ణయిస్తాం. సంఖ్యలను రాసే ఈ పద్ధతిని దశాంశమాన సంఖ్యాలేఖన పద్ధతి అంటారు.

ప్రాచీన కాలంలో భారతీయ గణిత నిపుణులు సంఖ్యాలేఖనమునకై దశాంశమాన పద్ధతిని వాడడం మొట్టమొదట ప్రారంభించారు. ఆతరువాత ఈ పద్ధతియే సులభము మరియు అనుకూలమని ప్రపంచమంతా దీన్ని స్వీకరించింది.

2. సంఖ్యాజ్ఞానం

దశాంశమాన సంఖ్యాపద్ధతిలో 0 నుండి 9 వరకు గల పది అంకెలను వాడి సంఖ్యలను ఎలా రాయాలో మరియు చదవాలో మనం నేర్చుకున్నాం.

❒ పునశ్చరణ

అభ్యాసం 2

1. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 ఈ అంకెలను వాడి, రెండంకెల, మూడంకెల, నాల్గంకెల, ఐదంకెల ఇలా ప్రతి పదేసి సంఖ్యలు రాయండి.

2. దేవనాగరి సంఖ్యాచిహ్నాలు, అంతర్జాతీయ సంఖ్యాచిహ్నాలను ఉపయోగించి సంఖ్యలను అంకెలలో మరియు అక్షరము లలో రాయండి.

దేవనాగరి సంఖ్యాచిహ్నాలు	అంతర్జాతీయ సంఖ్యాచిహ్నాలు	సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయుట
(1) २,३५९	2,359	రెండువేల మూడు వందల యాభైతొమ్మిది
(2) ३२,७५६	---------------	-----------------------------
(3) ---------------	67,859	-----------------------------
(4) १,०३४	---------------	-----------------------------
(5) ---------------	---------------	ఇరవైఏడు వేల ఎనిమిది వందల తొంభైఐదు

3. 'ప్లాస్టిక్కు వాడడం మానండి' అనే పథకం కింద జిల్లా పరిషత్తు పాఠశాలలు కాగితపు సంచులను తయారు చేసి కిరాణా దుకాణాదారులకు, కూరగాయలు అమ్మేవాళ్ళకు ఇచ్చినారు. తాలుకా వారిగా ఆ సంచుల సంఖ్యలను చదివి, ఆ సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.

కోపర్‌గావ్	శేవ్‌గావ్	కర్జత్	సంగంనేర్
12,740	28,095	31,608	10,972

4. మొత్తం ఎన్ని రూపాయలగునో రాయండి.

(1) 1 వేయి రూపాయలవి 20 నోట్లు, 100 రూపాయలవి 5 నోట్లు మరియు 10 రూపాయలవి 14 నోట్లు.

(2) 1 వేయి రూపాయలవి 15 నోట్లు, 100 రూపాయలవి 12 నోట్లు, 10 రూపాయలవి 8 నోట్లు, మరియు 1 రూపాయలవి 5 నాణెములు.

5. 4, 5, 0, 3, 7 లలో ప్రతి అంకెను ఒక సారి మాత్రమే ఉపయోగించి ఐదంకెల అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్య లను రాయండి.

6. గ్రామాలు, వాటి జనాభాలు కింద ఇవ్వబడినాయి. ఈ సమాచారాన్ని బట్టి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.

తళా : 40,642 గగన్ బావ్డా : 35,777 బోధ్‌వడ్ : 91,256

మోరేగావ్ : 87,012 భామ్రాగడ్ : 35,950 వెల్హే : 54,497

ఆష్టీ : 76,201 వాశీ : 92,173 మోర్వాడా : 85,890

(1) అత్యధిక జనాభా గల గ్రామం పేరేమి? దాని జనాభా ఎంత?

(2) మోర్వాడా, మోరేగావ్ ఈ రెండింటిలో ఎక్కువ జనాభాగల గ్రామమేది?

(3) అతి తక్కువ జనాభాగల గ్రామమేది? దాని జనాభా ఎంత?

ఆరంకెల సంఖ్యల పరిచయం

ఉపా. : ఏదైనా నాల్గు చక్రాల వాహనం ధర ఎంతుంటుండవచ్చు?

అజయ్ : సుమారు ఆరు ఏడు లక్షల రూపాయలు.

ఉపా. : నీకు లక్ష అంటే ఎంతో ఖచ్చితంగా తెలుసా?

అజయ్ : లక్ష రూపాయలంటే చాల ఎక్కువ కదా? పది వేలకంటే ఎక్కువ కదా?

ఉపా. : అవును. ఇప్పుడు మనం అదే నేర్చుకుందాం. 999 + 1 అంటే ఎంతవుతుంది?

అజయ్ : ఒక వేయి.

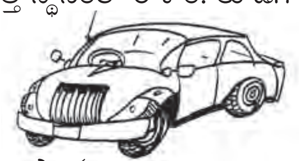
ఉపా. : ఇప్పుడు 99000 లను ఎలా రాస్తారో నీకు తెలుసు. అందులో ఇంకా 1000 కలిపితే వంద వేలు అవుతాయి. వాటినే ఒక లక్ష అంటారు.

విజయ్ : 9999 + 1 ఈ కూడికను చేస్తే 10,000 (పది వేలు) వస్తుంది. దానికోసం మనం పదివేల స్థానం తయారు చేశాం. అలాగే లక్ష కోసం కూడా స్థానం తయారు చేయగలమా?

ఉపా. : అవును. తప్పకుండా! 99,999 + 1 ఈ కూడికను చేసి చూడండి.

$$\begin{array}{r} 99,999 \\ +\quad 1 \\ \hline 1,00,000 \end{array}$$

ఇచట చేతనలు కలుపుతూ కలుపుతూ పదివేలకు ఎడమవైపున 'లక్ష' యొక్క స్థానం తయారు చేసాం. ఆ స్థానంలో చివరి చేతన 1ని లక్ష అనుకొత్త స్థానంలో రాశాం. కూడగా వచ్చిన ఈ సంఖ్యను 'ఒక లక్ష' అని చదువుతాం.



విజయ్ : కిషన్ బాబాయికి ఒక పాత మోటారు కారు రెండున్నర లక్షలకు లభించింది.

అజయ్ : రెండున్నర అనగా రెండు మరియు సగం అని తెలుసుకాని రెండున్నర లక్షలు అనగా ఎంత?

ఉపా. : 1 లక్ష అంటే 100 వేలు మరి సగం లక్ష అంటే 50 వేలు ఎందుకంటే 100 లో సగం 50.

విజయ్ : రెండున్నర లక్షలు అంటే రెండు లక్షలు మరియు యాభై వేలు.

ఉపా. : ఇప్పుడు ఈ సంఖ్యను అంకెల్లో రాయండి.

విజయ్ : 2,50,000

ఉపా. : వంద వేలు అంటే 1 లక్ష అని మనం తెలుసుకున్నాం. 100 రూపాయలవి వెయ్యి నోట్లు ఉన్నట్లయితే ఎన్ని రూపాయలవుతాయి? 1000 రూపాయలవి 100 నోట్లు తీసుకుంటే ఎన్ని రూపాయలవుతాయి?

విజయ్ : 100 రూపాయలవి 1000 నోట్లు కలిసి 1 లక్ష రూపాయలవుతాయి. అంటే 1000 రూపాయలవి 100 నోట్లు కలిసి గూడా 1 లక్ష రూపాయలవుతాయి.

ఆరంకెల సంఖ్యలను చదువుట

(1) 2,35,705 : రెండు లక్షల ముప్పైఐదువేల ఏడు వందల ఐదు

(2) 8,00,363 : ఎనిమిది లక్షల మూడువందల అరవై మూడు.

(3) 3,07,899 : మూడు లక్షల ఏడు వేల ఎనిమిది వందల తొంభై తొమ్మిది

(4) 9,00,049 : తొమ్మిది లక్షల నలభై తొమ్మిది

(5) 5,30,735 : ఐదు లక్షల ముప్పై వేల ఏడువందల ముప్పై ఐదు.

ఆరంకెల సంఖ్యలను అంకెలలో రాయుట.

(1) ఎనిమిది లక్షల తొమ్మిది వేల నలభైమూడు : ఈ సంఖ్యలో లక్షల స్థానంలో 8, వేల స్థానంలో 9, పదుల స్థానంలో 4 మరియు ఒకట్ల స్థానంలో 3 ఉన్నాయి. పదివేలు మరియు వందల స్థానంలో ఏమి లేదు గనుక, ఈస్థానాలలో 0 రాయాలి కాబట్టి ఎనిమిది లక్షల తొమ్మిది వేల నలభై మూడు అను సంఖ్యను ఇలా 8,09,043 గా రాస్తారు

అంకెలలో సంఖ్యలను రాయునపుడు మొదట అతి పెద్దస్థానంలోని అంకెను రాయాలి. తర్వాత దాని కంటె చిన్న స్థానంలో 1 నుండి 9 వరకు గల అంకెలను రాయాలి. ఏదేని స్థానంలో అంకె లేకున్నచో ఆ స్థానంలో '0'ను రాయాలి. ఉదాహరణకు 'ఎనిమిది లక్షల తొమ్మిది వేల నలభైమూడు' అను సంఖ్యను '89043' అని రాసిన అది 'ఎనభైతొమ్మిది వేల నలభైమూడు' అగును. అంటే అది తప్పు సంఖ్య. కావున 'ఎనిమిది లక్షల తొమ్మిది వేల నలభై మూడు' అను సంఖ్యను '8,09,043' గా రాస్తారు. ఇక్కడ పదివేల స్థానంలో 'సున్న' రాయవలెను.

(2) నాలుగు లక్షల ఇరవైవేల ఐదువందలు: ఈ సంఖ్యలో వేల స్థానంలో, పదుల స్థానంలో మరియు ఒకట్ల స్థానంలో 0ను రాయవలసి వస్తుంది. కాబట్టి నాలుగు లక్షల ఇరవై వేల ఐదు వందలు అను సంఖ్యను 4,20,500 అని రాస్తారు.

అభ్యాసం 3

1. సంఖ్యలను చదవండి. అక్షరాలలో రాయండి.

(1) 7,65,234 (2) 4,73,225 (3) 3,27,001 (4) 8,75,375 (5) 1,50,437
(6) 2,03,174 (7) 6,47,851 (8) 9,00,999 (9) 5,75,010 (10) 4,03,005

2. సంఖ్యలను చదవండి. అంకెలలో రాయండి.

(1) ఒక లక్ష ముప్పై ఐదువేల ఎనిమిది వందల యాభైఐదు
(2) ఏడు లక్షల ఇరవై ఏడు వేలు.
(3) నాలుగు లక్షల ఇరవై ఐదు వేల మూడు వందలు.
(4) తొమ్మిది లక్షల తొమ్మిది వేల తొంభై తొమ్మిది.
(5) ఏడులక్షల నలభై తొమ్మిదివేల మూడువందల అరవైరెండు
(6) ఎనిమిది లక్షలు.

3. 0 నుండి 9 వరకు అంకెలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించి ఆరంకెల సంఖ్యలు ఐదింటిని తయారు చేయండి.

❒ ఏడంకెల సంఖ్యలు : పరిచయం, రాయడం, చదవడం.

ఉపా. : ఇప్పుడు మనం ఏడంకెల సంఖ్యలను పరిచయం చేసుకొందాం.
ఒక సహకార బ్యాంకు నుండి 10 మంది రైతులు ప్రతి ఒక్కరు 1,00,000 రూపాయల చొప్పున అప్పు తీసుకున్నారనుకొండి. అయితే వారికి మొత్తం ఎన్ని రూపాయలు ఆ బ్యాంకు అప్పు ఇచ్చింది?

అజిత్ : 1,00,000 ను 10 రెట్లు చెయ్యవలసి ఉంటుంది. అంటే ఒక లక్ష అను సంఖ్యను 10 చే గుణించాల్సి ఉంటుంది. 10 చే గుణించాలి అంటేనే, ఏ సంఖ్యను గుణించాలో ఆ సంఖ్య తర్వాత ఒక సున్నా రాయాలి.

అజయ్ : $1,00,000 \times 10 = 10,00,000$

ఉపా. : ఇది ఏడంకెల సంఖ్య అయింది. దీనిని 10 లక్షలు అని చదువుతాం. దాని కోసం ఇంకా ఒక స్థానం లక్షకు ఎడమ వైపున తయారైంది. దాని పేరు. 'పది లక్షలు' దీనిని బట్టి, 1 పది లక్ష = 10 లక్షలు = 10,00,000.

సంఖ్యలను చదివేటప్పుడు ఏ విధంగా పదివేలను, వేలను కలిపి చదువుతామో, అదే విధంగా పదిలక్షలు, లక్షలను కలిపి చదువుతారు. 18, 35, 614 ను "పద్దెనిమిది లక్షల ముప్పైఐదు వేల ఆరు వందల పద్నాలుగు" అని చదువుతారు.

కొన్ని ఏడంకెల సంఖ్యలు చదువుట, రాయుట. అంకెలలో మరియు అక్షరాలలో కింద ఇవ్వబడ్డాయి. వాటిని అభ్యసించండి.

(1) 31,25,745 : ముప్పై ఒక్క లక్షల ఇరవై ఐదు వేల ఏడు వందల నలభై ఐదు.
(2) 91,00,006 : తొంభై ఒక్క లక్షల ఆరు
(3) 63,00,988 : అరవై మూడు లక్షల తొమ్మిది వందల ఎనభై ఎనిమిది
(4) 88,00,400 : ఎనభై ఎనిమిది లక్షల నాలుగు వందలు
(5) డెబ్బై రెండు లక్షల తొంభై ఐదు : 72,00,095
(6) డెబ్బై లక్షల రెండు వేల మూడు వందలు : 70,02,300

అభ్యాసం 4

1. కింది సంఖ్యలను చదవండి, అక్షరాలలో రాయండి.

(1) 25,79,899	(2) 30,70,506	(3) 45,71,504	(4) 21,09,900
(5) 43,07,854	(6) 50,00,000	(7) 60,00,010	(8) 70,00,100
(9) 80,01,000	(10) 90,10,000	(11) 91,00,000	(12) 99,99,999

2. కొన్ని జిల్లాలలోని మహిళా సహకార సంస్థలలోని నగదు నిల్వలు కింద ఇవ్వబడ్డాయి. ఆ సంఖ్యలను చదవండి.

పుణె : ₹ 94,29,408   నాసిక్ : ₹ 61,07,187   నాగపూర్ : ₹ 46,53,570   అహ్మద్‌నగర్ : ₹ 45,43,159

ఔరంగాబాదు : ₹ 37,01,282   యవత్‌మాల్ : ₹ 27,72,348   సింధుదుర్గ్ : ₹ 58,49,651

❐ సంఖ్యల విస్తరణ రూపం మరియు అంకెల స్థాన విలువలు

అక్క : 27,65,043 అను సంఖ్యలోని ప్రతి అంకె యొక్క స్థాన విలువను చూడండి.

అంకె	2	7	6	5	0	4	3
స్థానం	పది లక్షలు	లక్షలు	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
అంకె యొక్క స్థాన విలువ	20,00,000	7,00,000	60,000	5,000	0	40	3

హమీద్ : అంకెల స్థాన విలువలు కూడిక రూపంలో రాసినట్లయితే సంఖ్య యొక్క విస్తరణ రూపం వస్తుంది.

27,65,043 అనే సంఖ్య యొక్క విస్తరణ రూపం

20,00,000 + 7,00,000 + 60,000 + 5,000 + 0 + 40 + 3 ఇలా ఉంటుంది.

అక్క : ఇప్పుడు 95,04,506 యొక్క విస్తరణ రూపం ఎలా ఉంటుందో చెప్పండి చూద్దాం!

సోని : 90,00,000 + 5,00,000 + 0 + 4,000 + 500 + 0 + 6 ఇలా ఉంటుంది.

అక్క : శభాష్! ఇదే విస్తరణ రూపాన్ని 90,00,000 + 5,00,000 + 4,000 + 500 + 6 ఇలా కూడా రాయవచ్చు. ఇప్పుడు నేనొక విస్తరణ రూపాన్ని ఇస్తాను. దాన్ని బట్టి సంఖ్యను రాయండి.

4,00,000 + 90,000 + 200

ఆశా : ఇక్కడ సంఖ్యయొక్క లక్షల స్థానంలో 4, పదివేల స్థానంలో 9, వేల స్థానంలో ఏమీ లేదు గనుక 0, వందల స్థానంలో 2, పదులు మరియు ఒకట్ల స్థానాలలో ఏమీ లేదు గనుక 0 రాద్దాం. కనుక ఆ సంఖ్య 4,90,200 .

అక్క : <u>5</u>9,30,478 అనే సంఖ్యలో కింద గీత గీయబడిన అంకె యొక్క స్థాన విలువను చెప్పండి.

సోని : ఇచట కింద గీత గీయబడిన అంకె 5. ఈ అంకె పది లక్షల స్థానంలో ఉంది గనుక దాని స్థాన విలువ 5 పది లక్షలు అనగా 50 లక్షలు.

అభ్యాసం 5

1. కింది సంఖ్యలలో కింద గీత గీయబడిన అంకెల స్థాన విలువ రాయండి.

(1) <u>7</u>8, 95,210 (2) 1<u>4</u>, 95,210 (3) 3,<u>5</u>2,749 (4) 50,00<u>0</u> (5) 89, <u>9</u>9,988

2. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

(1) 56, 43, 215 (2) 70, 815 (3) 8, 35, 999 (4) 8, 88, 889 (5) 92, 32, 992

3. కింది సంఖ్యలలో ప్రతి అంకె యొక్క స్థానం, స్థాన విలువ రాయండి.

(1) 35, 705 (2) 7, 82, 899 (3) 82, 74, 508

4. సంఖ్యల విస్తరణ రూపాలు ఇవ్వబడినవి. వాటిని బట్టి సంఖ్యలను రాయండి.

(1) 60, 000 + 4000 + 600 + 70 + 9 (2) 9, 00, 000 + 20,000 + 7000 + 800 + 5

(3) 20,00,000 + 3,00,000 + 60,000 + 9000 + 500 + 10 + 7

(4) 7,00,000 + 80,000 + 4000 + 500 (5) 80,00,000 + 50,000 + 1000 + 600 + 9

పాచికలతో ఆడే ఒక గమ్మత్తైన ఆటను చూడండి.

కింది విధంగా ప్రతి ఆటగాడి పేరుగల పట్టికను తయారుచేయండి.

ప్రతి పేరుకు ముందు ఏడంకెలసంఖ్యను తయారు చేయుటకు గడులున్నాయి.

ఆటగాడి పేరు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	తయారయ్యే సంఖ్య
అజయ్	1							
మేఘన				3				
ప్రణీత	6							
విజయ్		2						

1వ ఆట : మొదటి ఆటగాడు పాచిక వేసి, పాయింట్లు తీసుకోవాలి. పాయింట్లను తన పేరు ముందున్న, ఏ గడిలోనైన రాయాలి. ఒక గడిలో ఒక అంకె రాసాక, దానిని మార్పు చేయరాదు. ఒక్కొక్కగడిలో ఒక అంకెను మాత్రమే రాయాలి. అలా వరసగా ప్రతి ఆటగాడు పాచిక వేసి తనపాయింట్లను తనపేరుముందున్న, ఏ ఖాళీగడిలోనైనా నింపాలి. ఇలా మెల్లమెల్లిగా అన్ని గడులు నిండుతాయి. ప్రతి ఒక్కరిది ఒక ఏడంకెల సంఖ్య తయారు అవుతుంది. ఎవరిసంఖ్య అందరికంటె పెద్దదో, వారు గెలుస్తారు.

2వ ఆట : పట్టిక మరియు గడులు 1 వ ఆటలాగే. కాని పాచిక వేయగా వచ్చిన పాయింట్లను ప్రతి ఆటగాడు వేరే ఎవరిపేరుముందైన ఏ ఖాళీ గడిలోనైన రాయవచ్చు. ఎవరి సంఖ్య పెద్దదో, వారు గెలుస్తారు.

3వ ఆట : ఆటనియమాలు అన్ని 2 వ దాని ప్రకారమే. అందరి ఏడంకెల సంఖ్యలు తయారయ్యాక ఎవరిసంఖ్య అన్నింటికంటె చిన్నదో వారు గెలుస్తారు.

❒ సంఖ్యలలో చిన్నది-పెద్దది (క్రమ సంబంధము)

హమీద్ : ఆరంకెల లేక ఏడంకెల సంఖ్యలు ఇచ్చినచో వాటిలో చిన్న-పెద్ద సంఖ్యను ఎట్లు నిర్ణయించాలి?

ఉపా. : ఐదంకెల వరకు గల సంఖ్యలలో ఏది చిన్నదో, ఏది పెద్దదో ఎట్లు నిర్ణయించాలో మీకు తెలుసు. ఏ సంఖ్యయొక్క పదివేల స్థానంలోని అంకె పెద్దదో ఆ సంఖ్య పెద్దది. పదివేల స్థానంలోని అంకెలు సమానమైనచో వేల స్థానంలోని అంకెను పరిశీలించండి. తర్వాత ఇచ్చిన సంఖ్యల క్రమాన్ని నిర్ణయించవచ్చు.

దీనిని బట్టి ఆరు లేక ఏడంకెల సంఖ్యలలో చిన్నది-పెద్దది నిర్ణయించే పద్ధతి చెప్పగలరా?

హమీద్ : అవును! చెప్పవచ్చు. మొదట పది లక్షల స్థానంలోని అంకెను చూద్దాం. పదిలక్షల స్థానపు అంకెలు సమానమైనచో లక్షల స్థానపు అంకెలను చూసి నిర్ణయించుదాం. లక్షల స్థానపు అంకెలుగూడా సమానమైతే, పదివేల స్థానపు అంకెలు చూసి సంఖ్యలలో చిన్నది-పెద్దది నిర్ణయించవచ్చు. అంతేగాక ఇచ్చిన సంఖ్యలు ఎన్ని అంకెలవో దానిని బట్టి గూడా వాటిలో చిన్నది-పెద్దది నిర్ణయించవచ్చు కదా?

ఉపా. : ఔను! సరిగ్గా చెప్పావు, ఏ సంఖ్యలో అంకెలెక్కువో ఆ సంఖ్యే పెద్దది.

అభ్యాసం 6

1. < , > **లలో సరియైన గుర్తును గడులలో రాయండి.**

(1) 5,705 [<] 15,705 (2) 22,74,705 [ ] 12,74,705

(3) 35,33,302 [ ] 35,32,302 (4) 99,999 [ ] 9,99,999

(5) 4,80,009 [ ] 4,90,008 (6) 35,80,177 [ ] 35,88,172

2. కింది సమస్యలను సాధించండి.

(1) స్వయం సిద్ధా మహిళా పొదుపు సంస్థవారు 3,45,000 మినప్పప్పు అప్పడాలు తయారు చేసారు. స్వాభిమాని పొదుపు సంస్థవారు 2,95,000 మినప్పప్పు అప్పడాలు తయారు చేసారు, అయితే ఏ సంస్థవారు ఎక్కువ అప్పడాలు తయారు చేసారు?

(2) అహ్మద్‌నగర్ జిల్లాలోని ప్రాథమిక పాఠశాల పిల్లలు 2,00,000 విత్తనాలు సేకరిస్తే, పుణె జిల్లాలోని ప్రాథమిక పాఠశాల పిల్లలు 3,25,000 విత్తనాలు సేకరించారు. అయితే ఏ జిల్లాలోని పిల్లలు ఎక్కువ విత్తనాలు సేకరించారు?

(3) గణతంత్ర దినోత్సవము రోజున పంఢరీపురం తాలుకాలో 2,01,306 మంది స్త్రీ-పురుషులు జెండా వందనం చేసారు. మాళ్శిరస్ తాలుకాలో 1,97,208 మంది స్త్రీ-పురుషులు జెండా వందనం చేసారు. అయితే ఏ తాలుకాలో ఎక్కువ మంది స్త్రీ-పురుషులు జెండా వందనం చేసారు?

(4) ఒక ప్రదర్శనలో అన్నపూర్ణ మహిళా పొదుపు సంస్థ 5,12,345 రూపాయల విలువగల వస్తువులను విక్రయించింది. నిర్మాణ్ మహిళా పొదుపు సంస్థ 4,12,900 రూపాయల విలువగల వస్తువులను విక్రయించింది. సృజన మహిళా పొదుపు సంస్థ 4,33,000 రూపాయల విలువగల వస్తువులను విక్రయించింది. సావిత్రీభాయి ఫులే మహిళా పొదుపు సంస్థ 5,11,937 రూపాయల విలువగల వస్తువులను విక్రయించింది. అయితే ఏ పొదుపు సంస్థ అందరికంటె ఎక్కువగా విక్రయించింది. ఏ పొదుపు సంస్థచాలా తక్కువ విక్రయాలు చేసింది? పొదుపు సంస్థలు చేసిన విక్రయాలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

❐ కోటి యొక్క పరిచయం

99,99,999 అనే సంఖ్య ఏడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య. ఈ సంఖ్యకు 1 కలిపినచో 1,00,00,000 అను ఎనిమిది అంకెల అతి చిన్న సంఖ్య తయారగును. ఈ సంఖ్యను ఒక కోటి అని చదువుతారు. ఈ సంఖ్యను రాయడానికి కొత్త స్థానం ఏదైతే తయారుచేయబడిందో దానినే 'కోటి' స్థానం అంటారు.

ఎనిమిది అంకెల సంఖ్యలను ఎట్లు చదవాలో కింది ఉదాహరణలను బట్టి అర్థం చేసుకొండి.

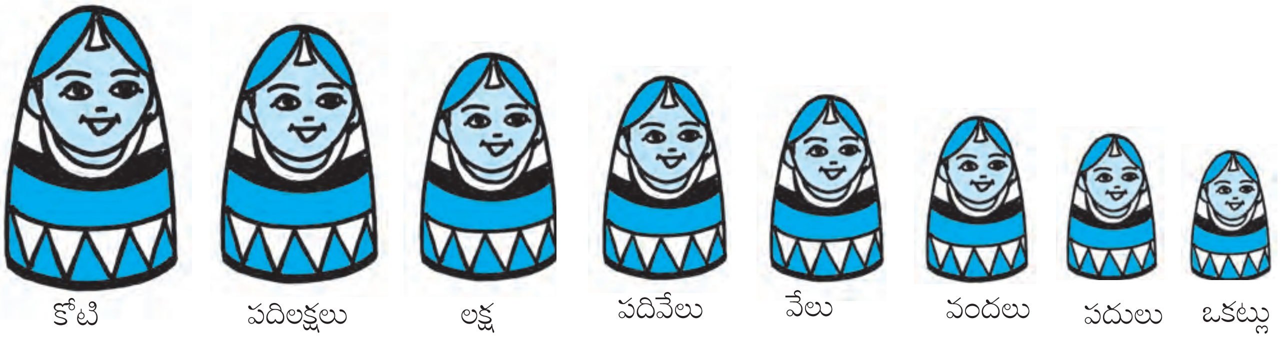
సంఖ్య	ఇలా చదవాలి
8,45,12,706	ఎనిమిది కోట్ల నలభై ఐదు లక్షల పన్నెండు వేల ఏడువందల ఆరు
5,61,63,589	ఐదు కోట్ల అరవై ఒక లక్షల అరవైమూడు వేల ఐదువందల ఎనభై తొమ్మిది
6,09,04,034	ఆరు కోట్ల తొమ్మిది లక్షల నాలుగువేల ముప్పై నాలుగు

అధిక వివరాల కోసం

కోట్ల స్థానానికి ఎడమైవైపున పదేసి (పది–పది) రెట్లలో పెరిగేవి; వరుసగా పదికోట్లు, వందకోట్లు, వేయికోట్లు అనే స్థానాలు. 2011 యొక్క జనాభా లెక్కల ప్రకారం మన దేశపు జనాభా 1,21,01,93,422. ఈ సంఖ్యను నూటాఇరవై ఒక్క కోట్ల, ఒక లక్ష తొంబై మూడు వేల నాలుగు వందల ఇరవై రెండు అని చదువుతారు.

ఒకటి నుండి వంద కోట్ల వరకు పది–పది రెట్లలో సఖ్యలు.

సంఖ్యలు	చదవడం	ఒకటి పక్కన సున్నాల సంఖ్య
1	ఒకటి	–
10	పది	1
100	వంద	2
1,000	వెయ్యి	3
10,000	పది వేలు	4
1,00,000	లక్ష	5
10,00,000	పదిలక్షలు	6
1,00,00,000	కోటి	7
10,00,00,000	పది కోట్లు	8
1,00,00,00,000	వంద కోట్లు	9



3. కూడిక మరియు తీసివేత

❒ కూడిక–పునశ్చరణ

కింది ఉదాహరణలను అభ్యసించండి.

ఒక క్రికెట్ మ్యాచ్‌కు మొదటి రోజు 23,456, రెండోరోజు 14,978 టికెట్లు అమ్మబడినవి. అయితే మొత్తం ఎన్ని టికెట్లు అమ్మబడినవి?

```
  23456
+ 14978
-------
  38434
```

మొత్తం 38,434 టిక్కెట్లు అమ్మబడినవి.

అభ్యాసం 7

కింది కూడికలు చేయండి.

(1) 40722 + 13819 = ______

(2) 56427 + 10648 = ______

(3) 64027 + 28409 = ______

(4) 33216 + 28540 = ______

❒ ఆరు మరియు ఏడంకెల సంఖ్యల కూడికలు

కింది తరగతిలో ఐదంకెల వరకు గల సంఖ్యల కూడిక ఎలా చేయాలో మనం నేర్చుకున్నాం. అదే పద్ధతిలో ఐదుకంటె ఎక్కువ అంకెలుగల సంఖ్యల కూడికలు చేయవచ్చు.

కింది ఉదాహరణలు అభ్యసించండి.

కూడిక.

ఉదా. **(1)** 1,43,057 + 4,21,689

ల	పవే	వే	వం	ప	ఒ
			1	1	
1	4	3	0	5	7
+ 4	2	1	6	8	9
5	6	4	7	4	6

ఉదా. **(2)** 26,42,073 + 7,39,478

పల	ల	పవే	వే	వం	ప	ఒ
1		1		1	1	
2	6	4	2	0	7	3
+	7	3	9	4	7	8
3	3	8	1	5	5	1

ఉదా. **(3)** 3,12,469 + 758 + 24,092

```
  312469
+    758
+  24092
--------
  337319
```

ఉదా. **(4)** 64 + 409 + 5,13,728

```
      64
+    409
+ 513728
--------
  514201
```

ఉదాహరణలు (3), (4)లలో చేతనను మనసులోనే ఉంచుకొని కూడిక చేయబడింది.

అభ్యాసం 8

కూడికలు చేయండి.

(1) 42,311 + 65,36,624	(2) 3,17,529 + 8,04,613
(3) 12,42,746 + 4,83,748	(4) 24,12,636 + 23,19,058
(5) 2,654 + 71,209 + 5,03,789	(6) 29 + 726 + 51,36,274
(7) 14,02,649 + 524 + 28,13,749	(8) 23,45,678 + 9,87,654
(9) 22 + 6,047 + 3,84,527	(10) 2,345 + 65,432 + 76,54,369

కింది పద సమస్యలను అభ్యసించండి.

పోలియో నిర్మూలన అభియాన్‌లో 2012 సంవత్సరమున ఒక జిల్లాలో 3,17,658 మంది పిల్లలకు, మరొక జిల్లాలో 2,04,969 మంది పిల్లలకు పోలియో చుక్కలు వేయడం జరిగింది. అయితే మొత్తం ఎంత మందికి పోలియో చుక్కలు వేయడం జరిగింది?

$$\begin{array}{r} 3\,1\,7\,6\,5\,8 \\ +\;2\,0\,4\,9\,6\,9 \\ \hline 5\,2\,2\,6\,2\,7 \\ \hline \end{array}$$

మొత్తం 5,22,627 మంది పిల్లలకు పోలియో చుక్కలు వేయడం జరిగింది.

అభ్యాసం 9

కింది ఉదాహరణలను సాధించండి.

1. ఒక ఎన్నికలో 13,47,048 మంది స్త్రీలు, 14,29,638 మంది పురుషులు ఓటు వేసారు. అయితే మొత్తం ఎంతమంది ఓటు వేసినారు?
2. ఆరంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య, ఆరంకెల అతి చిన్న సంఖ్యల మొత్తం ఎంతగును?
3. సురేఖ 8,07,957 రూపాయలకు ఒక ట్రాక్టరు, 32,609 రూపాయలకు ఒక నూర్పుడు యంత్రం కొనెను. అయితే ఆమె మొత్తం ఎంత ఖర్చు చేసెను?
4. ఒక మిల్లులో గత సంవత్సరం 17,24,938 మీటర్ల బట్ట తయారైంది. ఈ సంవత్సరము 23,47,056 మీటర్ల బట్ట తయారైంది. అయితే ఈ రెండు సంవత్సరాలలో మొత్తం ఎంత బట్ట తయారైంది?
5. రాష్ట్ర ప్రభుత్వం పాఠశాలలకు 34,62,940 రూపాయల కంప్యూటర్లు, 3,26,578 రూపాయల టి.వి. సెట్లను ఇచ్చింది. అయితే ప్రభుత్వం మొత్తం ఎన్ని రూపాయల ఉపకరణాలను ఇచ్చింది?

❐ తీసివేత – పునశ్చరణ

కింది ఉదాహరణలను అభ్యసించండి.

ఒక పరీక్షకు గత సంవత్సరము 38,796 మంది విద్యార్థులు కూర్చుండిరి. ఈ సంవత్సరము ఆ పరీక్షకు 47,528 మంది విద్యార్థులు కూర్చొనిరి. అయితే ఈ సంవత్సరం పరీక్షకు ఎంతమంది విద్యార్థులు ఎక్కువ కూర్చుండిరి?

$$\begin{array}{r} 4\,7\,5\,2\,8 \\ -\;3\,8\,7\,9\,6 \\ \hline 0\,8\,7\,3\,2 \\ \hline \end{array}$$

ఈ సంవత్సరం పరీక్షకు 8,732 మంది విద్యార్థులు ఎక్కువ కూర్చొనిరి.

ఇచ్చట చేతనను మనసులోనే అనుకొని తీసివేత చేసిరి.

తీసివేతలు చేయండి.

(1) 64293 − 28547	(2) 37058 − 23469	(3) 71540 − 58628	(4) 50432 − 48647

❒ ఆరు మరియు ఏడంకెల సంఖ్యల తీసివేత

ఐదంకెల సంఖ్యల తీసివేత చేయడం మనం నేర్చుకున్నాం. అదే పద్ధతిలో ఐదుకంటె ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్యల తీసివేత చేయవచ్చు.

కింది ఉదాహరణలను అభ్యసించండి.

తీసివేతలు చేయండి.

ఉదా. (1) 65,07,843 – 9,25,586

	14				13	
5	~~4~~	10		7	~~3~~	13
~~6~~	~~5~~	~~0~~	7	~~8~~	~~4~~	~~3~~
–	9	2	5	5	8	6
5	5	8	2	2	5	7

ఉదా. (2) 34,61,058 – 27,04,579

3	4	6	1	0	5	8
– 2	7	0	4	5	7	9
0	7	5	6	4	7	9

పక్క ఉదాహరణలో చూపినట్లు చేతన పైన రాయకుండా మనసులోనే ఉంచుకొనే అలవాటు చేసుకోండి.

తీసివేత యొక్క మరొక పద్ధతి

రెండు సంఖ్యల తీసివేత చేయునపుడు, ఆ రెండు సంఖ్యలలో ప్రతి దానికి 1 పది లేక 1 వంద కలుపగా వచ్చిన సంఖ్యను తీసివేసినా కూడా జవాబు (భేదం) అంతే వచ్చును. ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించుదాం.

ఉదా. తీసివేత చేయండి. 724 – 376

	12	14
7	2	4
– 3 (1)	7 (1)	6
3	4	8

4 ఒకట్ల నుండి 6 ను తీసివేయలేము. కనుక పై సంఖ్యలో 1 పది, కింది సంఖ్యలో 1 పదిని పక్కన చూపిన విధంగా పదుల స్థానంలో కలుపుదాం. పై సంఖ్యలో 1 పదిని విడదీసి ఆ 10 ఒకట్లను, 4 ఒకట్లకు కలిపి 14 ఒకట్ల నుండి 6 ను తీసివేస్తే 8 వస్తుంది.

2 పదుల నుండి (7 + 1) 8 పదులు తీసివేయలేము. కనుక పై సంఖ్యలో 1 వంద, కింది సంఖ్యలో 1 వందని వందల స్థానంలో పైన చూపినట్లు కలుపుదాం. పై సంఖ్యలో కలిపిన 1 వందను విడదీసి ఆ 10 పదులను పదుల స్థానంలో కలుపుదాం. (10+2) అంటే 12 పదుల నుండి (7+1)= 8 పదులను తీసివేస్తే 4 పదులు వస్తుంది.

చివరకు 7 వందల నుండి (3+1) అంటే 4 వందలను తీసివేస్తే 3 వందలు వస్తుంది. దీనితో జవాబు 348 వస్తుంది.

ఉదా. (1)

4 –	0	5 9	8 8	2 7	5 6
1	1	1	1	1	
3	9	5	9	4	9

ఉదా. (2)

2 –	5 2	2 1	0 8	2 9	1 5	1 0
		1	1	1		
2	3	0	1	2	6	1

అభ్యాసం 11

తీసివేతలు చేయండి.

(1) 8,57,513 – 4,82,256 (2) 13,17,519 – 10,07,423 (3) 68,34,501 – 23,57,823

(4) 45,43,827 – 12,05,938 (5) 70,12,345 – 28,64,547 (6) 38,01,213 – 37,54,648

కింది పద సమస్యలను అభ్యసించండి.

ఒక పట్టణ జనాభా 2001 సంవత్సరంలో 21,43,567 ఉండెను. ఆ పట్టణ జనాభా 2011 సంవత్సరంలో 28,09,878 అయింది. అయితే జనాభా ఎంత పెరిగింది?

```
  2809878
– 2143567
  -------
  0666311
```

పట్టణ జనాభా 6,66,311 పెరిగింది.

అభ్యాసం 12

1. ప్రథమేశ్‌కు 27,450 రూపాయల ఒక ల్యాప్‌టాప్ కొనాలని ఉంది. కాని అతని వద్ద 22,975 రూపాయలు మాత్రమే ఉన్నాయి. అయితే ల్యాప్‌టాప్ కొనుటకు ఇంకా ఎంత సొమ్ము కావాలి?
2. ఒక సంవత్సరం ఒక కంపనీ 44,730 స్కూటర్లను తయారు చేసింది. మరొక సంవత్సరము 43,150 స్కూటర్లను తయారు చేసింది. అయితే మొదటి సంవత్సరము ఆ కంపనీ ఎన్ని ఎక్కువ స్కూటర్లను తయారు చేసింది?
3. ఒక పట్టణంలో పురుషుల సంఖ్య 16,37,856, స్త్రీల సంఖ్య 16,52,978 అయిన స్త్రీల సంఖ్య పురుషుల సంఖ్యకన్నా ఎంత ఎక్కువ?
4. ఒక సంస్థ సామాజిక కార్యక్రమం కోసం 25,00,000 రూపాయల నిధిని ప్రోగు చేయుటకు నిర్ణయించింది. ప్రజల నుండి చందాలు, ఇతర విరాళములు కలిసి సంస్థకు 26,57,340 రూపాయలు లభించాయి. అయితే సంస్థ నిర్ణయించిన దానికి మించి ఎంత సొమ్ము ఎక్కువ లభించిది. ?
5. 23,849 మరియు 27,056 సంఖ్యలను తీసుకొని తీసివేత ఉదాహరణ తయారు చేయండి, సాధించండి.

మిశ్రమ ఉదాహరణలు

కింద సాధించి చూపిన రెండు ఉదాహరణలను అభ్యసించండి.

ఉదా. (1) 4,13,758 + 2,09,542 – 5,16,304

```
  413758        623300
+ 209542      – 516304
  ------        ------
  623300        106996
```

4,13,758 + 2,09,542 – 5,16,304 = 1,06,996

ఉదా. (2) 345678 – 162054 + 600127

```
  345678        183624
– 162054      + 600127
  ------        ------
  183624        783751
```

345678 – 162054 + 600127 = 7,83,751

ఈ ఉదాహరణలలో కూడిక, తీసివేత ఈ రెండు ప్రక్రియలున్నాయి. ఈ ప్రక్రియలు ఏ క్రమంలో ఉన్నాయో ఆ క్రమంలోనే ఉదాహరణలు సాధించబడినాయి. వ్యవహారంలో ఏ క్రియను ముందుగా చేయాలో అవి నిర్ణయించవలసి ఉంటుంది.

ఉదా. (3) ఒక ఇంటిని కట్టడానికి మొత్తం ఖర్చు 87,14,530 రూపాయలయినవి. వాటిలో ప్లాటుకోసం 24,72,615 రూపాయలు. నిర్మాణ సామాగ్రికై 50,43,720 రూపాయలు ఖర్చుకాగా మిగతా సొమ్ము కూలీలకు ఖర్చయ్యెను. అయితే కూలీలకు ఎంత ఖర్చయ్యెను?

పద్ధతి : 1

	8714530	⟶ మొత్తం ఖర్చు
−	2472615	⟶ ప్లాటు విలువ
	6241915	⟶ నిర్మాణ సామాగ్రి మరియు కూలీల ఖర్చు

	6241915	⟶ నిర్మాణ సామాగ్రి మరియు కూలీల ఖర్చు
−	5043720	⟶ నిర్మాణ సామాగ్రి ఖర్చు
	1198195	⟶ కూలీలకు పట్టిన ఖర్చు

పద్ధతి : 2

	2472615	⟶ ప్లాటు విలువ
+	5043720	⟶ నిర్మాణ సామాగ్రి ఖర్చు
	7516335	⟶ ప్లాటు మరియు నిర్మాణ సామాగ్రి ఖర్చు

	8714530	⟶ మొత్తం ఖర్చు
−	7516335	⟶ ప్లాటు మరియు నిర్మాణ సామాగ్రి ఖర్చు
	1198195	⟶ కూలీల ఖర్చు

మనం రెండు పద్ధతులలో సాధించిన సమాధానం సరిగానే ఉందా? అన్నది పోల్చి చూద్దాం.

	2472615	⟶ ప్లాట్ విలువ
+	5043720	⟶ నిర్మాణ సామాగ్రి ఖర్చు
+	1198195	⟶ కూలీల ఖర్చు
	8714530	⟶ మొత్తం ఖర్చు

అన్ని ఖర్చులను కూడగా వచ్చిన మొత్తంఖర్చు, ఇచ్చిన ఖర్చుతో సరిపోయింది, అంటె మన సమాధానం సరిగా ఉంది.

అభ్యాసం 13

1. అటవీశాఖవారు టేకుచెట్లు 23,078, వేపచెట్లు 19,476, మిగిలినవి ఇతర రకముల చెట్లు నాటిరి. ఈ విధంగా మొత్తం 50,000 చెట్లు నాటిన, వాటిలో ఇతర రకముల చెట్లు ఎన్ని నాటిరి?
2. ఒక పట్టణ జనాభా 37,04,926, అందులో పురుషుల సంఖ్య 11,24,069, స్త్రీల సంఖ్య 10,96,478, ఇక మిగిలిన వారంతా పిల్లలు, అయితే ఆ పట్టణంలోని పిల్లల సంఖ్య ఎంత?
3. ఒక కర్మాగార యాజమాన్యం వద్ద 25,40,600 రూపాయల కార్మిక సంక్షేమ నిధి ఉండెను. అందులో నుంచి వైద్య సంబంధిత వాటిపై 12,37,865 రూపాయలు, కార్మికుల పిల్లల చదువులకై 8,42,317 రూపాయలు ఖర్చు చేసిరి. మిగిలిన నిధి భోజనాలయ ఖర్చులకై కేటాయించి ఉంచిరి. అయితే భోజనాలయ ఖర్చులకై కేటాయించిన నిధి ఎంత?
4. ఒక క్రికెట్ మ్యాచ్‌కు మొదటి రోజు 13,608 టికెట్లు, రెండో రోజు 8,955 టికెట్లు, మూడోరోజు మరికొన్ని టికెట్లు అమ్మబడినాయి. ఈ మూడురోజులలో మొత్తం 36,563 టికెట్లు అమ్మబడినచో, మూడో రోజు అమ్మిన టికెట్లు ఎన్ని?

✦✦✦

4. గుణకారం మరియు భాగహారం

గుణకారం

ఇచ్చిన సంఖ్యను మూడంకెల సంఖ్యతో గుణించడం.

ఉదా. (1) ఒక పాఠశాలలో 754 మంది విద్యార్థులు గలరు. ఒక విద్యార్థికి యూనిఫాం ఖర్చు 368 రూపాయలయిన, అందరు విద్యార్థుల యూనిఫాంల ఖర్చు మొత్తం ఎంతగును?

$$\begin{array}{r} 754 \\ \times\ 368 \\ \hline 6032 \\ +\ 45240 \\ +\ 226200 \\ \hline 277472 \\ \hline \end{array}$$

6032 ---- 8 ఒకట్లతో గుణించి → $754 \times 8 = 6032$

45240 ---- 6 పదులతో గుణించి → $754 \times 60 = 45240$

226200 ---- 3 వందలతో గుణించి → $754 \times 300 = 226200$

యూనిఫాంల మొత్తం ఖర్చు ₹ 2,77,472 అవుతుంది.

ఈ ఉదాహరణలో 754 గుణిజం, 368 గుణకం మరియు 2,77,472 లబ్ధం.

గుర్తుంచుకోండి: 754 సంఖ్యను 368 సార్లు వేసుకొని, వాటిని కూడినాగాని యూనిఫాంల మొత్తం ఖర్చు వస్తుంది. కాని గుణకారం చేస్తే అదే జవాబు తక్కువ సమయంలో తక్కువ శ్రమతో లభిస్తుంది.

ఉదా. (2) 3429 × 507 = ఎంత ?

$$\begin{array}{r} 3429 \\ \times\ 507 \\ \hline 24003 \\ +\ 00000 \\ +\ 1714500 \\ \hline 1738503 \\ \hline \end{array}$$

24003 ---- 7 ఒకట్లతో గుణించి → $3429 \times 7 = 24003$

00000 ---- 0 పదులతో గుణించి → $3429 \times 0 = 00000$

1714500 ---- 5 వందలతో గుణించి → $3429 \times 500 = 1714500$

ఉదా. (3) 25,634 మరియు 78 ఈ రెండు సంఖ్యలనుపయోగించి గుణకార పదసమస్యను తయారు చేసి సాధించండి. ఒక దుకాణదారుడు 25634 రూపాయలకు ఒకటిచొప్పున 78 టి.వి. సెట్లను ఖరీదు చేసెను. అయిన వాటి మొత్తం వెలఎంత?

```
      2 5 6 3 4  ------  ఒక టి.వి. వెల
×           7 8  ------  టి.వి.ల సంఖ్య
-----------------
    2 0 5 0 7 2  ------  8 ఒకట్లచే గుణించగా
+ 1 7 9 4 3 8 0  ------  7 పదులచే గుణించగా
-----------------
  1 9 9 9 4 5 2
-----------------
```

```
  2 5 6 3 4
×         8
-------------
2 0 5 0 7 2
```

```
    2 5 6 3 4
×         7 0
---------------
1 7 9 4 3 8 0
```

మొత్తం వెల1999452 అవుతుంది.

గుణకారం చేయగా వచ్చే చేతనను మనసులో ఉంచుకొనే అలవాటు చేసుకోండి.

అభ్యాసం 14

1. గుణకారం చేయండి.

(1) 327 × 92	(2) 807 × 126	(3) 567 × 890	(4) 4317 × 824
(5) 6092 × 203	(6) 1177 × 99	(7) 456 × 187	(8) 6543 × 79
(9) 2306 × 832	(10) 6429 × 509	(11) 4,321 × 678	(12) 20,304 × 87

2. 'ప్లాస్టిక్కు నిషేధిద్దాం' అనే అభియాన్‌లో, ఒక్కొక్క విద్యార్థి 25 వంతున, 745 మంది విద్యార్థులు కాగితపు సంచులు తయారు చేసిరి. అయితే మొత్తం ఎన్ని కాగితపు సంచులు తయారైనవి?

3. అడవిలో ఒక వరుసకు 215 చొప్పున, 132 వరుసలలో ఔషధపు మొక్కలు నాటిరి. అయితే ఆ అడవిలో మొత్తం ఎన్ని ఔషధపు మొక్కలు నాటిరి?

4. ఒక కంప్యూటర్ ధర 27,540 రూపాయలు. అయిన అటువంటి18 కంప్యూటర్ల మొత్తం ధర ఎంత?

5. 'ఇన్‌స్పైర్ అవార్డు' అనే పథకం కింద, విజ్ఞానప్రాజెక్టు సామాగ్రిని ఖరీదు చేయుటకై ఒక విద్యార్థికి ₹ 5000 ఇవ్వబడినవి, ఈ పథకం వల్ల ఒక తాలుకాలో154 మంది విద్యార్థులు లబ్ధిపొందారు. అయితే ఆ తాలుకాలో ఈ పథకానికి మొత్తం ఎంత నిధి ఇవ్వబడినది?

6. ఒక ద్విచక్రం వాహనం విలువ రూ. 53, 670 లు. అటువంటి 35 వాహనాల మొత్తం విలువ ఎంత?

7. ఒక గంటకు 3600 సెకన్లు అయిన 365 గంటలకు ఎన్ని సెకన్లు?

8. 5473 మరియు 627 అను సంఖ్యలను ఉపయోగించి గుణకారమునకు చెందిన ఒక పద సమస్యను తయారుచేసి దానిని సాధించండి.

9. నాలుగంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య, మరియు మూడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యల లబ్ధమెంత?

10. యాత్ర కొరకు, ఒక యాత్రికునికి 7,650 రూపాయల ఖర్చు అవుతుంది. అయితే 26 మంది యాత్రికులకు మొత్తం ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

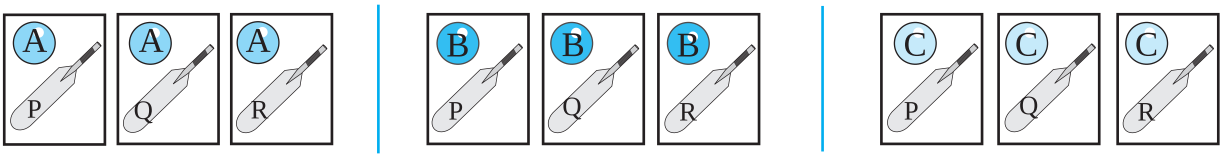
❒ రెండు సమూహాలలోని వస్తువుల వేర్వేరు రకాల జతలు

(1) ప్రయాణమునకై అజయ్‌కు అతి తక్కువ వస్తువులు తీసుకెళ్ళాలని వుంది. అందుకని అతడు ఒక ఎర్రని, ఒక పచ్చని, ఒక నీలి రంగుగల మూడు షర్టులు మరియు ఒక నల్లని, ఒక తెల్లనిది కలిపి రెండు ప్యాంట్లు తీసుకెళ్ళాడు. అయితే అతనికి షర్టు, ప్యాంటు జతలు ఎన్ని రకాలుగా వాడవచ్చు?

వేర్వేరు రకాలుగా వాడుటకు వీలగు జతలు

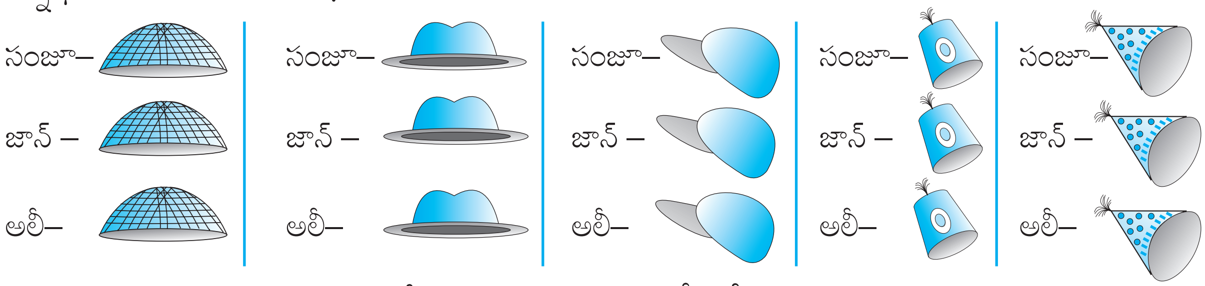
(ఎర్రని షర్ట్, నల్లని ప్యాంటు) (పచ్చని షర్ట్, నల్లని ప్యాంటు) (ఎర్రని షర్ట్, తెల్లని ప్యాంటు)
(పచ్చని షర్ట్, తెల్లని ప్యాంటు) (నీలి షర్ట్, నల్లని ప్యాంటు) (నీలి షర్ట్, తెల్లని ప్యాంటు)
మొత్తం 6 జతలు అవుతాయి.

(2) సురేశ్ వద్ద A, B, C అనే వేర్వేరు రంగుల బంతులు, P, Q, R అని రాయబడిన మూడు బ్యాట్లు ఉన్నాయి. అతనికి ఒక బ్యాటు, ఒక బంతి తీసుకొని మైదానంలోకి పోవాలని ఉంది. అయితే బ్యాటు, బంతుల వేర్వేరు జతలుఎన్ని తయారవుతాయి?



ఇచట ఎన్ని రకాల జతలు తయారైనవి ?

(3) సంజూ, జాన్, ఆలీ ఈ ముగ్గురు మిత్రులు కలిసి జాతరకు వెళ్ళారు. అచట ఒక టోపీల దుకాణంలో 5 రకాల టోపీలుండెను. ప్రతి ఒక్కరు ఒక్కొక్కరకపు టోపీని తమ తలపై పెట్టుకొని ఫోటో తీయించుకున్నారు అయితే మొత్తం ఎన్ని ఫోటోలు తీయబడినాయి?



ఇచట ఎన్ని జతలు తయారైనవి? అంటే మొత్తం ఎన్ని రకాల ఫోటోలు తీయబడినవి?

✦ ఇచ్చిన సంఖ్యకు సమానంగా వస్తువులు గల రెండు సమూహాలు తీసుకోండి. వాటి జతల రకాలు ఎన్ని అగునో చేసి చూడండి. కింది పట్టకను పూర్తి చేయండి.

ఒక సమూహంలోని వస్తువులు	మరొక సమూహంలోని వస్తువులు	ఎన్ని రకాలజతలవుతాయి.
3	2	
5	2	
2	4	
3	4	

పట్టికను బట్టి ఏమని నిర్ధారించవచ్చు?

రెండు సమూహాలలోని వస్తువులచే తయారయ్యే వేర్వేరు జతల సంఖ్య, ఆ రెండు సమూహాలలోని వస్తువుల సంఖ్యల లబ్ధమునకు సమానముగా ఉంటుంది.

❒ భాగహారం

ఉపా. : ఇంతవరకు మనం భాగహారంకు సంబంధించిన కొన్ని విషయాలను నేర్చుకున్నాం. ఉదాహరణకు, భాగహారమనగా ఇచ్చిన సంఖ్యను సమానంగా విభజించుట లేక ఇచ్చిన సంఖ్యనుండి ఏదేని సంఖ్యను మరల మరల తీసివేయుట అని. ఇంకా ఏమైనా గుర్తుందా?

శుభా : అవును సార్! ఒక గుణకారం నుండి మనకు రెండు భాగహారాలు లభిస్తాయి.

$9 \times 4 = 36$, దీన్ని బట్టి, $36 \div 4 = 9$ అని, అలాగే $36 \div 9 = 4$ అని ఈ రెండూ భాగహారాలు లభిస్తాయి.

ఉపా. : శభాష్, ఇపుడు భాగహారం గురించి కొత్తగా నేర్చు వలసినదేమీ లేదు. కేవలం విభాజ్యం, విభాజకములందు అంకెల సంఖ్య పెరుగుతూ పోవును. $354 \div 6$ అంటే ఎంతనో నోటికి చెప్పండి?

సారంగ్ : 354 అనగా $300 + 54$.

300 లను 6 చే భాగిస్తే భాగఫలం 50 వస్తుంది. అలాగే $54 \div 6 = 9$, అంటే మొత్తం భాగఫలం

$50 + 9 = 59$.

ఉపా. : సరిగ్గా చెప్పావ్. ఇప్పుడు మనం నాల్గంకెల సంఖ్యను ఒక అంకె సంఖ్యచో ఎట్లు భాగించెదరో మెట్టు మెట్టున నేర్చుకొందాం. దానికోసం 4925 ను 7 చే భాగించి భాగఫలం మరియు శేషం ఎంత వస్తుందో చెప్పండి.

శుభా : 4 వేలను 7 భాగాలుగా వేల రూపంలో సమానంగా పంచలేము. కనక 4 వేలు = 40 వందలు మరియు పైనున్న 9 వందలు కలిపి 49 వందలను పంచుదాం. $49 \div 7 = 7$ అంటే ప్రతి ఒకరికి 7 వందలు లభిస్తాయి. ఇపుడు 2 పదులను 7 మందికి సమానంగా పంచలేము కనుగ భాగఫలంలో పదుల స్థానాన సున్నా రాయవలె.

తరువాత 25 ను 7 తో భాగించగా భాగఫలం 3, శేషం 4 వస్తుంది అంటే భాగఫలం 703, శేషం 4.

ఉపా. : శభాష్! ఇపుడు $7439 \div 9$ భాగహారం చేయండి.

సారంగ్: మౌఖికంగా సాధించడం కొంచెం కష్టంగావుంది. కాగితంపై వేసుకొని చేస్తాను.

భాగఫలం 826, శేషం 5 వచ్చింది.

```
    0826
9) 7439
  - 0
   74
  -72
    23
   -18
     59
    -54
      5
```

ఉపా. : నాల్గంకెల సంఖ్యను రెండంకెల సంఖ్యతో ఇదే పద్ధతిలో భాగిస్తారు. భాగించునపుడు అవసరమైతే విభాజక సంఖ్య యొక్క ఎక్కాన్ని తయారు చేయాల్సి ఉంటుంది.

కింద కొన్ని ఉదాహరణలు సాధించి చూపబడినాయి. వాటిని అభ్యసించండి.

ఉదా. (1)

```
      0170
25)  4254
    - 0
     42
    -25
     175
    -175
     0004
    -0000
     0004
```

$25 \times 1 = 25$

$25 \times 2 = 50$

$25 \times 3 = 75$

$25 \times 4 = 100$

$25 \times 5 = 125$

$25 \times 6 = 150$

$25 \times 7 = 175$

భాగఫలం 170, శేషం 4

ఉదా. (2)

```
      0305
32)  9783
    - 0
     97
    -96
      18
     -00
      183
     -160
       23
```

$32 \times 1 = 32$

$32 \times 2 = 64$

$32 \times 3 = 96$

$32 \times 4 = 128$

$32 \times 5 = 160$

$32 \times 6 = 192$

భాగఫలం 305, శేషం 23

ఉదా. (3) భాగహారం చేయండి. 9842 ÷ 45

```
       0218
45)    9842
     − 90
       084
     −  45
        392
     −  360
        032
```

ఈ ఉదాహరణను 45 వ ఎక్కాన్ని తయారుచేసి సాధించవచ్చు. కాని విభాజకం పెద్దదిగానున్నపుడు అది ఎన్ని సార్లు పోతుందో అంచనా వేసి భాగాలు నిర్ణయించి ఉదాహరణను సాధించవచ్చు. ఆ పద్ధతిని ఇపుడు అర్థం చేసుకొందాం.

భాగఫలంలో వేల స్థానమున 0 వస్తుంది.

ఇపుడు 98 ని 45 చే భాగించునపుడు ఎన్నిసార్లు పోతుంతో అంచనావేయుటకు విభాజ్యం, విభాజకం నందలి మొదటి అంకెలను ఆలోచిద్దాం. అవి వరుసగా 9, 4 లు.

9 ని 4 చే భాగిస్తే 2 సార్లు పోతుంది. కనక 98 ని 45 చే భాగిస్తే 2 సార్లు పోతుందో చూద్దాం.

$45 \times 2 = 90$. $90 < 98$, అంటే 2 సార్లు పోతుంది కనుక భాగఫలంలో వందల స్థానంలో 2 రాశాం.

తరువాత 84 లో ఎన్ని సార్లు పోతుందో నిర్ణయించుటకు, $90 > 84$ అయినందున 1 సారి పోతుందని సహజంగా తెలుస్తుంది. కనుక భాగఫలంలో పదుల స్థానంలో 1 రాద్దాం.

ఇపుడు 392 ను 45 తో భాగించాలి. $3 < 4$, కనుక భాగఫలాన్ని అంచనా వేయుటక్కై, 392 లోని మొదటి రెండంకెలతో ఏర్పడే సంఖ్య 39 ని తీసుకొందాం.

$4 \times 9 = 36$ మరియు $36 < 39$, కనుక 9 సార్లు పోతుందా చూద్దాం. $45 \times 9 = 405$ కాని $405 > 392$, కనుక 9 సార్లు పోదు.

ఇపుడు 8 సార్లు పోతుందా చూద్దాం. $45 \times 8 = 360$.

$360 < 392$, కనుక 8 సార్లు పోతుంది. ఆ 8 ని భాగఫలంలో ఒకట్ల స్థానములో రాద్దాం. దీనితో భాగహారం పూర్తయింది. భాగఫలం 218 వచ్చింది, శేషం 32 మిగిలింది.

ఉదా. (4) 35 కిలోగ్రాముల గోధుమలు ఖరీదు రు. 910 అయిన గోధుమల ధర ఎంత?

కిలోగ్రాములలో గోధుమల బరువు × గోధుమల ధర = గోధుమల మొత్తం ఖరీదు

కనుక 35 కి.గ్రా. × గోధుమల ధర = 910

గోధుమల ధర అనగా 1 కిలోగ్రాము గోధుమల ఖరీదు.

అంటే 910 ని 35 చే భాగిస్తే గోధుమల ధర వస్తుంది.

ఒక కి.గ్రా. గోధుమల ధర రు. 26.

```
        26
35)    910
     −  70
       210
     − 210
       000
```

అభ్యాసం 15

1. కింది ఉదాహరణలను సాధించండి. భాగఫలము మరియు శేషములను రాయండి.

(1) 1284 ÷ 32 (2) 5586 ÷ 87 (3) 1207 ÷ 27

(4) 8543 ÷ 41 (5) 2304 ÷ 43 (6) 56,741 ÷ 26

2. గంటకు 48 కి.మీ. వేగంతో 336 కి.మీ. దూరం పోవలెనన్న ఎన్ని గంటలు పట్టును?

3. గిరిజకు 1400 పుస్తకాలను నింపుటకు 35 పెట్టెలు పట్టాయి. ప్రతి పెట్టెలో పుస్తకాలు సమానంగా నింపినచో, ఆమె ప్రతి పెట్టలో ఎన్ని పుస్తకాలు నింపింది?

4. విహారయాత్రకై ప్రతి ఒక్కరు 65 రూపాయల చందా ఇచ్చారు. మొత్తం 2925 రూపాయలు జమ అయినచో ఎంతమంది చందా ఇచ్చారు?

5. ఏ సంఖ్యను 56 తో గుణిస్తే లబ్ధం 9688 వస్తుంది?

6. ఒక నోటుబుక్ తయారు చేయుటకై 48 కాగితాలు పడతాయి. అయితే 5880 కాగితాలతో ఎన్ని నోటుబుక్‌లు తయారుగును? ఎన్ని కాగితాలు మిగులుతాయి?

7. ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్యను నాలుగంకెల అతిచిన్న సంఖ్యచే భాగించితే భాగఫలమెంత వస్తుంది?

మిశ్రమ ఉదాహరణలు

ఒక రైతు మిరప మొక్కలుగల 140 ట్రేలు తెచ్చాడు. ప్రతి ట్రేలో 24 మొక్కలు ఉన్నాయి. అతడు ఒక వరుసకు 32 వంతున ఆ మొక్కలన్నింటిని తన పొలములో నాటాడు. అయితే మొక్కలన్నింటిని మొత్తం ఎన్ని వరుసలలో నాటాడు?

ఒక పళ్ళెంలో 24 మొక్కలచొప్పున అటువంటి 140 పళ్ళెంలలోని మొత్తం మొక్కలు ఎన్నో కనుగొందాం. అందుకోసం 140 మరియు 24 లను గుణిద్దాం.

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times\ 24 \\ \hline 560 \\ +\ 2800 \\ \hline 3360 \end{array}$$

మొత్తం మొక్కలు 3,360.

ఒక వరుసకు 32 మొక్కల చొప్పున, 3,360 మొక్కలు ఎన్ని వరుసలవుతాయో కనుక్కోడానికి 3,360 ను 32 తో భాగించుదాం.

$$\begin{array}{r} 105 \\ 32\overline{)\ 3360} \\ -32 \\ \hline 016 \\ -\ 00 \\ \hline 160 \\ -\ 160 \\ \hline 000 \end{array}$$

భాగఫలం 105 వస్తుంది.

కనుక ఆ మొక్కలు 105 వరుసలలో నాటబడినవి.

105 × 32 చేసి వచ్చిన జవాబును పోల్చి చూద్దాం.

అభ్యాసం 16

1. బాబాగారు 10,000 రూపాయలనుండి 7,000 రూపాయలు ఒక పాఠశాలకు విరాళంగా ఇచ్చెను. మిగిలిన సొమ్మును ప్రతి తరగతిలో ఉత్తమ ప్రగతి సాధించిన ఒక్క విద్యార్థి చొప్పున, ఆరు మంది విద్యార్థులకు బహుమతిగా సమానంగా పంచమని చెప్పెను. అయితే ప్రతి ఒక విద్యార్థికి ఎన్ని రూపాయల బహుమతి లభిస్తుంది?

2. విహారయాత్రకై 50 మంది పిల్లలనుండి, ప్రతి ఒక్కరికి రు. 260 ల వంతున చందా జమ జేసిరి. అందులో నుండి 11,450 రూపాయలు ఖర్చయిన మిగిలిన రూపాయలెన్ని?

3. ఒక దుకాణదారుడు 50 కి.గ్రా. బరువుగల చక్కెర సంచిని రు. 1750 లకు కొని తెచ్చెను. చక్కెర ధర తక్కువైనందు వల్ల అతనికా చక్కెరను కి.గ్రా. 1 కి. రు. 32 ల ధరతో అమ్మ వలసి వచ్చెను. అయితే అతనికెన్ని రూపాయలు తక్కువ లభించాయి?

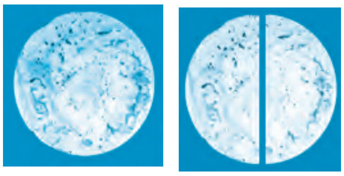
4. దుకాణాదారుడు ఒక కుక్కర్ రూ. 1870 ల చొప్పున 7 కుక్కర్లు ఖరీదు చేసెను. ఆ కుక్కర్లన్నింటిని రూ. 14,230 లకు అమ్మెను. అయితే అతనికెన్ని రూపాయలు ఎక్కువ లేదా తక్కువ లభించాయి?

5. ఒక సొసైటీలోని 14 కుటుంబాలు కలిసి, ప్రతి సంచి 98 కి.గ్రా.ల బరువుగల 8 సంచుల గోధుమలు తెచ్చిరి. ఆ గోధుమలను ఆ కుటుంబాలన్ని సమానంగా పంచుకొనిన, ప్రతి కుటుంబానికి వాటాగా ఎన్ని కి.గ్రా.ల గోధుమలు వస్తాయి?

6. ఒక భవనం మీది నీటి ట్యాంక్ సామర్థ్యము 3000 లీటర్లు. ఆ భవనంలో 16 కుటుంబాలుంటాయి. ప్రతి కుటుంబం రోజుకు 225 లీ. నీళ్ళు ఉపయోగించినట్లయితే పూర్తిగానిండిన ఆ ట్యాంక్‌లోని నీరు అన్ని కుటుంబాలకు సరిపోతాయా? సరిపోనట్లయితే రోజుకు ఎన్ని నీళ్ళు తక్కువ పడుతాయి?

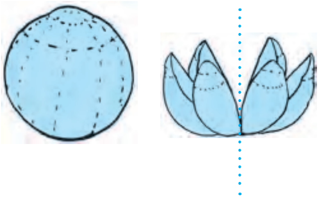
5. భిన్నాలు

❒ సమాన భిన్నాలు



✦ ఒక రొట్టెను ఇద్దరికి సమానంగా పంచితే, ప్రతి ఒక్కరికి సగం రొట్టె వస్తుంది. సగం (లేక అర్ధ)ను $\frac{1}{2}$ గా చూపుతారు. ఇచట 1 లవం, 2 హారం.

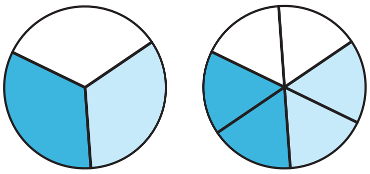
✦ ఒక రొట్టెను 4 సమానభాగాలు చేసారు. వాటిలో నుంచి 2 భాగాలు ఒకరికి ఇచ్చినారు. ఇచ్చిన భాగాలను $\frac{2}{4}$ అని చూపుతారు. ఇందులో 2 లవం, 4 హారం. ఇక్కడ గూడా సగం రొట్టె ఇచ్చినట్లే అర్థం.



✦ ఒక ఖర్బూజ పండును 6 సమానభాగాలు చేసారు. వాటిని ఇద్దరికి సమానం గా పంచినారు. అంటే ప్రతి ఒక్కరికి $\frac{3}{6}$ భాగం లభిస్తుంది. అనగా ఇక్కడ గూడా ప్రతి ఒక్కరికి ఖర్బూజాలో సగం భాగమే దొరికింది. అంటే $\frac{3}{6}$ చిహ్నం గూడా సగం (అర్ధ)నే సూచిస్తుంది.

పై మూడు ఉదాహరణలలో సగం అను భిన్నం వరుసగా $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ఈ చిహ్నాలచే చూపబడింది. అంటే $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ఈ మూడు భిన్నాల విలువలు సమానం. దీనిని '$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ ' అని రాస్తారు.

ఇటువంటి సమాన విలువ గల భిన్నాలు **సమాన భిన్నాలు.**

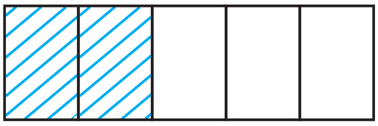


✦ ఇచట రెండు సమాన వృత్తాలలోని రంగు వేసిన భాగాలను పరిశీలించండి. ఒక వృత్తాన్ని 3 సమాన భాగాలు చేసి వాటిలో 2 భాగాలకు రంగు వేయబడింది. అనగా రంగు వేసిన భాగం పూర్తి వృత్తంలో $\frac{2}{3}$ భాగం.

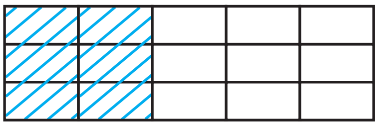
అంతే ఆకారంగల మరొక వృత్తాన్ని 6 సమాన భాగాలు చేసి వాటిలో 4 భాగాలకు రంగు వేసి ఉంది. అనగా పూర్తి వృత్తం లో రంగువేసిన భాగం $\frac{4}{6}$ కాని రెండు వృత్తాలలో రంగు వేసిన ఆ రెండూ భాగాలు సమానం. కాబట్టి $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

అంటే $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ లు సమాన భిన్నాలు.

❒ సమాన భిన్నాలను తయారు చేయడం



✦ ఆకృతి యొక్క 5 సమాన భాగాలలో 2 సమాన భాగాలకు రంగు వేసి ఉంది. రంగు వేసిన భాగం పూర్తి ఆకృతిలో $\frac{2}{5}$.



అదే ఆకృతిలో రెండు గీతలు అడ్డంగా గీసినందున 15 సమాన భాగాలు తయారైనవి. అందువల్ల ఇపుడు రంగు వేసిన భాగాన్ని చూపే భిన్నం $\frac{6}{15}$.

కాని రంగు వేసిన భాగం మాత్రం, ఈ రెండు ఆకృతులలో మారలేదు గనుక $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$.

ఉపా. : $\frac{2}{5}, \frac{6}{15}$ ఈ భిన్నాల లవాలలో మరియు హారాలలో ఏదైనా ప్రత్యేక సంబంధము కన్పిస్తుందా?

సోను : 2 కి మూడు రెట్లు 6 , 5 కు మూడు రెట్లు 15.

ఉపా. : మనము $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ మరియు $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. అని గూడా చూసాం. అంటే దీని బట్టి సమాన భిన్నాలలో ఒక దాని లవ, హరాలు, మరొక దాని లవ, హారాలకు సమాన రెట్లలో ఉంటాయని గుర్తుంచుకోండి.

> ఒక భిన్నం యొక్క లవ, హారాలను ఒకే శూన్యేతర సంఖ్యచే గుణించినచో
> ఆ భిన్నానికి సమానమైన భిన్నమే వస్తుంది.

నందూ : అయితే భిన్నం యొక్క లవాన్ని, మరియు హారాన్ని సమాన సంఖ్యచే భాగించిన సమాన భిన్నాన్ని పొందగలమా?

ఉపా. : తప్పకుండా! లవం, హారం ఈ రెండింటినుండి ఒక సంఖ్య పోతునట్లయితే, ఆ సంఖ్యచే లవ, హారాల రెండింటిని భాగించగా వచ్చిన భిన్నం ఇచ్చిన భిన్నానికి సమానంగా ఉంటుంది. $\frac{6}{15}$ భిన్నంలోని లవ, హారాలలో 3 పోతుంది. అలా భాగిస్తే $\frac{2}{5}$ భిన్నం వస్తుంది.

అంటే, $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

> భిన్నంలోని లవహారాలను ఒకే సంఖ్యతో భాగించబడినచో ఆ సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చిన
> భిన్నం ఇచ్చిన భిన్నానికి సమానంగా ఉంటుంది.

ఉపా. : ఇప్పుడు $\frac{6}{12}$ అనే భిన్నం యొక్క లవ, హారాలను ఒకే సంఖ్యచే భాగించి సమాన భిన్నాలను పొందండి.

సోను కనుగొన్న భిన్నం $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$	మీను కనుగొన్న భిన్నం $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$

నందూ : 6 , 12 ఈ సంఖ్యల నుండి 6 గూడా పోతుంది. అయితే 6చే భాగించినా వస్తుందా?

ఉపా. : తప్పకుండా. $\frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}$.

ఇచట గ్రహించేదేమనగా, $\frac{6}{12}$ అను భిన్నం యొక్క లవహారాలను 2, 3, 6 ల చే భాగించగా వచ్చిన భిన్నాలన్నియు $\frac{6}{12}$ భిన్నానికి సమానం. అనగా $\frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

ఉదా. (1) $\frac{5}{6}$ ఈ భిన్నం యొక్క హారం 30 అగునట్లుగా సమాన భిన్నం రాయండి.

$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$ ఇచట గడిలో వచ్చు సంఖ్యను వెదుకుదాం.

ఇచట హారం స్థానంలోని 6 కు 5 రెట్లు 30, కనుక లవం స్థానంలోని 5 ను 5 రెట్లు చేద్దాం.

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{\boxed{25}}{30}$. దీని బట్టి 30 హారంగా గల, $\frac{25}{30}$ అను భిన్నం $\frac{5}{6}$ కు సమానం అవుతుంది.

ఉదా. (2) $\frac{15}{40}$ భిన్నానికి సమానభిన్నం అగునట్లు, హారం 8 వచ్చునట్లు భిన్నాన్ని కనుగొనండి.

$\frac{15}{40} = \frac{\square}{8}$ ఇపుడు గడిలోని సంఖ్యను కనుగొందాం.

40 ని 5 చే భాగిస్తే 8 వస్తుంది. 15 ను 5 చే భాగిస్తే గడిలోని సంఖ్య వస్తుంది. 15 ÷ 5 = 3

కాబట్టి $\frac{15}{40} = \frac{\boxed{3}}{8}$

అనగా $\frac{3}{8}$ అను భిన్నం $\frac{15}{40}$ అనే భిన్నానికి సమానం అవుతుంది.

అభ్యాసం 17

1. గడులలో సరియైన సంఖ్యలను రాయండి.

(1) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{20}$ (2) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ (3) $\frac{9}{11} = \frac{18}{\square}$ (4) $\frac{10}{40} = \frac{\square}{8}$

(5) $\frac{14}{26} = \frac{\square}{13}$ (6) $\frac{\square}{3} = \frac{4}{6}$ (7) $\frac{1}{\square} = \frac{4}{20}$ (8) $\frac{\square}{5} = \frac{10}{25}$

2. కింది వాటిలో ప్రతి భిన్నానికి సమాన భిన్నమును హారం 18 గల భిన్నాలను కనుగొనండి.

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{2}{9}, \frac{7}{9}, \frac{5}{3}$

3. కింది వాటిలో ప్రతి భిన్నానికి సమానభిన్నమును హారం 5 గల భిన్నాలను కనుగొనండి.

$\frac{6}{15}, \frac{10}{25}, \frac{12}{30}, \frac{6}{10}, \frac{21}{35}$

4. కింద ఇచ్చిన భిన్నాలలో సమాన భిన్నాల జతలను కనుగొనండి.

$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{11}, \frac{7}{9}, \frac{14}{18}, \frac{15}{33}, \frac{18}{27}, \frac{10}{14}$

5. కింద ఇచ్చిన ప్రతి ఒక భిన్నానికి రెండు సమాన భిన్నాలను రాయండి

$\frac{7}{9}, \frac{4}{5}, \frac{3}{11}$

❐ సమహార భిన్నాలు, మరియు వేరు వేరు హారాలుగల భిన్నాలు

ఏ భిన్నాల హారాలు సమానంగా ఉంటాయో, ఆ భిన్నాలను సమహార భిన్నాలని అంటారు. ఉదా. $\frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}$.

ఏ భిన్నాలహారాలు వేరు వేరుగా ఉంటాయో ఆ భిన్నాలను భిన్నహార (వేరు వేరు హారాలుగల) భిన్నాలు అని అంటారు. ఉదా. $\frac{1}{3}, \frac{4}{8}, \frac{9}{11}$

❐ వేరు వేరు హారాలుగల భిన్నాలను సమహార భిన్నాలుగా మార్చుట.

ఉదా. (1) $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ ఈ భిన్నాల హారాలను సమానం చేయండి. అంటే వాటిని సమహార భిన్నాలుగా మార్చండి.

ఇచట 6, 9 ఈ రెండు సంఖ్యల గుణిజాలు (రెట్లలో సంఖ్యలు) కనుగొనాలి.

6 యొక్క గుణిజాలు : 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

9 యొక్క గుణిజాలు : 9, 18, 27, 36, 45, ...

18 అను సంఖ్య పై రెండు సంఖ్యల గుణిజాలలో ఉంది, కనుక భిన్నాల హారం 18 చేద్దాం.

$\frac{5}{6} = \frac{5\times3}{6\times3} = \frac{15}{18}$ $\qquad$ $\frac{7}{9} = \frac{7\times2}{9\times2} = \frac{14}{18}$

$\frac{15}{18}$, $\frac{14}{18}$ లు వరుసగా $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ భిన్నాలకు సమానహారంగల (సమహార) భిన్నాలు తయారైనవి.

పైన రెండు సంఖ్యల గుణిజాలలో 18 ఉంది. కాని 18 లాగే 36, 54 ఈ సంఖ్యలను గూడా సమాన హారంగా తీసుకోవచ్చు.

ఉదా. (2) $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{16}$ లను సమహార భిన్నాలుగా మార్చండి.

ఇచట 8 యొక్క రెట్టింపు 16. కనుక రెండింటి హారాలను సులభంగా16 చేయవచ్చు.

$\frac{4}{8} = \frac{4\times2}{8\times2} = \frac{8}{16}$. $\frac{8}{16}$, $\frac{5}{16}$ లు సమహార భిన్నాలుగా తయారైనవి.

ఉదా. (3) $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{4}$ హారాలు సమానం చేయండి.

7, 4 ఈ రెండు హారాల గుణిజాలలో వచ్చు సంఖ్య 28. కనుక రెండు భిన్నాల హారం 28 చేద్దాం.

$\frac{4}{7} = \frac{4\times4}{7\times4} = \frac{16}{28}$, $\frac{3}{4} = \frac{3\times7}{4\times7} = \frac{21}{28}$, కనుక $\frac{16}{28}$ లు $\frac{21}{28}$ ఇచ్చిన భిన్నానికి సమహార భిన్నాలు తయారైనవి.

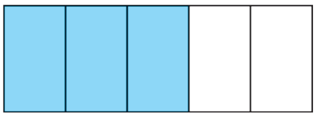
అభ్యాసం 18

ఇచ్చిన భిన్నాలను సమహార భిన్నాలుగా మార్చండి.

(1) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ $\qquad$ (2) $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$ $\qquad$ (3) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{10}$ $\qquad$ (4) $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{6}$

(5) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ $\qquad$ (6) $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$ $\qquad$ (7) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{6}$ $\qquad$ (8) $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{9}$

❒ సమహార భిన్నాలు : చిన్నది-పెద్దది (పోల్చడం)

ఉదా. (1)  ఒక పట్టీని 5 సమాన భాగాలు చేశాం. అంటే ప్రతి ఒక భాగం $\frac{1}{5}$ రంగు వేసిన. రంగు వేసిన భాగాలు $\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

రంగు వేయని భాగములు $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. రంగు వేసిన భాగం, రంగు వేయని భాగముకంటె పెద్దగా నుంది. దీని బట్టి $\frac{3}{5}$ భిన్నం, $\frac{2}{5}$ కంటె పెద్దది. దీనిని $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ అని రాస్తారు.

ఉదా. (2) పక్కపటంలో ఒక పట్టీని 8 సమాన భాగాలు చేశాం. వాటిలో 3 భాగాలకు ఒక రంగు, 4 భాగాలకు మరొక రంగు వేశాం.

ఇచట $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$

సమహార భిన్నాలలో దేని లవం పెద్దదో, ఆ భిన్నము పెద్దది.

❒ లవం సమానంగానున్న భిన్నాలలో చిన్నది-పెద్దది.

1 లవం గల భిన్నాల హారం పెరుగుతున్న కొలది, ఆ భిన్నం యొక్క విలువ తగ్గుతుందని మనకు తెలుసు.

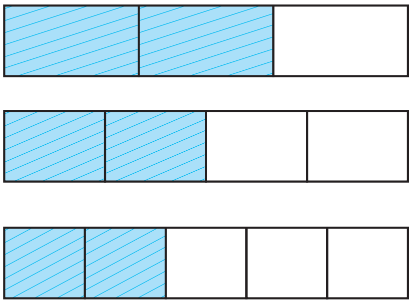
భిన్నాల లవం 1 కంటే వేరుగా, కానీ సమానంగా ఉన్నట్లయితే అట్టి భిన్నాలకు కూడా ఇదే నియమం వర్తించును. దీనిని కింది పటం ద్వార అవగాహన చేసుకోండి.

కింది పటాలలో పట్టీలన్నియు సమానంగా ఉన్నాయి.

పట్టీ యొక్క 3 సమాన భాగాలలో 2 భాగాలు $\frac{2}{3}$

పట్టీ యొక్క 4 సమాన భాగాలలో 2 భాగాలు $\frac{2}{4}$

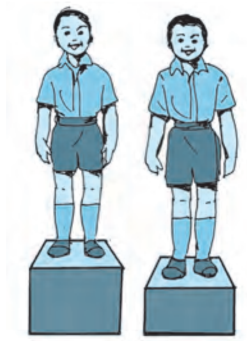
పట్టీయొక్క 5 సమాన భాగలలో 2 భాగాలు $\frac{2}{5}$

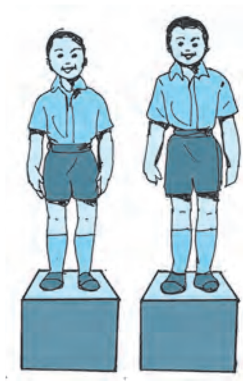


పటాలను బట్టి $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5}$.

> సమాన లవాలుగల భిన్నాలలో దేని హారం పెద్దదో ఆ భిన్నం చిన్నది.

❒ వేరు వేరు హారాలుగల భిన్నాలలో చిన్నది-పెద్దది.





ఉపా. : $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}$ లాంటి వేరు వేరు (భిన్న) హారాలుగల భిన్నాలలో ఏది చిన్నదో ఏది పెద్దదో నిర్ణయించాలి అనుకో.
ఇటువంటి భిన్నాలలో చిన్నది-పెద్దది ఎలా నిర్ణయించాలో తెలుసుకోడానికి ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం.
ఈ ఇద్దరు పిల్లలు రెండు దిమ్మెలపై నిలబడి ఉన్నారు. వారిలో ఎవరు ఎత్తుగా ఉన్నారో ఎట్లు నిర్ణయించగలము.?

సోను : ఇచట దిమ్మెల ఎత్తులు తక్కువ-ఎక్కువ ఉన్నాయి. అవి సమానంగా ఉన్నట్లయితే ఎవరి ఎత్తు తక్కువో, ఎవరి ఎత్తు ఎక్కువో నిర్ణయించడం సులభమౌతుంది.

నందూ : ఇపుడు పిల్లలు సమాన ఎత్తుగల దిమ్మెలపై నిలబడినపుడు కుడివైపున్న పిల్లవాడి ఎత్తు ఎక్కువని చెప్పగలం.

ఉపా. : ఇక్కడ మనం చూసినట్లు ఏ విధంగానైతే, దిమ్మెల ఎత్తులు సమానంగా చేసినపుడు పిల్లల యొక్క ఎత్తులలో తక్కువ-ఎక్కువ నిర్ణయించగలిగామో అదే మాదిరి ఇచ్చిన రెండు భిన్నాల హారాలను సమానం చేసినపుడు వాటిలో చిన్నది-పెద్దది, వాటి లవాలలో చిన్న-పెద్దను బట్టి నిర్ణయింవచ్చు.

నందూ : అర్థమైందా! ముందు మనం $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}$ ఈ రెండు భిన్నాల హారాలను సమానం చేద్దాం.

సోనూ : 5 × 7 ను 5 మరియు 7 ఈ రెండు హారాలచే భాగించవచ్చు. కనుక ఆ రెండు భిన్నాల హారాలు 5 × 7 అంటే 35 చేద్దాం.

$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$ $\qquad$ $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$

$\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$ $\quad$ కాబట్టి $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

భిన్నాల హారాలు వేరు వేరుగా ఉన్నప్పుడు, వాటిని సమహారాలుగల సమాన భిన్నాలుగా తయారు చేసి, ఆ భిన్నాలలో చిన్నది–పెద్దది, వాటి లవాలను బట్టి నిర్ణయించవచ్చు.

అభ్యాసం 19

కింది భిన్నాల జతల మధ్య గళ్ళలో < , > లేక = లలో నుంచి సరియైన గుర్తును రాయండి.

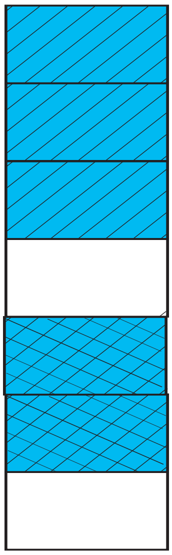
(1) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{7}$ $\quad$ (2) $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{2}{8}$ $\quad$ (3) $\frac{2}{11}$ ☐ $\frac{10}{11}$ $\quad$ (4) $\frac{5}{15}$ ☐ $\frac{10}{30}$

(5) $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{5}{9}$ $\quad$ (6) $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{4}{11}$ $\quad$ (7) $\frac{10}{11}$ ☐ $\frac{10}{13}$ $\quad$ (8) $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{9}$

(9) $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{1}{8}$ $\quad$ (10) $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{1}{6}$ $\quad$ (11) $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{14}{16}$ $\quad$ (12) $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{4}{9}$

(13) $\frac{5}{18}$ ☐ $\frac{1}{9}$ $\quad$ (14) $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{4}{7}$ $\quad$ (15) $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{5}{9}$ $\quad$ (16) $\frac{4}{11}$ ☐ $\frac{1}{5}$

సమహార భిన్నాల కూడిక



ఉదా. (1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ = ఎంత?

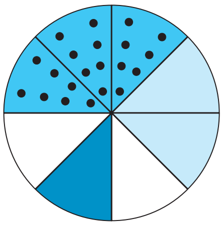
ఒక పట్టీని 7 సమాన భాగాలు చేద్దాం. వాటిలోని 3 భాగాలకు ఒక రంగు, 2 భాగాలకు మరొక రంగు వేద్దాం.

ఒక రంగుతో వేసిన భాగం $\frac{3}{7}$ మరొక రంగుతో వేసిన భాగం $\frac{2}{7}$.

రంగు వేసిన భాగాల మొత్తాన్ని చూపు భిన్నం $\frac{5}{7}$.

దీనిని బట్టి, $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$.

ఉదా. (2) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ ల మొత్తమెంత?



రంగువేసిన భాగాల మొత్తం, $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+2+1}{8} = \frac{6}{8}$.

సమహార భిన్నాలను కూడునపుడు, భిన్నాల లవాలను కూడుతారు మరియు ఆ భిన్నాల హారాలు మొత్తం హారం స్థానంలో అలాగే రాస్తారు.

ఉదా. **(3)** కూడండి. $\frac{2}{6}+\frac{4}{6}$

$\frac{2}{6}+\frac{4}{6}=\frac{2+4}{6}=\frac{6}{6}$ కనుక $\frac{6}{6}$ అనగా ఆకృతిలోని 6 సమభాగాల్లో 6 భాగాలు తీసుకొన్నట్లు అని మనకు తెలుసు. దీని అర్థం 1 ఆకృతిని పూర్తిగా తీసుకొన్నట్లు అంటే $\frac{6}{6}=1$

దీన్ని బట్టి గ్రహించేదేమనగా, **భిన్నాల లవ హారాలు సమానమైతే, ఆ భిన్నం విలువ 1.**

కనుగ $\frac{7}{7}=1$; $\frac{10}{10}=1$; $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{2+3}{5}=\frac{5}{5}=1$

ఒక ఆకృతిని భాగాలు చేయకుండా అది పూర్తిగా ఉన్నట్లయితే, దానిని 1 గా చూపవచ్చు అని గుర్తుంచుకోండి.

దీనిని బట్టి $1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}$.

ఒక భిన్నంలో లవ, హారాలకు సమాన భాజకమున్నట్లయితే, ఆ భాజకంతో లవ, హారాలు రెండింటిని భాగించగా వచ్చే భిన్నం, ఇచ్చిన భిన్నానికి సమానంగా ఉంటుందని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి $\frac{5}{5}=\frac{5\div 5}{5\div 5}=\frac{1}{1}=1$

అభ్యాసం 20

1. కూడిక చేయండి.

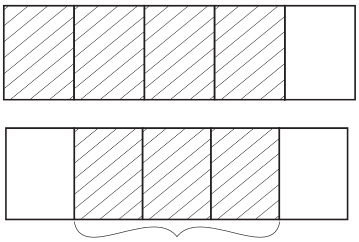
(1) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ (3) $\frac{7}{12}+\frac{2}{12}$ (4) $\frac{2}{9}+\frac{7}{9}$ (5) $\frac{3}{15}+\frac{4}{15}$

(6) $\frac{2}{7}+\frac{1}{7}+\frac{3}{7}$ (7) $\frac{2}{10}+\frac{4}{10}+\frac{3}{10}$ (8) $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}$ (9) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$

2. అమ్మ ఒక జామ పండు తెచ్చింది. అందులోనుంచి మీనకు $\frac{3}{8}$ భాగం, గీతకు $\frac{2}{8}$ భాగం ఇచ్చిన ఆ ఇద్దరికి కలిసి ఎంత భాగం ఇచ్చెను?

3. ఒక మైదానం యొక్క $\frac{3}{4}$ భాగాన్ని ఐదవతరగతి పిల్లలు, $\frac{1}{4}$ భాగాన్ని నాల్గవతరగతి పిల్లలు శుభ్రపరచిన, ఆ మైదానంలో మొత్తమెంత భాగం శుభ్రమయ్యెను?

❒ సమహార భిన్నాల తీసివేత



$\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$

ఒక ఆకృతిని 5 సమాన భాగాలుచేసి, వాటిలో 4 భాగాలకు రంగు వేసిరి. అనగా ఆకృతి యొక్క $\frac{4}{5}$ భాగం రంగులేసిరి.

రంగు వేసిన భాగాలలో ఒక భాగం యొక్క రంగు తుడిచి వేసిరి.

అనగా $\frac{4}{5}$ నుండి $\frac{1}{5}$ ను తీసివేసిరి.

ఇపుడు రంగు వేసిన భాగం $\frac{3}{5}$ మిగిలింది. కనుక $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4-1}{5}=\frac{3}{5}$

రెండు సమహార భిన్నాల తీసివేత చేయునపుడు ఆ భిన్నాల లవాల భేదాన్ని లవం స్థానంలో రాసి, ఇచ్చిన భిన్నాల హారం ఉన్నంతనే, హారం స్థానంలో రాస్తారు.

ఉదా. (1) తీసివేత చేయండి. $\frac{7}{13} - \frac{5}{13}$

ఈ రెండు భిన్నాల హారాలు సమానం. కనుక ఈ భిన్నాల తీసివేత చేయునపుడు లవాల తీసివేత చేద్దాం మరియు హారం అలాగే రాద్దాం. $\frac{7}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7-5}{13} = \frac{2}{13}$.

ఉదా. (2) ఒక చెఱకులో $\frac{5}{12}$ భాగం రాజుకు, $\frac{3}{12}$ భాగం సంజూకు ఇచ్చినచో, రాజుకు ఎంత భాగం ఎక్కువ వచ్చింది?

ఎంత భాగం ఎక్కువ వచ్చిందో కనుక్కోడానికి తీసివేత చేయవలెను.

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5-3}{12} = \frac{2}{12}$$

రాజుకు $\frac{2}{12}$ భాగం ఎక్కువ వచ్చింది.

అభ్యాసం 21

1. తీసివేత చేయండి.

(1) $\frac{5}{7} - \frac{1}{7}$ (2) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ (3) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$ (4) $\frac{8}{11} - \frac{5}{11}$

(5) $\frac{9}{13} - \frac{4}{13}$ (6) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$ (7) $\frac{9}{12} - \frac{2}{12}$ (8) $\frac{10}{15} - \frac{3}{15}$

2. ఒక గోడ యొక్క $\frac{7}{10}$ భాగానికి రంగు వేయాలి. అందులో $\frac{4}{10}$ భాగానికి రాము రంగు వేసాడు. అయితే ఇంకా ఎంత భాగానికి రంగు వేయాల్సి ఉంది?

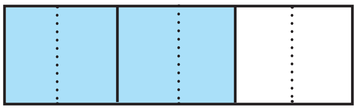
❒ వేర్వేరు హారాలుగల భిన్నాల కూడిక మరియు తీసివేతలు.

ఉదా. (1) కూడండి. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

ముందుగా ఒక పట్టీ యొక్క మూడు సమాన భాగాలలో నుండి రెండు భాగాలు రంగువేసి $\frac{2}{3}$ అను భిన్నాన్ని చూపిద్దాం.

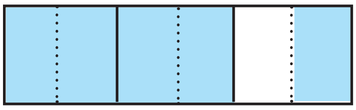
హారములు సమానంగా నున్న భిన్నాల తీసివేత-కూడికలు ఎలా చేయాలో మనకు తెలుసు.

$\frac{2}{3}$ అను భిన్నంలో $\frac{1}{6}$ అను భిన్నాన్నికలపాలి.



కాబట్టి ఇదే పట్టీలో ప్రతి భాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేసి $\frac{2}{3}$ కు సమానభిన్నం $\frac{4}{6}$ ను పొందుదాం.

$\frac{2}{3}$ లో అనగా $\frac{4}{6}$ లో $\frac{1}{6}$ భిన్నంను కలపాల్సి ఉంది గనుక ఈ పట్టీలోని 6 భాగాలనుండి ఇంకొక భాగానికి రంగు వేద్దాం. రంగు వేసిన భాగాలు $\frac{5}{6}$ అయినవి.



దీనిని బట్టి $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$

అనగా $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

ఉదా. (2) కూడండి. $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$

ఇచట హారాల అతి చిన్న సమాన గుణిజం 10.

కనుక భిన్నాల హారం 10 చేద్దాం.

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5} = \frac{1\times5}{2\times5}+\frac{2\times2}{5\times2}$$
$$= \frac{5}{10}+\frac{4}{10}$$
$$= \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

ఉదా. (3) కూడండి. $\frac{3}{8}+\frac{1}{16}$

ఇచట 16, 8 కి రెట్టింపు కనుక,

రెండూ భిన్నాల హారం 16 చేద్దాం.

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{16} = \frac{3\times2}{8\times2}+\frac{1}{16}$$
$$= \frac{6}{16}+\frac{1}{16}$$
$$= \frac{6+1}{16} = \frac{7}{16}$$

ఉదా. (4) తీసివేత చేయండి.

$\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$

రెండు భిన్నాలకు 8 ని సమాన హారం చేద్దాం.

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{8} = \frac{3\times2}{4\times2}-\frac{5}{8}$$
$$= \frac{6}{8}-\frac{5}{8}$$
$$= \frac{6-5}{8}$$
$$= \frac{1}{8}$$

ఉదా. (5) తీసివేత చేయండి.

$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$

హారాల అతి చిన్న సమాన గుణిజం 15.

కనుక భిన్నాల హారం 15 చేద్దాం.

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3} = \frac{4\times3}{5\times3}-\frac{2\times5}{3\times5}$$
$$= \frac{12}{15}-\frac{10}{15}$$
$$= \frac{12-10}{15}$$
$$= \frac{2}{15}$$

అభ్యాసం 22

1. కూడిక చేయండి.

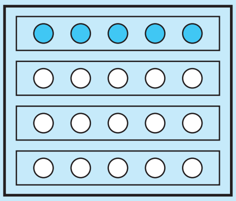
(1) $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ (2) $\frac{2}{21}+\frac{3}{7}$ (3) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{7}+\frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{9}+\frac{3}{5}$

2. తీసివేత చేయండి.

(1) $\frac{3}{10}-\frac{1}{20}$ (2) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{6}{14}-\frac{2}{7}$ (4) $\frac{4}{6}-\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{7}-\frac{1}{4}$

❐ సమూహానికి చెందిన భిన్నాలు మరియు భిన్నాల గుణిజాలు : చిత్రారూప సమాచారమునుండి తెలుసుకొనుట.

✦ 20 బిందీల సమూహంలో $\frac{1}{4}$



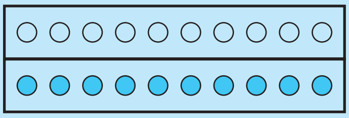
20 లో $\frac{1}{4} = 5$

$20 \div 4 = 5$

✦ 20 బిందీల సమూహంలో $\frac{1}{2}$

20 లో $\frac{1}{2}$ అంటే 10

$20 \div 2 = 10$

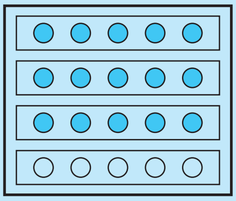


✦ 20 బిందీల సమూహంలో $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

20 లో $\frac{3}{4}$ అంటే 20 లో $\frac{1}{4}$ వంటివి 3 భాగాలు అంటే 15 బిందీలు

$20 \div 4 = 5,\ 5 \times 3 = 15$



✦ 5 కు రెట్టింపు 10

5 బంతులు 2 వరుసలు

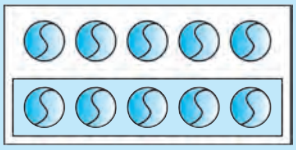
$5 \times 2 = 10$

5 కు రెట్టింపు 10

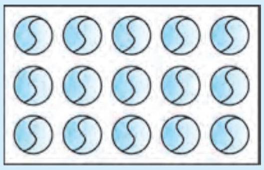
✦ 10 లో $\frac{1}{2}$ వంతు

10 యొక్క $\frac{1}{2} = 5$

10 లో $\frac{1}{2}$ వంతు = 5



✦ 5 కు 3 రెట్లు



మొత్తం బంతులు 15

5 కు 3 రెట్లు 15

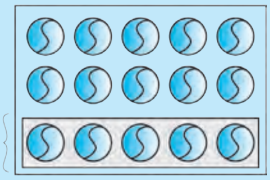
అంటే $5 \times 3 = 15$

✦ 15 లో $\frac{1}{3}$ వంతు

15 లో $\frac{1}{3}$ వంతు

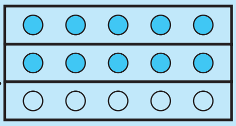
అంటే $15 \times \frac{1}{3} = 5$

$15 \div 3 = 5$



✦ 15 లో $\frac{2}{3}$ వంతు

15 లో $\frac{2}{3}$ వంతులు చేయడమంటె 15 లో $\frac{1}{3}$ వంతు చేసి దానిని రెట్టింపు చేయుటయే.



- మీనా వద్ద 5 రూపాయలున్నాయి. ఆమె వద్దనున్న రూపాయలకు రెట్టింపు రూపాయలు టీనా వద్ద ఉన్నాయి. అంటే టీనా వద్దనున్న రూపాయలు $5 \times 2 = 10$. మీనా దగ్గర టీనా యొక్క సగం రెట్లు అంటే 10 కి $\frac{1}{2}$ రెట్లు రూపాయలున్నాయి. అంటే 5 రూపాయలున్నాయి.

- రాముకు 20 కి.మీ. దూరం పోవలసి యుండెను. ఆ దూరంలో $\frac{4}{5}$ వంతులు అతడు మోటారు కారులో ప్రయాణించెను. అయితే అతడెన్ని కిలోమీటర్ల దూరం ప్రయాణించెను?

  20 కిలోమీటర్లకు $\frac{4}{5}$ వంతులు అంటే $20 \times \frac{4}{5}$ అంటేనే 20 లో $\frac{1}{5}$ వంతు చేసిదాన్ని 4 రెట్లు చేయడం.

  20 లో $\frac{1}{5} = 4$, దీనికి 4 రెట్లు అంటే $4 \times 4 = 16$.

  దీనిని బట్టి $20 \times \frac{4}{5} = 16$.

  రాము 16 కి.మీ. దూరం మోటారు కారులో ప్రయాణించెను.

అభ్యాసం 23

1. కింది ప్రతి సమూహంలో $\frac{1}{3}$ అంటే ఎంత?

(1) 15 పెన్సిళ్ళు (2) 21 బెలూన్లు (3) 9 మంది పిల్లలు (4) 18 పుస్తకాలు

2. కింద ఇచ్చిన ప్రతి దానిలో $\frac{1}{5}$ అంటే ఎంత ?

(1) 20 రూపాయలు (2) 30 కి.మీ. (3) 15 లీటర్లు (4) 25 సెం.మీ.

3. కింది సంఖ్యలలో ఇచ్చిన భిన్నాలంత భాగం కనుక్కోండి.

(1) 30 లో $\frac{2}{3}$ (2) 22 లో $\frac{7}{11}$ (3) 64 లో $\frac{3}{8}$ (4) 65 లో $\frac{5}{13}$

మిశ్రమభిన్నాలు

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

మూడు వృత్తాలలో ప్రతి వృత్తం యొక్క అర్ధభాగం రంగు వేసి ఉంది. అంటే ప్రతి ఒక వృత్తంలో $\frac{1}{2}$ భాగం, ఇలా 3 భాగాలకు రంగు వేసి ఉంది.

రంగు వేసిన భాగం $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ అంటే $1 + \frac{1}{2}$ లేదా $\frac{3}{2}$.

$1 + \frac{1}{2}$ ను సంక్షిప్తంగా $1\frac{1}{2}$ అని రాస్తారు. $1\frac{1}{2}$ ను "ఒకటి పూర్ణాంకం, ఒకటి భిన్నం రెండు" అని చదువుతారు.

$1\frac{1}{2}$ భిన్నంలో 1 పూర్ణాంక భాగం, $\frac{1}{2}$ భిన్నపు భాగం. కనుక ఇలాంటి భిన్నాన్ని పూర్ణాంకయుక్త భిన్నం లేక మిశ్రమ భిన్నం అంటారు. $2\frac{1}{4}$, $3\frac{2}{5}$, $7\frac{4}{9}$ లు మిశ్రమ భిన్నాలు.

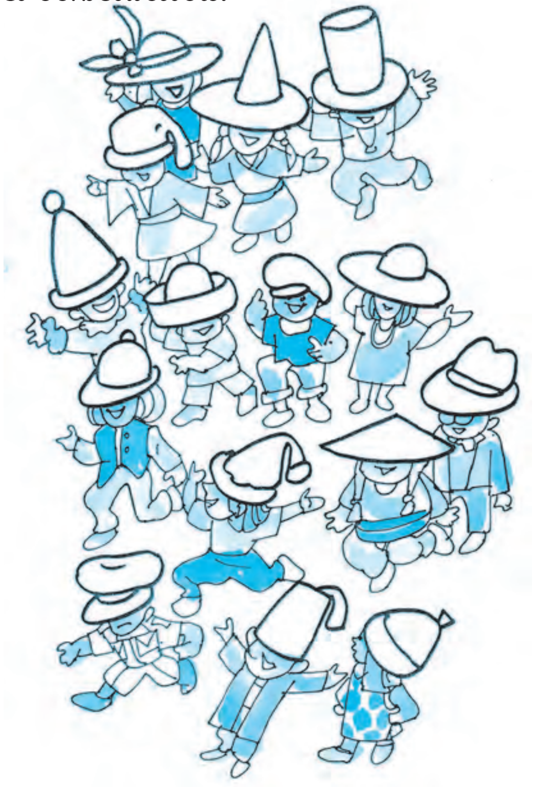
ఏ భిన్నం యొక్క లవం, హారం కంటే పెద్దదిగా ఉంటుందో ఆ భిన్నాన్ని అపక్రమ భిన్నం అంటారు.

$\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$ అనునది అపక్రమ భిన్నం. అపక్రమభిన్నాన్ని మిశ్రమభిన్నంలోకి మార్చవచ్చు.

ఉదా., $\frac{3}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

ఉపక్రమం

1. టోపీలకు రంగులువేయండి.



పక్క పటంలోని

$\frac{1}{3}$ టోపీలకు ఎరుపు రంగు వేయండి.

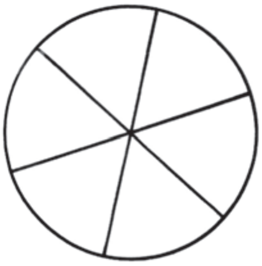
$\frac{3}{5}$ టోపీలకు నీలి రంగు వేయండి.

నీవు ఎరుపు రంగు వేసిన టోపీలెన్ని?

నీవు నీలి రంగువేసిన టోపీలెన్ని?

ఎన్ని టోపీలకు రంగు వేయాల్సి ఉంది?

2. మ్యాజిక్ బొంగరం తయారు చేయండి.



తెల్లరంగు కార్డుబోర్డుతో చేసిన ఒక వృత్తాకారపు బిళ్ళను తీసుకోండి. ఆ బిళ్ళపై, పటంలో చూపినట్లు 6 సమాన భాగాలు చేయండి.

ఆ భాగాలకు వరుసగా ఎరుపు, నారింజ, పసుపుపచ్చ, ఆకు పచ్చ, నీలి, ఊదా రంగులు వేయండి. వృత్తాకారపు బిళ్ళ కేంద్రం వద్ద రంధ్రం చేసి, దానిలో మొన గల పుల్లను గ్రుచ్చి పెట్టండి. మీ బొంగరం తయారైంది.

రంగు వేసిన ప్రతి ఒక భాగం బిళ్ళలో ఎంత భాగం?

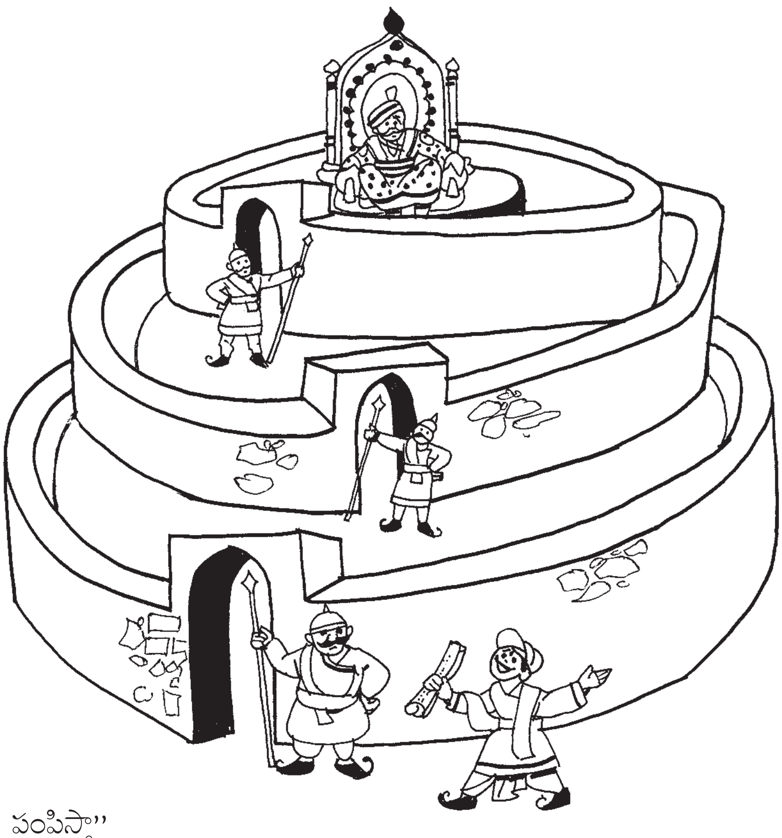
ఈ బొంగరాన్ని వేగంగా త్రిప్పండి. మీకు ఏ రంగు కన్పిస్తుంది?

కొంచెం నవ్వుదాం.

నందూ : నేను, అక్క, ఒకటిన్నర తెలివైనవాళ్ళం. అంటే మేమిద్దరం కలిసి ముగ్గరం అయ్యాం కదా? అయితే మా ముగ్గురికి కలిసి మూడు చాక్లేట్లు కావాలి. అని తాతయ్య అన్నాడు.

అమ్మ : ఇద్దరి తెలివి ముగ్గురితో సమానం అయినచో మీరు మాత్రం రెండేకదా.

తెలివైన కవి:



ఒక సాహిత్యాభిమానియైన రాజుండెను. ఆ రాజు ఉత్తమ కవితను కనగానే ఆనందించి బహుమానంలొసగునని ఒక కవికి బాగా తెలుసు. ఒక నాడు ఆ కవికి మంచి కవిత గుర్తుకొచ్చింది. దాన్ని రాజుకు చూపిస్తే మంచి బహుమానం ఏదైనా దొరుకుతుందేమో చూద్దాం అనుకొని రాజభవనం దగ్గరకు వెళ్ళాడు. కాని రాజును దర్శించుకోవడం అంత సులభంకాదు. మార్గంలో వేర్వేరు ద్వార పాలకులు అడ్డుపడ్డారు. ఎందుకోసం వెళ్తున్నావని మొదటిద్వారపాలకుడు అడిగాడు. కవి తాను వెళ్తున్నకారణాన్ని తెలిపాడు. రాజు నుండి బహుమానం లభించే అవకాశాన్ని గమనించిన ఆ ద్వారపాలకుడు "నాకు బహుమానంలో $\frac{1}{10}$ భాగం ఇస్తానని ఒప్పుకుంటేనే లోనికి పంపిస్తా" నని అన్నాడు. కవికి ఒప్పుకోవలసి వచ్చింది. రెండో ద్వార పాలకుడుకూడా అడ్డగించాడు.

"నాకు బహుమానంలో $\frac{2}{5}$ భాగం ఇస్తానంటేనే లోనికి పంపిస్తాను అన్నాడు. మూడో ద్వారపాలకుడు గూడా లోభియే. "బహుమానంలో $\frac{1}{4}$ భాగం నాకు ఇస్తానంటేనే లోపలికి పంపిస్తా"నన్నాడు. ఇపుడు రాజభవనం ఎదురుగానే ఉంది. కవి ద్వారపాలకునితో "పావుకాదు నీకు అర్ధభాగం ఇస్తాను అన్నాడు." దానికి ద్వారపాలకుడు సంతోషంతో సరే! వెళ్లమన్నాడు.

రాజుకు అతని కవిత్వం నచ్చింది. రాజు ఏమి "బహుమానం కావాలి అని అడిగాడు. అప్పుడాకవి "దయచేసి నాకు బహుమానంగా 100 కొరడా దెబ్బలు ఇప్పించండి అన్నాడు. రాజుగారికి చాలా ఆశర్యమనిపించింది. "నీకేమైనా పిచ్చిపట్టిందా? దెబ్బలను కావాలని కోరేవాణ్ణి ఇంతవరకు ఎవరిని చూడలేదు" అన్నాడు. అపుడు కవి "దీని కారణం తెలుసుకోవాలంటే ద్వారపాలకులను ముగ్గురిని పిలవండి అని అన్నాడు. ద్వారపాలకులు రాగానే కవి రాజుతో మీరు నాకు 100 కొరడా దెబ్బలు బహుమానంగా ఇస్తానన్నారు కదా? అందులో వీరు కూడా భాగస్తులే. ప్రతి ఒక్కరు ముందుగానే బహుమానంలో వారి వారి వాటా నిర్ణయించుకొన్నారు.

మొదటి ద్వారపాలకునికి బహుమానంలో $\frac{1}{10}$ అంటే ______ కొరడా దెబ్బలు, రెండో వాడికి $\frac{2}{5}$ అంటే ______ ఇక మూడో వాడికి అర్ధబహుమానం అంటే ______ కొరడా దెబ్బలు అని వాటాలు ఒప్పందం చేసుకున్నారు."

ద్వారపాలకుల దురాశ మరియు కవి యొక్క చాతుర్యమును రాజు గ్రహించాడు. రాజు ద్వారపాలకులకు వాళ్ళ వాటా ప్రకారం కొరడా దెబ్బలు కొట్టించాడు. మంచి కవితను రాసినందుకు కవికి బహమానం ఇచ్చాడు. అంతేగాకుండా ద్వారపాలకుల దురాశను దృష్టికి తెచ్చినందుకు మరొక 100 నాణెములు కవికి బహుమానంగా ఇచ్చాడు.

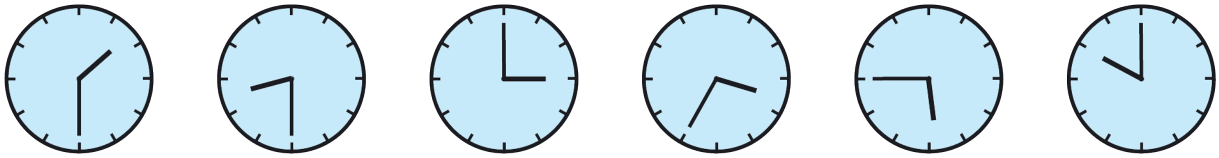
రాజు కవిలోని ఏ చాతుర్యాన్ని గ్రహించాడో మీరు ఆలోచించి చెప్పండి.

6. కోణం

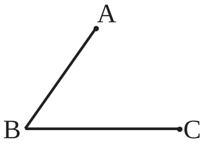
❒ పునశ్చరణ

ఇది లంబకోణం	ఇది అల్పకోణం	ఇది అధిక కోణం

కింద ఇచ్చిన గడియారాల పటాలను చూడండి. వాటి ముల్లుల మధ్య కోణం, లంబకోణమా, అల్పకోణమా, అధికకోణమా గుర్తించి రాయండి.



❒ కోణం భాగాలు మరియు కోణం పేరు



ఉపా. : రవి, పక్కన ఏ పటం ఉంది?

రవి : పక్కన కోణం పటం వుంది. సార్ కోణానికి పేరు ఉంటుందా?

ఉపా. : అవును, కోణంకు పేరు ఉంటుంది. పటంలో నీకు రేఖలు కన్పిస్తున్నాయా? వాటి పేర్లు చెప్పండి చూద్దాం.

రవి : అవును ఈ పటంలో BA , BC లను రెండు రేఖలున్నాయి.

ఉపా. : ఈ రెండు రేఖల మధ్య ఏ బిందువు ఉమ్మడిగా వుంది?

రవి : B బిందువు ఆ రెండు రేఖలకు ఉమ్మడిగా వుంది

ఉపా. : ఈ రెండు రేఖలు కలిసి కోణం తయారైంది. B అనే ఉమ్మడి బిందువును ఈ కోణం యొక్క శీర్షబిందువు అంటారు. BA , BC లను ఆ కోణం యొక్క బహువులు లేక భుజములు అంటారు.

రవి : సార్, మరి కోణం పేరు ఎలా చెప్పాలి?

ఉపా. : ఇదిగో చూడు రవి, కోణం పేరు మూడక్షరాలలో చెప్పడం జరుగుతుంది. ఆ మూడు అక్షరాలలో మధ్య అక్షరం కోణం యొక్క శీర్షబిందువును తెలుపుతుంది.

రవి : అంటే కోణం పేరు ABC, ఇలాగే కదా?

ఉపా. : కోణం పేరు చెప్పేటప్పుడు 'కోణం ABC' అని చెప్తారు.

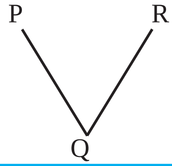
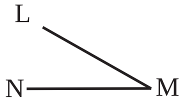
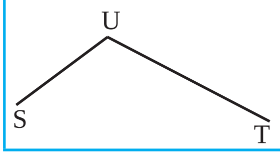
రవి : 'కోణం ABC' అని చెప్పకుండా "CBA' అని చెప్పినా సరిపోతుందా?

R5BY4T

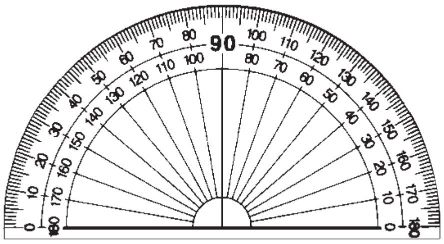
ఉపా. : అవును, అది చెప్పినా సరే, 'కోణం ABC' లేక 'కోణం CBA'ఇలా రెండు విధాలా కోణాల పేర్లు చెబుతారు. 'కోణం' అను పదానికి '∠' అను గుర్తును వాడుతారు. ఈ గుర్తును వాడి 'కోణం ABC' ని '∠ABC' అని రాస్తారు.

అభ్యాసం 24

కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

పటం	కోణం పేరు	కోణం శీర్షబిందువు	కోణం భుజాలు
	'∠PQR' లేక '∠RQP'	Q	భుజం QP, భుజం QR
			
			

కోణమానిని యొక్క పరిచయం



ఇచ్చిన కోణమును కొలవడానికి ఇచ్చిన కొలతల కోణం గీయడానికి కంపాస్ పెట్టెలోని 'కోణమానిని' అను పరికరాన్ని వాడుతాం.

పక్కన ఇచ్చిన పటం 'కోణమానిదే'.

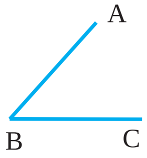
కోణమానిని అర్ధవృత్తాకారంలో ఉంటుంది. కోణమానిని యొక్క అర్ధవృత్తాకారపు అంచును 180 సమాన భాగాలు చేసి ఉంటాయి. ప్రతి ఒక భాగాన్ని ఒక డిగ్రీ అంటారు. 'ఒక డిగ్రీ' గుర్తును వాడి '1°' అని రాస్తారు.

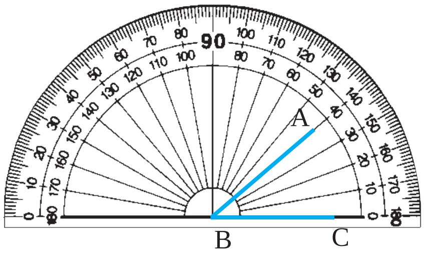
కోణమానిని పైభాగాలు అంటే డిగ్రీలను రెండు విధాలుగా రాస్తారు. వాటిలో ఒక దాని ప్రకారం 0, 10, 20, 30, ..., 180 అను భాగాలను సూచించే సంఖ్యల గుర్తులు, గడియారం ముల్లులకు వ్యతిరేక దిశలో అనగా కుడినుండి ఎడమకు క్రమంగా చేసి ఉంటాయి. మరొక విధంలో 0, 10, 20, 30, ..., 180 ఈ భాగాలను సూచించే సంఖ్యల గుర్తులు గడియారం ముల్లు వ్యతిరేక దిశలో అంటే ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా చేసి ఉంటాయి.

కోణమానిని ఏ వృత్తం యొక్క అర్ధభాగమువునో ఆ వృత్తం కేంద్రమే కోణమానిని కేంద్రం అంటారు మరియు దాని వ్యాసాన్ని కోణమానిని సందర్భ రేఖ/ తలమురేఖ/సున్నా-సున్నా రేఖ అంటారు.

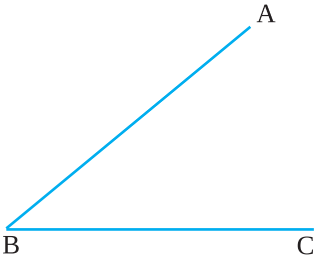
❒ కోణాన్ని కొలుచుట

కోణమానిని సహాయంతో పక్కనిచ్చిన ∠ABC ఎట్లు కొలవాలో చూద్దాం.



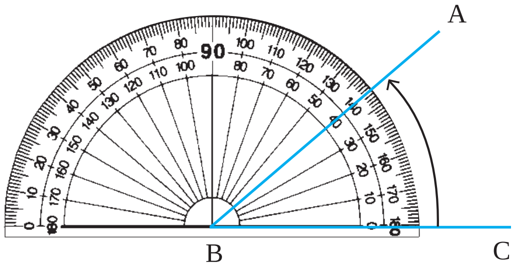


1. మొదట కోణమానిని కేంద్రబిందువును కోణం యొక్క శీర్షం B పై ఉంచండి. కోణమానిని సందర్భరేఖను భుజం BC పై ఏకీభవించునట్లు ఉంచండి. కోణం భుజాలు కోణమానిని గుర్తులవరకు రాలేదు.



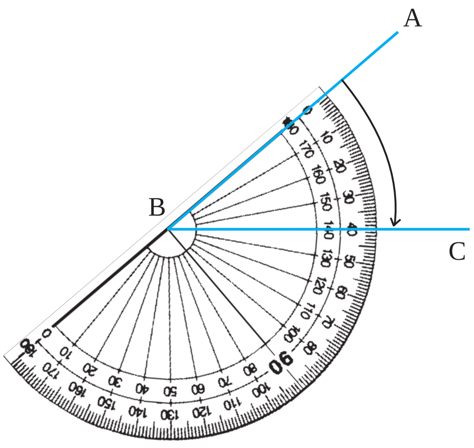
2. అట్టి సమయంలో కోణమానిని ప్రక్కకు జరిపి భుజాలను కావలసినంత పొడిగించండి.

   భుజాలను పొడిగించడంవల్ల కోణం కొలత మారదు.



3. కోణం యొక్క శీర్షానికి ఏ వైపున కోణం భుజం ఉంటుందో, ఆ భుజం దగ్గరి సున్నా గుర్తునుంచి కోణాన్ని కొలుస్తారు. ఇచట కోణం యొక్క BC భుజం, B శీర్షానికి కుడివైపుంది. కనుక B బిందువుకు కుడివైపున్న '0' నుంచి క్రమంగా పెరుగుతూ పోయేడి కోణమానిని మీది గుర్తులను చూడండి. కోణం రెండో భుజం BA కోణమానిని మీది ఏ గుర్తుతో ఏకీభవిస్తుందో చూడండి. ఆ గుర్తుమీది సంఖ్యను చూడండి. ఈ సంఖ్యనే కోణం కొలత అవుతుంది. పటంలోని ∠ABC కొలత 40°.

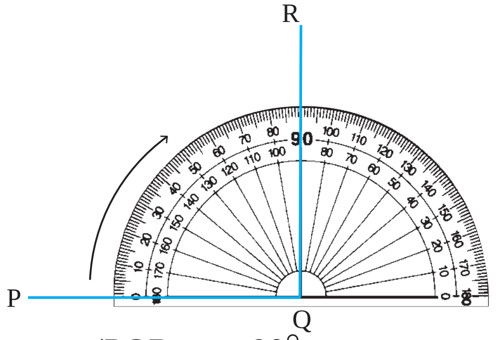
ఇదే ∠ABC ని, ఆ కోణం పై మనం కోణమానిని వేరే విధంగా ఉంచి గూడా కొలవవచ్చు.



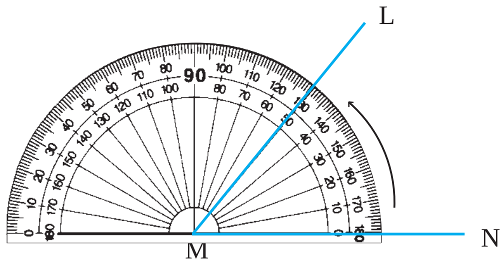
1. మొదట కోణమానిని కేంద్రంను, కోణం యొక్క శీర్షం B పై ఉంచండి. కోణమానిని సందర్భరేఖను భుజం BA పై ఏకీభవించేలా ఉంచండి.
2. భుజం BA పై కోణమానిని సందర్భరేఖ మీది 0 గుర్తును చూడండి. A బిందువు దగ్గరి 0 నుంచి క్రమంగా పెరుగుతూ పోయేడి కోణమానిని మీది గుర్తులను చూడండి. కోణం రెండో భుజం BC కోణమానిని మీది ఏ గుర్తుతో ఏకీభవిస్తుందో చూడండి. ఆ గుర్తుమీది సంఖ్యను చదవండి.

   ఇచట గూడా ∠ABC కొలత అంతే, అంటే 40° ఉంటుందని గమనించండి.

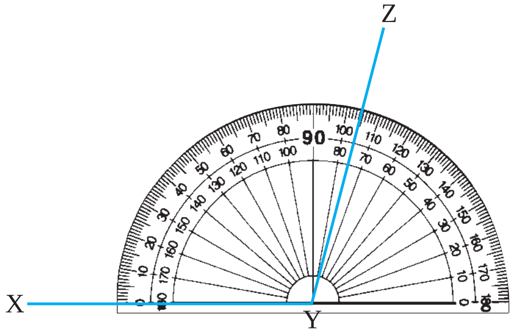
✤ కోణమానిని సహాయంతో కింది కోణాలు ఎలా కొలిచారో చూడండి.



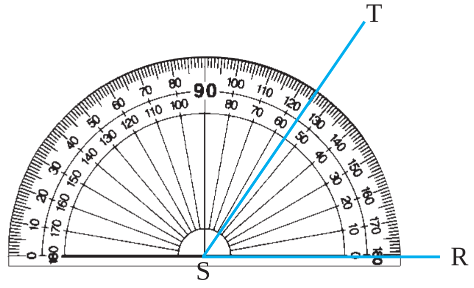
∠PQR కొలత 90°



∠LMN కొలత 50°



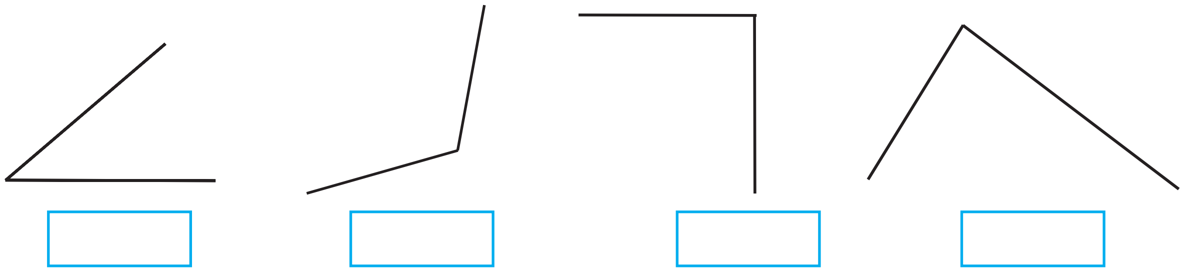
∠XYZ కొలత 105°



∠RST కొలత 55°

అభ్యాసం 25

కింద ఇచ్చిన కోణాలను కొలవండి. వాటి కొలతను ఆ కోణం కింద రాయండి.



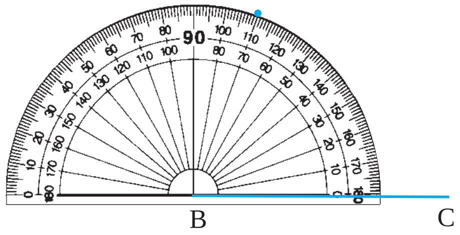
❒ ఇచ్చిన కొలతగల కోణం గీయండి.

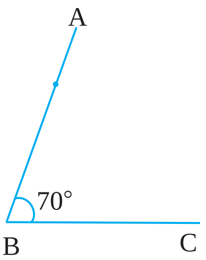
ఉదా. 70° కొలతగల ∠ABC గీయండి.

∠ABC లో B అనేది శీర్షం. BA మరియు రేఖ BC లు కోణం యొక్క భుజాలు.

1. మొదట స్కేలు సహాయంతో భుజం BC ని గీయండి.
2. B శీర్షం కనుక ఈ బిందువు వద్ద 70° ల కొలతగల కోణం గీయవలసి ఉంది.

   కోణమానిని కేంద్రం బిందువు B పై ఉంచండి. కోణమానిని సందర్భ రేఖ భుజం BC తో ఏకీభవించునట్లు ఉంచండి. బిందువు C వైపున్న 0° నుండి క్రమంగా పెరుగుతు పోయే సంఖ్యలను చూడండి. 70° గుర్తు దగ్గర పెన్సిలుతో బిందువును గుర్తించి కోణమానిని తీసేయండి.



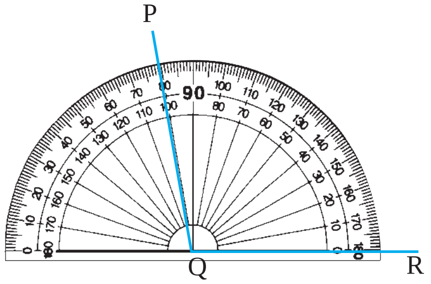


బిందువు B నుండి 70° గుర్తువద్ద గుర్తించిన బిందువుగుండా గీత గీయండి. గీతకు వేరే చివరకు A అని పేరు పెట్టండి.

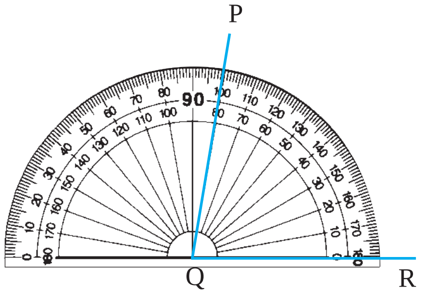
∠ABC కొలత 70°.

✤ రాహుల్ మరియు సాయలీ, వీరు 80° ల కొలతగల ∠PQR అను కింది విధంగా గీస్తారు.

రాహుల్ గీసిన కోణం



సాయలీ గీసిన కోణం



ఉపా. : రాహుల్ మరియు సాయలీ గీసిన కోణాలు సరిగానున్నాయా?

సారిక : సార్, రాహుల్ గీసిన కోణంలో తప్పుంది. సాయలీ గీసిన కోణం సరిగానుంది.

ఉపా. : రాహుల్ చేసిన పొరపాటు ఏమిటి?

రాహుల్ : నేను ఎడమనుండి10, 20, 30,... ఇలా లెక్కిస్తు పోయి కోణం యొక్క భుజం 80 మీదుగా గీసాను.

ఉపా. : రాహుల్ ఎడమ వైపునుండి కోణం కొలిచాడు. Q శీర్షానికి ఎడమవైపున సందర్భరేఖ కింద కోణం యొక్క భుజమేలేదు. ఆ భుజం Q కు కుడివైపునుంది. కనుక R బిందువు వైపు అంటే Q కు కుడివైపునుండి లెక్కించి 80° వద్ద అతను గుర్తించవలసింది.

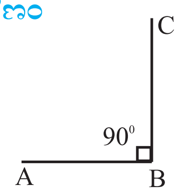
అభ్యాసం 26

కోణమానిని ఉపయోగించి కింది కొలతలు గల కోణాలను గీయండి. వాటికి పేర్లు పెట్టండి.

(1) 60° (2) 120° (3) 90° (4) 150° (5) 30° (6) 165° (7) 45°

కోణం రకాలు

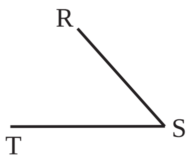
లంబం కోణం



∠ABC లంబకోణం.

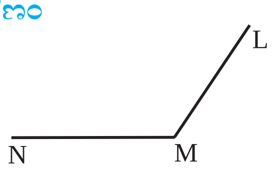
90° కొలతగల కోణంను లంబకోణం అంటారు.

అల్పకోణం



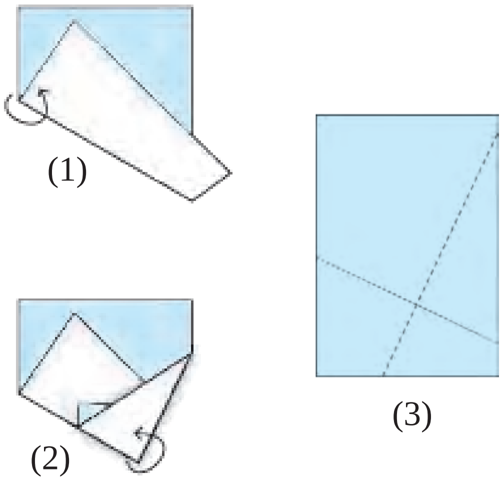
∠RST కొలత 90° కంటే అనగా లంబకోణం కంటే తక్కువగా వుంది. **లంబకోణం కంటె తక్కువ కొలతగల కోణాన్ని అల్ప కోణం అంటారు.** ∠RST అల్ప కోణం.

అధిక కోణం



∠LMN కొలత 90° కంటే అనగా లంబకోణం కంటే ఎక్కువగా వుంది. **లంబకోణం కంటె ఎక్కువ కొలత గల కోణాన్ని అధిక కోణం అంటారు.** ∠LMN అధిక కోణం.

ఉపక్రమం : మడత పద్ధతిలో లంబకోణం



(1) (2) (3)

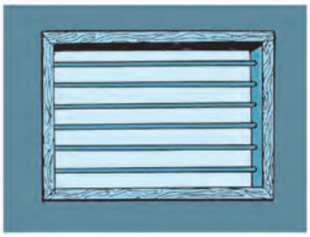
(1) ఒక కాగితంను తీసుకోండి. కాగితాన్ని సాధారణంగా మధ్యన ఒక మడత మడవండి.

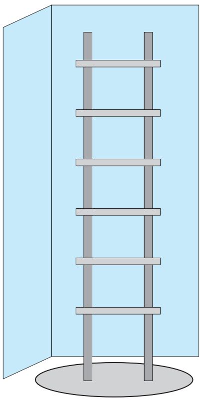
(2) పటంలో చూపిన విధంగా మడతపై ఒక బిందువు వద్ద ఇంకో మడత చేయండి.

(3) ఇపుడు కాగితాన్ని విప్పండి. మొత్తం రెండు గీతలు (మడతలు) కనిపిస్తాయి.
ఈ రెండు గీతల మధ్య కోణం లంబకోణం అవుతుంది. ఈ కోణం కొలత 90° ఉంటుందని కోణమానినితో కొలిచి సరిచూడండి.

❒ సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు

❒ సమాంతర రేఖలు



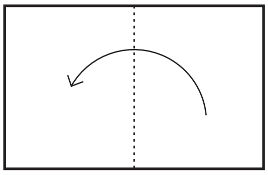


పటంలో **కిటకీలోని ఊచలు** పరస్పరం **సమాంతరంగా** ఉన్నాయి.

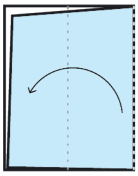
పటంలో **నిచ్చెన మెట్లు** పరస్పరం **సమాంతరంగా** ఉన్నాయి.

నిచ్చెన యొక్క నిలువు **భుజాలు** పరస్పరం **సమాంతరంగా** ఉన్నాయి.

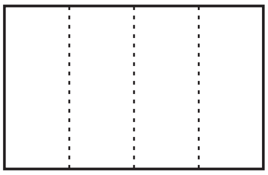
1. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు కాగితం తీసుకోండి.



2. ఆ కాగితాన్ని దాని అంచు ఎదుటి అంచుతో ఏకీభవించునట్లు మడవండి.



3. అదే విధంగా ఇంకో మడత మడవండి.

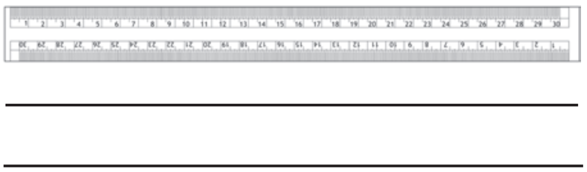


4. ఆ తరువాత మడతను విప్పండి. కాగితంపై కన్పించే మడతల రేఖలు పెన్సిలుతో గీయండి.

పెన్సిలుతో గీసిన రేఖలు పరస్పరం సమాంతరం.

పక్కన పటంలో చూపిన రేఖలు ఒకే పొడవు లేకున్నను, ఆ రేఖలు **సమాంతరంగా** ఉన్నాయి.

సమాంతర రేఖలు ఏవైపునైనా, ఎంత పొడిగించినా ఒక దానితో నొకటి కలుసుకోవు.

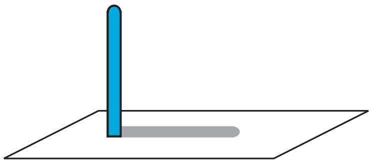


పటంలో చూపినట్లు ఒక స్కేలును తీసుకోండి. స్కేలు ఇరువైపుల స్కేలు అంచుల వెంబడి పెన్సిలుతో రేఖలు గీయండి. స్కేలును పక్కకు తొలగించండి. ఈ రేఖలు ఒక దానికొకటి సమాంతరాలు.

ఈ విధంగా దీర్ఘచతురస్రాకారపు వస్తువుల సహాయంతో సమాంతర రేఖలు గీయవచ్చు.

❐ లంబరేఖ

నేలపై నిటారుగా నిలిచివున్న అనేక వస్తువులను మనం చూస్తాం. అ ఆ వస్తువులు వాటి ఛాయ (నీడ) లతో లంబకోణం చేస్తాయి.

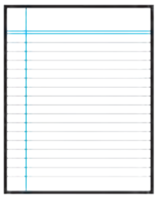


ఉదాహరణకు, నిటారుగా నిల్చియున్న స్తంభం, మరియు నేలపై దాని నీడల మధ్య కోణం 90° అంటే లంబకోణం ఉంటుంది. అదే విధంగా నల్లబల్ల యొక్క పక్కపక్కనగల భుజాలు, పుస్తకం యొక్క ప్రక్కప్రక్కన గల భుజాలు మధ్యకూడా 90° ఉంటుంది.

ఎప్పుడైతే రెండు రేఖలు ఒక దానితో నొకటి 90° కోణాన్ని ఏర్పరుచుతాయో అప్పుడారేఖలు ఒకదాని కొకటి లంబంగా ఉన్నాయంటారు.

నోటుపుస్తకం పక్కపక్క భుజాల మధ్య కోణాన్ని కొలచి చూడండి.

అది లంబకోణం కనుక నోటుపుస్తకం పక్కపక్కన గల భుజాలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయి.



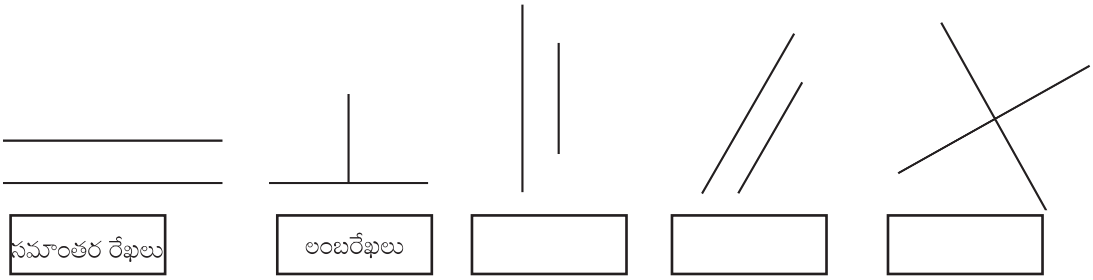
పక్క పటంలోని నోటుపుస్తకం యందలి కాగితంను చూడండి. కాగితంపై అడ్డుగీతలు సమాంతరంగా యుంటే, దాని మార్జిన్ నిలువు రేఖ, అడ్డ రేఖలతో లంబకోణం ఏర్పరుస్తుంది. కనుక ఆ రేఖ అడ్డ రేఖలకు లంబంగా ఉంటుంది.

అభ్యాసం 27

1. మీ చుట్టు ప్రక్కల కనిపించే సమాంతర రేఖలకు రెండు ఉదాహరణలు చెప్పండి.

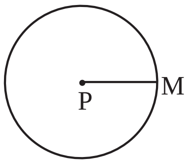
2. మీ పరిసరాలలో కనిపించే లంబరేఖల ఉదాహరణలు రెండింటిని చెప్పండి.

3. కింది పటాలను చూడండి. ప్రతి ఒక్క పటంలో ఇచ్చిన రేఖలు ఒక దాని కొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయో లేక లంబంగా ఉన్నాయో నిర్ణయించి, వాటి కింద గళ్ళలో రాయండి.

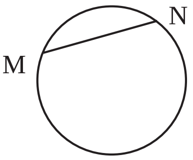


7. వృత్తం

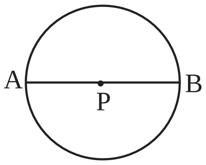
వ్యాసార్థం, జ్యా, వ్యాసం



1. వృత్తం యొక్క కేంద్రం, వృత్తం మీది బిందువును కలిపే రేఖనే వృత్తం యొక్క **వ్యాసార్థం** అంటారు. పటంలో P వృత్తకేంద్రంగా వుండి, M వృత్తం మీది బిందువు, రేఖ PM ను వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం అంటారు. ఒక వృత్తానికి అనేక వ్యాసార్థాలు ఉంటాయి. ఆ వ్యాసార్థాలన్నింటి పొడవులు సమానంగా ఉంటాయి.

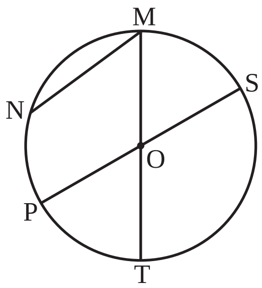


2. వృత్తం మీది ఏవైనా రెండు బిందువులను కలిపే రేఖను వృత్తం యొక్క **జ్యా** అంటారు. పటంలో M, N లు వృత్తం మీది బిందువులు. రేఖ MN ను వృత్తం యొక్క జ్యా అంటారు.



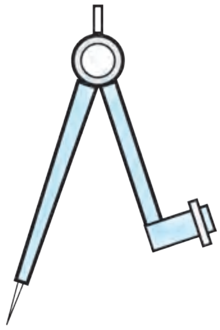
3. వృత్తం కేంద్రం నుండి పోయేడి జ్యా ను వృత్తం యొక్క **వ్యాసం** అంటారు. పటంలో జ్యా AB పైన వృత్త కేంద్రం P ఉంది. కనుక జ్యా AB వృత్తానికి వ్యాసం గూడా అవుతుంది. ఒక వృత్తానికి అనేక జ్యాలు, అనేక వ్యాసాలు ఉంటాయి.

- కింది పటంలో వృత్తం కేంద్రం O. పటంలో ఇంకా కొన్ని బిందువులు, రేఖలు చూపబడినాయి. ఈ వృత్తంలో వ్యాసార్థం, వ్యాసం, జ్యాలను గుర్తించి వాటి పేర్లను రాయండి.



వ్యాసార్థం	
వ్యాసం	
జ్యా	

వృత్తం గీయండి.

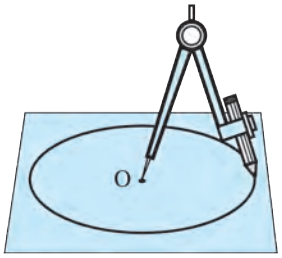


వృత్తాన్ని గీయుటకు వృత్తలేఖిని (లేదా కంపాస్) అను పరికరాన్ని ఉపయోగిస్తారు. వృత్తలేఖినికి ఒక భుజం చివరన వాడియైన లోహపుమొన ఉంటుంది. రెండవ భుజం చివరన పెన్సిలును అమర్చెడి సౌకర్యం ఉంటుంది వృత్తలేఖినికి తగినంత పొడవు గల పెన్సిలును అమర్చుతారు.

R5KU6G

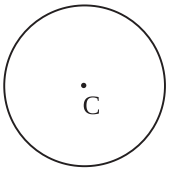
❐ వృత్తలేఖిని సహాయంతో వృత్తాన్ని గీసే కృత్యం.

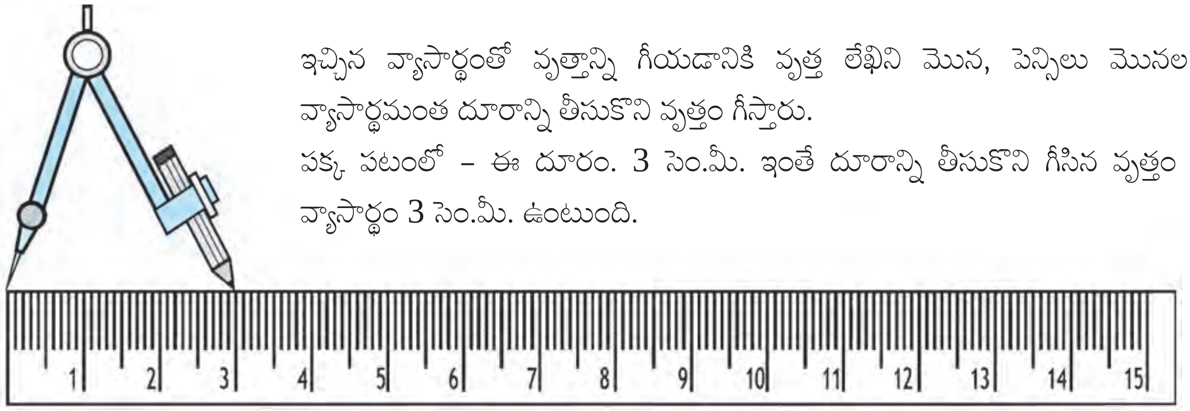
- ముందుగా వృత్తలేఖినికి పెన్సిలును అమర్చండి. వృత్తలేఖిని లోహపుమొనను, పెన్సిలు మొనను చిత్రంలో చూపినట్లు దగ్గరకు అమర్చి సరిచూడండి.



- లోహపు మొన, పెన్సిలు మొనల మధ్య తగినంత దూరం తీసుకోండి.
- కాగితంపై సరైన చోట ఒక బిందువు తీసుకోండి.
- ఆ బిందువుపై లోహపు మొనను స్థిరంగా ఉంచి పెన్సిలు మొనకు కాగితంపై త్రిప్పండి. పెన్సిలుతో తయారైన ఆకారం వృత్తం.

ఏ బిందువుపై లోహపు మొనను ఉంచుతామో, ఆ బిందువే వృత్తకేంద్రం అవుతుంది. పటంలో. బిందువు C వృత్త కేంద్రం.





ఇచ్చిన వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీయడానికి వృత్త లేఖిని మొన, పెన్సిలు మొనల మధ్య వ్యాసార్థమంత దూరాన్ని తీసుకొని వృత్తం గీస్తారు.
పక్క పటంలో – ఈ దూరం. 3 సెం.మీ. ఇంతే దూరాన్ని తీసుకొని గీసిన వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం 3 సెం.మీ. ఉంటుంది.

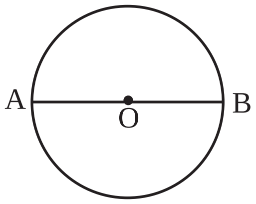
అభ్యాసం 28

1. కింద ఇచ్చిన వ్యాసార్థాలు గల వృత్తాలు గీయండి.

(1) 2 సెం.మీ. (2) 4 సెం.మీ. (3) 3 సెం.మీ.

2. ఏదైనా వ్యాసార్థంగల ఒక వృత్తం గీయండి. ఆ వృత్తానికి ఒక వ్యాసం, ఒక వ్యాసార్థం, ఒక జ్యా లను చూపండి.

❐ వ్యాసార్థం, వ్యాసంల మధ్య సంబంధం.



పక్క పటాన్ని పరిశీలించండి. కింది ప్రశ్నల ఆధారంగా ఆలోచించండి.

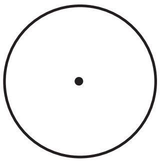
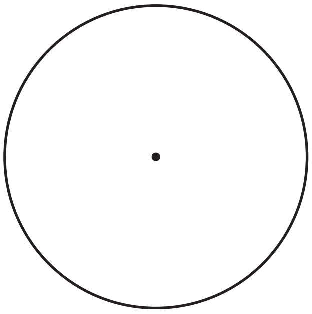
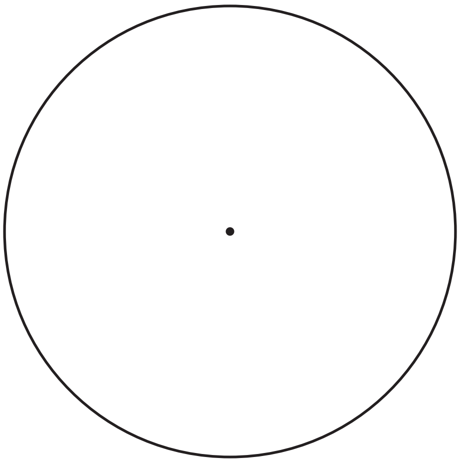
- పటంలోని వ్యాసార్థం ఏది?
- AB వ్యాసం ఎన్ని వ్యాసార్థాలచే కలిసి తయారైంది?
- ఈ వృత్తంలో ఒక వ్యాసార్థం పొడవు 3 సెం.మీ. అయితే వ్యాసం పొడవు ఎన్ని సెం.మీ. ఉంటుంది.
- వ్యాసం పొడవు వ్యాసార్థం పొడవుకు ఎన్ని రెట్లుంది?

వృత్తం యొక్క వ్యాసం పొడవు, వ్యాసార్థానికి రెట్టింపు ఉంటుంది.

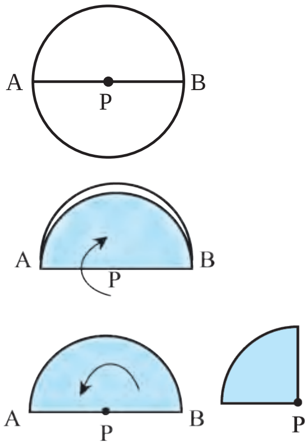
- ఇదే వృత్తంలో రేఖ CD అను మరొక వ్యాసాన్ని గీసినట్లయితే దాని పొడవు వ్యాసం AB యంతనే ఉంటుందా?

ఒక వృత్తం యొక్క వ్యాసములన్నింటి పొడవులు సమానం.

సరిచూడండి 1. : కింది వృత్తాల వ్యాసార్థాలు, వ్యాసాలు స్కేలుతో కొలచి వ్యాసార్థాలు, వ్యాసాల మధ్య సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

పటం			
వ్యాసార్థం	1 సెం.మీ.		
వ్యాసం	2 సెం.మీ.		

సరిచూడండి 2.



1. కాగితంపై ఒక వృత్తం గీసి, వృత్తాకార కాగితాన్ని కత్తిరించి తీసుకోండి.
2. వృత్తకేంద్రానికి P అని పేరు పెట్టండి.
3. వృత్తం యొక్క వ్యాసాన్ని గీసి దానికి AB అని పేరుపెట్టండి. PA మరియు PB లు వ్యాసార్థాలని గుర్తించండి.
4. పటంలో చూపినట్లు వ్యాసం AB గుండా వృత్తాకారపు కాగితాన్ని మడత చేయండి.
   తరువాత B బిందువు A బిందువుతో ఏకీభవించేలా P బిందువుపై మరొక మడత చేయండి. వ్యాసార్థం PA రేఖ PB లు ఒక దానితో నొకటి ఏకీభవించినట్లు అగుపిస్తాయి.

దీనిని బట్టి వృత్తం యొక్క ప్రతి వ్యాసార్థం వ్యాసం పొడవులో సగం ఉంటుందని తెలుస్తుంది.

అభ్యాసం 29

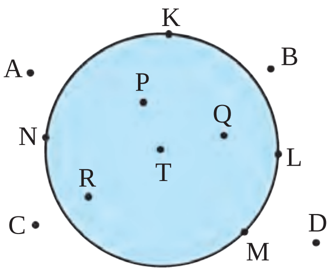
1. వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం 5 సెం.మీ. అయితే దాని వ్యాసం పొడవెంత?
2. వృత్తం యొక్క వ్యాసం 6 సెం.మీ. అయిన దాని వ్యాసార్థం ఎంత?

3. ఖాళీలను పూరించి పట్టికను పూర్తి చేయండి.

వ్యాసార్థం	4 సెం.మీ.		9 సెం.మీ.	
వ్యాసం		16 సెం.మీ.		22 సెం.మీ.

❒ వృత్తం అంతర్భాగం, బాహ్యభాగం

మనం మైదానంలో ఒక వృత్తం గీసి 'గుంటలో-తోటలో' అనే ఆటను ఆడుతుంటాం. ఈ ఆటలో వృత్తం లోపల నుండే పిల్లలను మనం గుంటలోని పిల్లలు అంటాం, వృత్తం బయటనుండే పిల్లలను తోటలోని పిల్లలు అంటాం.



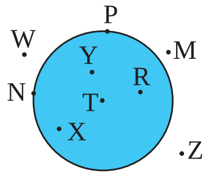
పక్క పటంలో T కేంద్రంగానున్న వృత్తంపైన K, L, M, N బిందువులున్నాయి.

వృత్తంలోపలి భాగాన్ని వృత్తంఅంతర్భాగం అంటారు. పక్క పటంలో రంగు చేసిన భాగం వృత్తం అంతర్భాగం. P, Q, R, T బిందువులు వృత్తం అంతర్భాగం నందలి బిందువులు.

వృత్తం బయటనున్న భాగాన్ని వృత్తం బాహ్యభాగం అంటారు. A, B, C, D బిందువులు వృత్తం బాహ్యభాగంలో నున్నాయి.

అభ్యాసం 30

పటంలో వృత్తం అంతర్భాగంలోని బిందువులు, బాహ్యభాగంలోని బిందువులు మరియు వృత్తం మీది బిందువుల పేర్లు పట్టికలో రాయండి.

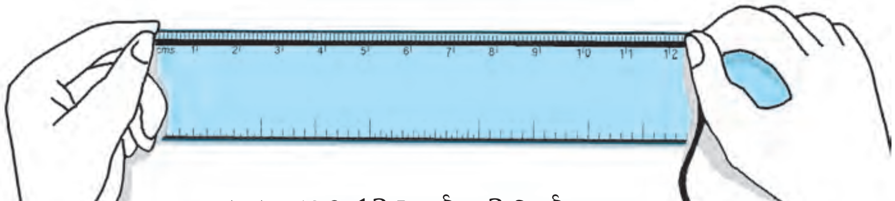
పటం	అంతర్భాగంలోని బిందువులు	బాహ్యభాగంలోని బిందువులు	వృత్తంమీది బిందువులు
			

❒ వృత్తం పరిధి

వృత్తాకారపు అంచుగల ఒక గిన్నెను తీసుకొండి.

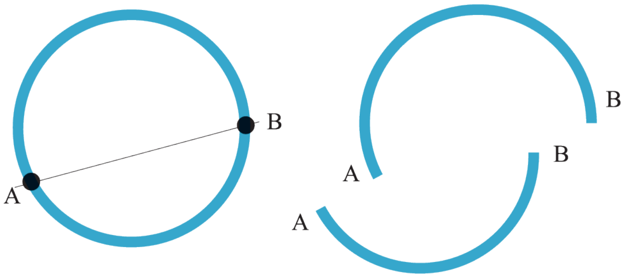
గిన్నె చుట్టు దారంతో ఒక చుట్టు చుట్టి దారపు వృత్తాన్ని తయారుచేయండి. చుట్టిన దారాన్ని పక్కకు పొడవుగా చేయండి.

స్కేలు సహాయంతో పొడవుగా చేసిన దారం పొడవును కొలవండి. కొలవగా వచ్చిన ఆ పొడవే దారంతో తయారైన వృత్తం పరిధి అవుతుంది.



వృత్తం పరిధి 12 సెం.మీ. 3 మి.మీ.

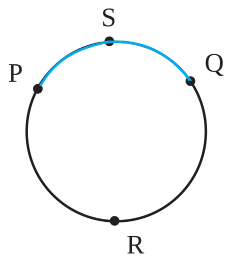
❒ వృత్తచాపం



పక్కన ఒక ప్లాస్టిక్ వృత్తాకారపు గాజు ఉంది.

ఈ గాజు A, B బిందువుల వద్ద పగిలింది గనుక పటంలో చూపినట్లు గాజు రెండు భాగాలవుతుంది.

ఈ ప్రతి భాగం ఒక **వృత్తంచాపం.**



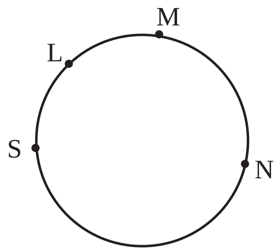
పక్క పటంలో వృత్తంపైన P, Q అను రెండు బిందువులున్నాయి. ఈ బిందువుల వల్ల వృత్తం రెండు భాగాలయింది. ఆ భాగాలలో ప్రతి భాగం ఒక వృత్తచాపం.

అంటే P, Q బిందువుల వల్ల రెండు చాపాలు తయారైనవి. P, Q బిందువులు ప్రతి చాపాల యొక్క చివరి బిందువులు.

తయారైన ఆ రెండు చాపాలలో చాపం PQ' అనిన అది ఏ చాపమో స్పష్టంగా తెలియడం లేదు. అది స్పష్టంగా తెలుపుటకై ప్రతి చాపం పై ఇంకొక బిందువును గుర్తించుతారు. ఆ బిందువులనువాడి చాపానికి మూడక్షరాల పేరు ఇస్తారు. పటంలో చాపం PSQ, చాపం PRQ అనే రెండు చాపాలున్నాయి.

అభ్యాసం 31

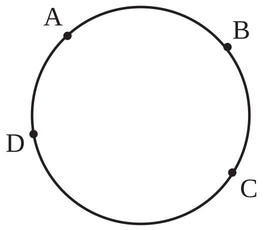
1. పక్క పటంలో వృత్తంపైన S, L, M, N బిందువులున్నాయి. పటం ఆధారంగా అడిగిన ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.



(1) ఏ చాపానికి S, M లు చివరి బిందువులు?

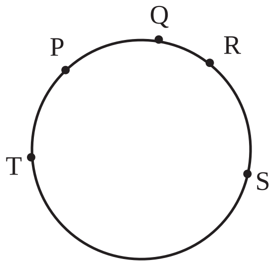
(2) ఏ చాపానికి L, N లు చివరి బిందువులు?

2.



పక్క వృత్తం పటంలో A, B, C, D బిందువులలో తయారగు చాపాల పేర్లు రాయండి.

3. పక్కనున్న వృత్తం పటంలో P, Q, R, S, T బిందువులతో తయారైన చాపాల పేర్లు రాయండి.



4. వివిధ వృత్తాకార వస్తువుల పరిధులను కొలవండి, రాయండి.
(పరిధిని కొలవడానికి కుట్టుపనికి వాడే టేపు అనుకూలంగా ఉంటుంది.)

✦✦✦

8. భాజ్యం మరియు భాజకం

అన్న : నా వద్ద 12 లడ్డూలున్నాయి. ఈ లడ్డూలను ఒక్కటి గూడా మిగుల్చకుండా పంచాలంటే, ఎన్నెన్ని లడ్డూలను సమూహాలుగా చేసి పంచాలి?

సంజు : పంచాలి అంటే భాగించాలి. ఒక లడ్డూ గూడా మిగులకూడదు అంటే శేషం 0 వస్తుంది.

అంజు : 2 వ ఎక్కంలో 12 వస్తుంది. అంటే రెండు రెండు లడ్డూల సమూహం చేయవచ్చు.

మంజు : 3 వ ఎక్కంలో 12 వస్తుంది. మూడు-మూడు లడ్డూల సమూహం చేయవచ్చు.

సాగర్ : నాలుగు-నాలుగు లడ్డూల సమూహం కూడా చేయవచ్చు.

అనిత : ఐదు-ఐదింటి లడ్డూల సమూహాలు చేయవచ్చు?

మంజు : లేదు, ఎందుకంటే 5 వ ఎక్కంలో 12 రాదు.

అంజు : ఆరు, పన్నెండులో పోతుంది. కనుక ఆరు-ఆరింటిని కూడా సమూహాలు చేయవచ్చు.

మంజు : 7, 8, 9, 10, 11 లడ్డూల సమూహాలు చేయ వీలుకాదు. ఎందుకనగా ఈ సంఖ్యల ఎక్కాలలో 12 రాదు.

సంజు : 12 లడ్డూలు 1 సమూహంను చేసి కూడా ఒకరికి ఇవ్వొచ్చు. ఒక్కొక్క లడ్డూను 12 మందికి కూడా పంచవచ్చు.

అన్న : చాలా బాగా ఆలోచించారు మీరు. 1, 2, 3, 4, 6, 12 ఈ సంఖ్యలన్నియు 12 ను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయి. కనుక శేషం 0 మిగులుతుంది. కనుక వీటన్నింటిని 12 యొక్క భాజకాలు లేక కారణాంకాలు అంటారు. ఇదే విధంగా 1, 2, 4, 8, 16 లు 16 కు భాజకాలు అవుతాయి.

అభ్యాసం 32

కింది సంఖ్యల భాజకాలు రాయండి.

(1) 8 (2) 5 (3) 14 (4) 10 (5) 7 (6) 22 (7) 25 (8) 32 (9) 33

❒ భాజ్యం

అన్న : విభాజకం, విభాజ్యం అనగా మీకు తెలుసు. కాని భాజ్యం అనగా మీకు తెలుసా?

అంజు : భాజ్యం అనగా నేమో తెలియదు. కాని విభాజ్యంతో దానికి సంబంధముండొచ్చని నాకనిపిస్తుంది.

అన్న : నేను ఉదాహరణల ద్వార మీకు అర్థమయ్యేలా చెప్తాను. 20 ÷ 5 ఈ భాగహారం మీకు వస్తుంది కదా?

అంజు : అవును. విభాజ్యం 20 ని, విభాజకం 5 చే భాగిస్తే భాగఫలం 4 వస్తుంది. శేషం సున్న మిగులుతుంది.

అన్న : విభాజకంతో విభాజ్యంకు భాగించునపుడు శేషం ఎప్పుడైతే సున్నా వస్తుందో అప్పుడా విభాజ్యంను భాజ్యం అంటారు. అంటే ఇచట 20, 5 కి భాజ్యం అవుతుంది. ఇప్పుడు 21 ÷ 5 అను భాగహారం చూడండి. 21 ని 5 చే భాగించగా శేషం 1 వస్తుంది. అంటే 21 సంఖ్య 5 కు భాజ్యం కాలేదు.

వేరే విధంగా చెప్పాలంటే, ఎప్పుడైతే భాగహారంలో శేషం సున్నా మిగులుతుందో, అప్పుడు విభాజకాన్ని భాజకం అని విభాజ్యాన్ని భాజ్యం అని అంటాం.

ఇప్పుడు చెప్పండి. 84 సుద్దముక్కలున్నాయి. అవి ఆరు-ఆరు సమూహాలు అవుతాయా?

సూరజ్ : నేను 6 చే భాగించి చూస్తాను. 84, 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. భాగఫలం 14 వస్తుంది. అంటే ఆరు-ఆరు సమూహాలు 14 తయారవుతాయి. ఇచట 84 భాజ్యం, 6 భాజకం.

అన్న : సుద్దముక్కల సంఖ్య 6, 12, 18, 36, 84 ఇలా ఉన్నట్లయితే 6-6 సమూహాలుగా చేసి పంచితే, ఆ సుద్ద ముక్కలు మిగలవు. అంటే 6, 12, 18, 36, 84 ఈ సంఖ్యలు 6 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడతాయి లేదా ఈ సంఖ్యలు 6 కు భాజ్యంలు అంటారు. అంటే ఆ సంఖ్యలలో 6 నిశ్శేషంగా పోతుంది. సుద్దముక్కల సంఖ్య 6 చే భాజ్యం అవునో కావో తెలుసుకోవడానికి సుద్ద ముక్కల సంఖ్యను 6 చే భాగించి చూడవలెను శేషం '0' వస్తే, ఆ సంఖ్య 6 భాజ్యమగును. 3వ ఎక్కములో వచ్చే ప్రతి సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతుంది. లేక ఆ సంఖ్యను 3 కు భాజ్యములు అట్లే 7వ ఎక్కములోని సంఖ్యలు 7కు భాజ్యములు. 9వ ఎక్కములోని సంఖ్యలు 9 కు భాజ్యములు.

భాజ్యత లేక భాజనీయతా అను భావనను మనము వ్యవహారంలో కూడా వాడుతాం. దానిని మీరు నేనడిగే కొన్ని ప్రశ్నల ద్వార గ్రహించగలరు.

నా దగ్గర 200 మిల్లీ లీటర్ల కొలపాత్ర ఉంది. దాని సహాయంతో నేను 1 లీటరు పాలనుకొలవగలనా?

సూరజ్ : 1 లీటరు అనగా 1000 మి.లీ. 1000 = 200 × 5 అంటే 1000 అను సంఖ్య 200 లకు భాజ్యం కనుక 200 మిల్లీ లీటర్ల కొలత పాత్రలో 1 లీటరు పాలు కొలువవచ్చు. 200 మి.లీ.వి 5 కొలతలు అంటేనే 1 లీటరు.

అన్న : 200 మి.లీ. కొలపాత్రలో ఒకటిన్నర లీటరు. పాలను కొలువగలమా?

అంజు : ఒకటిన్నర లీటరు అనగా 1500 మి.లీ. 1500 అను సంఖ్య 200 యొక్క గుణిజాలలో రాదు. కనుక 1500 అను సంఖ్య 200 ల భాజ్యం కాదు, అనగా భాగించబడదు. కనుక 200 మి.లీ. కొలపాత్రతో ఒకటిన్నర లీటరు పాలను కొలవలేము.

అన్న : నా దగ్గర 400 గ్రాముల పుట్నాలు ఉన్నాయి. వాటిలో నాకు 60-60 గ్రాముల పుట్నాల పొట్లములు చేయాలని ఉంది. నాకది వీలగునా?

అంజు : కాదు. కారణమేమనగా 400 అను సంఖ్య 60 చే భాగింబడదు.

అన్న : ఇంకా తక్కువలో తక్కువ ఎన్ని పుట్నాలు తెస్తే, 60 గ్రాములకు ఒక పొట్లం వంతున ఎన్ని పొట్లాలు అవుతాయి?

అంజు : 400 తరువాత వెంటనే వచ్చు, 60 చే భాగించబడు సంఖ్యను కనుగొనవలెను. 60 × 6 = 360, 60 × 7 = 420 కనుక, ఇంకా 20 గ్రాముల పుట్నాలు తీసుకరావాలి.

❒ భాజనీయతా సూత్రాలు

2వ ఎక్కాన్ని పరిశీలించి, ఒకట్ల స్థానంలో ఏయే అంకెలు వస్తాయో చూడండి. అలాగే 52, 74, 80, 96, 98 ఈ సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతాయని ప్రత్యక్షంగా భాగించి చూడండి. దీని బట్టి ఏదేని సంఖ్య 2 చే భాగించ బడునో లేదో నిర్ణయించుటకు సూత్రం ఏదైనా దొరుకుతుందా?

ఇపుడు 5వ, 10వ ఎక్కాలను నిరీక్షించి చూడండి.
5, 10 ల భాజనీయతా సూత్రం ఏదైనా తెలుస్తుందా కనుగొనండి.

2 చే భాజనీయతా సూత్రం	:	సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానములో 0, 2, 4, 6, 8 లలో ఏదైనా ఒక అంకెఉంటే ఆ సంఖ్య 2 యొక్క భాజ్యం అవుతుంది. అంటే ఆ సంఖ్య 2 చే భాగించ బడుతుంది.
5 చే (భాగించే) భాజనీయతా సూత్రం	:	ఇచ్చిన సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేక 5 గాని ఉంటే ఆ సంఖ్య 5 యొక్క భాజ్యం. అంటే 5 చే భాగింబడును.
10 చే భాజనీయతా సూత్రం	:	ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలో 0 అంకె ఉంటే ఆ సంఖ్య10 యొక్క భాజ్యం అగును, అనగా 10 చే భాగించబడును.

అభ్యాసం 33

1. (1) 2 చే భాజ్యమగు 3 అంకెల సంఖ్యలు ఐదింటిని రాయండి

(2) 5 చే భాజ్యమగు అంటే భాగించబడు 3 అంకెల సంఖ్యలు ఐదు రాయండి.

(3) 10 చే భాజ్యమగు 3 అంకెల సంఖ్యలు ఐదింటిని రాయండి.

2. 2, 3 ల చే భాజ్యమగు ఐదు సంఖ్యల రాయండి.

3. 3 మీటర్ల పొడవైన రిబ్బను గలదు. దానిని ప్రతి ముక్క 50 సెం.మీ.ల పొడవు ఉండేలా ముక్కలుగా చేయవచ్చా? కారణం రాయండి.

4. నా దగ్గర 3 మీటర్ల పొడవైన ఒక రిబ్బను ఉంది. 40 సెం.మీ. పొడవుగల 8 ముక్కలు కావాలి. అయినచో నాకు ఇంకా ఎంత పొడవుగల రిబ్బను తక్కువ పడుతుంది?

5. కింద పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలు, ఇచ్చిన భాజకాలతో నిశ్శేషంగా భాగించబడితే '✓' గుర్తు చేయండి. భాగించబడకుంటే '✗' గుర్తు చేయండి.

భాజకం / సంఖ్య	2	5	10
15	✗	✓	✗
30			
34			
46			

భాజకం / సంఖ్య	2	5	10
55			
63			
70			
84			

❒ ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు

కింది పట్టికలో కొన్ని సంఖ్యలు ఇవ్వబడినాయి. ఆ సంఖ్యల భాజకాలు అన్నియు రాయండి.

సంఖ్యలు	భాజకాలు
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	
6	

సంఖ్యలు	భాజకాలు
11	
12	
16	
19	
25	

అన్న : పట్టికను చూస్తే ఏమి తెలుస్తుంది?

అజయ్ : ప్రతి సంఖ్యకు 1 భాజకం. కొన్ని సంఖ్యలకు 1 మరియు అదే సంఖ్య, ఈ రెండు మాత్రమే భాజకాలు. ఉదాహరణకు, 3 కు కేవలం 1 మరియు 3 మాత్రమే భాజకాలు, అలాగే 2 కు భాజకాలు. 1, 2 మరియు 19 కి భాజకాలు 1, 19 కొన్ని సంఖ్యలకు భాజకాలు రెండు కన్న ఎక్కువగా నున్నాయి.

అన్న : 2, 3, 19 వంటి రెండే భాజకాలు గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఏ సంఖ్యకైతే 1 మరియు అదే సంఖ్య ఇలా రెండే భాజకాలు ఉంటాయో ఆ సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్య అంటారు.

అజయ్ : 4, 6, 16 లాంటి సంఖ్యలకు రెండు కంటె ఎక్కువ భాజకాలు ఉంటాయి. ఆ సంఖ్యలను ఏమంటారు?

అన్న : 4, 6, 16 లాంటి సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలంటారు.

ఏ సంఖ్యకైతే రెండు కంటే ఎక్కువ భాజకాలు ఉంటాయో ఆ సంఖ్యను సంయుక్త సంఖ్య అంటారు.

అన్న : 1 ప్రధాన సంఖ్యనా లేక సంయుక్త సంఖ్యనా ఆలోచించి చెప్పండి.

అజయ్ : 1 అనే సంఖ్యకు 1 మాత్రమే భాజకం కనుక నాకు అలా చెప్పడం వీలుకాదు.

అన్న : అవును. అందుకే 1 ని ప్రధాన సంఖ్యగా గాని, సంయుక్త సంఖ్యగా గాని భావించరు.

1 ప్రధానసంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్యయూకాదు.

అభ్యాసం 34

1. 1 నుంచి 20 వరకు గల సంఖ్యలలోని ప్రధాన సంఖ్యలన్నింటిని రాయండి.
2. 21 నుండి 50 వరకు గల సంఖ్యలలోని సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.
3. కింది సంఖ్యలలోని ప్రధాన సంఖ్యల చుట్టు ◯ ఇలా వృత్తం గీయండి.

   22, 37, 43, 48, 53, 60, 91, 57, 59, 77, 79, 97, 100
4. ప్రధాన సంఖ్యలలో గల సరి సంఖ్య లేవి?

❒ పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు

అన్న : 12, 18 ఈ సంఖ్యల అన్ని భాజకాలు చెప్పండి.

అంజు : నేను 12 కు భాజకాలు చెప్తాను : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

మంజు : నేను 18 కు భాజకాలు చెప్తాను : 1, 2, 3, 6, 9, 18.

అన్న : ఇప్పుడు 12, 18 ఈ రెండూ సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలు శోధించండి.

అంజు : సామాన్య అనగా నేమి?

అన్న : 1, 2, 3, 6 ఈ భాజకాలు రెండూ సమూహాలలో ఉన్నాయి. అంటే 1, 2, 3, 6 లు 12, 18 లకు సామాన్య భాజకాలు. ఇప్పుడు 10, 21 ల భాజకాలు చెప్పండి.

సంజు : 10 కి భాజకాలు : 1, 2, 5, 10

మంజు : 21 కి భాజకాలు : 1, 3, 7, 21

అన్న : భాజకాల ఈ రెండూ సమూహాలలో ఏవి సామాన్యంగా ఉన్నాయి?

సంజు : కేవలం 1 ఇదొక్కటే సామాన్య భాజకం.

అన్న : కేవలం 1 అను ఒకటే భాజకం సామాన్యంగా గల రెండు సంఖ్యలను **పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు** అంటారు. కనుక 10, 21 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు. 12, 18 ల సామాన్య భాజకాలు 1, 2, 3, 6; ఐతే ఇవి ఒకటి కన్న ఎక్కువున్నాయి. కనుక 12, 18 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.

ఇపుడు 8, 10 ఈ సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్య లేనా చూడండి.

మంజు : 8 కి భాజకాలు 1, 2, 4, 8. 10 కి భాజకాలు 1, 2, 5, 10. ఈ రెండు సంఖ్యలకు 1, 2 లు సామాన్య భాజకాలు కనుక 8, 10 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.

అభ్యాసం 35

కింద ఇచ్చిన సంఖ్యల జతలలో ఏవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలో గుర్తించండి.

(1) 22, 24 (2) 14, 21 (3) 10, 33 (4) 11, 30

(5) 5, 7 (6) 15, 16 (7) 50, 52 (8) 17, 18

ఉపక్రమం 1 :
- 1 నుంచి 60 వరకు సంఖ్యలను రాయండి.
- 2 చే భాగించబడు సంఖ్యల చుట్టు నీలి రంగు వృత్తాలు గీయండి.
- 4 చే భాగించబడు సంఖ్యల చుట్టు ఎరుపురంగు వృత్తాలు గీయండి.
- ఏ సంఖ్యల చుట్టు నీలిరంగు వృత్తాలున్నాయో, వాటన్నింటి చుట్టు ఎరుపురంగు వృత్తాలు కూడా ఉన్నాయా?
- ఏ సంఖ్యల చుట్టు ఎరుపురంగు వృత్తాలున్నాయో, వాటన్నింటి చుట్టు నీలిరంగు వృత్తాలు కూడా ఉన్నాయా?
- 2 చే భాగింపబడే సంఖ్యలన్నియు 4 చే కూడా భాగింపబడుతాయా?
- 4 చే భాగింపబడే సంఖ్యలన్నియు 2 చే కూడా భాగింపబడుతాయా?

ఉపక్రమం 2 :
- 1 నుంచి 60 వరకు సంఖ్యలను రాయండి.
- వాటిలో 2 చే భాజ్యములైన సంఖ్యల చుట్టు త్రిభుజాలు గీయండి.
- 3 భాజ్యములగు సంఖ్యల చుట్టు వృత్తాలు గీయండి.
- ఇపుడు 6 భాజ్యము అయిన సంఖ్యలను వెతకండి. నిరీక్షణ చేయండి. వాటిని బట్టి ఏదైనా ధర్మం గుర్తుకు వస్తుందా చెప్పండి.

❐ ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనే ఎరాటోస్థినీస్ పద్ధతి

క్రీ.పూ. సుమారు 250 సం॥ లకు పూర్వం గ్రీకు దేశంలో ఎరాటోస్థినీస్ అనే గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఉండెను. ఆయన ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనే ఒక పద్ధతిని సూచించెను. దీనిని **ఎరాటోస్థినీస్ జల్లెడ** అని అంటారు. ఈ పద్ధతిలో 1 నుంచి 100 వరకు ప్రధాన సంఖ్యలను ఎట్లు కనుగొనవలెనో చూద్దాం.

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- ○ 1 సంయుక్త సంఖ్య కాదు లేక ప్రధాన సంఖ్యయూ కాదు. కనుక దాని చుట్టు ☐ ఇలా గుర్తు చేయండి.
- ○ 2 ప్రధానసంఖ్య గనుక దాని చుట్టూ వృత్తం గీయండి.
- ○ తరువాత 2 చే భాజ్యములైన (భాగించబడే) సంఖ్యలన్నింటిని గీత గీసి కొట్టివేయండి. ఇచట 100 లో దాదాపుగా సగం సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావలని తెలుసుకోండి.

- 2 తరువాతనున్న, కొట్టివేయని మొదటి సంఖ్య 3. ఇది ప్రధాన సంఖ్య.
- 3 సంఖ్య చుట్టు వృత్తం గీయండి. 3 చే భాజ్యములైన సంఖ్యలన్నింటిని గీత గీసి కొట్టివేయండి.
- 3 తరువాత కొట్టివేయని మొదటి సంఖ్య 5. ఇది ప్రధానసంఖ్య.
- 5 చుట్ట వృత్తం గీసి. 5 చే భాజ్యములైన సంఖ్యలన్నింటిని గీతగీసి కొట్టి వేయండి.
- 5 తరువాత కొట్టివేయబడని మొదటి సంఖ్య 7. ఇది కూడా ప్రధాన సంఖ్యయే.
- 7 చుట్టూ వృత్తం గీయండి. 7 చే భాగింపబడే సంఖ్యలన్నింటిని కొట్టివేయండి.

ఈ విధంగా చేస్తూ పోయిన కొలది 1 నుంచి 100 లలో కెల్లా ప్రతి ఒక సంఖ్య చుట్టు వృత్తం ఉండడం లేదా కొట్టి వేయడం జరిగింది. ఏ సంఖ్య చుట్టు వృత్తాలు గీయబడినాయో ఆ సంఖ్యలన్నియూ ప్రధాన సంఖ్యలు. కొట్టి వేయబడినవన్నియు సంయుక్త సంఖ్యలు.

❐ ప్రధాన సంఖ్యలను కనుకొనుటకు మరొక పద్ధతి.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

- పక్కనున్న పట్టికలో 1 నుండి 36 సంఖ్యలు ఆరుగడులలో ఎలా రాసి ఉన్నాయో చూడండి. అదే మాదిరి 102 వరకు సంఖ్యలను ఈ ఆరు గడులలో రాయండి.
- ఇపుడు 2, 3, 4, 6 ల గడులలోని 2, 3 ఈ ప్రధాన సంఖ్యలు మినహా మిగితా సంఖ్యలన్ని సంయుక్త సంఖ్యలేనని గమనించండి. అంటే మిగిలిన ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ, 1 మరియు 5 గడులలో మాత్రమే ఉంటాయి. వాటిని కనుకొనుట ఇపుడు చాల సులభం కదూ? అయితే ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి.

అధిక వివరాల కోసం

- ఏ ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య భేదం 2 ఉంటుందో, ఆ సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలంటారు. 3 మరియు 5, 5 మరియు 7, 29 మరియు 31, 71 మరియు 73 ఇవి కవల ప్రధాన సంఖ్యల కొన్ని జతలు. 5347421, 5347423 కూడా కవల ప్రధాన సంఖ్యల జతయే.
- 1 నుంచి 100 వరకు సంఖ్యలలో కవల ప్రధాన సంఖ్యల ఎనిమిది జతలున్నాయి. వాటిని సరి చూడండి.
- క్రీ.పూ. సుమారు 300 సం॥లకు పూర్వం గ్రీసు దేశంలో యూక్లిడ్ అను గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఉండెను. అతడు నిరూపించిన దేమనగా 2, 3, 5, 7,.............., ఇలా క్రమంగా ప్రధాన సంఖ్యలను రాస్తూ పోయిన కొలది వాటి జాబితా ఎప్పుడూ అంతంకాదు. అంటే ప్రధాన సంఖ్యలు అనంతముగానున్నవి.

9. దశాంశభిన్నాలు

సౌమిత్ర్ : సార్, నేను ఈ రోజు ఔషధాల ఒక పెట్టెపై MRP ₹ 24.50 అని రాసి ఉన్నది చూశాను. దాని అర్థమేమి?

సార్ : దీని అర్థం, విక్రయదారుడు ఆ ఔషధం ధర ఎక్కువలో ఎక్కువ రూ॥ 24.50 లు తీసుకోవచ్చు.

రేఖ : కాని '₹ 24.50' యొక్క అర్థం, ఇరవైనాలుగు రూపాయల యాభై పైసలు అని ఎలా అవుతుంది.

సార్ : 24.50 అని దశాంశ పద్ధతిలో రాస్తారు కనుక నీ ప్రశ్నకు సమాధానం తెలియాలంటే, నీవు ముందు దశాంశ భిన్నములు మరియు వాటిని రాసే వివిధ పద్ధతులును అవగాహన చేసుకోవలెను.

❐ దశాంశ భిన్నాలు

ఏ భిన్నాలలో హారాలు 10, 100, 1000 లు, అనగా 10 లేదా 10 యొక్క పది-పది రెట్లలో ఉంటాయో, ఆ భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలు అంటారు. ఉదాహరణకు, $\frac{5}{10}$, $\frac{68}{100}$, $\frac{285}{100}$ మొదలగునవి. ఈ భిన్నాలను లవ, హార రూపంలో రాయబడినాయి.

ఈ భిన్నాలను వేరే పద్ధతిలో రాసే అనుకూలంగా ఉంటుంది. ఈ పద్ధతిని అర్థం చేసుకోడానికి మనం మన సంఖ్యాలేఖనా పద్ధతిని గుర్తుకు తెచ్చుకొందాం. ఈ పద్ధతిలో మనం క్రమంగా పదులు, వందలు, వేలు ఇలా పది-పది రెట్లలో పెరిగే స్థానాలను తయారు చేస్తాం, ఉదాహరణకు 10 ఒకట్లకు 1 పది, 10 పదులకు 1 వంద మున్నగునవి.

ఇపుడు మనం వ్యతిరేక దశలో ఆలోచిద్దాం. ఒక వందను 10 సమాన భాగాలు చేస్తే, ప్రతి భాగం ఒక పది అవుతుంది. పదుల స్థానం వందలకు పక్కనే కుడివైపున ఉంటుంది. ఒక పదిని పది భాగాలు చేస్తే ప్రతి భాగం 1 ఒకట్లు అవుతుంది. దాని స్థానం పదులకు పక్కనే కుడివైపునుంటుంది.

అంటే 1 ఒకట్లు 10 సమాన భాగాలు చేస్తే, ప్రతి భాగం $\frac{1}{10}$ అవుతుంది. దాని కోసం ఒకట్ల స్థానానికి కుడివైపున స్థానం తయారు చేస్తారు. $\frac{1}{10}$ అంటే ఒకటి భిన్నం పది అంటే ఒక దశాంశం (దశ అంటే 10, అంశం అంటే భాగం, అందుకే దశాంశం అంటే పదవ భాగం) కనుక ఈ స్థానానికి దశాంశ స్థానం అంటారు.

❐ దశాంశ బిందువు

దశాంశం అను స్థానం భిన్నాలను రాయుటకై తయారు చేస్తారు సంఖ్యాలేఖనం చేయునపుడు సంఖ్యలోని పూర్ణాంక భాగం పూర్తయిందనడానికి గుర్తుగా పూర్ణాంకాల చివరి అంకె తరువాత '•' ఇలా ఒక బిందువును రాస్తారు. ఈ గుర్తును దశాంశ బిందువు అంటారు. దశాంశ బిందువును వాడి $8\frac{5}{10}$ అను భిన్నాన్ని 8.5 అని రాస్తారు దీనిని ఎనిమిది పూర్ణాంకం, ఐదు దశాంశాలు అని లేదా సౌకర్యం కొరకు ఎనిమిది దశాంశ బిందువు ఐదు లేక ఎనిమిది పాయింట్ ఐదు అని చదువుతారు.

$20\frac{3}{10}$ ని 20.3 అని రాస్తారు.

'ఏడు దశాంశాలు అను భిన్నాన్ని '$\frac{7}{10}$' అని మరియు '0.7' అని రెండు విధాల రాయవచ్చు. వీటిలో '$\frac{7}{10}$' అనునది వ్యవహార పద్ధతి మరియు '0.7' అనునది దశాంశ పద్ధతి.

అభ్యాసం 36

కింది భిన్నాలను దశాంశ పద్ధతిలో రాయండి, చదవండి.

(1) $3\frac{9}{10}$ (2) $1\frac{4}{10}$ (3) $5\frac{3}{10}$ (4) $\frac{8}{10}$ (5) $\frac{7}{10}$

శతాంశ స్థానం

$\frac{1}{10}$ భిన్నాన్ని 10 సమాన భాగాలు చేస్తే, ప్రతి ఒక భాగం $\frac{1}{100}$ అంటే ఒక శతాంశం అవుతుంది. కనుక 1 దశాంశం = 10 శతాంశాలు. లేక 0·1 = ·10 అని గ్రహించండి. $\frac{1}{100}$ ను 10 చే గుణించగా $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ అను భిన్నం లభిస్తుంది. కనుక దశాంశస్థానానికి వెంటనే కుడివైపున శతాంశ స్థానంను తయారు చేయ వచ్చును. శతాంశస్థానం తయారు చేసి $\frac{14}{100}$ అను భిన్నంను 0·14 అని రాస్తారు.

$$\frac{14}{100} = \frac{10+4}{100} = \frac{10}{100} + \frac{4}{100} = \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$$

కనుక $\frac{14}{100}$ ను దశాంశ రూపంలో రాసేటప్పుడు దశాంశ స్థానంలో 1 శతాంశస్థానంలో 4 అంకె వస్తుంది.

ఈ భిన్నంను 0.14 అని రాస్తారు మరియు సున్నా పూర్ణాంకభిన్నం పద్నాలుగు శతాంశం లేక సౌకర్యంగా ఉండునట్లు పాయింట్ ఒకటి నాలుగు అని చదువుతారు. అదే విధంగా $6\frac{57}{100}$ ను 6.57 గా రాస్తారు. అలాగే $50\frac{71}{100}$ ను 50.71 గా రాస్తారు.

$\frac{3}{100}$ ను రాసే టప్పుడు దశాంశ స్థానంలో ఏమియు లేదని గమనించి, ఆ స్థానం 0 అంకెను రాయవలెనంటే $\frac{3}{100}$ ను 0.03 అని రాస్తారు.

కింది పట్టికలో కొన్ని దశాంశ భిన్నాల లేఖనం, పఠనం చూపబడినది. వాటిని అభ్యసించండి.

వ్యవహార భిన్నాలు	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశాలు	శతాంశాలు	దశాంశ భిన్నాల రూపంలో రాయడం/లేఖనం	పఠనం
$7\frac{5}{10}$		7	5		7.5	ఏడు పాయింట్ ఐదు
$7\frac{5}{100}$		7	0	5	7.05	ఏడు పాయింట్ సున్నా ఐదు
$\frac{82}{100}$		0	8	2	0.82	సున్నా పాయింట్ ఎనిమిది రెండు
$25\frac{6}{100}$	2	5	0	6	25.06	ఇరవై ఐదు పాయింట్ సున్నా ఆరు

అభ్యాసం 37

కింది భిన్నాలను దశాంశ రూపంలో రాయండి, చదవండి.

(1) $9\frac{1}{10}$ (2) $9\frac{1}{100}$ (3) $4\frac{53}{100}$ (4) $\frac{78}{100}$ (5) $\frac{5}{100}$ (6) $\frac{5}{10}$ (7) $\frac{2}{10}$ (8) $\frac{20}{100}$

❐ దశాంశ భిన్నాలలోని అంకెల స్థానవిలువ

పూర్ణసంఖ్యలలో అంకెల స్థాన విలువలను మనం నిర్ణయిస్తాం. అదే విధంగా దశాంశ భిన్నాలలో అంకెల స్థాన విలువలను నిర్ణయించవచ్చు.

ఉదా. (1) 73.82 సంఖ్యలోని అంకె 7 యొక్క స్థాన విలువ $7 \times 10 = 70$ మరియు అంకె 3 యొక్క స్థాన విలువ $3\times1 = 3$, అలాగే 8 అంకె స్థాన విలువ $8\times\frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0.8$ మరియు 2 అంకె స్థాన విలువ $2\times\frac{1}{100} = \frac{2}{100} = 0.02$

ఉదా. (2) 210.86 సంఖ్యలోని అంకెల స్థాన విలువ

అంకె	2	1	0	8	6
స్థానం	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశాలు	శతాంశాలు
స్థానవిలువ	2×100 $= 200$	1×10 $= 10$	0 0	$8 \times \frac{1}{10}$ $= 0.8$	$6 \times \frac{1}{100}$ $= 0.06$

అభ్యాసం 38

కింది దశాంశభిన్నాలను చదవి ప్రతి అంకె స్థానవిలువను రాయండి.

(1) 6.13 (2) 48.84 (3) 72.05 (4) 3.4 (5) 0.59

❐ దశాంశ బిందువుల ఉపయోగం.

సార్ : ఇప్పుడు మనం '24.50 రూపాయలు అంటే 24 రూపాయల 50 పైసలు, ఎలా అవుతుందో చూద్దాం. 1 పైసా అనగా ఎన్ని రూపాయలు?

సౌమిత్ర: 100 పైసలు అంటే 1 రూపాయి కనుక 1 పైస అంటే శతాంశ రూపాయి అంటే 0.01 రూపాయి

సార్ : మరి 50 పైసలు అంటే

సౌమిత్ర: 50 శతాంశ రూపాయలు అంటే 0.50 రూపాయలు కనుక 24.50 రూపాయలు అంటే 24 రూపాయల 50 పైసలు.

సార్ : ఏదేని రాసిలోని పెద్ద ప్రమాణాన్ని 10 లేక 100 భాగాలు చేసి, చిన్న ప్రమాణాలలో నిర్ణయించబడినప్పుడు ఆ రాశిని దశాంశమాన పద్ధతిలో చేయడం చాల అనుకూలంగా ఉంటుంది. మనము ఇంతకుముందు చూసినట్లు, 100 పైసలు = 1 రూపాయి, అలాగే 100 సెం.మీ. = 1 మీ. కనుక 75 సెం.మీ. అంటే 0.75 మీ.
10 మిల్లీమీటర్లు = 1 సెం.మీ. కనుక 1 మి.మీ. అంటే 0.1 సెం.మీ. 3 మి.మీ. అంటే 0.3 సెం.మీ. 6.3 సెం.మీ. అంటే 6 సెం.మీ. 3 మి.మీ.

ఇపుడు కింది పట్టికను అభ్యసించండి

100 పైసలు = 1 రూపాయి	100 సెం.మీ.= 1 మీ.
1 పైస = $\frac{1}{100}$ రూపాయి = 0.01 రూ.	1 సెం.మీ. = $\frac{1}{100}$ మీ. = 0.01 మీ.
50 పైసలు = $\frac{50}{100}$ రూపాయి= 0.50 రూ.	25 సెం.మీ.= $\frac{25}{100}$ మీ. = 0.25 మీ.
75 పైసలు = $\frac{75}{100}$ రూపాయి= 0.75 రూ.	60 సెం.మీ.= $\frac{60}{100}$ మీ. = 0.60 మీ. = 0.6 మీ.

1 రూపాయి = 100 పైసలు	1 మీ = 100 సెం.మీ.
5 రూపాయలు = 500 పైసలు	8 మీ = 800 సెం.మీ.
0.50 రూపాయి = 0.5 పైసలు = 50 పైసలు	0.3 మీ = 30 సెం.మీ.
0.07 రూపాయి = 7 పైసలు	0.40 మీ = 40 సెం.మీ.
4.5 రూపాయలు = 4 రూ. 50 పైసలు	2.65 మీ = 2 మీ. 65 సెం.మీ.
17.65 రూపాయలు= 17 రూ. 65 పైసలు	14.9 మీ = 14 మీ. 90 సెం.మీ.

అభ్యాసం 39

1. ఎన్ని రూపాయలు, ఎన్ని పైసలో రాయండి.

(1) ₹ 58.43 (2) ₹ 9.30 (3) ₹ 2.30 (4) ₹ 2.3

2. ఎన్ని రూపాయలో దశాంశపద్ధతిలో రాయండి.

(1) 6 రూ. 25 పైసలు (2) 15 రూ. 70 పైసలు (3) 8 రూ. 5 పైసలు (4) 22 రూ. 4 పైసలు (5) 720 పైసలు

3. ఎన్ని మీటర్లు, ఎన్ని సెంటీమీటర్లో రాయండి.

(1) 58.75 మీ. (2) 9.30 మీ. (3) 0.30 మీ. (4) 0.3 మీ.

(5) 1.62 మీ. (6) 91.4 మీ. (7) 7.02 మీ. (8) 0.09 మీ.

4. ఎన్ని మీటర్లో దశాంశ పద్ధతిలో రాయండి.

(1) 1 మీ. 50 సెం.మీ. (2) 50 మీ. 40 సెం.మీ. (3) 50 మీ. 4 సెం.మీ. (4) 734 సెం.మీ.

(5) 10 సెం.మీ. (6) 2 సెం.మీ.

5. ఎన్ని సెం.మీ.లు ఎన్ని మి.మీ.లో రాయండి.

(1) 6.9 సెం.మీ. (2) 20.4 సెం.మీ. (3) 0.8 సెం.మీ. (4) 0.5 సెం.మీ.

6. ఎన్ని సెం.మీ.లో దశాంశ పద్ధతిలో రాయండి.

(1) 7 సెం.మీ. 1 మి.మీ. (2) 16 మి.మీ. (3) 144 మి.మీ. (4) 8 మి.మీ.

❐ అర్థ, పావు, ముప్పావు, ఒకటింపావు మున్నగు వాటిని దశాంశ భిన్నాలలో రాయుట.

'అర్థను' వ్యవహారిక భిన్నాలలో $\frac{1}{2}$ అని రాస్తారు. ఈ $\frac{1}{2}$ భిన్నాన్ని దశాంశ పద్ధతిలో రాయాలనుకుంటే, దానిలోని హారంను 10 హారంగా గల సమహార భిన్నంగా మార్చుకోవాల్సి వస్తుంది.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ కనుక, $\frac{1}{2}$ ను దశాంశభిన్నంగా $\frac{5}{10}$ అని లేక 0.5 అని రాస్తాం.

ఇచట గ్రహించేదేమనగా, అర్థ = $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5$ అలాగే $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 0.50$

కనుక అర్థను దశాంశ భిన్నములో 0.5 లేక 0.50 అని కూడా రాయవచ్చు.

పావు, ముప్పావులను వ్యవహారిక భిన్నరూపంలో వరుసగా $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ అని రాస్తారు. వాటిని దశాంశభిన్నాలుగా మార్చుదాం. 4 యొక్క (గుణిజాలలో) 10 రాదు. కనుక $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ లను హారం 10 కల్గివుండే భిన్నాలుగా మార్చరాదు.

కాని $4 \times 25 = 100$ కాబట్టి హారం 100 చేయవచ్చు.

పావు $= \frac{1}{4} = \frac{1\times 25}{4\times 25} = \frac{25}{100} = 0.25$	మరియు	ముప్పావు $= \frac{3}{4} = \frac{3\times 25}{4\times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$

ఒకటింపావు $= 1\frac{1}{4} = 1.25$	ఒకటిన్నర $= 1\frac{1}{2} = 1.50 = 1.5$
పావుతక్కువ రెండు $= 1\frac{3}{4} = 1.75$	పదిహేడున్నర $= 17\frac{1}{2} = 17.50 = 17.5$

అభ్యాసం 40

కింది భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలుగా రాయండి.

(1) రెండున్నర (2) రెండుంపావు (3) పావు తక్కువ మూడు (4) పదిన్నర

(5) పావు తక్కువ పదిహేను (6) పదహారుంపావు (7) ఇరవై ఎనిమిదిన్నర

దశాంశ భిన్నాల కూడిక

సార్ : ఒక పెన్సిలు ధర రెండున్నర రూపాయలు. ఒక పెన్ను ధర నాలుగున్నర రూపాయలు అనుకొన్నచో వాటి మొత్తం ధర ఎంత?

సౌమిత్ర: రెండున్నర రూపాయలనగా రెండు రూపాయలు మరియు అర్ధ రూపాయి. నాలుగున్నర రూపాయలనగా నాలుగు రూపాయలు మరియు అర్ధ రూపాయి. 4 రూపాయలు, 2 రూపాయలు కలిపి 6 రూపాయలు. అలాగే రెండు అర్ధలు కలిసి 1 రూపాయి. కనుక ఆ రెండు వస్తువుల మొత్తం ధర 6+1 అంటే 7 రూపాయలు.

సార్ : చాలా బాగా చెప్పావు. ఇప్పుడు ఇదే కూడికను దశాంశ పద్ధతిలో ఎలా చేశారో చూద్దాం. శతాంశస్థానంలో సున్నాల మొత్తం 0 వస్తుంది.

$0.5 + 0.5$ అంటే $\frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{5+5}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1} = 1$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 2.50 \\ +\ 4.50 \\ \hline 7.00 \end{array}$$

ఈ 1 ని చేతనగా ఒకట్ల స్థానానికి తెచ్చారు. కూడికలో దశాంశ స్థానంలో ఏమీ లేదు, కనుక ఆ స్థానాన సున్నా రాశారు. ఒకట్ల స్థానంలోని $2 + 4 = 6$ కు చేతన 1 కలుపగా 7 అంటే 2.50 రూపాయలు మరియు 4.50 రూపాయల మొత్తం 7.00 రూపాయలు.

పూర్ణాంకాలను రాయుటకు మనం దశాంశమాన పద్ధతిని వాడుతాం. ఈ పద్ధతినే విస్తరించి దశాంశ భిన్నాలను రాస్తాం. కనుక మనం పూర్ణాంకాల కూడిక ఏ విధంగా చేస్తామో, సరిగ్గా అదే విధంగా దశాంశ భిన్నాల కూడికలు చేయవచ్చు.

ఇపుడు నేను కూడికల ఉదాహరణలు మరి కొన్ని సాధించి చూపుతాను. వాటిని అభ్యసించండి.

(1) $\begin{array}{r} 3.7 \\ +\ 12.2 \\ \hline 15.9 \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 6.8 \\ +\ 5.5 \\ \hline 12.3 \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 16.9 \\ +\ 7.5 \\ \hline 24.4 \end{array}$

సౌమిత్ర: మొదటి కూడికలో చేతన రాలేదు. రెండవ, మూడవ కూడికల్లో చేతనలు ఉన్నాయి.

రేఖ : పూర్ణాంకాలను కూడునపుడు మనం ముందు ఒకట్లలో ఒకట్లను కలుపుతాము. అంటే ఇచట ముందు దశాంశాలకు దశాంశాలను కలిపినారు. రెండో ఉదాహరణలో దశాంశ స్థానాల్లోని అంకెల మొత్తం 13 వచ్చింది. 13 దశాంశాలు అనగా 10 దశాంశాలు + 3 దశాంశాలు = 1 ఒకట్లు + 3 దశాంశాలు.

సౌమిత్ర్: అందుకే కూడికలో దశాంశ స్థానాన 3 అంకె ఉంది మరియు 1 ఒకట్లు చేతనగా ఒకట్ల స్థానానికి పోయింది. 6 + 5 ల మొత్తం మరియు 1 చేతన కలిపి 12 వచ్చింది.

సార్ : మీ పరిశీలన చాల బాగుంది పూర్ణాంకాల కూడిక చేసేటప్పుడు ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని అంకెలను మనం ఏ విధంగా వాటి స్థానాలను గుర్తుంచుకొని ఒక దాని కింద ఒకటి రాస్తామో, అదే విధముగా వాటిని ఇచటగూడా రాయవలెను. సంఖ్యలను రాసేటప్పుడు మరియు వాటి కూడికలోనూ, దశాంశబిందువులు ఒక దాని కింద ఒకటి రావలెనని గుర్తుంచుకొండి.

✤ కింది కూడికలను అభ్యసించండి. (గుర్తుంచుకోండి : 10 దశాంశాలు = 1 ఒకట్లు. 10 శతాంశాలు = 1 దశాంశం)

ఉదా. (1) కూడండి: 7.09 + 54.93

	1	1		1	
+		7	.	0	9
	5	4	.	9	3
	6	2	.	0	2

ముందుగా శతాంశ స్థానపు అంకెలను కూడినారు. 9 + 3 = 12 ఈ 12 శతాంశాలనుండి 1 ని చేతనగా దశాంశ స్థానానికి తీసుకెళ్ళారు. 2ను శతాంశ స్థానంలో రాశారు. దశాంశ స్థానంలో ముందుగానే యున్న 9 మరియు, చేతన 1 కలిపి 10 దశాంశాలు అయ్యాయి. 10 దశాంశాలు అంటే 1 ఒకట్లు. ఆ 1 ఒకట్ల స్థానంలోకి చేతనగా తీసుకెళ్ళారు. కూడికలో దశాంశస్థానంలో ఏమీ మిగుల లేదు గనుక '0' రాశారు. ఇలా కూడిక పూర్తయింది.

ఉదా. (2) కూడండి : 45.83 + 167.4

$$\begin{array}{r} 45.83 \\ +\ 167.4 \\ \hline \end{array}$$

అంకెల స్థానాలు మరియు దశాంశ బిందువులు ఒక దాని కింద ఒకటి వచ్చునట్లుగా సంఖ్యలను అమర్చానారు.

	1	1	1			
+		4	5	.	8	3
	1	6	7	.	4	0
	2	1	3	.	2	3

$\frac{4}{10} = \frac{4\times10}{10\times10} = \frac{40}{100}$, కనుక భిన్నాల హారాలు సమానం కావడానికి 167.4 ను 167.40 లా రాశారు. తరువాత ఆ రెండు భిన్నాలను కూడారు.

ఎప్పటిలాగా అతి తక్కువ స్థాన విలువ గల అంకెలను కూడి క్రమంగా పెద్ద స్థాన విలువలుగల అంకెలను కూడారు.

ఉదా. (3)

$$\begin{array}{rl} & 10\,.\,46 \text{ రూ.} \\ + & 35\,.\,92 \text{ రూ.} \\ \hline & 46\,.\,38 \text{ రూ.} \end{array}$$

ఉదా. (4)

$$\begin{array}{rl} & 48\,.\,80 \text{ మీ.} \\ + & 2\,.\,57 \text{ మీ.} \\ \hline & 51\,.\,37 \text{ మీ.} \end{array}$$

ఉదా. (5)

$$\begin{array}{rl} & 7\,.\,5 \text{ సెం.మీ.} \\ + & 14\,.\,2 \text{ సెం.మీ.} \\ + & 9\,.\,6 \text{ సెం.మీ.} \\ \hline & 31\,.\,3 \text{ సెం.మీ.} \end{array}$$

అభ్యాసం 41

1. దశాంశ భిన్నాల్లోకి మార్చి కింది కూడికలు చేయండి.

(1) ఒకటిన్నర మీటరు మరియు రెండున్నర మీటర్లు

(2) పావు తక్కువ ఐదు రూపాయలు మరియు ఏడుంపావు రూపాయలు

(3) ఆరున్నర మీటర్లు మరియు పావు తక్కువ మూడు మీటర్లు

2. (1) 23.4 + 87.9 (2) 35.74 + 816.6 (3) 6.95 + 74.88 (4) 41.03 + 9.98

3. (1) 51.4 సెం.మీ.+ 68.5 సెం.మీ. (2) 94.7 మీ.+1738.45 మీ. (3) 5158.75 రూ.+ 841.25 రూ.

❐ దశాంశ భిన్నాల తీసివేత

కింద ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాల తీసివేతలు అభ్యసించండి.

```
   15.41
 –  8.58
 --------
    6.83
```

పదులు	ఒకట్లు	దశాంశాలు	శతాంశాలు
	14	13	
0	4	3	11
– ~~1~~	~~5~~ 8	. ~~4~~ 5	1 8
0	6	. 8	3

1 శతాంశం నుండి 8 శతాంశాలను తీసివేయ లేము. కనుక 4 దశాంశాలలో నుండి 1 దశాంశాన్ని10 శతాంశాలుగా విడదీసారు. ఆ 10 శతాంశాలు మరియు ముందున్న 1 కలిపి 11 శతాంశాలు అయినావి, ఈ 11 శతాంశాల నుండి 8 శతాంశాలను తీసివేశారు. 3 శతాంశాలు మిగిలాయి. వాటిని శతాంశాల స్థానాన గీత కింద రాశారు. తరువాత వచ్చే స్థానాల కోసం ఇదే విధంగా కృత్యాన్ని చేసి తీసివేత ఉదాహరణను పూర్తి చేశారు.

అభ్యాసం 42

1. తీసివేయండి.

(1) 25.74 – 13.42 (2) 206.35 – 168.22 (3) 63.4 – 31.8 (4) 63.43 – 31.8

(5) 63.4 – 31.83 (6) 8.23 – 5.45 (7) 18.23 – 9.45 (8) 78.03 – 41.65

2. లత ఎత్తు 1.48 మీ. ఉండెను ఒక సం॥ము తరువాత ఆమె ఎత్తు 1.53 మీ. అయింది. అయిన ఆమె ఎత్తు ఒక సం॥ములో ఎన్ని సెం.మీ. పెరిగింది?

అధిక వివరాలకై

❐ కొలతల దశాంశామాన ప్రమాణాలు

దూరమానం, తులామానం, ఘనపరిమాణాల కొలతలు అనేవి నిత్యావసరములు. కొలుచుటకు మనం అవసరాన్ని బట్టి చిన్న–పెద్ద ప్రమాణాలు వాడుతాం. దూరమునకు కిలోమీటర్లు, మీటర్లు, సెంటిమీటర్లు. ద్రవపరిమాణంనకై లీటర్లు, మిల్లీలీటర్లు, తులామానముకు కిలోగ్రాము, గ్రాము వంటి ఈ ప్రమాణాలు నిత్యం మనం వాడుకునేవే.

ఈ ప్రమాణాలు అన్ని దశాంశమాన పద్ధతికి చెందినవి. ఈ పద్ధతిలో తులామానం, దూరమానం మరియు ఘనపరిమాణంలకై క్రమముగా గ్రాము, మీటరు మరియు లీటరులను ప్రామాణిక ప్రమాణాలుగా భావిస్తారు. వాటినుండి తయారు చేయబడిన పెద్ద ప్రమాణాలు 10-10 రెట్లలో పెరుగుతు పోతే చిన్న ప్రమాణాలు $\frac{1}{10}$ రెట్లలో చిన్నగా అవుతాయి.

ఈ ప్రమాణాలను కింది పట్టికలో చూడండి.

రాశి	కిలో (వేలు)	హెక్టో (వందలు)	డెకా (పదులు)	కొలతల ప్రామాణికలు	డెసి (దశాంశాలు)	సెం.మీ. (శతాంశాలు)	మి.లీ. (సహస్రాంశాలు)
దూరం	1 కి.మీ. = 1000 మీ.	1 హెక్టో మీటరు = 100 మీ	1 డెకామీటరు = 10 మీ	మీటరు	1 డెసిమీటరు = $\frac{1}{10}$ మీ	1 సెంటిమీటరు = $\frac{1}{100}$ మీ	1 మిల్లీమీటరు = $\frac{1}{1000}$ మీ
తులామానం				గ్రాము			
ఘనమానం				లీటరు			

కిలో, హెక్టో, ... మి.లీ., ఈ పదాల మూలము గ్రీకు లేక లాటిన్ భాషలలో ఉన్నది. ఈ సందర్భంలో వాటి అర్థాలు తెలుగులో, ఆ పదాల పక్కన బ్రాకెట్టులో ఇవ్వబడినవి.

10. కాలమానం

R6DHBE

❒ పునశ్చరణ

అభ్యాసం 43

1. ప్రతి గడియారంలో చూపిన సమయాన్ని దాని కింది గడిలో రాయండి.

2. గడిలో రాసియున్న సమయాన్ని దాని పైనున్న గడియారంలో ముల్లులను గీసి చూపండి.

నాలుగున్నర	తొమ్మిదింపావు	పావు తక్కువ ఐదు	11 గంటల 20 ని

3. నాసిక్ నుండి ఉదయం 5 గంటలకు బయలు దేరిన బస్సు అదే రోజున ఉదయం పదిన్నరకు పుణే చేరుకున్నచో ఆ ప్రయాణానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

4. రాత్రికి తొమ్మిదింపావుకు మొదలయ్యే నాటకం, కరెంటు పోయినందువల్ల అరగంట ఆలస్యంగా మొదలైంది. అయితే ఆ నాటకం ఎన్ని గంటలకు మొదలైంది?

5. ముంబయి నుండి రాత్రి 10 గంటల 15 నిమిషాలకు బయల్దేరిన రైలు నాగపూర్‌కు మరుసటి రోజు మధ్యాహ్నం 1 గంట 40 నిముషాలకు చేరింది. అయితే ఈ ప్రయాణానికి ఎంత సమయం పట్టింది?

❒ సెకన్ల పరిచయం

ఈ గడియారంలో 3 గంటల 5 నిమిషాలయింది. ఇది మనకు గంటల ముల్లు, నిమిషాల ముల్లుల స్థానాలను బట్టి తెలుస్తుంది. ఇదే గడియారంలో ఇంకొక ముల్లు కనిపిస్తుంది. అది 10 మీద ఉంది. దీనిని సెకన్ల ముల్లు అంటారు. ఈ ముల్లు చక చక తిరుగుతూ కన్పిస్తుంది. ఒక నిమిషం కంటే తక్కువ సమయాన్ని కొలుచుటకు సెకండ్ అను అతి చిన్న ప్రమాణం వాడుతారు.

గడియారం డయలుపై పూర్తివృత్తాన్ని 60 సమాన భాగాలు చేసి వుంటాయి. సెకన్లముల్లు 1 భాగం ముందు కెళ్తే, 1 సెకను అవుతుంది. అది ఒక చుట్టు తిరిగితే 60 భాగాలు తిరిగినట్లు. అపుడు 60 సెకన్లు అవుతాయి. అంతే సమయంలో నిమిషాల ముల్లు 1 భాగం ముందు కెళ్తుంది. అంటే 1 నిమిషం అవుతుంది.

దీన్నిబట్టి, 1 నిమిషంకు 60 సెకన్లు.

1 నిమిషం = 60 సెకన్లు

పటంలోని గడియారంలో 3 గంటల 5 నిమిషాలు మరియు 50 సెకన్లు అయింది.

7 గంటల 20 నిమిషాల 10 సెకన్లు

10 గంటల 15 నిమిషాల 40 సెకన్లు

ధర్మామీటరుతో జ్వరాన్ని కొలిచేటప్పుడు, ఛాతీలో గుండె చప్పుడును కొలిచేటప్పుడు లేదా పరుగు పందెంలో ఇలా వేరు వేరు కారణాలకై సమయాన్ని కొలవడానికి సెకన్ల ఉపయోగం అవుతుంది.

❒ మధ్యాహ్నంకు ముందు, మధ్యాహ్నం తరువాత

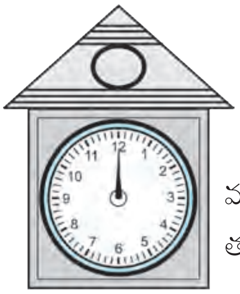
శ్రీపతి రాత్రి అలసిపోయి కూర్చున్నాడు. ఇంటికి బందువులు వచ్చారు. వాళ్ళు అడిగారు. “ఈ రోజు పొలములో పని బాగా జరిగినట్లుంది. ఎంతసేపున్నారు పొలములో?”

“ఆరుగంటల నుండి ఎనిమిది గంటల వరకు పొలములోనే ఉన్నాను”. అని అన్నాడు శ్రీపతి

అయితే రెండే గంటలు కదా పొలములో వున్నావు. దానికి ఇంత అలసి పోయావా”, అని బంధువు అన్నాడు.

“కాదు, కాదు ఉదయం 6 గంటల నుండి రాత్రి 8 గంటల వరకు పొలములో ఉన్నాను. అంటే ఇప్పుడు మీరే చెప్పండి ఎన్ని గంటలు పొలములో ఉన్నానో” అని శ్రీపతి అన్నాడు.

శ్రీపతి చెప్పింది బంధువులకు సరిగ్గా అర్థం కాలేదు. అలా కాకూడదనే అంతర్జాతీయ సంకేతానుసారం రాత్రికి 12 గంటలకు ఒక రోజు పూర్తయి రెండో రోజు మొదలైందని భావిస్తారు. అప్పటినుండి రెండో రోజుయొక్క సమయం గడియారంలో కన్పిస్తుంది. రాత్రి 12 గంటలైన తర్వాత 1 గంటకు 1 గంటవుతుంది. తరువాత క్రమముగా 2, 3, 4, ..., 12 గంటలవుతాయి. పగలు 12 గంటలైపోయిన తర్వాత అలాగే 1, 2, 3, ..., 12 గంటలవుతాయి. మధ్యాహ్నం 12కు ముందు సమయాన్ని/కాలాన్ని మధ్యాహ్నంకు ముందు లేక am అని చెప్పుకుంటారు. పగలు 12 తరువాత కాలాన్ని మధ్యాహ్నం తరువాత లేక pm అని చెప్పుకుంటారు.



కాలాన్ని కొలిచే ఈ పద్ధతిని 12 గంటల కాలమాన పద్ధతి అంటారు.

శ్రీపతి 6 am నుండి 8 pm వరకు అనగా 14 గంటలు పొలములో ఉండెను.

❒ 24 గంటల కాలమానం

మధ్యాహ్నంకు ముందు, మధ్యాహ్నం తరువాత అని విభజించి చెప్పుకునే బదులు, 24 గంటల కాలమాన పద్ధతిని వాడటం జరుగుతుంది. రైల్వే, విమాన, బస్సు, దూరపు పడవ ప్రయాణాలకు కాలపట్టికలో ఈ పద్ధతిని వాడుతారు. ఈ పద్ధతిలో మధ్యాహ్నం 12 తరువాత మళ్ళీ 1, 2, 3, ..., 12 లకు బదులు 13, 14, 15, ..., 24 ఇలా గంటలను లెక్కిస్తారు. 24 గంటల డిజిటల్ గడియారంలో సమయం కేవలం అంకెలలోనే చూపుతారు. అందులో ముల్లులు ఉండవు డిజిటల్ గడియారంలో ఉదయం 6 గంటలయి 20 నిమిషాలు అను సమయాన్ని ‘6:20’ అనియు, అలాగే సాయంత్రం 6 గంటలయి 20 నిమిషాలు అను సమయాన్ని ‘18:20’ అని చూపడం జరుగుతుంది.

23:59 అనగా 23 గంటల 59 నిమిషాల తర్వాత ఇంకా ఒక నిమిషం కాగానే 24 గంటలు పూర్తవుతాయి. రోజు మారుతుంది. డిజిటల్ గడయారంలో 00:00 అని సమయం చూపుతుంది. ఆ సమయాన మనం రోజూవాడే 12 గంటల గడియారంలో మధ్యరాత్రి 12 గంటలవుతుంది.

ఒక పూర్తిరోజులోని వేరు వేరు సమయాలను, 12 గంటల మరియు 24 గంటల కాలమాన పద్ధతుల్లో ఎట్లు చూపుతారో కింది పట్టిక ద్వార గమనించండి.

12 గంటల కాలమానం		24 గంటల కాలమానం	12 గంటల కాలమానం		24 గంటల కాలమానం
0:05 am		00:05	12:05 pm		12:05
	రాత్రి 12 గంటల 5 నిమిషాలు			మధ్యాహ్నం 12 గంటల 5 నిమిషాలు	
1:20 am		01:20	1:20 pm		13:20
	రాత్రి 1 గంటల 20 నిమిషాలు			మధ్యాహ్నం 1 గంటల 20 నిమిషాలు	
6:55 am		06:55	6:55 pm		18:55
	ఉదయం 6 గంటల 55 నిమిషాలు			సాయంత్రం 6 గంటల 55 నిమిషాలు	
10:15 am		10:15	10:15 pm		22:15
	ఉదయం 10 గంటల 15 నిమిషాలు			రాత్రి 10 గంటల 15 నిమిషాలు	
12:00		12:00	12:00		00:00 అంటే 24:00
	మధ్యాహ్నం 12 గంటలయింది			రాత్రి 12 గంటలయింది	

బడ్నేరా నుండి బయలుదేరి నాగపూర్‌కు వెళ్ళేకొన్ని రైలు బండ్ల వేళాపత్రం కింద ఇవ్వబడినది. అందులో వాడిన 24 గంటల గడియారంను చూచి అర్థం చేసుకోండి.

రైలు పేరు	రైలు క్రమసంఖ్య	బడ్నేరా నుండి బయలుదేరును	నాగ్‌పూర్‌కు చేరుకొనును
హౌరా మెయిల్	12809	07 : 45	11:05
శాలిమార్ ఎక్స్‌ప్రెస్	18024	09 : 45	13:10
ముంబయి మెయిల్	21028	13 : 05	17:20
మాల్డా టౌన్ ఎక్స్‌ప్రెస్	13426	23 : 10	01:55

అభ్యాసం 44

1. కింద 12 గంటల గడియారపు సమయాలు ఇవ్వబడినాయి. వాటిని 24 గంటల గడియారంలో ఎంత చూపబడునో రాయండి.

మధ్యాహ్నంకు ముందు 10 గంటల 30 నిమిషాలు	
మధ్యాహ్నంకు ముందు 8 గంటల 10 నిమిషాలు	
మధ్యాహ్నం తరువాత 1 గంటల 20 నిమిషాలు	
మధ్యాహ్నం తరువాత 5 గంటల 40 నిమిషాలు	

2. జతపరచండి.

12 గంటల గడియారం	**24 గంటల గడియారం**
ఉదయం 9:10	23:10
మధ్యాహ్నం 2:10	7:25
సాయంత్రం 5:25	14:10
రాత్రి 11:10	9:10
ఉదయం 7:25	17:25

❒ కాలమానంపై ఆధార పడిన సమస్యలు

ఉదా. (1) అబ్దుల్ ఉదయం 11 గంటలకు కంప్యూటర్‌పై పని చేయడం మొదలుపెట్టాడు. మధ్యాహ్నం 3:30 గంటలకు అతని పని పూర్తయింది. అయిన అతడెన్నిగంటలు పని చేశాడు?

పద్ధతి1 : ఉదయం 11 నుండి మధ్యాహ్నం 12 వరకు అంటే 1 గంట. మధ్యాహ్నం 12 నుండి 3:30 వరకు అంటే 3 గంటల 30 నిమిషాలు.

అంటే మొత్తం 4 గంటల 30 నిమిషాలు.

పద్ధతి 2 : 24 గంటల గడియారంను అనుసరించి ఉదయం 11 గంటలు అంటే 11:00 నుండి మరియు మధ్యాహ్నం 3:30 అంటే 15:30

గంటల	నిమిషాలు
15	30
– 11	00
4	30

అబ్దుల్ మొత్తం 4 గంటల 30 నిమిషాలు అంటే నాలుగున్నర గంటలు పని చేశాడు.

ఉదా. (2) కూడండి.

4 గం. 30 ని. + 2 గం. 45 ని.

గంటలు	నిమిషాలు
4	30
+ 2	45
6	75
7	15

75 నిమిషాలు
= 1 గంట15 ని.

ఉదా. (3) తీసివేయండి

5 గం. 30 ని. – 2 గం. 45 ని.

గంటలు	నిమిషాలు
4	60 + 30
~~5~~	30
– 2	45
2	45

30 నిమిషాలనుండి 45 నిమిషాలను తీసివేయలేము. కావున 1 గంటను విడదీసి దానిని 60 నిమిషాలుగా చేశారు.

ఉదా. (4) అమృత 3 గంటల 40 నిమిషాలు బస్సులో, 1 గంట 45 నిమిషాలు మోటార్‌సైకిలుపై ప్రయాణం చేసింది. అయిన ఆమె మొత్తం ఎంత సమయం ప్రయాణం చేసింది?

	గం.	ని.	
+	3	40	బస్సులో ప్రయాణించిన సమయం
	1	45	మోటార్ సైకిలుపై ప్రయాణించిన సమయం
	4	85	
	5	25	మొత్తం ప్రయాణ సమయం

85 నిమిషాలు అంటే (60+25) నిమిషాలు అంటే 1 గంట 25 నిమిషాలు.
ఈ 1 గంటను 4 గంటలకు కలుపుదాం.

కనుక అమృత మొత్తం 5 గంటల 25 నిమిషాల ప్రయాణం చేసింది.

అభ్యాసం 45

1. కూడండి.

(1) 2 గంటల 30 ని. + 4 గంటల 55 ని.   (2) 3 గంటల 50 ని. + 4 గంటల 20 ని.

(3) 3 గంటల 45 ని. + 1 గంటల 35 ని.   (4) 4 గంటల 15 ని. + 2 గంటల 50 ని.

2. తీసివేతలు చేయండి.

(1) 3 గం. 10 ని. – 2 గం. 40 ని.   (2) 5 గం. 20 ని. – 2 గం. 35 ని.

(3) 4 గం. 25 ని. – 1 గం. 55 ని.   (4) 6 గం. 15 ని. – 2 గం. 45 ని.

3. ఒక ప్రభుత్వ కార్యాలయం ఉదయం 7 గంటలకు ప్రారంభమై, మధ్యాహ్నం 3 గంటలకు సమాప్తమగును. అయినచో ఆ కార్యాలయం ఎంత సేపు తెరచి ఉండును?

4. మధ్యాహ్నం 3 గంటలయి 45 నిమిషాలకు మొదలయిన సినిమా రెండున్నర గంటల తర్వాత ముగిసింది. అనగా ఆ సినిమా ఎన్ని గంటలకు ముగిసింది?

5. సఖారాం ఉదయం 8 నుండి మధ్యాహ్నం 12:30 వరకు పొలందున్నెను. తర్వాత ఇంటికి వెళ్ళడానికి బయలు దేరేను. మధ్యాహ్నం 1:30 కి భోజనానికి ఇంటికి చేరెను. అయిన అతడెంత సమయం పొలందున్నెను? ఇంటికి రావడానికి అతనికి ఎంత సమయం పట్టింది?

6. రామారావు రాత్రికి పదిన్నర గంటలకు నీటి పంపు ప్రారంభించాడు. ఆ పంపును రాత్రికి పావుతక్కువ పన్నెండు గంటలకు నిలిపివేసాడు. అయిన పంపు ఎంత సేపు నడిపించాడు?

7. గీత ఉదయం 2 గంటల 25 నిమిషాలు, మధ్యాహ్నం 1 గంట 45 నిమిషాలు తరగతిలో బోధించెను. అయితే ఆమె మొత్తం ఎంత సమయం బోధించెను?

8. బ్యాంకు పనిచేయువేళలు ఉదయం 10 నుండి మధ్యాహ్నం 4:30 వరకు వుండును. అయిన బ్యాంకు కార్యకలాపాలు ఎంత సమయం సాగుతాయి?

9. ఒక దుకాణం 9:30 am కు తెరచబడి, 10 pm కు మూయబడుతుంది. అయిన ఆ దుకాణం ఎంత సమయం తెరచి ఉంటుంది?

10. కొల్హాపూర్ నుండి 15:30 గంటలకు బయలుదేరే మహారాష్ట్ర ఎక్స్‌ప్రెస్, మరుసటి రోజు 20:15 గంటలకు గోందియా చేరుతుంది. అయిన కొల్హాపూర్ నుండి గోందియాకు రైలు ప్రయాణానికి ఎంత సమయం పట్టును?

11. కొలతలపై ఉదాహరణలు

దైనందిన వ్యవహారంలో మనం దూరమానం, తులామానం, ద్రవమానం కొలవడానికి వరుసగా మీటరు, గ్రాము, లీటరు అను ప్రమాణాలను వాడుతాం. బజారులో కొనుగోలు చేయునపుడు రూపాయలు, పైసలను ప్రమాణాలుగా వాడుతాం. అలాగే కాల వ్యవధిని కొలుచుటకు రోజులు, గంటలు, నిమిషాలు అనే ప్రమాణాలను వాడుతాం. కూడిక, తీసివేత, గుణకార, భాగహారాలు అనే ఈ నాలుగు మూల ప్రక్రియలను కొలతల ప్రమాణాలలో ఎట్లు చేస్తారో చూద్దాం.

ఉదా. (1) కూడండి

37 కి.మీ. 250 మీ. + 15 కి.మీ. 950 మీ.

	కి.మీ.	మీ.
	11	
+	37	250
	15	950
	53	200

250 + 950 = 1200

1200 మీ. = 1కి.మీ. + 200 మీ.

53 కి.మీ. 200 మీ.

ఉదా. (2) తీసివేయండి.

7 లీ. 150 మి.లీ. – 2 లీ. 500 మి.లీ.

	లీ.	మి.లీ.
	6	1150
	~~7~~	~~150~~
–	2	500
	4	650

150 నుండి 500 అను తీసివేయరాదు. 1 లీ. ను 1000 లీ. చేశారు.

4 లీ. 650 మి.లీ.

అభ్యాసం 46

1. కూడండి.

(1) 9 రూ. 50 పై. + 14 రూ. 60 పై.

(2) 6 సెం.మీ. 5 మి.మీ. + 7 సెం.మీ. 9 మి.మీ.

(3) 22 మీ. 50 సెం.మీ. + 25 మీ. 75 సెం.మీ.

(4) 15 కి.మీ. 740 మీ. + 13 కి.మీ. 950 మీ.

(5) 25 కి.గ్రా. 650 గ్రా. + 29 కి.గ్రా. 770 గ్రా.

(6) 19 లీ. 840 మి.లీ. + 25 లీ. 250 మి.లీ.

2. తీసివేయండి.

(1) 19 రూ. 50 పై. – 12 రూ. 60 పై.

(2) 24 సెం.మీ. 2 మి.మీ. – 3 సెం.మీ. 8 మి.మీ.

(3) 20 మీ. 30 సెం.మీ. – 17 మీ. 60 సెం.మీ.

(4) 40 కి.మీ. 255 మీ. – 17 కి.మీ. 960 మీ.

(5) 35 కి.గ్రా. 150 గ్రా. – 26 కి.గ్రా. 470 గ్రా.

(6) 46 లీ. 200 మి.లీ. – 38 లీ. 750 మి.లీ.

❐ పదసమస్యలు

కింది ఉదాహరణలను అభ్యసించండి.

ఉదా. (1) ఒక దుకాణదారుడు 150 కి.గ్రా. 500 గ్రా. బియ్యం నుండి 75 కి.గ్రా. 750 గ్రా. బియ్యాన్ని అమ్మినాడు. అయితే అతని వద్ద ఇంకా ఎంత బియ్యం మిగిలాయి?

	కి.గ్రా.	గ్రా.
	149	1500
	~~150~~	~~500~~
–	75	750
	74	750

74 కి.గ్రా. 750 గ్రా. ల బియ్యం మిగిలాయి.

R6H002

ఉదా. (2) ఒక పాలడాబ్బాలో 20 లీ. 450 మి.లీ. పాలు ఉన్నాయి. మరొక డబ్బాలో 18 లీ. 800 మి.లీ. పాలు ఉన్నాయి. అయితే ఆ రెండు డబ్బాలలోని పాలు కలిపి మొత్తం ఎన్ని?

మొత్తం పాలు 39 లీ. 250 మి.లీ.

	లీ.	మి.లీ.
	1	
	20	450
+	18	800
	39	250

ఉదా. (3) ఒక రైలు బండి వేగం గంటకు 90 కి.మీ. అయితే ఆ బండి రెండున్నర గంటలలో ఎంత దూరం పోవును?

రైలు బండి వేగం గంటకు 90 కి.మీ. అంటే ఆ బండి ఒక గంటకు 90 కి.మీ. పోతుంది.

రెండో గంటలో మరో 90 కి.మీ. పోతుంది.

ఆ తరువాత అర్ధగంటకు 90 ÷ 2 = 45 కి.మీ. పోతుంది.

ఇలా మొత్తం ప్రయాణించిన దూరం = 90 + 90 + 45 = 225 కి.మీ.

ఉదా. (4) ఒక డ్రస్సు కోసం 3 మీ. 25 సెం.మీ.ల గుడ్డ కావాలి, అయితే అటువంటి 4 డ్రస్సులకోసం ఎంత గుడ్డ కావాలి?

మంజు పద్ధతి :

	3 మీ. 25 సెం.మీ.	మొదటి డ్రస్సు కోసం
+	3 మీ. 25 సెం.మీ.	రెండో డ్రస్సు కోసం
+	3 మీ. 25 సెం.మీ.	మూడో డ్రస్సు కోసం
+	3 మీ. 25 సెం.మీ.	నాల్గవ డ్రస్సు కోసం
	12 మీ. 100 సెం.మీ.	

100 సెం.మీ. కు 1 మీ. కనుక 12 + 1 = 13 మీ.

కుణాల్ పద్ధతి:

	మీ.	సెం.మీ.
	3	25
×		4
	12	100

12 మీ. 100 సెం.మీ. = 13 మీ.

ఉదా. (5) ఒక్కొక్క ముక్క 5 సెం.మీ. పొడవు చొప్పున 9 మీ. 50 సెం.మీ. పొడవైన తీగను ముక్కలుగా చేసినచో మొత్తం ఎన్ని ముక్కలు తయారగును?

9 మీ. 50 సెం.మీ. = (900 + 50) సెం.మీ.

ఒక ముక్క పొడవు 5 సెం.మీ. చొప్పున 950 సెం. మీ. పొడవైన తీగలో తయారగు ముక్కల సంఖ్య కనుక్కోడానికి భాగహారం చేద్దాం.

190 ముక్కలు తయారగును

```
      190
 5 )  950
     - 5
      45
     -45
      000
     -  0
        0
```

ఉదా. (6) సాయంత్రం 6 గంటల 30 నిమిషాలకు ప్రారంభమైన నాటకం పావు తక్కువ 3 గంటలకు ముగిసింది. అయిన ఆ నాటకం ఎన్ని గంటలకు ముగిసింది?

	గం.	ని.
	6	30
+	2	45
	8	75

75 ని. = 60 ని. + 15 ని.

= 1 గం. + 15 ని.

8 గంటలు + 1 గం. 15 ని. = 9 గంటలు 15 ని.

నాటకం రాత్రి 9 గంటల 15 నిమిషాలకు ముగిసింది.

గ్రహించండి : పొడవు, తూలామానం, ద్రవమానం కొలతలు ప్రమాణాల దశాంశమాన పద్ధతిలో రాయబడినవి. అందువలన పొడవు, తులామానం, ద్రవమానం అనే రాసులలో కూడిక, తీసివేతలను ప్రక్రియలు చేయడం సులభం. కాని కాలమానం ప్రమాణాలు దశాంశమాన పద్ధతిలో లేవు. కనుక సమయానికి చెందిన రాసులలో కూడికలు, తీసివేతలు చేయుట అంత సులభం కాదు.

అభ్యాసం 47

1. జన్మదిన సందర్భముగా అజయ్ ఒక ఆశ్రమ పాఠశాలకు 20 లీ. 450 మి.లీ.ల పాలు మరియు ఒక అనాధశరనాలయం పిల్లలకు 28 లీ. 800 మి.లీ. పాలు పంచెను. అయిన అతడు మొత్తం ఎన్ని పాలు పంచెను?
2. గ్రామ స్వచ్ఛతా అభియాన్‌లో కళాశాల పిల్లలు ఒక ఊరిలోనున్న 2 కి.మీ. 575 మీ. పొడవైన దారిలో నుంచి, 1 కి.మీ. 750 మీ. పొడవైన దారిని శుభ్రపరచిరి. ఇంకా ఎంత పొడవైన దారిని శుభ్ర పరచాల్సి ఉంది?
3. రామాపురం గ్రామం శుభ్రపరచిన 21,250 లీటర్ల మురికి నీటిని పొలముక్కై వాడారు. సీతాపురం గ్రామం శుభ్రపరచిన 31,350 లీటర్ల మురికి నీటిని పొలముక్కై వాడిరి. అయిన ఆ రెండు ఊర్లు కలిసి మొత్తం ఎన్ని లీటర్ల మురికి నీటిని శుభ్రపరచి పొలముక్కై వాడిరి?
4. అర్ధలీటరు పాలు రూ. 22. అయిన 7 లీటర్ల పాలకు ఎన్ని రూపాయలవుతాయి?
5. గంటకు 40 కి.మీ. వేగంతోపోయే మోటారు సైకిల్ ఒకటింపావు గంటలో ఎంత దూరం పోగలదు?
6. ఒక మనిషి నడిచే వేగం గంటకి 4 కి.మీ. అయితే 3 కి.మీ. దూరం నడుచుటకై అతనికెంత సమయం పట్టును.
7. ఒక ఆటోరిక్షా వేగం గంటకు 30 కి.మీ. అయితే ముప్పావు గంటలో అది ఎంత దూరం పోగలదు?
8. స్వచ్ఛతావారోత్సవంలో ఒక ఊరిలో పిల్లలు తమ ఊరి సార్వజనిక ఉద్యానవనాన్ని శుభ్రపరచేటప్పుడు ముప్పావు కి.గ్రా.ల ప్లాస్టిక్కు సంచులు, అయిదున్నర కి.గ్రా.ల ఇతర చెత్తను ప్రోగు చేసిరి. అయితే మొత్తం ఎన్ని కి.గ్రా.ల చెత్త ప్రోగయ్యెను?
9. ఒక చొక్కాను కుట్టడానికి 2 మీ. 50 సెం.మీ. ల బట్ట కావాలి. అటువంటి. 5 చొక్కాలు కుట్టడానికి ఎన్ని మీటర్ల బట్ట కావలెను?
10. ఒక వాహనం గంటకు 60 కి.మీ. దూరం పోగలిగితే,
    (1) 2 గంటలలో ఎంత దూరం పోగలదు?
    (2) 15 నిమిషాలలో ఎంత దూరం పోగలదు?
    (3) అరగంటలో ఎంత దూరం పోగలదు.
    (4) మూడున్నర గంటలో ఎంత దూరం పోగలదు?
11. ఒక బంగారు గాజును తయారు చేయడానికి 12 గ్రా. 250 మి.గ్రా. బంగారం పడుతుంది. అటువంటి 8 గాజులు తయారు చేయుటకు ఎంత బంగారం పడుతుంది? (1000 మి.గ్రా. = 1 గ్రా.)
12. ఒక సంచికి 20 గ్రాముల లవంగాల చొప్పున 1 కి.గ్రా. 240 గ్రాముల లవంగాలను ఎన్ని సంచులలో నింపవచ్చును?
13. సీతవాళ్ళ అమ్మ కుర్తాకోసం 2 మీ. 70 సెం.మీ. ల బట్ట, చొక్కా కోసం 2 మీ. 40 సెం.మీ. బట్ట ఖరీదు చేసింది. అయితే ఆమె మొత్తం ఎంత బట్ట ఖరీదు చేసింది?
14. ఒక నీటి పీపాలో 125 లీటర్ల నీళ్ళు పట్టును. అందులో నుంచి 97 లీ. 500 మి.లీ. నీళ్ళు వాడినచో, ఇంకా ఎన్ని నీళ్ళు ఆ పీపాలో మిగులును?
15. హరి ఒక దుకాణం నుండి 57 కి.గ్రా. 500 గ్రా. ల గోధుమలు, మరొక దుకాణం నుండి 36 కి.గ్రా. 800 గ్రా. గోధుమలు ఖరీదు చేసాడు. అయిన అతడు మొత్తం ఎన్ని కి.గ్రా. గోధుమలు ఖరీదు చేసాడు?

16. రేణుక 100 మీటర్ల పరుగు పందెంలో పాల్గొన్నది. 80 మీ. 50 సెం.మీ. ల దూరం పరుగెత్తిన తరువాత కాలు తట్టి పడిపోయింది. అయితే ఇంకా ఎంత దూరం పరుగెత్త వలసి యుండెను?

17. ఒక సంచిలో 40 కి.గ్రా. 300 గ్రా. కూరగాయలు ఉండెను. వాటిలో గల బంగాళాదుంపల 17 కి.గ్రా. 700 గ్రా., క్యాబేజి బరువు 13 కి.గ్రా. 400 గ్రా.ల మిగిలినవి ఉల్లిపాయలుండెను. అయిన ఉల్లి పాయల బరువెంత?

18. ఒకనాడు రంజిత్ 3 కి.మీ. 750 మీ. నడిచాడు, సుర్జిత్ 2 కి.మీ. 825 మీ. లు నడిచాడు అయితే ఎవరు ఎంత దూరం ఎక్కువ నడిచారు?

19. సురేశ్ 3 కి.గ్రా. 250 గ్రాముల టమాటాలు, 2 కి.గ్రా. 500 గ్రాముల బటాణీలు, మరియు 1 కి.గ్రా. 750 గ్రాముల గోబీ ఖరీదు చేసాడు. అయిన అతడు తెచ్చిన కూరగాయల మొత్తం బరువెంత?

20. ఒకే మార్గంలో జళగావ్, భుసావళ్, అకోలా, అమరావతి, నాగపూర్ పట్టణాలు వరుసగా వస్తాయి. అకోలా నుంచి కొన్ని ఇతర పట్టణాల మధ్యగల దూరములు దిగువ ఇవ్వబడినాయి. వాటి ఆధారంగా ఉదాహరణ సమస్యలను తయారు చేసి సాధించండి.

అమరావతి – 95 కి.మీ.

భుసావల్ – 154 కి.మీ.

నాగపూర్ – 249 కి.మీ.

జళగావ్ – 181 కి.మీ.

21. కింది పట్టికను పూర్తిచేసి మొత్తం బిల్లును తయారు చేయండి.

వస్తువులు	బరువు (కి.గ్రా.)	ధర (కి.గ్రా./రూ.)	విలువ
చక్కెర	2·5	32	
బియ్యం	4·0	35	
శెనగ పప్పు	1·5	60	
కంది పప్పు	3·0	70	
గోధుమలు	7·0	21	
మంచినూనె	1·5	110	
		మొత్తం	

ఉపక్రమం

- ఒక కిలోగ్రాము బంగాళాదుంపలతో వడలు తయారు చేయటకై ఏయే పదార్థాలు సుమారుగా ఎంత అవసరపడునో, వాటిని కొని తెచ్చుటకై ఎంత ఖర్చు అవుతుందో మరియు సుమారు ఎన్ని వడలు తయారగునో మొదలగు వివరాలను సేకరించండి.
- ఒక ఖాళీ మైదానంలో 1 మీటరు పొడవైన కర్రను పాతి పెట్టి ఉంచండి. ఈ కర్రయొక్క నీడను, ఉదయం 9:00 గంటలు, మధ్యాహ్నం 12 గంటలకు, మధ్యాహ్నము 3 గంటలకు, సాయంత్రం 5 గంటలకు కొలవండి. కర్ర నీడ ఎన్ని గంటకు అతి తక్కువ ఉండెనో, ఎన్ని గంటలకు అతి ఎక్కువ నుండెనో చూడండి.
- పెన్నులోని రిఫీ యొక్క పొడవు కొలవండి.

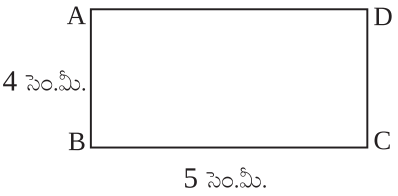
✦✦✦

12. చుట్టు కొలత మరియు వైశాల్యం

చుట్టు కొలత : పునశ్చరణ

సంవృతపటాలకు చుట్టుకొలత ఉంటుంది. సంవృత్త పటం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తం అంటేనే పటం యొక్క చుట్టు కొలత అని మీకు తెలుసు.

కింది ఉదాహరణలో ఖాళీ గళ్ళను నింపండి.

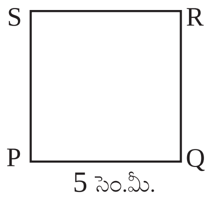
1. 

దీర్ఘచతురస్రం ABCD యొక్క ఆసన్న భుజాల పొడవులు ఇవ్వబడినాయి.

దీర్ఘచతురస్రం ABCD యొక్క చుట్టు కొలత ☐ సెం.మీ.

దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క ఎదురెదురు భుజాల పొడవులు సమానం అని గుర్తుంది కదా?

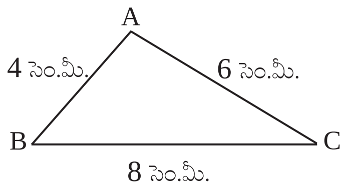
2. ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క ఆసన్న భుజాల పొడవులు 10 సెం.మీ., 7 సెం.మీ. అయితే ఆ దీర్ఘ చతురస్రం చుట్టు కొలత ☐ సెం.మీ.

3. 

PQRS చతురస్రం యొక్క భుజం పొడవు 5 సెం.మీ.

PQRS చతురస్రం చుట్టు కొలత ☐ సెం.మీ.

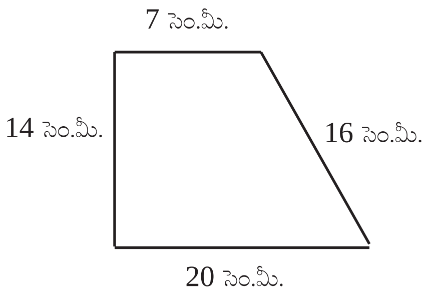
R6H9EP

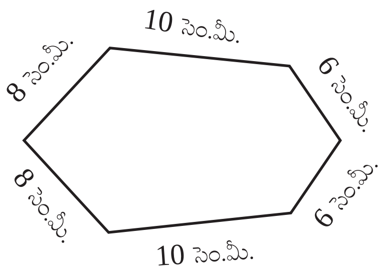
4. 

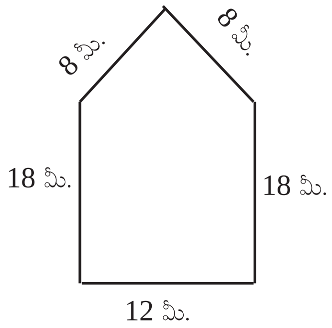
త్రిభుజం ABC లో భుజం AB పొడవు 4 సెం.మీ., భుజం BC పొడవు 8 సెం.మీ., భుజం CA పొడవు 6 సెం.మీ., అయితే త్రిభుజం ABC యొక్క చుట్టుకొలత ☐ సెం.మీ.

అభ్యాసం 48

1. కింద ఇచ్చిన ప్రతి పటం యొక్క చుట్టుకొలత దాని కింద గడిలో రాయండి.

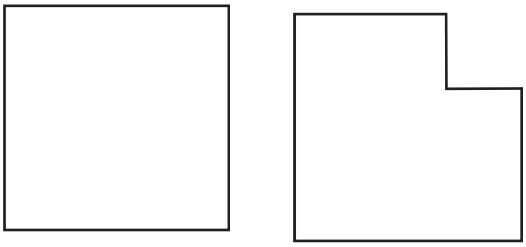






☐ ☐ ☐

2. 3 సెం.మీ. పొడవైన భుజం గల చతురస్రంలో ఒక మూలకు 1 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రం కత్తిరించబడింది. (పటం లో చూడండి). అయితే మిగిలిన పటం యొక్క చుట్టు కొలత ఎంత ఉంటుంది?



❐ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టు కొలతకు సూత్రం

దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క ఎదుటి భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

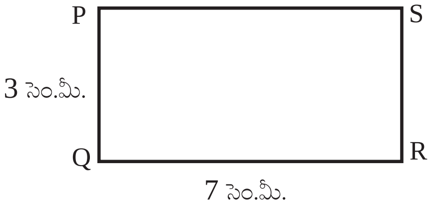
కనుక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టు కొలత

= రెండింతల పొడవు + రెండింతల వెడల్పు

= 2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు

దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = 2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు

ఉదా. (1) కింద ఇచ్చిన దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 7 సెంమీ, వెడల్పు 3 సెంమీ, ఆ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలతను కనుగొందాం.



దీర్ఘచతురస్రం PQRS చుట్టుకొలత = 2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు

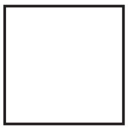
= 2 × 7 + 2 × 3

= 14 + 6

= 20

కనుక దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత 20 సెం.మీ.

❐ చతురస్రం చుట్టుకొలతకు సూత్రం

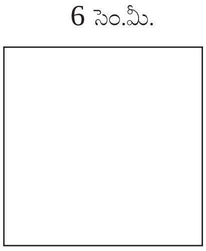


చతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవులు సమానం.

కనుక చతురస్రం చుట్టుకొలత = ఒక భుజం పొడవుకు 2 రెట్లు

చతురస్రం చుట్టుకొలత = 4 × ఒక భుజం పొడవు

ఉదా. (1) ఒక చతురస్రం 6 సెం.మీ. ఆ చతురస్రం చుట్టుకొలతను కనుక్కోండి.



చతురస్రం చుట్టు కొలత దాని భుజానికి 4 రెట్లుంటుంది.

చతురస్రం చుట్టుకొలత = 4 × ఒక భుజం పొడవు

= 4 × 6

= 24

కనుక చతురస్రం చుట్టుకొలత 24 సెం.మీ.

❐ పదసమస్యలు

ఉదా. (1) దీర్ఘచతురస్రాకారపు తోట పొడవు 100 మీ, వెడల్పు 80 మీ, అయితే ఆ తోట చుట్టుకొలత ఎంత?

దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = 2 × పొడవు + 2 × వెడల్పు

= 2 × 100 + 2 × 80

= 200 + 160

= 360

కనుక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు తోట చుట్టుకొలత 360 మీ.

ఉదా. (2) భుజం పొడవు 30 మీ. గల చతురస్రాకార స్థలం చుట్టు 3 వరుసలు కంచె వేయుటకు ఎన్ని మీటర్ల తీగ అవసరం? మీటరుకు ₹ 70 చొప్పున తీగ కోసం ఎంత ఖర్చగును?

ఒక వరుస కంచె వేయడానికి కావలసిన తీగ కోసం, చతురస్రాకారపు స్థలం చుట్టు కొలత కనుగొనాలి.

చతురస్రాకారపు స్థలం చుట్టు కొలత = 4 × ఒక భుజం పొడవు = 4 × 30 = 120

అయితే చతురస్రాకారపు స్థలం చుట్టు కొలత 120 మీ. వచ్చింది. కంచె మూడు వరుసలు ఉంది కనుక చుట్టు కొలతను 3 రెట్లు చేయాలి.

120 × 3 = 360 మీటర్ల తీగ కావాలి.

ఇపుడు ఆ తీగకు ఖర్చు ఎంత వస్తుందో చూద్దాం.

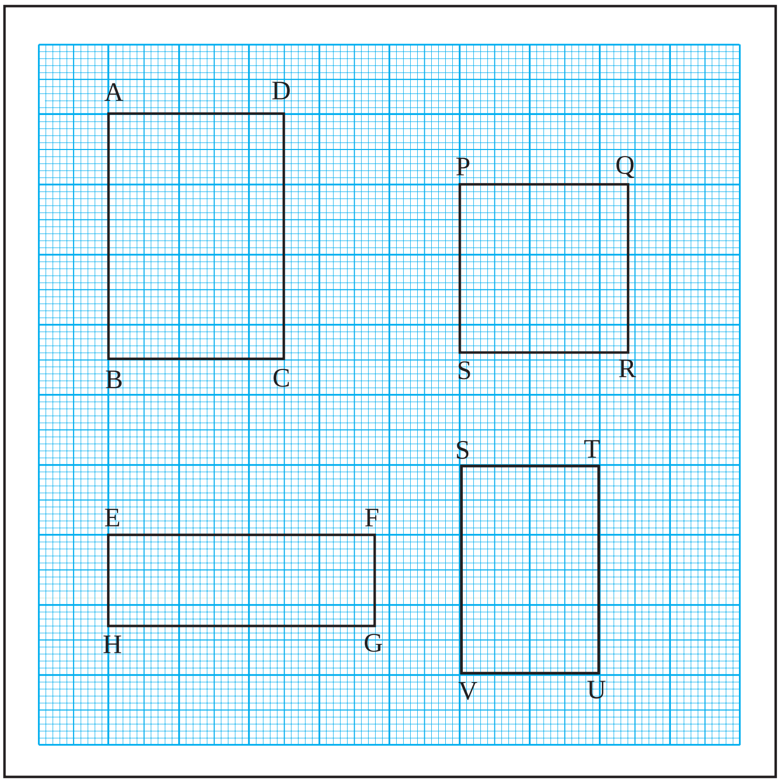
ఒక మీటరు తీగ ధర ₹ 70 అయిన 360 మీటర్ల తీగ ధర 360 × 70 = 25,200

చతురస్రాకార స్థలానికి మూడు వరుసలు కంచె వేయడానికి కావలసిన తీగకు మొత్తం ఖర్చు ₹ 25,200 వస్తుంది.

అభ్యాసం 49

1. పొడవు 7 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ. గల దీర్ఘ చతురస్రాన్ని తయారు చేయుటకు ఎంత పొడవైన తీగ కావాలి?
2. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 20 మీ, వెడల్పు 12 మీ. అయిన ఆ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టు కొలత ఎంత?
3. ఒక చతురస్రం యొక్క ప్రతి భుజం 9 మీ. అయితే ఆ చతురస్రం చుట్టుకొలతను కనుక్కోండి.
4. 160 మీ. పొడవు, 90 మీ. వెడల్పు గల ఒక మైదానం చుట్టు. 4 సార్లు తిరిగి వస్తే, ఎన్ని కిలోమీటర్ల దూరం నడిచినట్లగును?
5. ఒక చతురస్రాకారపు తోట చుట్టూ సంజయ్ ప్రతిరోజు 12 సార్లు తిరిగి వస్తాడు. తోట ప్రతిభుజం పొడవు 120 మీ. అయిన సంజయ్ ప్రతిరోజు ఎంత దూరం నడుస్తాడో కిలోమీటర్లు–మీటర్లలో రాయండి.
6. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు భూభాగం (ప్లాటు) పొడవు 50 మీ., వెడల్పు 30 మీ. దాని అంచుగుండా 3 వరుసల కంచె వేయాల్సి ఉంది. తీగ ధర మీటరుకు రూ. 60 అయిన కంచె వేయుటకు తీగకోసం ఎంత ఖర్చు అగును?
7. ఒక ఆటలో చతురస్రాకారపు మైదానం చుట్టు పరుగెత్తవలసి ఉంటుంది. మైదానం యొక్క ప్రతి భుజం పొడవు 20 మీ. ఒక ఆటగాడు ఆ మైదానం చుట్టు 5 సార్లు తిరిగాడు. అయితే అతడు మొత్తం ఎంత దూరం పరుగెత్తాడు?
8. 60 మీ. పొడవు, 40 మీ. వెడల్పు గల పొలము చుట్టు తీగతో 4 వరుసలు కంచె వేయాల్సి యుండెను. దాని కోసం ఎంత తీగ అవసరం?
9. ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాల పొడవులు వరుసగా 24.7 సెం.మీ., 20.4 సెం.మీ., మరియు 10.5 సెం.మీ. అయితే ఆ త్రిభుజం యొక్క చుట్టు కొలత ఎంత?

10. గ్రాఫ్ కాగితంపై నున్న ఆకృతులను చూడండి. వాటి భుజాలను గ్రాఫ్ మీది గీతల సహాయంతో కొలవండి. ప్రతి ఆకృతి యొక్క చుట్టు కొలతలను సరియైన గడులలో రాయండి.



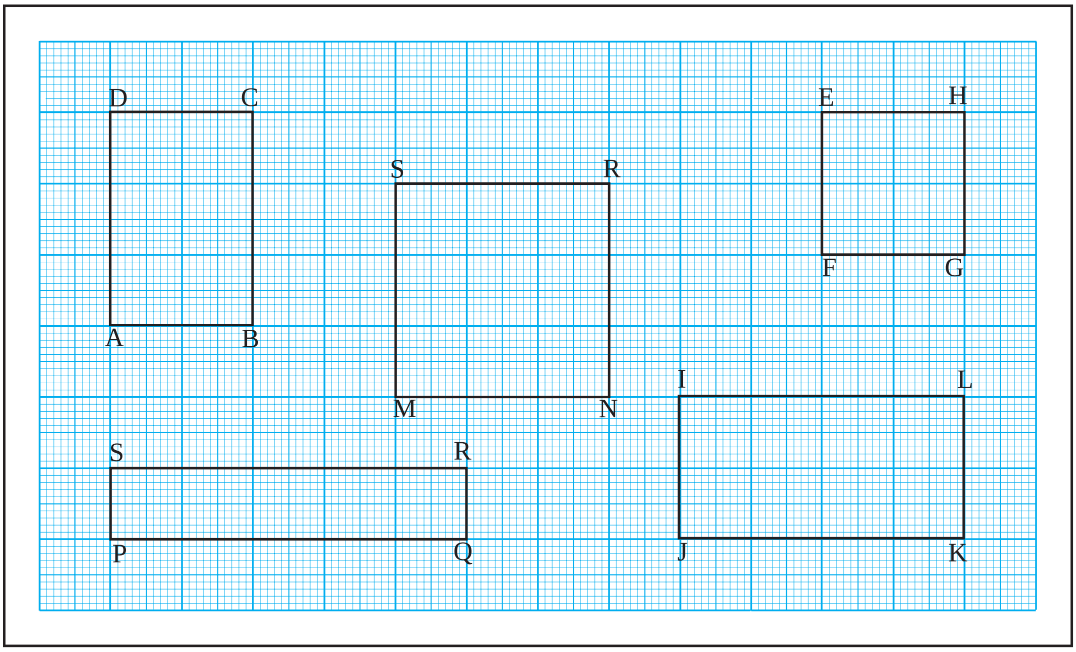
(1) దీర్ఘచతురస్రం ABCD యొక్క చుట్టుకొలత = ☐ సెం.మీ.

(2) దీర్ఘచతురస్రం EFGH యొక్క చుట్టుకొలత = ☐ సెం.మీ.

(3) దీర్ఘచతురస్రం PQRS యొక్క చుట్టుకొలత = ☐ సెం.మీ.

(4) దీర్ఘచతురస్రం STUV యొక్క చుట్టుకొలత = ☐ సెం.మీ.

❐ వైశాల్యం : పునశ్చరణ



పై ఆకృతులలోని ABCD అను దీర్ఘచతురస్రంలో 1 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రాలు 6 ఉన్నాయి. కనుక దీర్ఘచతురస్రం ABCD వైశాల్యం 6 చ.సెం.మీ.

ఈ విధంగా ఇతర ఆకృతుల యందలి చతురస్రాల సంఖ్యను లెక్కించి, ప్రతి ఆకృతి యొక్క వైశాల్యాన్ని రాయండి.

(1) చతురస్రం MNRS వైశాల్యం = ☐ చ.సెం.మీ. (2) చతురస్రం EFGH వైశాల్యం = ☐ చ.సెం.మీ.

(3) దీర్ఘచతురస్రం PQRS వైశాల్యం = ☐ చ.సెం.మీ. (4) దీర్ఘచతురస్రం IJKL వైశాల్యం= ☐ చ.సెం.మీ.

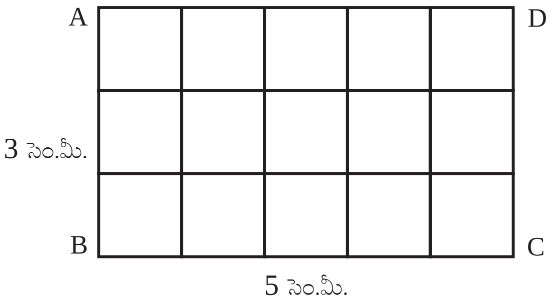
అతుల్ : సార్, వైశాల్యం యొక్క ప్రమాణాలు చ.సెం.మీ. అని ఎందుకు రాస్తారు? మనం భుజాలనైతే సెం.మీ.లో కొలుస్తాం.

సార్ : సెంటిమీటరు పొడవు యొక్క ప్రామాణిక ప్రమాణం, వైశాల్యాన్ని కనుక్కోడానికి వైశాల్యం యొక్క ప్రామాణిక ప్రమాణాలు అవసరము. దాని కోసం 1 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రంను ప్రామాణిక ప్రమాణముగా తీసుకొన్నారు. చ.సెం.మీ. అని రాస్తారు.

పొలములు, తోటలు, ఆట మైదానాలు మున్నగు పెద్ద పెద్ద వైశాల్యాలను కొలవడానికి 1 మీ. భుజం గల చతురస్రం అంటే 1 చ.మీ. అను ప్రామాణిక ప్రమాణాన్ని వాడుతారు.

తాలూక, జిల్లాలో మొదలైన వాటి వైశాల్యాన్ని కొలవడానికి 1 మీటరు పొడవుగల చతురస్రం అనగా 1 చ.మీ. అనే ప్రమాణమును ఉపయోగిస్తారు.

దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యమునకు సూత్రం

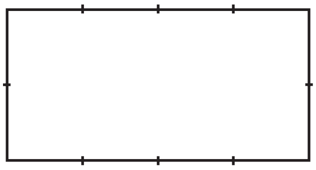


(1) పక్కనున్న పటంలో ABCD దీర్ఘచతురస్రం యొక్క ప్రతి భుజంపై 1 సెం.మీ. దూరాన గుర్తులు చేశారు. ఎదురెదురు భుజాల మీద గుర్తులను పటంలో చూపినట్లు కలిపారు. అందులో తయారైన ప్రతి చదరం యొక్క భుజం పొడవు 1 సెం.మీ. కనుక తయారైన ప్రతి చదరం యొక్క వైశాల్యం 1 చ.సెం.మీ.

ABCD దీర్ఘచతురస్రంలో ప్రతి వరుసకు 5 చదరాల చొప్పున మూడు వరుసలు తయారైనవి.

దీనిని బట్టి ABCD దీర్ఘ చతురస్రంలో తయారైన చదరాల సంఖ్య 3 × 5 = 15, కనుక ABCD దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 15 చ.సెం.మీ. అవుతుంది.

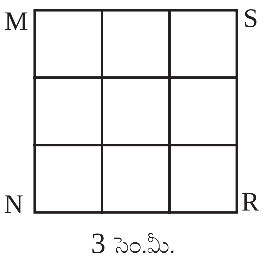
ఇచట దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 5 సెం.మీ., వెడల్పు 3 సెం.మీ. 5 మరియు 3 లను గుణించగా వచ్చిన లబ్ధం గూడా 15 అని గ్రహించుకోండి.



(2) భుజాల పొడవులు 4 సెం.మీ., 2 సెం.మీ. గల పక్కనున్న దీర్ఘచతురస్రంలో పై విధంగానే 1 చ.సెం.మీ. వైశాల్యం గల చదరాలను గీయండి. చదరాల సంఖ్యను లెక్కబెట్టండి. ఇచట కూడా ఈ చదరాల సంఖ్య దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు, వెడల్పులను గుణించగా వచ్చిన లబ్ధానికి సమానం అని గ్రహించండి.

దీనిని బట్టి, **దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు**

చతురస్రం వైశాల్యమునకు సూత్రం



(1) పక్కనున్న చతురస్రం పటాన్ని చూడండి. చతురస్రం భుజం 3 సెం.మీ. ఈ చతురస్రంలో 1 చ.సెం.మీ. వైశాల్యం గల 9 చదరాలు తయారైనవి. అనగా ఈ చతురస్ర వైశాల్యం 9 చ.సెం.మీ.

ఇచట ప్రతి వరుసలో 3 చదరాల వంతున, 3 వరుసలలో 3 × 3 = 9 చదరాలున్నాయి.

చతురస్రం ప్రతి భుజం పొడవు 3 సెం.మీ.

రెండు భుజాల పొడవుల లబ్ధం 3 × 3 = 9 వస్తుంది.

(2) 5 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రం వైశాల్యంను ఈ పద్ధతిలో కనుగొని చూడండి. అది 25 చ.సెం.మీ. వస్తుంది

5 × 5 = 25 అని గుర్తుంచుకోండి.

దీనిని బట్టి, **చతురస్రం వైశాల్యం = భుజం పొడవు × భుజం పొడవు**

ఇచ్చిన దీర్ఘ చతురస్రం లేక చతురస్రం వైశాల్యం కనుక్కోడానికి ప్రతిసారి వాటిని పై విధంగా చిన్న చదరాలుగా విభజించుకొనే అవసరం లేదు. సూత్రంలో విలువలను బట్టి వైశాల్యం కనుక్కోవచ్చు. ఇదియే సూత్రం యొక్క లాభం.

❐ పదసమస్యలు

ఉదా. (1) ఒక చతురస్రం పొడవు 20 సెం.మీ., వెడల్పు15 సెం.మీ. అయితే ఆ దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం ఎంత?

దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

= 20 × 15 = 300.

కనుక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 300 చ.సెం.మీ.

ఉదా. (2) పొడవు 4 మీ, వెడల్పు 3 మీ. గల ఒక గోడకు రంగు వేయాల్సివుంది. ఒక చదరపు మీటరుకు రూ. 25 చొప్పున కూలి అయిన ఆ గోడకు రంగు వేయుటకు ఎంత కూలీ ఇవ్వవలసి యుండును?

మొదట రంగు వేయాల్సిన గోడ వైశాల్యం కనుక్కోవలెను.

గోడ వైశాల్యం = గోడ పొడవు × గోడ వెడల్పు

= 4 × 3 = 12

అంటే గోడ వైశాల్యం 12 చ.మీ.

ఒక చదరపు మీటరుకు 25 రూపాయలు కూలీ

అయితే 12 చదరపు మీటర్లకు రంగు వేయుటకు అయ్యేకూలీ

= 12 × 25

= 300

కనుక గోడకు రంగు వేయుటకు రూ. 300 లు కూలీ అవుతుంది.

ఉదా. (3) 15 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రం వైశాల్యం ఎంత?

చతురస్రం వైశాల్యం= భుజం పొడవు × భుజం వెడల్పు

= 15 × 15

= 225

కనుక చతురస్రం వైశాల్యం 225 చ.సెం.మీ.

ఉదా. (4) ఒక చతురస్రాకారపు గది భుజం 4 మీ. ఆ గదిలో నేలపై టైల్స్ పరచడానికి ఒక చదరపు మీటరుకు 35 రూపాయల వంతున ఎంత కూలీ ఇవ్వవలసి యుండును.

మొదట చతురస్రాకారపు గది వైశాల్యంను కనుక్కోవాలి.

చతురస్రాకారపు గది వైశాల్యం = భుజం పొడవు × భుజం పొడవు = 4 × 4 = 16.

కనుక చతురస్రాకారపు గది వైశాల్యం 16 చ.మీ.

చదరపు మీటరు నేలపై టైల్స్ పరచుటకు రూ. 35 కూలీ

16 చ.మీ. స్థలంపై టైల్స్ పరచుటకు 16 × 35 = 560 రూపాయలు కూలీ ఇవ్వాల్సి ఉండును.

అభ్యాసం 50

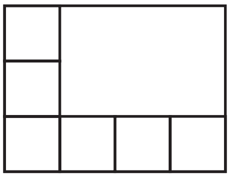
1. ప్రతి చతురస్రం భుజం పొడవులు ఇవ్వబడినవి. ప్రతిదాని వైశాల్యం కనుగొనండి.

(1) 12 మీ. (2) 6 సెం.మీ. (3) 25 మీ. (4) 18 సెం.మీ.

2. 1 చదరపు మీటరు భూభాగం ప్లాటు విలువ రూ. 900 లు. అయితే 25 మీ. పొడవు, 20 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘ చతురస్రాకార భూభాగం విలువ కనుగొండి.

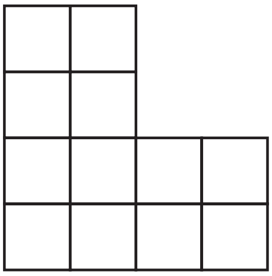
3. ఒక చతురస్రం భుజం 4 సెం.మీ. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 8 సెం.మీ., వెడల్పు 2 సెం.మీ. ఆ రెండు ఆకృతుల వైశాల్యాలు, చుట్టు కొలతలు కనుక్కోండి.

4. ప్రతి చదరపు మీటరుకు 80 రూపాయల కూలీ వంతున 16 మీ. పొడవు, 12 మీ. వెడల్పయిన సభాగృహంలో నేలపై టైల్స్ పరచడానికి కూలీ ఎంతగును?

5. 

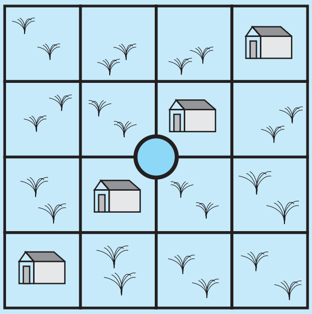
పక్క పటంలో కొన్ని చదరాలు చూపబడినాయి.

ఆ పటంలోని ఖాళీ స్థలంలో ఇంకా ఎన్ని చదరాలు పట్టుతాయో చెప్పండి.

6. 

పక్క పటంలోని చదరాలను 4 భాగాలుగా విభజించండి. ప్రతి భాగం వైశాల్యం, ఆకారం ఒకే మాదిరి ఉండేటట్లు చూడండి. ఈ భాగాలకు వేర్వేరు రంగులు వేయండి.

వెదికితే దొరుకుతుంది.



పక్క పటంలో చూపినట్లు, ప్రభుత్వానికి చెందిన ఒక చతురస్రారపు స్థలముపై నాలుగు ఇండ్లు, స్థలానికి సరిగ్గా మధ్యలో బావి ఉన్నాయి. ప్రభుత్వానికి ఆ ఇండ్లను మరియు స్థలాన్ని నలుగురు బీదవారికి కింది షరతుల ప్రకారం సమానంగా పంచి ఇవ్వవలసి ఉంది.

(1) ప్రతి ఒకరికి ఒకే ఇల్లు లభించాలి.

(2) స్థలము వైశాల్యం, ఆకారం సమానంగా యుండాలి.

(3) ప్రతి ఒక్కరు మరొకరి స్థలంలోకి వెళ్ళకుండా బావి వాడుకొనేటట్లు ఉండాలి.

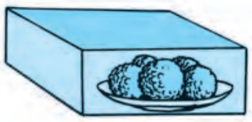
ఈ పంపిణీ ఎలా చేయచ్చో, నాలుగు వేర్వేరు రంగులతో రంగు వేసి చూపండి.

ఉపక్రమం

గ్రాఫ్ కాగితాన్ని ఉపయోగించి వేర్వేరు దీర్ఘచతురస్రాల, చతురస్రాల వైశాల్యాలను కనుక్కోండి.

13. త్రిమితీయ వస్తువులు మరియు రేఖాకృతులు

త్రిమితీయ వస్తువుల ద్విమితీయ రేఖాకృతులు



అక్క : అక్క కొంచెం ఎత్తున్న టేబల్ పైనున్న వస్తువు వైపు వ్రేలు చూపి అడుగుతుంది. అది ఏమిటి?

శరద్ : అది కార్డుమీద లడ్డూలది ఒక మంచి చిత్రము.

అక్క : ఎదుటి నుండి చూస్తున్నాం కనుక చిత్రము గల కార్డు లేక కాగితం మాత్రమే కన్పిస్తుంది. నేను కొంచెం దాన్ని కదిలించి నేల మీద పెడ్తాను.

శీల : నాకది లడ్డూల చక్కని చిత్రమనిపించింది. కాని అది పెట్టెపై అతికించియుంది.

అక్క : ముందు కేవలం ఎదుటి ఉపరితలం మాత్రమే కన్పించింది. ఇపుడు పై నుంచి, వేరే వైపు నుంచి చూస్తే, మూడు ఉపరితలాలు కన్పించాయి. అంటే అది త్రిమితీయ పెట్టెలా కన్పించింది.

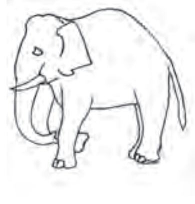
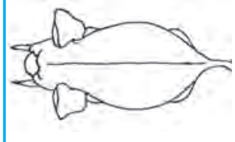
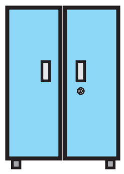
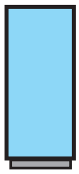
శరద్ : త్రిమితి అంటే ఏమి?

అక్క : ఏ వస్తువుల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు అనే మూడు కొలతలు కొలువవచ్చో లేక తెలియునో వాటిని త్రిమితీయ వస్తువులంటారు. పుస్తకం, గ్లాసు, టేబుల్, ఇవి కొన్ని త్రిమితీయ వస్తువులు. కేవలం పొడవు, వెడల్పును మాత్రమే కల్గియుండి, లావు (లేక మందము) లేనివి లేక ఉపేక్షింప తగిన మందంగల వస్తువులను ద్విమితీయ వస్తువులంటారు. కాగితం, కాగితం మీది చిత్రాలు, నేల మీద పడిన ఛాయలు ఇవి ద్విమితీయ వస్తువులకు ఉదాహరణలు.

శీల : వ్యవహారంలో వస్తువులన్నీ త్రిమితీయ వస్తువులే. వాటి చిత్రాలు కాగితంపై ద్విమితీయంగా ఉంటాయి.

శరద్ : అందుకే కొన్ని చిత్రాలు సమతలంగా అనిపిస్తాయి. కొన్ని వస్తువుల చిత్రాలు ప్రత్యేక కోణాలగుండా చూసి గీసి వుంటాయి. అట్టి వస్తువుల మందం చిత్రంలో తెలుస్తుంది.

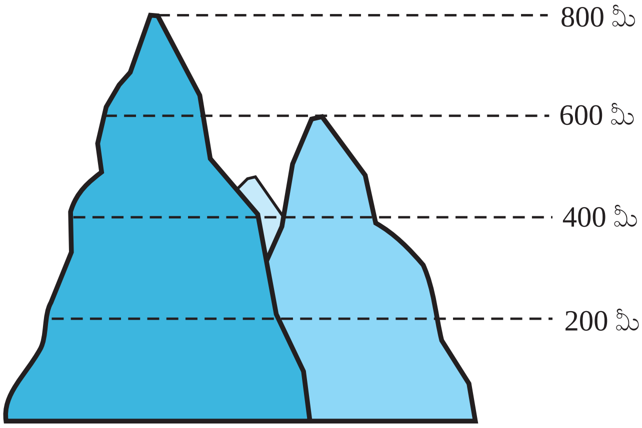
అక్క : మీకు నేనొక పట్టికను చూపుతాను. అందులో త్రిమితీయ వస్తువులను ఎదుటినుండి, పక్కనుండి, పైనుండి చూసినచో ఎట్లు కన్పిస్తాయో చూపబడినవి. వాటిని పరిశీలించండి.

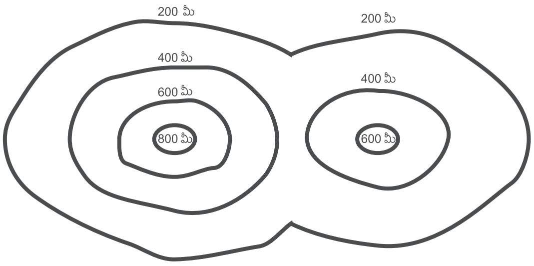
వస్తువు	వస్తువుల చిత్రములు		
	ఎదుటినుండి కనిపించునది	పక్కనుంచి కనిపించునది	పైనుంచి కనిపించునది
ఏనుగు			
బీరువా			

దూరం నుండి కొండను చూసినపుడు దాని ఎత్తు మరియు సాధారణ వెడల్పు తెలుస్తుంది. కానీ అది నేలపై ఎంత భాగంపై విస్తరించి వుందో అది తెలియదు. దాని కొరకు హెలికాప్టరులో పైకి వెళ్ళి చూస్తే కొండ నేలపై ఎంతభాగం విస్తరించి వుందో తెలుస్తుంది. కాని దాని ఎత్తు అర్థం కాదు. కాబట్టి కొండయొక్క విస్తరణ, ఏభాగంలో ఎంత ఎత్తువుందో అర్థం చేసుకోడానికి కింది విధంగా రెండు ఆకృతులను గీస్తాం.

ఆకృతి 1 లో దూరం నుండి కనిపించే కొండ మరియు దాని సాధారణ ఎత్తును రేఖలు చూపబడినవి. ఆకృతి 2 లో పై నుండి కనిపించే కొండ విస్తరణ వివిధ ఎత్తు భాగం వివిధ వక్రరేఖలలో చూపబడినదిది.

800 మీ. చూపించే రేఖ సాధారణంగా : 800 మీ ఎత్తు చూపించును.

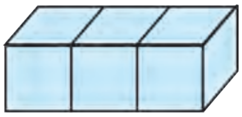
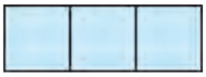
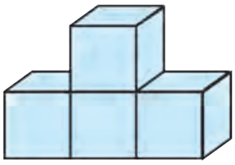
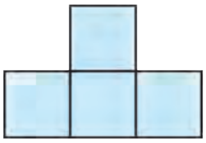
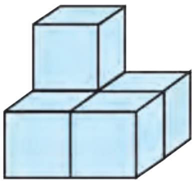




భూగోళంలో మాన చిత్రపటంలో కొండకు చూపుతున్నపుడు ఈ విధమైన ఆకృతులను ఉపయోగిస్తారు.

అభ్యాసం 51

1. మొదటి చెక్క దిమ్మెల అమరిక ఇవ్వబడినది. ఆ తరువాత వాటి ద్విమితీయ దృశ్యాలు ఇవ్వబడినాయి. ప్రతి దృశ్యం ఎదుటినుంచి, పక్కనుంచి లేక పైనుంచి కన్పించే వాటిలోనుండి ఏ రకానికి చెందునో గుర్తించండి.

	చెక్క దిమ్మెల అమరిక	కన్పించే దృశ్యం		
(1)				
(2)				
(3)				

2. టేబుల్, కుర్చీ, నీళ్ళ సీసా ఈ త్రిమితీయ వస్తువులను ఎదుటి నుంచి, పై నుంచి మరియు పక్క నుంచి కన్పించేలా ప్రతిదానికి మూడేసి చిత్రాలు గీయండి.

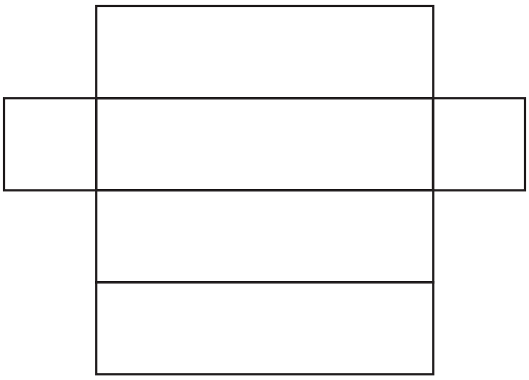
❒ నిర్మాణ నమూనా (Nets)

అట్టతో చేసిన ఒక పెట్టె తీసుకొని, దాని అంచు వెంబడి కత్తిరించి సమతలంగా చేసినట్లయితే, ఆ పెట్టె యొక్క నిర్మాణం మనకు తెలుస్తుందన్న విషయం కిందటి తరగతి లోనే మనం నేర్చుకొన్నాం.

త్రిమితీయ ఆకారపు వస్తువు యొక్క ద్విమితీయ నిర్మాణనమూనా (ప్లాను) అంటేనే ఆ వస్తువు నిర్మాణం.

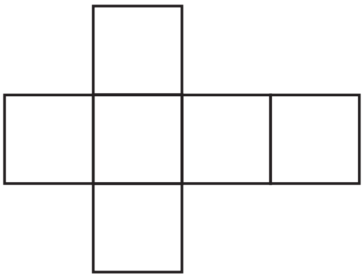
(1) కింద ఇచ్చిన అట్ట నమూనాలో గీతలగుండా పరచినచో మనకు త్రిమితీయ ఆకారపు వస్తువు (పెట్టె) లభిస్తుంది. ఈ ఆకారంలో అన్ని తలాలు దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉంటాయి.

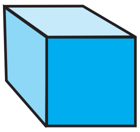
ఈ ఆకారపు వస్తువును దీర్ఘ ఘనాకారం అంటారు. (దీర్ఘఘనం అనగా ఇటుక)



(2) పై పటంలో కాగితపు అట్టతో చేసిన ఒక నిర్మాణ నమూనా చూపబడింది. ఈ నమూనాలో గీతల మీదుగా మడచి, అంచులను ఒక దానితో నొకటి కలుపగా మనకు త్రిమితీయ ఆకారపు పెట్టె తయారై కన్పిస్తుంది. ఈ ఆకారంలో అన్ని తలాలు చతురస్రాకారంలో ఉన్నాయి.

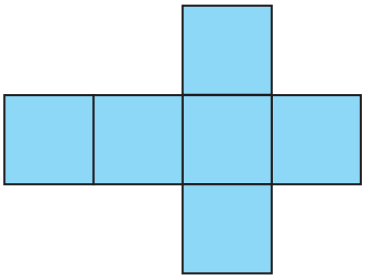
ఈ వస్తువు ఆకారాన్ని 'ఘనం' అంటాం.



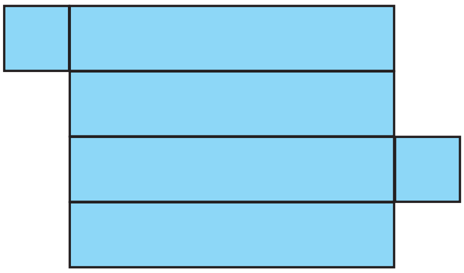


ఉపక్రమం : పోస్టు కార్డులాంటి మందపు కాగితం తీసుకొని కింద ఇచ్చిన ప్రకారంగా నిర్మాణనమూనా ఆ కాగితంపై గీయండి. ఆ ఆకారాన్ని కత్తిరించండి. వాటితో ఏ ఆకారపు పెట్టె తయారగునో చూడండి.

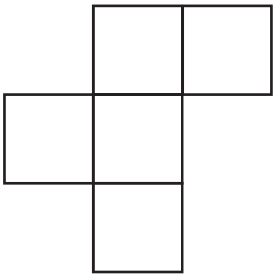
(1)



(2)

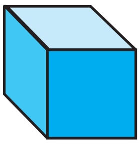


❐ ఐదు చతురస్రాలతో నిర్మాణనమూనా (పెంటోమినో)



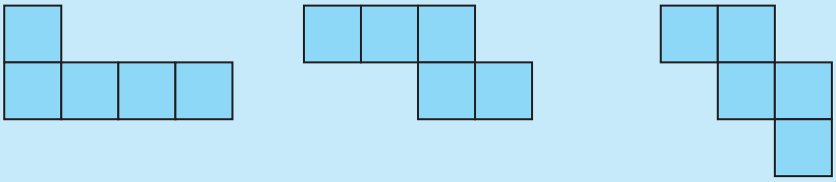
పక్కనున్న పటంలో సమాన ఆకారంగల ఐదు చతురస్రాలకు వాటి అంచుల గుండా ఒక దానితోఒకటి జోడించబడ్డాయి.

ఐదు చతురస్రాల ఈ అమరికను "ఐదు చతురస్రాల నిర్మాణనమూనా" లేక 'పెంటోమినో' అంటారు.



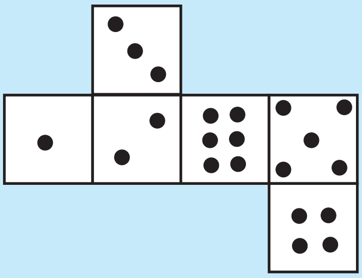
ఐదు చతురస్రాల ఈ నిర్మాణపు నమూనాను అంచుల వెంబడి మడచినచో తెరచిన పెట్టె తయారు చేయవచ్చు.

ఉపక్రమం: కింద ఐదు చతురస్రాల నిర్మాణనమూనాలు ఈయబడినాయి. ఆ విధంగా నిర్మాణపు నమూనాలను మందమైన కాగితంపై తయారు చేసుకొండి. వాటితో తెరచిన డబ్బాలు నిర్మాణం చేయండి.

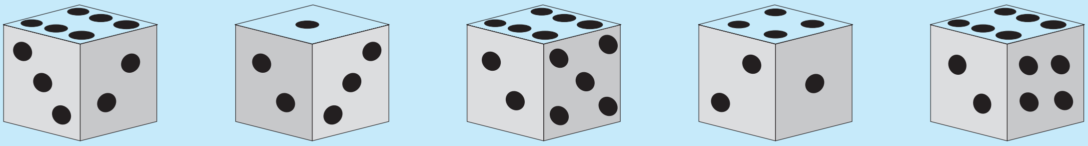


ఇలాంటి తెరచియున్న డబ్బాలు నిర్మాణం చేయుటకై ఇంకా ఎన్ని విధాలుగా ఐదు చతురస్రాల నిర్మాణపు నమూనాలను తయారు చేయ వచ్చునో ప్రత్యక్షంగా చేసి చూడండి.

పజిల్స్



ఒక ఘనాకారపు పాచిక యొక్క నిర్మాణపు నమూనా పక్కన చూపబడింది. ఆ నమూనా ఆధారంగా పాచికను నిర్మాణం చేసి నట్లయితే, ఈ కింది వాటిలో అది ఖచ్చితంగా ఏది కాదు?



(1) (2) (3) (4) (5)

14. చిత్రలిపి

ఒక క్రికెట్ మ్యాచ్‌లో ముగ్గురు బౌలర్లు వేసిన బంతులు (బౌలింగ్) వారికి లభించిన వికెట్లు, వారు చేసిన పరుగుల వివరాల సమాచారం కింది పట్టికలో ఇవ్వబడినది.

బౌలర్లు	ఓవర్లు	ఇచ్చిన పరుగులు	తీసుకొన్న వికెట్లు
చంద్రకాంత్		18	4
రమాకాంత్		20	–
అహమ్మద్		12	2

స్కేలు : 1 చిత్రం = 1 ఓవరు (6 బంతులు)

పై పట్టిక ఆధారంగా కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు చెప్పండి.

(1) మొత్తం ఎంత మంది బౌలర్ల సమాచారం ఇవ్వబడినది? (2) అందరికంటే ఎక్కువ పరుగులు ఎవరిచ్చారు?

(3) చంద్రకాంత్ ఎన్ని ఓవర్లు వేశాడు ? (4) రమాకాంత్ ఎన్ని వికెట్లు తీసుకొన్నాడు?

(5) అహమ్మద్ మొత్తం ఎన్ని బంతులు వేశాడు? (6) చంద్రకాంత్ మొత్తం ఎన్ని పరుగులిచ్చాడు?

(7) మొత్తం ఎన్ని ఓవర్లు వేయబడినవి? (8) ప్రతి ఓవర్‌కు అతి తక్కువ పరుగులు ఎవరిచ్చారు?

ఈ ప్రశ్నల సమాధానాల ద్వారా గ్రహించేదేమనగా పట్టిక ఆధారంగా అందలి చిత్రాల ద్వారా మనకెంతో సమాచారం లభిస్తుంది.

ఇలాంటి రకమైన పట్టికలను సమాచార చిత్రలిపి లేక సమాచార చిత్రరూపం అంటారు.

❐ చిత్రరూప సాంఖ్యక సమాచారం

ఉదా. (1) ఒక సర్వేలో వేర్వేరు రకాల ఇళ్ళలో నివసించు విద్యార్థుల సంఖ్య కింది విధంగా నమోదు చేయబడింది.

ఇళ్ళు రకం	విద్యార్థుల సంఖ్య
బంగళా	4
ఫ్లాటు	20
సాధారణ ఇల్లు	8

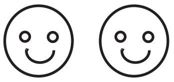
R7F1HZ

మనం దీని చిత్రలిపిని తయారు చేద్దాం. క్రికెట్టులోని ఓవర్ల కోసం బంతి చిత్రం వాడుదాం.

మరి పిల్లల కోసం ఏ చిత్రం వాడుదాం? అంటే వంటి ఏదేని ఒక ముఖం చిత్రం బాగుంటుంది.

20 పిల్లల కోసం 20 ముఖాలు గీయవలెనా ?

అలాంటిదేమి అవసరం లేదు. సమాచారంనందలి సంఖ్యలను పరిశీలించి తగిన ప్రమాణాన్ని నిర్ణయించుట అవసరం. ఉదాహరణకు, ఇచ్చిన సమాచారంలో మూడు సంఖ్యలు 4 చే భాగింపబడుతాయి. కనుక 4 గురు విద్యార్థులకొరకు ఒక చిత్రం వంతున తీసుకొన్నా, బంగళాలో నివసించు విద్యార్థులకు 1 చిత్రం, ఫ్లాటులో నివసించే విద్యార్థులకై 5 చిత్రాలు మరియు సాధారణ ఇండ్లలో నివసించే వారికి సంఖ్యను చూపుటకు 2 చిత్రాలు చూపవలసియుంటుంది. చిత్రాలు గీసిన తరువాత మన చిత్రలిపి కింది విధంగా కన్పిస్తుంది.

ఇల్లు రకం	విద్యార్థుల సంఖ్య
బంగళా	
ఫ్లాట్	
సాధారణ ఇల్లు	

ప్రమాణం : 1 చిత్రం = 4 విద్యార్థులు

సాంఖ్యక సమాచారం త్వరగా అర్థమవ్వాలన్నదే ఈ చిత్రలిపి ముఖ్య ఉద్దేశ్యం. ఇచట గుర్తుంచుకోవలసినదేమనగా ఈ సాంఖ్యక సమాచారం నందలి అన్ని సంఖ్యలు 2 చే గూడా భాగించబడుతాయి. కనుక ఇద్దరి విదార్థులకై ఒక చిత్రం వంతున ప్రమాణం తీసుకోవచ్చు. ఈ ప్రమాణం గాని తీసుకొన్నట్లయితే చిత్రాల సంఖ్య పెరుగుతుంది. అపుడు చిత్రలిపి ద్వార సమాచారం త్వరగా అర్థమగుటకు అనుకూలంగా నుండదు.

చిత్రలిపిని గీయుటకు మనకు

- సాంఖ్యక సమాచారం నందలి సంఖ్యలను పరిశీలించవలెను.
- ఆ సంఖ్యలు ఏయే సంఖ్యల ఎక్కాలలో వస్తాయో గమనించాలి.
- తగిన ప్రమాణాలను నిర్ణయించాలి.
- తగిన చిత్రాన్ని చిహ్నంగా ఎంపిక చేయసుకోవలెను.
- తగిన విధంగా వరుసలలో చిత్రలిపి గీయవలెను.
- చిత్రలిపి కింద ప్రమాణమును రాయాలి.

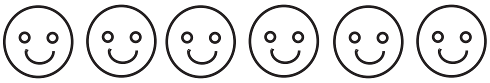
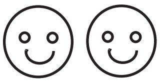
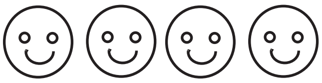
ఉదా. (2) బడిలోని 150 మంది విద్యార్థుల తల్లిదండ్రుల ముఖ్య వృత్తులు ఏవేవో పిల్లల నుండి సేకరించి, ఆ సమాచారం ఇవ్వబడినది. వాటి ఆధారంగా ఆ సమాచార చిత్ర లిపి తయారు చేయండి.

విద్యార్థుల తల్లిదండ్రుల వృత్తులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
వ్యవసాయం	60
ప్రైవేటు ఉద్యోగం	20
ప్రభుత్వ ఉద్యోగం	30
ఇతర వృత్తులు	40

ఇచ్చిన సంఖ్యలన్నీ 2, 5, 10 లచే భాగించ బడుతాయి. '10 మంది విద్యార్థులకు 1 చిత్రం' అను స్కేలు అనుకూలంగానుంటుంది. కనుక 60 మంది విద్యార్థులకు 6 చిత్రాలు, 20 మంది విద్యార్థులకు 2 చిత్రాలు, 30 మంది విద్యార్థులకు 3 చిత్రాలు మరియు 40 మంది విద్యార్థులకు 4 చిత్రాలు గీయవలసియుంటుంది.

సమాచార స్వరూపాన్ని దృష్టియందుంచుకొని 10 మంది విద్యార్థులకు ' ' ఇలా ఒక చిత్రం వాడవచ్చు.

మన చిత్రలిపి కింది విధంగా కన్పించును

విద్యార్థుల తల్లిదండ్రుల వృత్తులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
వ్యవసాయం	
ప్రైవేటు ఉద్యోగం	
ప్రభుత్వ ఉద్యోగం	
ఇతర వృత్తులు	

స్కేలు : 1 చిత్రం = 10 మంది విద్యార్థులు

అభ్యాసం 52

1. ఒక గోడౌనులో వివిధ రకాల ధాన్యాముల నిల్వలు కింది విధంగా ఉంది. ఇచ్చిన సాంఖ్యక సమాచారాన్ని బట్టి చిత్రలిపిని తయారు చేయండి.

ధాన్యం	సంచులు
బియ్యం	40
గోధుమలు	56
సజ్జలు	8
జొన్నలు	32

2. వడాలలోనున్న వివిధ రకాల వాహనాల సమాచారం ఇవ్వబడినది. సమాచారాన్ని బట్టి చిత్రలిపి గీయండి.

వాహనాల రకం	సంఖ్య
సైకిల్లు	84
ద్విచక్రవాహనాలు	60
నాల్గు చక్రాల వాహనాలు (కారు/జీపు)	24
పెద్ద వాహనాలు (ట్రక్కు, బస్సు) మొదలగునవి	12
ట్రాక్టర్లు	24

3. పాఠశాల గ్రంథాలయంనందలి ఒక బీరువాలోనున్న వివిధ పుస్తకాల సంఖ్యలు ఇవ్వబడినాయి. ఈ సాంఖ్యక సమాచారాన్ని బట్టి చిత్రలిపి తయారుచేయండి.

విషయం	పుస్తకాలు
సైన్సు	28
క్రీడా	14
కవితలు	21
కథలు	35
చరిత్ర	7

ఉపక్రమం :

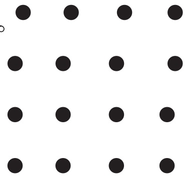
కింది అంశాల ఆధారంగా సమాచారం సేకరించి చిత్రలిపి తయారు చేయండి.

(1) తరగతిలోని విద్యార్థులు పొలములలో ఏయేరకమైన పంటలు పండిస్తారు? (కూరగాయలు, ధాన్యం, పప్పులు, పండ్లు మొదలగునవి.)

(2) తరగతిలోని విద్యార్థులు ఏయే రకమైన పుస్తకాలంటే ఇష్టపడతారు? (గంధర్వకథలు, రాజు రాణుల కథలు, చరిత్రాత్మక కథలు, భక్తి కథలు, చిత్రకథలు మొదలగునవి.)

(3) తరగతిలోని విద్యార్థులు పెరిగి పెద్దయ్యాక ఏమి కావాలని కోరుకుంటారు? (డాక్టరు, ఉపాధ్యాయుడు, రైతు, ఇంజనీయర్, ఆఫీసర్ మొదలగునవి.)

15. చిత్రాకృతులు



అక్క : అరే ... వా! ఎంత అందంగా ఉంది. రంగవల్లికోసం సమాన దూరాన చుక్కలు ఎంత బాగా పెట్టావు నీవు. ఈ చుక్కలో దాగియున్న గణితం నీకు కన్పిస్తుందా?

సురేఖ : చుక్కల్లో గణితమా? నాకేమీ అర్థం కాలేదు.

శబ్నం : నాకర్థమైంది అక్కా, చుక్కల అమరిక చతురస్రాకారంలో ఉంది.

అక్క : సరిగ్గా చెప్పావు. ఇపుడు చెప్పు మొత్తం ఎన్ని చుక్కలు పెట్టావు?

సురేఖ : ఒక వరుసలో 4 చుక్కలు, ఇలా 4 వరుసలు అంటే మొత్తం 4 × 4 = 16 చుక్కలు.

అక్క : బాగుంది. అంటే మనకు 16 చుక్కలను చతురస్రాకారంలో అమర్చవచ్చు. ఇంకా ఎన్నెన్ని చుక్కలను చతురస్రాకారంలో అమర్చవచ్చు.

శబ్నం : చతురస్రాకారంలో అమరిక ఉండాలంటే, ప్రతి నిలువు, అడ్డ వరుసలో చుక్కలు సమానంగా ఉండాలి.

సురేఖ : అంటే 2 × 2 = 4; 3 × 3 = 9 ఇలా ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే గుణించగా వచ్చే సంఖ్యకు సమాన చుక్కలు తీసుకొని చతురస్రాకారంలో అమర్చవచ్చును.

అక్క : నీవు సరిగ్గా సమాధానం చెప్పావు. 4, 9, 16, 25, 36 ఈ సంఖ్యలన్నీ చుక్కలతో చతురస్రాకార అమరిక చూపవచ్చు. ఇట్టి సంఖ్యలను చతురస్రాకార సంఖ్యలు లేక చదరపు సంఖ్యలు అంటారు. అయితే వంద చదరపు సంఖ్యయేనా?

R7NHJH

సురేఖ : పది పదులు వంద. కనుక చదరపు సంఖ్యలే

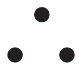
అక్క : అవును! మరి 40?

శబ్నం : ఆలోచించి చెప్తాను. 6 × 6 = 36; 7 × 7 = 49. 40 సంఖ్య 36, 49 ల మధ్య వస్తుంది. కనుక ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యచే గుణించితే లబ్ధం 40 వచ్చేలా ఏ సంఖ్యను లేదు.
కనుక 40 చదరపు సంఖ్య కాదు.

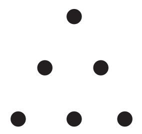
అక్క : ఇప్పుడు సంఖ్యల మరొక గమ్మత్తు మీకు చెప్తాను. అందుకోసం 1 + 2 ; 1 + 2 + 3, ఇలా 1 నుంచి 6 కూడికలు చేయండి.

సురేఖ : 1 + 2 = 3, 1 + 2 + 3 = 6, 1 + 2 + 3 + 4 = 10, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21.

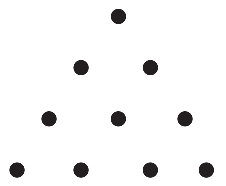
అక్క : 3, 6, 10, 15, 21 ఈ సంఖ్యలకు సమానమైన చుక్కలు ఇపుడు నేను మీకు ఎలా అమర్చి చూపుతానో చూడండి. అందులో ఏదైనా గమ్మత్తు గ్రహించగలరో చూడండి.



(1+2)



(1+2 + 3)



(1+2 + 3+4)

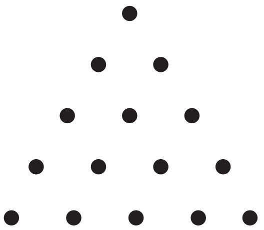
శబ్నం : అక్కా! గుర్తుకొచ్చింది. ఈ చుక్కల అమరికలో త్రిభుజాలు తయారైనాయి.

అక్క : అవును అయితే ఆ త్రిభుజంలో ఇంకా ఏమైనా ప్రత్యేకత ఉందా?

సురేఖ : ప్రతి త్రిభుజంలో మూడు భుజాలు సమానంగా వున్నాయి.

అక్క : మీరిద్దరూ సరిగా ఒకే విధమైన సమాధానం చెప్పారు! అయితే ఇప్పుడు చెప్పండి, 15 చుక్కలను గూడా మనము ఇలాగే అమర్చగలమా?

శబ్నం : తప్పకుండా, నేనిప్పుడే మీకు 15 చుక్కల ముగ్గును, మూడు భుజాలు సమానం గల త్రిభుజాల అమరికలో వేసి చూపుతాను.



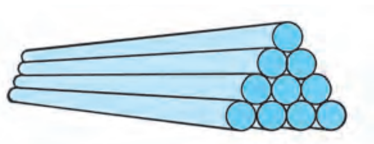
అక్క : ఇపుడు మీరు 21 చుక్కల ముగ్గును త్రిభుజం అమరికలో వేసి చూపండి.

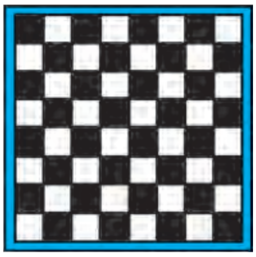
సురేఖ : ఆ తరువాత అలాగే ఇంకా 6 చుక్కలను పెంచాలి.

అక్క : 3, 6, 10, 15, 21 ఈ సంఖ్యల్లోని గమ్మత్తు ఇప్పుడర్థమైందా? ఇలాంటి సంఖ్యలను మీరేమంటారు?

శబ్నం : త్రిభుజ సంఖ్యలు

అక్క : అవును, ఈ సంఖ్యలను త్రిభుజసంఖ్యలు అంటారు. త్రిభుజ సంఖ్యలు, చదరపు సంఖ్యలు ఇవి మన దైనందిన వ్యవహారంలో గూడా అప్పుడప్పుడు అనుభవంలోకి వస్తుంటాయి. ఉదాహరణకు, ఇంటిలో గిన్నెల అమరిక, రోడ్డు పక్కన ఒకదానిపై నొకటుంచిన నీటి పైపుల అమరిక, చదరంగం బోర్డు మున్నగునవి.





అభ్యాసం 53

1. కింది సంఖ్యల నుంచి చదరపు సంఖ్యలను వేరు చేయండి.
   5, 9, 12, 16, 50, 60, 64, 72, 80, 81
2. కింది వాటిలో త్రిభుజ సంఖ్యలు ఏవి?
   3, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 20, 21, 42
3. త్రిభుజ సంఖ్యయు, చదరపు సంఖ్యయు ఐనట్టి ఒక సంఖ్యను చెప్పండి.
4. మొదటి చదరపు సంఖ్య 4 అని అనుకొంటే, ఆ తరువాత క్రమంగా వచ్చే పదవ చదరపు సంఖ్య ఏది?
5. మొదటి త్రిభుజ సంఖ్య 3 అని అనుకొంటే ఆ తరువాత క్రమంగా వచ్చే పదవ త్రిభుజ సంఖ్య ఏముంటుంది?

ఆలోచించండి

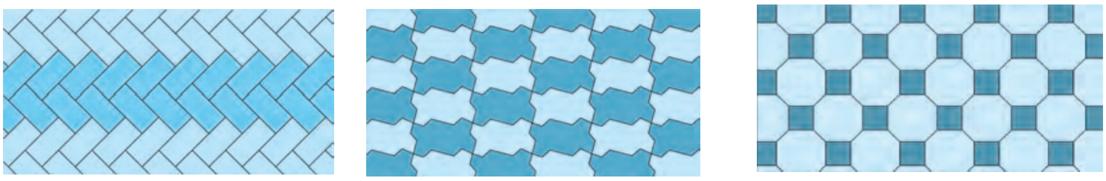
(1) ఇచ్చిన సంఖ్య చదరపు సంఖ్యా కాదా ఎట్లు నిర్ణయించెదవు?
(2) ఇచ్చిన సంఖ్య త్రిభుజ సంఖ్యా కాదా ఎట్లు నిర్ణయించెదవు?
(3) చదరపు సంఖ్యలు మొత్తం ఎన్ని ఉండవచ్చు?
(4) త్రిభుజ సంఖ్యలు మొత్తం ఎన్ని ఉండవచ్చు?

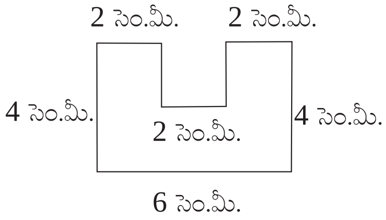
ఉపక్రమం

ఏ చిత్రాలలో త్రిభుజ సంఖ్యలు, చదరపు సంఖ్యలు కన్పిస్తాయో, అట్టి చిత్రాలను సంగ్రహించండి.

❒ నేలపై రాళ్ళను జోడించడంలో చిత్రాకృతులు

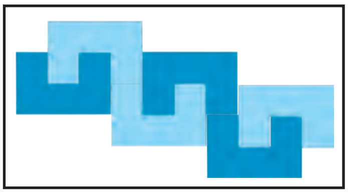
కింద ఒక విశిష్ట పద్ధతిలో రాళ్ళు జోడించబడినాయి. రెండు రాళ్ళ మధ్య ఖాళీ స్థలంగాని, నేల భాగంగాని ఏ మాత్రం లేకుండా జోడించబడ్డాయని తెలుస్తుంది. ఈ రాళ్ళయొక్క ప్రతి జోడింపులో ఒక చిత్రాకృతి కన్పిస్తోందని గమనించండి.

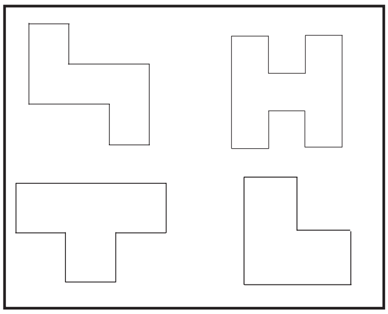




✤ ఒక పెద్ద కార్డ్‌షీట్ తీసుకోండి. దానిపై పక్కన చూపినటువంటి అనేక ఆకృతులను గీయండి. వాటిని కత్తిరించి వేరు చేయండి. వాటిలో సగం ముక్కలు కార్డ్‌షీట్ రంగు కన్నా వేరేరంగు వేయండి.

ఈ ముక్కల నుండి తయారైన ఒక చిత్రాకృతి పక్కన చూపబడింది. ఇలాంటివి ఇంకా కొన్ని మీరు తయారు చేయండి.





✤ పక్కన చూపిన విధంగా కార్డ్‌షీట్‌లో వేరు వేరు కొలతల ఆకారాలు కత్తిరించి వాటిని నేల రాళ్ళ వలె జోడించి చిత్రాకృతి తయారు చేయండి.

✤ కింద ఇచ్చిన ప్రతి డిజైనులో చిత్రాకృతిని వెతకండి. ఆ చిత్రాకృతిని ఉపయోగించి గడిని పూర్తిచేయండి..

✤ నీ మనస్సులో నీ కిష్టమైన కొన్ని ఆకారాలను తయారు చేయండి. వాటి ఆధారంగా చీర, శాలువలాంటి వాటి అంచు కొరకు చిత్రాకృతిని తయారు చేయండి.

16. బీజ గణితానికి పూర్వసంసిద్ధత

విమల : సార్, మా అన్నయ్య బీజగణితం అభ్యాసం చేస్తున్నానని అంటుండేవాడు. బీజగణితం అంటే ఏమి సార్?

సార్ : నీకర్థమయ్యేలా చెప్పాలంటే, బీజగణితం అనగా సంఖ్యలు మరియు అక్షరాలను ఉపయోగించి అమర్చిన గణితం.

రవి : అంటే, అక్షరాలలో కూడిక-తీసివేతల్లాంటి ప్రక్రియలు చేయాలి? అవి ఎలా చేస్తారో?

సార్ : అది నేర్చుకోవాలంటే, పూర్వ సంసిద్ధతకోసం సంఖ్యల సహాయంతో కొన్ని విషయాలను నేర్చుకొందాం.

❒ సమానత్వం

రెండు సంఖ్యలపై కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగహారం లలోనుంచి ఏ ప్రక్రియ చేసినా సమాధానం ఒక సంఖ్యయే ఉంటుంది. ఉదాహరణకు 5, 3 ల ను కూడినట్లయితే 8 సంఖ్య వస్తుంది. దీనినే సంక్షిప్తంగా మనము '5 + 3 = 8' అని రాస్తారు. అలాగే 13 – 6 = 7, 12 ÷ 4 = 3, 9 × 1 = 9.

ఇపుడు మనం వ్యతిరేక దిశలో ఆలోచిద్దాం.

రెండు సంఖ్యల మధ్య ప్రక్రియ చేయగా 12 సంఖ్య వస్తుందనుకో. అట్టి సంఖ్యల జతలను కనుగొందాం.

ఉదా. (6 + 6), (15 – 3), (6 × 2), (24 ÷ 2) మొదలైనవి.

ఎప్పుడైతే మనం "ఆరుకు ఆరు కలిపితే వచ్చే సంఖ్య 12" అని చెప్పాలనుకున్నప్పుడు. దాని (6 + 6) అని బ్రాకెట్లును వాడి చూపడం సులువుగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు, (15 – 3) అంటే "పదిహేను నుండి మూడును తీసివేయగా వచ్చే సంఖ్య"

(6 × 2) అంటే "ఆరును రెండుతో గుణించగా వచ్చేసంఖ్య"

(24 ÷ 2) అంటే "ఇరవై నాలుగును రెండుచే భాగించగా వచ్చే సంఖ్య

(6 + 6), (15 – 3), (6 × 2), (24 ÷ 2) ఇలాంటి ప్రతి అమరికను సమాసం అంటారు. ఈ ప్రతి సమాసం విలువ 12, అనగా సమానం. ఈ సమాసములన్నీ ఒక దానికొకటి సమానంగా ఉన్నాయి.

దీనినే మనం (6 + 6) = (15 – 3), (6 + 6) = (24 ÷ 2), (6 × 2) = (15 – 3) అని రాయవచ్చు.

(6 + 6) = (15 – 3) , (6 + 6) = (24 ÷ 2) ఇట్టి స్వరూపం గల అమరికలను సమానత్వం అంటాం.

5 + 3 = 8 , 9 × 1 = 9 లు కూడా సమానత్వములే.

అభ్యాసం 54

1. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 13 వచ్చేలా మూడు జతలను, బ్రాకెట్లు ఉపయోగించి రాయండి. వాటితో మూడు వేర్వేరు సమానత్వాలను రాయండి.
2. కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగహారంలలో ప్రతి ప్రక్రియను చేయగా సంఖ్య 18 వచ్చేటట్లు, నాలుగు జతల సంఖ్యలను రాయండి. వాటిని బట్టి నాలుగు వేర్వేరు సమానత్వాలను రాయండి.

❒ అసమానత్వం

7 + 5, 7 × 5 ఈ సమాసాల విలువ వరుసగా 12, 35 లు. అంటే అవి సమానం కావు. సమానం కావు అని చెప్పడానికి '≠' అనే చిహ్నం వాడుతారు.

(7 + 5), (7 × 5) సమాసాలు సమానం కావు. దీనినే సంక్షిప్తంగా (7 + 5) ≠ (7 × 5) అని రాస్తారు. ఈ అమరికను అసమానత్వం అంటారు.

(9 – 5) ≠ (15 ÷ 3) దీని అర్థం (9 – 5) , (15 ÷ 3) అను సమాసాల విలువ సమానం కావు.

రెండు సమాసాల విలువలు సమానం కావు, అంటే రెండు సమాసాల విలువలు చిన్నగా, పెద్దగా ఉన్నాయని అర్థం. చిన్నగా, పెద్దగా ఉన్నాయని తెలుపుటకు మనం '< ' మరియు '> ' అను చిహ్నాలను వాడుతాం. కనుక ఈ చిహ్నాలను వాడి మనం అసమానత్వాన్ని రాయవచ్చు.

(9 – 5) విలువ 4, (15 ÷ 3) విలువ 5, 4 < 5 కనుక (9 – 5) మరియు (15 ÷ 3) సమాసాల సంబంధం (9 – 5) < (15 ÷ 3) అని లేక (15 ÷ 3) > (9 – 5) అని రాయవచ్చు.

✦ < , = , > లలో నుంచి సరియైన గుర్తును సమాసాల జతల మధ్యనున్న గడిలో రాయండి.

(1) (9 + 8) ☐ (30 ÷ 2)

9 + 8 = 17, 30 ÷ 2 = 15

17 > 15

కనుక (9 + 8) [>] (30 ÷ 2)

(2) (16 × 3) ☐ (4 × 12)

16 × 3 = 48, 4 × 12 = 48, 48 = 48

కనుక (16 × 3) [=] (4 × 12)

(3) (16 – 5) ☐ (2 × 7)

16 – 5 = 11, 2 × 7 = 14,

11 < 14

కనుక (16 – 5) [<] (2 × 7)

✦ కింద ఇచ్చిన సమాసాలు సరియగునట్లు వాటి సమాసాల జతలలోని గడులయందు సరియైన సంఖ్యలను రాయండి.

(1) (7 × 2) = (☐ – 6)

7 × 2 సమాసం విలువ 14 కనుక, ఏ సంఖ్యనుండి 6 తీసివేస్తే 14 వస్తుందో ఆ సంఖ్యను గడిలో రాయాలి. అంటే 20 నుండి 6 తీసి వేస్తే భేదం 14 వస్తుంది.

కనుక (7 × 2) = ([20] – 6)

(2) (24 ÷ 3) < (5 + ☐)

24 ÷ 3 సమాసం విలువ 8. అంటే ఏ సంఖ్యను 5 కు కలిపితే వచ్చే మొత్తం 8 కన్నా ఎక్కువ వస్తుందో ఆ సంఖ్యను గడిలో రాయాలి.

ఇపుడు 5 + 1 = 6, 5 + 2 = 7, 5 + 3 = 8, కనుక గడిలోని సంఖ్య 3 కన్నా ఎక్కువ ఉండాలన్న, గడిలో 4, 5, 6, ..., ఇలా ఏ సంఖ్యను రాసినా సరిపోతుంది. అనగా ఈ ప్రశ్నకు సమాధానాలు అనేకంగా ఉన్నాయి. అట్టి అనేక సమాధానాలలో ఒకటి(24 ÷ 3) < (5 + [4]) అట్టి సందర్భంలో అలాంటి ప్రశ్నకు ఒక్క సమాధానం రాసినా సరిపోతుంది.

అభ్యాసం 55

1. తప్పొ, ఒప్పొ రాయండి.

(1) (23 + 4) = (4 + 23) (2) (9 + 4) > 12 (3) (9 + 4) < 12 (4) 138 > 138

(5) $138 < 138$ (6) $138 = 138$ (7) $(4 \times 7) = 30 - 2$ (8) $\frac{25}{5} > 5$

(9) $(5 \times 8) = (8 \times 5)$ (10) $(16 + 0) = 0$ (11) $(16 + 0) = 16$ (12) $(9 + 4) = 12$

2. సమాసాల జతలయందలి గడులలో $=$, $<$, $>$ లలో నుంచి సరియైన గుర్తును రాయండి.

(1) $(45 \div 9)$ ☐ $(9 - 4)$ (2) $(6 + 1)$ ☐ (3×2) (3) (12×2) ☐ $(25 + 10)$

3. ఇచ్చిన గణిత వాక్యాలు సరియగుటకు సమాసాలలోని గడులలో సరియైన సంఖ్యను రాయండి.

(1) $(1 \times 7) = ($☐$\times 1)$ (2) $(5 \times 4) > (7 \times$ ☐$)$ (3) $(48 \div 3) < ($☐$\times 5)$

(4) $(0 + 1) > (5 \times$ ☐$)$ (5) $(35 \div 7) = ($☐ $+$ ☐$)$ (6) $(6 -$ ☐$) < (2 + 3)$

❐ అక్షరాల ఉపయోగం

గణిత విషయ లేఖనంలో చిహ్నాలను ఉపయోగించుట చాలా వరకు జరుగుతుంది. చిహ్నాలను ఉపయోగించడం వల్ల లేఖనం సంక్షిప్తంగా చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు “డెబ్బై ఐదు అనే సంఖ్యను 15 అను సంఖ్యతో భాగిస్తే భాగఫలం 5 వస్తుంది.” అనే వాక్యాన్ని చిహ్నాలను ఉపయోగించి ‘$75 \div 15 = 5$’ అని సంక్షిప్తంగా రాయవచ్చు. ఇది సులభంగా అర్థమగుతుంది కూడా.

చిహ్నాల వలెనే అక్షరాలనుపయోగించి లేఖనం సులభంగా సరళంగాను చేయవచ్చు.

సంఖ్యలపై కూడిక, తీసివేత మొదలగు ప్రక్రియలు చేసేటప్పుడు ప్రక్రియల అనేక ధర్మాలు మీరు గమనించి యుండొచ్చు. ఉదాహరణకు, $(4 + 9)$, $(9 + 4)$ వంటి కూడికల ద్వార మీరు ఏ ధర్మాన్ని గ్రహించారు.

ఏవేని రెండు సంఖ్యల మొత్తం, ఆ రెండు సంఖ్యలక్రమాన్ని మార్చి కూడగా వచ్చిన మొత్తానికి సమానముంటుంది. ఇపుడు ఇదే ధర్మాన్ని అక్షరాలనుపయోగించి, ఎలా సులువుగాను, చక్కగాను రాయవచ్చో చూద్దాం.

- ఏ వేని రెండు సంఖ్యల కొరకు a, b అను అక్షరాలను వాడుదాం. వాటి మొత్తం ‘$a + b$’ అవుతుంది.
  ఆ సంఖ్యల క్రమాన్ని మార్చిన వాటి మొత్తం ‘$b + a$’ అగుతుంది. అనగా దీని నియమం ఈ విధంగా అవుతుంది–
  a, b లు ఏవేని రెండు సంఖ్యలైతే $(a + b) = (b + a)$.
  ఇంకా రెండు ఉదాహరణలను చూద్దాం.
- ఏదైనా సంఖ్యను 1 తో గుణించినట్లయితే, లబ్ధం ఆ సంఖ్యే వస్తుంది. క్లుప్తంగా $a \times 1 = a$.
- రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల భాగఫలం మరియు ఆ రెండు సంఖ్యల క్రమం మార్చి చేయగా వచ్చిన భాగఫలం సమానంగా ఉండవు. సంక్షిప్తంగా a, b లు వేర్వేరు సంఖ్యలైతే, $(a \div b) \neq (b \div a)$.
  a విలువ 8 గా b విలువ 4 గా తీసుకొని ఈ ధర్మాని సరిచూడండి.

అభ్యాసం 56

1. ‘ఏదేని సంఖ్య’ కు అక్షరాన్ని ఉపయోగించి కింది ధర్మాలను క్లుప్తంగా రాయండి.

(1) ఏదేని సంఖ్యకు సున్నా కలుపగా వచ్చే మొత్తం ఆ సంఖ్యంతే ఉంటుంది.

(2) ఏవేని రెండు సంఖ్యల లబ్ధం, ఆ రెండు సంఖ్యల క్రమం మార్చి చేయగా వచ్చిన లబ్ధానికి సమానం.

(3) ఏదేని సంఖ్య మరియు సున్నాల లబ్ధం సున్నాయే ఉంటుంది.

2. అక్షరాలను వాడి రాసిన ధర్మాన్ని మాటలలో రాయండి

(1) $m - 0 = m$ (2) $n \div 1 = n$

R7K5LA

✦✦✦

పారిభాషిక పదాల సూచిక

క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్ఛారణ
1	భిన్నం	Fraction	ఫ్రాక్షన్
2	అర్ధ	Half	హాఫ్
3	అసమానత్వం	Inequality	ఇన్ఇక్వాలిటి
4	అంకె	Digit	డిజిట్
5	అంతర్భాగం	Interior	ఇంటీరియర్
6	లవం	Numerator	న్యూమరేటర్
7	చిత్రాకృతి	Pattern	ప్యాటర్న్
8	దీర్ఘచతురస్రం	Rectangle	రెక్టాంగల్
9	కమ్మీరేఖాచిత్రం	Graph	గ్రాఫ్
10	కమ్మీరేఖాచిత్ర కాగితం	Graph paper	గ్రాఫ్ పేపర్
11	అంతర్జాతీయ అంకెలు	International digit	ఇంటర్నేషనల్ డిజిట్
12	ఒకట్లు/ప్రమాణం	Unit	యూనిట్
13	ఒకట్ల స్థానం	Unit's Place	యూనిట్స్ ప్లేస్
14	లంబ కోణం	Right angle	రైట్ ఆంగల్
15	కేంద్రం	Centre	సెంటర్
16	కోట్లు (సంఖ్య)	Crore	క్రోర్
17	కోణం	Angle	ఆంగల్
18	కోణమానిని	Protractor	ప్రొట్రాక్టర్
19	చాపం	Arc	ఆర్క్
20	క్రమసంబంధం	Order relation	ఆర్డర్ రిలేషన్
21	క్రియ	Operation	ఆపరేషన్
22	వైశాల్యం	Area	ఏరియా
23	గుణకారం	Multiplication	మల్టిప్లికేషన్
24	లబ్ధం	Product	ప్రొడక్ట్
25	అంశాలు	Components	కాంపొనెంట్స్
26	నిర్మాణం	Net	నెట్
27	ఘనపరిమాణం	Volume	వాల్యూం
28	చిత్రలిపి	Pictograph	పిక్టోగ్రాఫ్

పారిభాషిక పదాల సూచిక

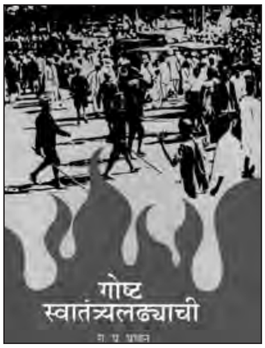
క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్ఛారణ
29	ఇరవైనాలుగు గంటల కాలమానం	24 hour clock	ట్వెంటీఫోర్ అవర్ క్లాక్
30	వర్గం	Square	స్క్వేర్
31	వర్గ సంఖ్య	Square number	స్క్వేర్ నంబర్
32	జ్యా	Chord	కార్డ్
33	హారం	Denominator	డినామినేటర్
34	గంటల ముల్లు	Hour hand	అవర్ హాండ్
35	త్రిభుజాకార సంఖ్య	Triangular number	ట్రైయాంగ్యులర్ నంబర్
36	వ్యాసార్ధం	Radius	రేడియస్
37	త్రిమితీయ	Three dimensional	త్రి డైమెన్షనల్
38	దశాంశ సంఖ్యా లేఖన పద్ధతి	Decimal system of writing numbers	డెసిమల్ సిస్టం ఆఫ్ రైటింగ్ నంబర్స్
39	పదుల స్థానం	Ten's place	టెన్స్ ప్లేస్
40	పది లక్షలు	Ten lakh (lac)	టెన్ లాఖ్ (లాక్)
41	దశాంశం	Decimal	డెసిమల్
42	దశాంశ భిన్నం	Decimal fraction	డెసిమల్ ఫ్రాక్షన్
43	దశాంశ బిందువు	Decimal point	డెసిమల్ పాయింట్
44	దేవనాగరి సంఖ్యాచిహ్నాలు	Devanagari numeral	దేవనాగరి న్యూమరల్
45	ద్విమితీయ	Two dimensional	టూ డైమెన్షనల్
46	ద్రవపరిమాణం	Capacity	కెపాసిటీ
47	రెట్లు/గుణిజాలు	Multiple	మల్టీపల్
48	చుట్టు కొలత	Perimeter	పెరిమీటర్
49	పరిధి	Circumference	సర్కమ్‌ఫరన్స్
50	ముప్పావు	Three quarters	త్రి క్వార్టర్స్
51	అయిదు చతరస్రాల నిర్మాణం	Pentomino	పెంటోమినో
52	పావు	Quater	క్వార్టర్
53	తలం	Face	ఫేస్
54	ఉపరితలం	Surface	సర్ఫేస్

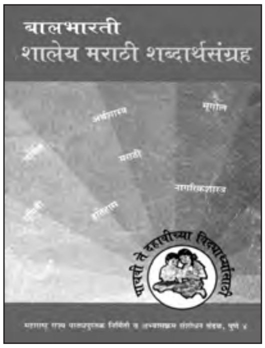
పారిభాషిక పదాల సూచిక

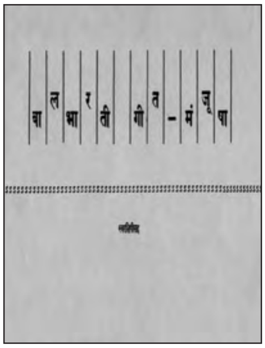
క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్ఛారణ
55	పాచిక	Die	డాయ్
56	పాచికలు	Dice	డాయిస్
57	శేషం	Remainder	రిమేండర్
58	భుజం	Side	సైడ్
59	బాహ్యభాగం	Exterior	ఎక్స్‌టీరియర్
60	పన్నెండు గంటల కాలమానం	Twelve hour clock	ట్వెల్వ్ అవర్ క్లాక్
61	బీజగణితం	Algebra	అల్జీబ్రా
62	కూడిక	Addition	అడిషన్
63	మొత్తం	Sum	సమ్
64	భాగహారం	Division	డివిజన్
65	భాజకం	Divisor	డివైజర్
66	భాజ్యం	Dividend	డివిడెండ్
67	వేర్వేరు హారాలుగల భిన్నాలు/ భిన్నహారాలుగల భిన్నాలు	Unlike fractions	అన్‌లైక్ ఫ్రాక్షన్స్
68	భుజం	Side	సైడ్
69	మధ్యాహ్నం	Mid-day	మిడ్-డే
70	మధ్యాహ్నం తర్వాత	Post Meridian (P.M)	పోస్ట్ మెరిడియన్ (పి.ఎమ్)
71	మధ్యాహ్నం ముందు	Ante meridian (A.M)	అంటి మెరిడియన్ (ఎ.ఎమ్)
72	కొలత	Measurement	మెజర్‌మెంట్
73	సమాచారం (సాంఖ్యక)	Data	డాటా/డేటా
74	పరిమాణం	Measure	మెజర్
75	నిమిషం	Minute	మినట్
76	నిమిషాల ముల్లు	Minute hand	మినట్ హాండ్
77	ప్రధాన సంఖ్య	Prime number	ప్రైమ్ నంబర్
78	పద్ధతి	Method	మెథడ్
79	రేఖ	Line	లైన్
80	లక్ష	Lakh (Lac)	లాఖ్ (లాక్)
81	అల్పకోణం	Acute angle	అక్యూట్ అంగల్
82	లంబం	Perpendicular	పర్‌పెండిక్యులర్

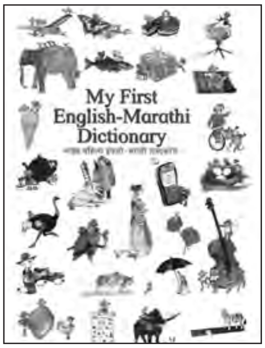
పారిభాషిక పదాల సూచిక

క్ర.స.	గణితపదం	ఆంగ్లపదం	ఉచ్ఛారణ
83	లక్ష	Lakh (lac)	లాఖ్ (లాక్)
84	పొడవు	Length	లెంత్
85	తీసివేత	Subtraction	సబ్‌ట్రాక్షన్
86	భేదం	Remainder	రిమెండర్
87	వృత్తం	Circle	సర్కల్
88	వృత్తచాపం	Arc of a circle	ఆర్క్ ఆఫ్ అ సర్కల్
89	కొలమానం	mass	మాస్
90	భాజకం	Divisor	డివైజర్
91	భాజ్యం	Dividend	డివిడెండ్
92	భాజనీయత	Divisibility	డివిజిబిలిటి
93	అధిక కోణం	Obtuse angle	అబ్ట్యూజ్ అంగల్
94	విస్తరణ రూపం	Expanded form	ఎక్స్‌పాండెడ్ ఫామ్
95	వడ్డీ	Interest	ఇంటరెస్ట్
96	వందల స్థానం	Hundreds place	హండ్రెడ్స్ ప్లేస్
97	శతాంశం	Hundredth	హండ్రెడ్త్
98	సమహార భిన్నాలు	Like fractions	లైక్ ఫ్రాక్షన్స్
99	సమాన విలువగల భిన్నాలు	Equivalent fractions	ఇక్వివలెంట్ ఫ్రాక్షన్స్
100	సమానం	Equality	ఈక్వాలిటీ
101	సమాంతరం	Parallel	పారలల్
102	పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు	Co-prime numbers	కో-ప్రైమ్ నంబర్స్
103	క్షణం	Second	సెకండ్
104	సంఖ్య	Number	నంబర్
105	సంఖ్యాచిహ్నం	Numeral	న్యూమరల్
106	సంయుక్త సంఖ్యలు	Composite numbers	కాంపొజిట్ నంబర్స్
107	స్థానం	Place	ప్లేస్
108	స్థాన విలువ	Place value	ప్లేస్ వాల్యూ
109	సాంఖ్యక సమాచారం	Numerical data	న్యూమరికల్ డాటా/డేటా
110	వేయి	Thousand	థౌజండ్









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె–411 004.

तेलुगु गणित इ.५ वी

₹ 36.00